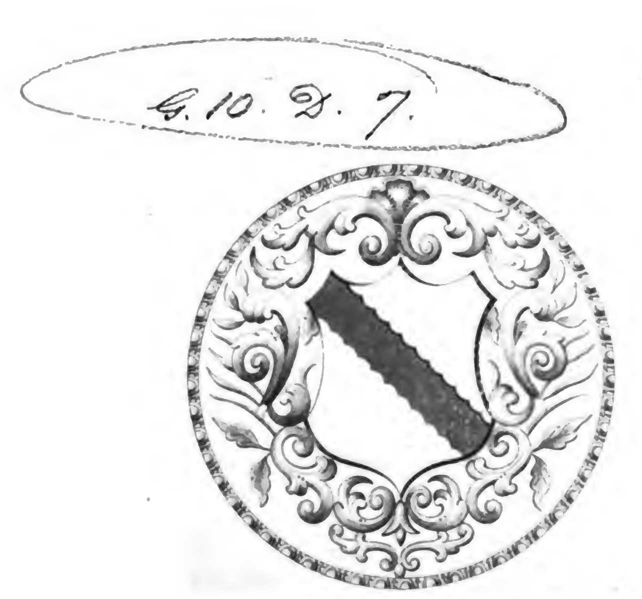








Physikalisches Wörterbuch

IX. Band.

Zweite Abtheilung.

Thermom. —— U.

Johann Samuel Traugott Gehler's

Physikalisches
Wörterbuch

neu bearbeitet

von

Gmelin. Littrow. Muncke. Pfaff.

Neunter Band.

Zweite Abtheilung.

Thermom. — U.

Mit Kupfertafeln XI bis XXXIV.

Leipzig,
bei E. B. Schwickert.
1839.

Thermometer.

Thermoskop, Wärmemesser; *Thermoscopium*, *Thermometrum*; Thermomètre; *Thermometer*.

Was ein Thermometer (von θερμὸς warm und μετρέω ich messe oder σκοπέω ich sehe) dem gewöhnlichen Sprachgebrauche nach sey und wozu man dasselbe meistens anwende, bedarf keiner Erklärung; interessanter ist es dagegen, zu wissen, durch wie vielfache Abstufungen dasselbe zu seiner gegenwärtigen Vollendung gelangt ist. Viele wirkliche oder vermeintliche Verbesserungen werden aber besser im Verlaufe der Untersuchung erwähnt, so daſs also vorläufig nur von den frühesten Einrichtungen die Rede seyn kann.

1) Man schreibt die Erfindung desselben meistens nach Dalencé[1] dem Cornelius Drebbel, einem wegen verschiedener mechanischer Erfindungen berühmten Landmanne zu Alkmaar in Nordholland, zu, durch den es in der letzten Hälfte des vorletzten Jahrhunderts in Holland und England bekannt wurde. Dem Engländer Robert Fludd (oder de Fluctibus) zu Oxford (geb. um 1584) hat man die Erfindung desselben gleichfalls zueignen wollen; allein es ist schwer zu entziffern, was die Ausdrücke in seinen vielen mystischen Schriften eigentlich bezeichnen sollen. Der Arzt Sanctorius[2] erwähnt selbst ein von ihm um 1600 erfundenes Instrument, womit er die Wärme des menschlichen Körpers zu messen im

1 Traité des baromètres, thermomètres et notiomètres. Amst. 1688. 8.

2 Comm. in Galeni Art. Med. Lugd. 1631. 4. und Comm. in Avicennae Canon. Venet. 1646. 4.

Stande sey, und daher haben POLENI[1], MALPIGHI[2] und BORELLI[3] ihm die Erfindung zugeschrieben, auch meint MUSSCHENBROEK[4], das Instrument desselben sey auswärts nicht bekannt geworden und es lasse sich daher die frühe Verbreitung des Thermometers durch England und Holland aus dieser Quelle nicht ableiten. Dafs SANCTORIUS bei der Menge und Ausführlichkeit seiner Schriften das Thermometer, wenn er dieses Werkzeug mit seiner eigenthümlichen Construction wirklich erfunden und angewandt hätte, nicht genauer beschrieben haben sollte, ist auf keine Weise glaublich, und ebenso halte ich es für unwahrscheinlich, dafs GALILEI der Erfinder desselben seyn soll, obgleich VIVIANI und CASTELLI dieses behaupten, indem sie die Erfindung desselben in das Jahr 1597 setzen, wie neuerdings LIBRI[5] hervorgehoben hat; denn sonst würden die Mitglieder der Akademie del Cimento, die man für die Erfinder des eigentlichen Thermometers halten mufs, dieses erwähnt haben. Das Instrument, welches CORNELIUS DREBBEL erfand und worauf ihn wahrscheinlich sein vorzügliches mechanisches Talent zufällig um das Jahr 1638 führte, war ein *Manometer*, und zwar nach VARIGNON, indem es die Dichtigkeit der eingeschlossenen Luft zeigte und daher auch die Ausdehnung derselben durch Wärme angeben mufste.

2) Das Drebbel'sche Thermometer in seiner einfachen, von DALENCÉ beschriebenen Gestalt besteht aus einer Kugel A mit einer engen Röhre, deren Mündung in ein Gefäfs B mit einer sehr verdünnten Auflösung von Kupfer in Scheidewasser vertical herabgesenkt ist. Die Luft wird in der Kugel durch Wärme so weit ausgedehnt, dafs für mittlere Temperatur die Flüssigkeit ungefähr bis H aufsteigt und dann bei gröfserer Wärme sinkt, bei geringerer steigt, wobei diese Gröfsen an einer willkürlichen Scale gemessen werden. Verschiedene Abänderungen dieser Construction liegen sehr nahe. WOLF[6] unter Andern schlägt vor, statt des unteren Gefäfses gleichfalls eine

Fig. 69.

1 Institut. philos. exper.
2 Opp. posth. p. 30.
3 De motu animal. P. II. prop. 175.
4 Introd. ad phil. nat. T. II. §. 1565.
5 Ann. de Chim. et Phys. T. XL. p. 355.
6 Nützliche Versuche Th. II. Cap. V. §. 56.

Kugel C zu wählen, wodurch der Apparat zum Aufhängen bequemer wird. BECHER[1] liefs die untere Kugel C weg, bog den Schenkel der beträchtlich weiten Röhre in die Höhe, füllte sie mit Quecksilber und senkte einen Körper hinein, welcher auf dem Metalle schwimmend vermittelst eines über eine Rolle gehenden Fadens ein Gegengewicht bald aufwärts zog, bald herabsinken liefs, je nachdem die Luft in der oberen Kugel mehr oder weniger ausgedehnt war. Das Gewicht sollte eine Uhr aufziehn und in steter Bewegung erhalten, weswegen er den Apparat ein *perpetuum mobile physico-mechanicum* nannte. Von dieser Art mufs auch nach KAESTNER's[2] Ansicht die Vorrichtung gewesen seyn, die BECHER schon 1656 verfertigte, wobei ein auf Glas gemaltes Bild Kaiser FERDINAND's III. sich im Sonnenscheine frei zeigte, bei trübem Wetter aber durch eine Wolke bedeckt wurde.

Fig. 70.

3) Das Thermometer der Florentiner Akademie oder der *Accademia del Cimento*[3] erhielt zuerst diejenige Gestalt, welche man seitdem beibehalten hat. Es bestand aus einer Kugel B mit einer sogenannten Thermometerröhre, war mit Weingeist gefüllt und auf einer Scale befestigt, welche in Folge der Ausdehnung oder Zusammenziehung dieser Flüssigkeit die Vermehrung oder Verminderung der Wärme anzeigte. Insofern hiermit also die wesentliche, noch jetzt bestehende Construction der Thermometer gegeben ist, wird es angemessen seyn, die einzelnen Theile dieses wichtigen Apparates mit Rücksicht auf das Geschichtliche der nach und nach hinzugekommenen Bestimmungen und Verbesserungen näher zu untersuchen.

Fig. 71.

A. Flüssigkeiten im Thermometer.

4) Mit Uebergehung der Metallthermometer, von denen später die Rede seyn wird, wählt man zur thermometrischen Substanz irgend eine Flüssigkeit, weil deren Beschaffenheit

1 De nova temporis dimetiendi ratione et accurata horologiorum constructione. Lond. 1680. 4.

2 Anfangsgründe d. angewandten Mathem. 4te Aufl. Gött. 1792. Aerometrie §. 85. Vergl. LEUPOLD Theatrum Aerostat. Tab. X.

3 Tentamina Ac. del Cimento ed. MUSSCHENBROEK. P. I. p. 2.

gestattet, eine grofse Quantität derselben in eine Kugel einzuschliefsen und die Ausdehnung durch den Zuwachs oder die Abnahme des dünnen Fadens im engen Rohre bequemer zu messen. Allgemein geht man von dem Grundsatze aus, dafs die Vermehrung des Volumens des sich ausdehnenden Körpers dem Zuwachse der Wärme proportional sey. Dieser Satz ist blofs hypothetisch und wird dieses so lange seyn, als wir das Verhältnifs der Wärmequantität und ihrer Repulsion gegen die Molecüle der Körper noch nicht kennen, welches man bisher vergebens zu erforschen suchte[1]. Wir finden jedoch bei den verschiedensten Körpern und sogar von ungleichem Aggregationszustande, also bei festen, flüssigen und expansibeln, innerhalb gewisser Grenzen, ein gleiches Verhältnifs zwischen dem Zuwachse ihres Volumens und der Vermehrung der Wärmemenge, so dafs sie alle, wenn auch in etwas verschiedenem Grade, zu thermometrischen Mefswerkzeugen dienen könnten, und dürfen aus dieser Uebereinstimmung schliefsen, dafs, mindestens innerhalb der Grenzen dieser letzteren, die Vergröfserungen des Volumens der thermoskopischen Körper den Vermehrungen der Wärme direct proportional und somit unsere Thermometer nicht blofs Thermoskope, sondern eigentliche Wärmemesser sind. Von der andern Seite belehrt uns aber die Erfahrung, dafs die Verhältnisse der Volumensvermehrungen zu den Zunahmen der Wärme bei verschiedenen Aggregatzuständen der nämlichen Körper sehr ungleich sind, denn anders sind für gleiche Mengen von Thermometergraden die Zunahmen des Volumens z. B. bei flüssigem und geschmolzenem Blei, bei tropfbar-flüssigem und in Dampf verwandeltem Weingeiste, und viele Physiker nehmen daher an, dafs die Gesetze der regelmäfsigen Zunahme oder Abnahme des Volumens für gleiche Wärmegrade beim Uebergange zu einem andern Aggregatzustande und in der Nähe dieser Veränderung aufhören. Ein Grund für diese Ansicht läfst sich

---

1 Vergl. Art. *Gas*, *Wesen der Gasform*. Bd. IV. S. 1048. Die verschiedenen gehaltreichen Untersuchungen über das Verhältnifs der Volumensvermehrung der Körper zu den Incrementen der Wärme, namentlich von Schitko, verspare ich auf den Art. *Wärme*, und bleibe hier der bisher herrschenden Ansicht um so mehr getreu, als sonst die Thermometrie im Ganzen eine wesentliche Veränderung erleiden würde.

aus der Wahrscheinlichkeit hernehmen, dafs solche Uebergänge nicht plötzlich statt finden, ja bei vielen Körpern sogar eine Menge von Abstufungen durchlaufen; aufserdem aber zeigt die Erfahrung ein auffallend starkes Zusammenziehn des Quecksilbers beim Festwerden desselben und eine beträchtliche Ausdehnung des Wassers bei seiner Verwandlung in Eis, anderer Beispiele nicht zu gedenken. Ganz dieser Ansicht zuwider und daher im hohen Grade auffallend war dagegen die Erfahrung, welche aufser Anderen ich selbst zu wiederholten Malen beim Schwefeläther gemacht habe, dessen Siedepunct genau bei 35° C. lag, und dennoch liefs er sich in dem thermometerähnlichen Apparate sogar bis 50° C. erwärmen, ohne von dem regelmäfsigen Gesetze der Ausdehnung abzuweichen[1]. Das hieraus hervorgehende Resultat, dafs die tropfbaren Flüssigkeiten beim Uebergange aus dem tropfbar-flüssigen in den expansibeln Zustand vom regelmäfsigen Gesetze ihrer Ausdehnung durch Wärme so lange nicht abweichen, als ihr Aggregatzustand nicht wirklich verändert ist, möchte ich für allgemein halten, denn auch beim Wasser schien sich etwas Aehnliches zu zeigen und sowohl beim Schwefelkohlenstoff als auch beim absoluten Alkohol ist die Sache in Gemäfsheit absichtlich angestellter Versuche[2] aufser Streit. Mit weit geringerer Sicherheit läfst sich jener Satz für den Uebergang aus dem tropfbar-flüssigen in den festen Zustand aufstellen; denn wenn man gleich in Beziehung auf die beobachtete sehr grofse Zusammenziehung des Quecksilbers sagen könnte, dafs diese erst im Momente der Erstarrung plötzlich und ohne einen allmäligen Uebergang eintrete, so zeigt doch das Wasser ein hiervon abweichendes Verhalten in seiner allmäligen Volumens-Vermehrung vor dem Gefrieren und es können daher auch bei andern Flüssigkeiten ähnliche Erscheinungen vorkommen.

Läfst sich gleich hierauf kein absolutes Argument gründen, so zeigen doch alle feste und alle flüssige Körper bei der Zunahme der Wärme eine in mehr als einfachem Verhält-

---

1 S. meine Abhandl. über die Ausdehnung der tropfbaren Flüssigkeiten. In Mém. présentés à l'Acad. Imp. des Sc. de Petersb. T. I. p. 93.

2 S. meine Abhandlung Sur la Dilatation de l'Alcool absolu. In Mém. de l'Acad. de St. Petersb. 1834.

nisse wachsende Vermehrung ihres Volumens, wie man sowohl aus ihrer Vergleichung unter einander, als auch mit der atmosphärischen Luft oder den sogenannten permanenten Gasarten wahrnimmt, und da diese expansibeln Flüssigkeiten nach überwiegenden Wahrscheinlichkeitsgründen durch keine im möglichen Bereiche der Erfahrung liegenden Veränderungen der Wärme einem Wechsel ihres Aggregatzustandes unterliegen und somit ein constantes Verhältnifs des Quantitativen der in ihnen enthaltenen Molecüle und des diese umgebenden, die Expansion bewirkenden Wärmestoffes vorhanden zu seyn scheint, so folgt hieraus, dafs die Luft oder die permanenten Gasarten die einzigen absolut genauen thermometrischen Flüssigkeiten sind und dafs alle übrige Thermometer auf das Luftthermometer reducirt werden müssen. Erst in den neuesten Zeiten ist dieser Satz mit Bestimmtheit anerkannt worden, aber auch schon ältere Physiker haben die Wahrheit desselben eingesehn, wie namentlich LAMBERT[1], welcher hierauf die Construction des *Luftthermometers* gründete, und DANIEL BERNOULLI[2].

5) Man hält zuweilen das von C. DREBBEL construirte Thermometer für ein Luftthermometer; das war es jedoch nicht, denn die Luft in der Kugel wurde stets mit Dämpfen der sperrenden Flüssigkeit erfüllt, und da diese bekanntlich ein anderes Gesetz der Ausdehnung befolgen[3], als die trockne Luft, wenn bei verschiedenen Wärmegraden hinlängliche Flüssigkeit zur Bildung neuen Dampfes vorhanden ist, so kann hierbei die verlangte regelmäfsige Ausdehnung der Luft, als das geforderte Mafs der Wärme, nicht statt finden. Schon HALLEY[4] schlug im Jahre 1680 für das ihm bekannt gewordene Florentiner Thermometer die Luft statt des Weingeistes zu wählen vor, weil er die Regelmäfsigkeit der Ausdehnung des letzteren in Zweifel zog, das eigentliche, zuerst construirte Luftthermometer ist aber von AMONTONS[5]. Nach seiner Angabe besteht dasselbe aus einer sehr langen engen Glasröhre AB, welche unten heberförmig gebogen und mit einer grofsen Ku-

Fig. 72.

1 Abhandl. d. Churbai. Ak. d. Wiss. T. III. P. II. p. 89.
2 Hydrodyn. Sect. X. §. 8.
3 S. *Dampf*. Bd. II. S. 281. Vergl. G. XV. 39.
4 Philos. Trans. N. 197. p. 650.
5 Mém. de l'Acad. de Par. 1702. p. 1.

gel D versehn ist, worin sich Luft befindet. Die Menge der letzteren und die Verhältnisse des Rauminhalts der Kugel und der Röhre sollen so seyn, daſs im siedenden Wasser die Länge der Quecksilbersäule vom Niveau EC bis H oder HE 73 Par. Zoll beträgt, wovon 28 Zoll auf die Barometerhöhe und 45 Zoll auf die Ausdehnung der Luft bis zur Siedehitze kommen. Mit der Abnahme der Temperatur unter die Siedehitze sank das Quecksilber, und um seinen Stand zu messen, muſste man den jedesmaligen Barometerstand abziehn oder die gemessenen Zolle nach dem Unterschiede der Barometerhöhe und der Normalgröſse derselben von 28 Zoll corrigiren. Auf diese Weise fand er die Wärme in den Kellern unter der Sternwarte zu Paris = 54 Zoll und die des gefrierenden Wassers = 51,5 Zoll[1]. Dieses Instrument, dessen unbehülfliche Gröſse und ausnehmend schwierige Construction sogleich in die Augen fällt, wobei der vom Erfinder nicht gekannte Umstand nicht zu übersehn ist, daſs die eingeschlossene Luft nothwendig trokken seyn muſs, sollte bloſs ein *Normalthermometer* seyn, um die Florentiner danach zu graduiren, wobei Amontons glaubte, die constante Wärme des siedenden Wassers aufgefunden zu haben, obgleich man dieses Gesetz schon weit früher kannte[2]. Auſserdem glaubte er, daſs die Erhöhung der Elasticität durch Wärme bei der Luft mit ihrer Zusammendrückung wachse[3], wonach also die Regelmäſsigkeit der thermometrischen Wirkung wegen Ungleichheit des äuſsern Luftdruckes von selbst hätte aufhören müssen.

Das beschriebene Thermometer unterliegt hauptsächlich dem Fehler, daſs es eigentlich nur ein *Manometer* ist und daſs seine Veränderungen vom gemeinschaftlichen Einflusse der Wärme und des äuſseren Luftdruckes abhängen, wobei man sich wundern muſs, daſs sein Erfinder beim Nachdenken über dessen Construction nicht sofort auf das nahe liegende Mittel verfiel, den veränderlichen Druck der atmosphärischen Luft auszuschlieſsen, da dieses so leicht durch das Zuschmelzen des langen Rohres an seinem Ende bewerkstelligt wird. Ein solches Luftthermometer brachte Hermann[4] in Vorschlag, um

---

1 Vergl. Comment. Soc. Bonon. T. II. P. I. p. 303.
2 Vergl. *Wärme. Sieden.*
3 Mém. de Par. 1703. p. 260.
4 Phoronomia Lib. II. Prop. 85. Schol. p. 377.

die mittlere Geschwindigkeit der Theilchen zu finden, in deren Bewegung die Cartesianer das Wesen der Wärme und Elasticität setzten. Zu diesem Ende verschlofs er das weite Gefäfs H, welches mit der Barometerröhre AB verbunden war, wonach dann die unveränderliche Menge der abgesperrten Luft in Folge ihrer Ausdehnung durch Wärme die zusammendrükkende Quecksilbersäule verlängern und nach dem Erkalten wieder sinken lassen mufste. Es ist merkwürdig, dafs die Gelehrten bei der Construction der Luftthermometer da Fehler suchen, wo sie gar nicht vorhanden sind, und den eigentlichen Mangel übersehn. So glaubte Amontons, es entstehe eine Unrichtigkeit durch die Verlängerung der Quecksilbersäule in Folge des Einflusses der Wärme; allein wenn gewisse feste Puncte einmal richtig bestimmt waren, so war hierin diese Correction schon enthalten, vorausgesetzt, dafs das zur Controle gebrauchte Barometer auf die bei der Bestimmung jener Puncte statt gefundene Wärme reducirt wurde und dafs die ungleiche Ausdehnung des Quecksilbers in höherer Temperatur als unbedeutende Gröfse und auf jeden Fall für die mit diesem Apparate zu messenden Temperaturen vernachlässigt werden kann. Gehler[1] meint, das Gefäfs des Thermometers müsse sehr grofs seyn, damit sich das Volumen der eingeschlossenen Luft nur wenig ändere und man die Zunahme der Länge der Quecksilbersäule der Vermehrung der Wärme proportional setzen könne; allein selbst dieses genügt zur völligen Genauigkeit nicht, sondern giebt nur annähernd richtige Werthe; denn es fällt in die Augen, dafs die Volumensvermehrung der Luft im Gefäfse immer dieselbe seyn mufs, wenn die Quecksilbersäule im engeren Rohre um eine gewisse Gröfse wachsen soll, und dafs daher die Grade vom tiefsten bis zum höchsten in dem Mafse kleiner werden müssen, als die wachsende Quecksilbersäule die eingeschlossene Luft stärker zusammendrückt. Daniel Bernoulli[2] fafste diesen Umstand besonders ins Auge, und indem er einsah, dafs das Niveau des Quecksilbers EF sich nothwendig verändern müsse, schlug er vor, den Punct M zu bestimmen, welchen das lothrecht ge-

Fig. 73.

---

1 Alte Ausg. Th. IV. S. 356.

2 Vergl. Karsten Lehrbegriff d. ges. Matth. Th. III. Aerost. §. 107.

haltene Thermometer im siedenden Wasser erreiche, und dann dasselbe so einzurichten, dafs man es in die schräge Lage a b bringen könne. Fiele bei verminderter Temperatur die Quecksilbersäule von dem Puncte M bei der Siedhitze bis G, so müfste man die Röhre so lange neigen, bis das Quecksilber von G bis g steigt, indem Eg = EM, mithin das Volumen der Luft im Gefäfse EHF unveränderlich ist, die bei der Siedehitze des Wassers aber gefundene Wärme sich zu der gemessenen verhält wie ME:gh. Nach diesem Satze lassen sich dann verschiedene Scalen herstellen, je nachdem man andere Bestimmungen dabei zum Grunde legt; auch hat Segner[1] gezeigt, wie man, ohne das Thermometer jederzeit in die geneigte Lage zu bringen, die Gröfse GE auf die Gröfse gh durch Rechnung reduciren könne. Lambert[2] kehrte wieder zu der von Amontons vorgeschlagenen Einrichtung zurück, theilte aber die Scale nicht in Zolle, sondern in Grade, deren jeder 0,001 des Volumens der in der Kugel eingeschlossenen Luft betragen sollte. Zu diesem Ende bestimmte er die Gröfse der Räume durch Anfüllen mit sorgfältig abgewogenen Mengen Quecksilber und wählte genau calibrirte Röhren. Indem er dann ferner die Wirkung des Luftdruckes und der durch Wärme veränderlichen Höhe der Quecksilbersäule berücksichtigte, fand er, dafs ein Volumen Luft, welches im zergehenden Eise 1000 betrug, durch die Wärme des siedenden Wassers bis 1375 wuchs, wofür er hernach in runder Zahl 1370 setzte. Nach dieser merkwürdig genauen Bestimmung der Ausdehnung trockner Luft gab er seiner Scale für die Wärme des schmelzenden Eises 1000 und für die des siedenden Wassers 1370 Grade, welche nach seiner Ansicht das Verhältnifs der Wärmemengen genau angeben sollen, sofern die Vermehrung der Wärme der Zunahme des Volumens bei der Luft direct proportional ist, ein auch später beibehaltener und von La Place zur Bestimmung des *absoluten Nullpunctes* benutzter Satz. Ein solches Thermometer sollte eigentlich nur ein *Normalthermometer* seyn und wäre dieses auch wirklich, wenn man die gefundene Gröfse der Ausdehnung der Luft um 0,370 ihres Volumens zwischen den beiden

1 Progr. de aequandis thermom. aëreis. Gott. 1739. 4.

2 Pyrometrie. Berl. 1779. 4.

festen Puncten des Thermometers für absolut genau ansehn könnte; da aber dieses durch die neuesten Versuche Rudberg's zweifelhaft gemacht worden ist[1], so würden alle Thermometergrade dadurch eine, wiewohl nur sehr geringe, Abänderung erleiden, wenn sie ursprünglich nach diesem Principe eingerichtet wären. Gehler zieht das Princip überhaupt in Zweifel, weil es sich auf das Mariotte'sche Gesetz stütze, welches unmöglich absolut richtig seyn könne, und nach dem aufgestellten Satze das Volumen der Luft beim absoluten Nullpuncte der Wärme = 0 seyn müsse, was doch nicht statt finden könne; auch scheinen ihm die Versuche von Roy[2] und Lutz[3] die der Wärme stets genau gleiche Ausdehnung der Luft zweifelhaft zu machen. Wenn aber auch dieses Instrument für den Bereich unserer Erfahrungen wirkliche Grade der Wärme zeigte, so würde doch die nothwendige Bedingung, stets gleich feuchte und gleich gemischte Luft in das Gefäfs zu bringen und den Einflufs des Luftdruckes und der Ausdehnung des Quecksilbers genau zu bestimmen, unüberwindliche Schwierigkeiten entgegensetzen, zu geschweigen, dafs die täglichen Beobachtungen desselben mit vielen Unbequemlichkeiten verbunden seyn müfsten. Gehler hält es daher für gerathener, wieder zum Manometer zurückzukehren und den Einflufs des veränderlichen Luftdruckes bei diesem zu corrigiren[4].

In diesem letzteren Puncte wird ihm schwerlich jemand nach den jetzt sehr erweiterten und berichtigten Ansichten beistimmen, vielmehr ist wohl gewifs, dafs Lambert unter Allen, welche sich mit der Construction der Thermometer beschäftigt hatten, allein den richtigen Weg nicht verfehlte. Wäre es ihm gelungen, die Gröfse der Ausdehnung der Luft oder irgend einer permanenten Gasart durch Wärme mit absoluter Schärfe zu finden, so wären seine Grade eigentliche

---

1 S. Art. *Wärme. Ausdehnung durch dieselbe.*

2 Philos. Trans. 1777. N. 34.

3 Vollständige Beschreibung von Barometern. Nürnb. u. Leipz. 1784. 8. Anh. S. 45.

4 Der Einwurf, welcher aus der beschränkten Gültigkeit des Mariotte'schen Gesetzes hergenommen ist, fällt übrigens weg, da es in dem hier erforderlichen Bereiche unbedenklich als richtig gelten kann.

Masse der Wärme und das so graduirte Thermometer könnte als allein richtiger Wärmemesser gelten, ungeachtet des von Gehler gemachten Einwurfes, dass beim absoluten Nullpuncte der Wärme das Volumen der Luft = 0 werden müsste. Verlangte man nämlich ganz einfach ein richtige Grade der Wärme zeigendes Thermometer, so ist die Luft oder, wenn man Absorption des Sauerstoffgases fürchtet, Stickgas unstreitig die hierzu geeignetste Substanz und die Aufgabe, sie gehörig ausgetrocknet in die Kugel zu bringen, nicht einmal sehr schwierig. Man darf zu diesem Ende nur die verschlossene Kugel mit ihrem Rohre gehörig biegen, dann mit ausgetrocknetem Quecksilber füllen, die anzuwendende trockne Luft in gehöriger Menge hineinbringen, das obere Ende der Röhre in eine feine Spitze ausziehn, die Kugel erwärmen und mit Rücksicht darauf, dass nach dem Zuschmelzen der Röhre der äussere Luftdruck wegfällt, das Quecksilber bis in die Spitze treiben, auch allenfalls eine erforderliche Menge desselben auslaufen lassen, die Spitze mit Siegellack verschliessen und endlich nach gehörigem Probiren die Röhre an der geeigneten Stelle mit der Blaslampe zuschmelzen. Werden alsdann bei diesem Apparate, wobei man etwa in die Röhre eingetretene Lufttheilchen leicht durch Schütteln wieder in das Gefäss bringen kann, die festen Puncte genau bestimmt und wird der Einfluss der durch die wachsende Quecksilbersäule statt findenden Zusammendrückung des eingeschlossenen Luftvolumens gehörig corrigirt, so hat man allerdings ein sehr richtiges Thermometer, seinem Gebrauche aber stehn zwei wesentliche Hindernisse entgegen. Zuerst muss dasselbe nothwendig stets genau lothrecht hängen, weil sonst die Grade desselben im Verhältnisse der Secanten des Neigungswinkels gegen die Verticale wachsen, was jedoch leicht durch ein Senkel zu vermeiden wäre. Ein zweites weit grösseres und gar nicht ganz zu beseitigendes Hinderniss liegt aber in der ausnehmenden Federkraft der Luft, welcher die Reibung des Quecksilbers in der Röhre entgegenwirkt, so dass man ungeachtet einer Erschütterung des Instrumentes doch nie genau die gemessenen Grade finden und die eigentlichen Bestimmungen der Wärme erhalten würde. Bei einem auf diese Weise construirten Thermometer habe ich diese Wahrheit mehr als genügend durch die Erfahrung bestätigt gefunden.

6) Gay-Lussac[1] beschreibt ein Luftthermometer, welches dazu dienen soll, sehr hohe Grade der Kälte zu messen, z. B. wenn man den Kältegrad wissen will, den stark verdampfende Flüssigkeiten, namentlich schwefelige Säure, erzeugen, womit etwas die Kugel umgebendes Musselin oder ein auf sie gesteckter Schwamm getränkt ist. Dasselbe besteht aus einer Kugel B an einer wohl calibrirten Glasröhre T, welche letztere wenigstens halb so viel Rauminhalt hat, als die erstere. Vor dem Gebrauche mufs gesorgt werden, dafs der Apparat inwendig keine Feuchtigkeit enthalte, zu welchem Ende man oben eine Röhre mit Chlorcalcium gefüllt aufsteckt, das Ganze unter die Luftpumpe bringt und etliche Male exantlirt. In die Röhre wird dann ein etwa zwei Centimeter langer Cylinder von Quecksilber gebracht, der sogenannte *Zeiger* oder *Index*, welchen man vermittelst einer doppelten zusammengedrehten Claviersaite F an jeder willkürlichen Stelle der Röhre zum Stillstande bringen kann[2]. Vor dem Gebrauche bringt man den Index in den oberen Theil der Röhre, benetzt die Kugel mit der verdampfenden Flüssigkeit, hält den Apparat so weit geneigt, dafs der Index eben hinabgleiten kann, und wenn er zum Stillstande gekommen ist, bringt man denselben mittelst des Drahtes auf den tiefsten Punct, damit alle durch ihn abgeschnittene Luft gleichmäfsig erkaltet sey. Oft ist der untere Theil der Röhre mit Dunst beschlagen oder mit Eis überzogen, so dafs man das Ende des Index nicht sehn kann. In diesem Falle genügt es, den Draht mit einem Sperrhaken zu versehn, so dafs er nur bis zu einer gewissen Tiefe eindringen und den Index nur bis zu dieser bringen kann, aufserdem mufs das Herabgleiten des Index langsam bewerkstelligt und durch einige leichte Erschütterungen der Röhre befördert werden, damit er genau an die richtige Stelle gelange. Die Kugel kann auch mit einem kurzen sehr engen Haarröhrchen G unmittelbar verbunden und an dieses erst die graduirte weitere Röhre angebracht werden, da-

Fig. 74.

1 Ann. Chim. Phys. T. LI. p. 435. Poggendorff Ann. XXVII. 631.

2 Der Eisendraht müfste vorher geglüht seyn, weil er sonst leicht ritzt und die Röhre springen macht. Ein dünner Grashalm würde auf jeden Fall geeigneter seyn.

mit es für den Index unmöglich werde, tiefer als bis an das Haarröhrchen herabzugleiten, was insbesondere für den Fall sehr nützlich ist, wenn das Quecksilber gefrieren sollte. Nach Erreichung der gröfsten Kälte wird das untere Ende des Index abgelesen, oder wenn man dieses nicht sehn kann und der Index eine bestimmte Länge in Theilen der Scale hat, so kann man auch den Stand des oberen Endes ablesen und daraus den des unteren finden. Alsdann läfst man den Apparat in einer mittleren gegebenen Temperatur erkalten, was am besten durch Eintauchen in Wasser von bestimmter Wärme geschieht. Gesetzt der Index hätte auf 208 gestanden und sey in Wasser von 13° Wärme bei 274,7 Theilstrichen stehn geblieben, welcher Punct gleichfalls durch leichte Erschütterungen des Röhrchens genau bestimmt werden mufs; nimmt man nun 267 für das Luftvolumen der Kugel bis an den Index bei 0° C., so wird die Temperatur des Wassers bei diesem Thermometer durch $267 + 13 = 280$ ausgedrückt, und da die Temperaturen dem Volumen der Luft proportional sind, so hat man die Proportion

$$274{,}7 : 208 = 280 : x, \text{ also } x = 212.$$

Die beobachtete Kälte ist daher 212°, und um sie in Centesimalgraden auszudrücken, darf man nur 212 von 267 abziehn, welches 55° giebt. Es scheint mir übrigens, als ob dieses Thermometer bei schwieriger Behandlung dennoch nicht hinlängliche Sicherheit gewähre, denn es unterliegt auf jeden Fall dem Fehler, dafs die Luft durch Adhäsion des Quecksilbers an den Röhrenwandungen und dessen Gewicht eine ungleiche Zusammendrückung erleiden könne, und wenn das Quecksilber gefriert, so ist es entweder unbeweglich oder schliefst wegen starker Zusammenziehung nicht luftdicht; bis zum Gefrierpuncte des Quecksilbers sind aber die höheren Kältegrade mit gewöhnlichen feinen Thermometern ohne grofse Schwierigkeiten leicht mefsbar, für noch tiefere Temperaturen würden selbst vorzüglich gute feine Weingeistthermometer, noch besser aber Thermometer mit Schwefelkohlenstoff gefüllt, leichter zu behandeln seyn und sicherere Resultate geben.

7) Weit zweckmäfsiger hat Mitscherlich[1] ein Lufther-

1 Poggendorff Ann. XXIX. 203. Geiger's Ann. d. Pharmac. Th. XII. Hft. 2.

mometer angewandt, um höhere, über dem Siedepuncte Quecksilbers liegende Grade der Hitze zu messen, den hält schwer, hierfür ein geeignetes Mittel zu finden, und Luft wird in dieser Beziehung schwerlich von irgend e andern Körper übertroffen. Da aber der Apparat blofs fü nen speciellen Zweck, nämlich die Bestimmung des spe schen Gewichtes der Gasarten im Verhältnifs zu ihren che schen Proportionen, construirt war und in dieser seiner F nicht wohl als ein allgemein anwendbarer physikalischer parat gelten kann, seine Beschreibung aufserdem der D lichkeit wegen viel Raum erfordern würde, so begnüge mich, die Idee im Allgemeinen zu bezeichnen. Derselbe steht aus einer etwas weiten Glasröhre mit einem angeschn zenen engen Thermometerröhrchen, welches in eine sehr f Spitze ausgezogen wird. Kennt man den Inhalt dieses Ap rates und ist die Luft in demselben durch Hitze, die jed nicht so stark seyn darf, um das Glas zu erweichen, aus dehnt, wird dann die untere Spitze im Maximum der unt suchten Temperatur zugeschmolzen, was unter verschiede Bedingungen mit ungleichen Schwierigkeiten verbunden s dürfte, so giebt die bekannte Ausdehnung der Luft, corri für die gleichzeitige Ausdehnung des Glases und den e wechselnden Barometerstand, ein sehr zuverlässiges Mafs Wärme. Die Messung der statt gefundenen Ausdehnung l sich leicht mit grofser Genauigkeit bewerkstelligen. Man d zu diesem Zweck nur die feine Spitze, deren Inhalt als v schwindende Gröfse vernachlässigt werden kann, unter Que silber abbrechen, so wird das Quecksilber eindringen und Theil der Röhre, welchen dasselbe einnimmt, giebt dann Mafs der Ausdehnung derselben und somit die Gröfse statt gefundenen Hitze. Dafs diese Messungen mit der erf derlichen Schärfe geschehn müssen, wozu jedoch die gee neten Vorrichtungen aus anderen bekannten Apparaten lei zu entnehmen sind, bedarf keiner besonderen Erwähnung.

8) Noch ein Luftthermometer, dessen sich Haycra bei seinen Untersuchungen über die specifische Wärme Gasarten bediente und welches nur ein abgeändertes *Dif rentialthermometer* nach Leslie ist, unterliegt nach dem

---

1 Edinb. Philos. Trans. T. X. p. 195. G. LXXVI. 311.

genen Geständnifs des Erfinders Veränderungen und kann daher nicht unbedingt empfohlen werden[1].

9) Das berühmte Thermometer der Florentiner Akademie war ein *Weingeistthermometer* und von dieser Zeit an hat man den Weingeist als thermoskopische Flüssigkeit beibehalten. So waren auch Reaumur's Normalthermometer und die ersten von Fahrenheit verfertigten, die wegen ihrer Uebereinstimmung so grofses Aufsehn erregten, mit Weingeist gefüllt und die Anwendung des Quecksilbers durch Fahrenheit fällt nach Musschenbroek erst in das Jahr 1709 oder nach der richtiger scheinenden Vermuthung Gehler's in das Jahr 1714. Aber auch nach dieser Zeit galt der Weingeist für die vorzüglichste thermoskopische Substanz, zum Theil wegen der sehr umfassenden und schätzbaren Untersuchungen, wodurch Reaumur die absolute Ausdehnung desselben bei zunehmender Wärme aufzufinden sich bemüht hatte und welche, namentlich in Frankreich und Deutschland, überschätzt wurden, ungeachtet sie einer für die damaligen Zeiten allzuschwierigen Aufgabe zugehörten und somit keine genügenden Resultate liefern konnten. Insbesondere hat sich Micheli Ducrest[2] sehr entschieden über die Vorzüge des Weingeistes ausgesprochen, die jedoch, wenn man den unbedeutenden Umstand des geringeren Preises übersieht, in nichts Anderem bestehn, als in seiner stärkeren Ausdehnung[3], die man für die Wärmevermehrung vom Gefrierpuncte bis zum Siedepuncte = 0,121 seines Volumens annahm, statt dafs sie für das Quecksilber nur 0,015 betragen sollte, eine Bestimmung, die nach den neuesten Untersuchungen über die Schwierigkeit, die Reinheit des gebrauchten Weingeistes zu ermitteln und die von letzterer abhängende Gröfse seiner Ausdehnung aufzufinden, gar nicht genau seyn konnte. Es ist indefs sicher, dafs die auf jeden Fall ungleich gröfsere Ausdehnung des Weingeistes ihm einen Vorzug vor dem Quecksilber giebt, aber auch den einzigen; denn das schärfere Ablesen der Grade, was man gleich-

1 Ueber Pouillet's Luftpyrometer, welches auch als Thermometer dient, wird später geredet werden.

2 Description de la Méthode d'un thermomètre universel. Par. 1742. 8.

3 S. Landriani in Brugnatelli Giorn. 1818. p. 338.

falls angeführt hat, findet höchstens nur beim gefärbten statt, und diese Färbung ist dann in anderer Hinsicht nachtheilig; das leichtere Füllen der Röhrchen mit dieser Flüssigkeit kommt aber gar nicht in Betrachtung. Inzwischen konnte bis auf die neuesten Zeiten herab der Weingeist durch das Quecksilber nicht ganz verdrängt werden, weil letzteres bei der hohen natürlichen Kälte mancher Gegenden gefriert und daher keine weitere Messung tieferer Temperaturen gestattet, wozu dann noch der Umstand kommt, daſs der Druck einer Quecksilbersäule von 20 bis 24 Fuſs Länge, die man neuerdings den in die Erde gegrabenen Thermometern gegeben hat, ohne übergroſse Dicke der Gefäſse das Glas zersprengen und dadurch die Herstellung solcher Apparate unmöglich machen würde.

10) Die Hauptbedingung, worauf der Vorzug einer thermoskopischen Substanz beruht, nämlich die Regelmäſsigkeit oder Gleichmäſsigkeit der Ausdehnung durch zunehmende Wärme, wurde von Anfang an nicht übersehn, sondern war vorzüglichster Gegenstand des Streites bei den Vertheidigern der Vorzüge des Weingeistes und des Quecksilbers, denn diese beiden allein kamen zur Untersuchung, wobei man zugleich von der Voraussetzung ausging, daſs die Ausdehnungen den wirklichen Vermehrungen der Wärme proportional seyn und also die Thermometer die absoluten Quantitäten der vorhandenen Wärme messen müſsten. Insbesondere war es de Luc[1], welcher sich in dieser Beziehung entschieden für den Vorzug des Quecksilbers aussprach. Von ihm ging dann die oben erwähnte, seitdem als gültig betrachtete Behauptung aus, daſs Flüssigkeiten, die sich beim Gefrieren zusammenziehn und zugleich bei höheren Temperaturen stark verdampfen, sich ebenso wenig bei der Verminderung der Temperatur regelmäſsig zusammenziehn, als bei der Vermehrung regelmäſsig ausdehnen können. Das Verhalten des Quecksilbers unter dem Einflusse veränderter Wärme muſs daher in jeder Beziehung ein regelmäſsiges seyn, weil dasselbe sich beim Gefrieren nicht ausdehnt und nur durch groſse Hitze siedet. Die Richtigkeit der aus diesen Betrachtungen gefolgerten regelmäſsigen Ausdehnung des Quecksilbers fand de Luc durch die oben[2] be-

1 Recherches cet. T. I. §. 410. Deutsche Ueb. S. 355.
2 S. Art. *Ausdehnung*. Bd. I. S. 590.

reits erwähnten Versuche über die Ausdehnungen verschiedener Flüssigkeiten bestätigt. Versparen wir die weiteren Untersuchungen über diesen Gegenstand bis zur Würdigung der entschiedenen Vorzüge des Quecksilbers, so liegt eine nicht zu beseitigende Mangelhaftigkeit des Weingeists in der höchst schwierigen und vielleicht gar nicht zu erreichenden gleichen Beschaffenheit des anzuwendenden Alkohols. Reaumur[1] nahm, als normal, Weingeist, welcher Schiefspulver entzündete, und mischte ihn wegen des schwerern Siedens mit 0,2 Wasser. Eine solche Bestimmung würde man in der gegenwärtigen Zeit schon unbedingt verwerfen, allein die Erfahrung ergiebt zugleich[2], dafs absoluter Alkohol, wenn er längere Zeit, obgleich in wohl verstopften Flaschen, aufbewahrt oder wiederholt durch das Oeffnen derselben mit atmosphärischer Luft in Berührung gebracht wird, Wasser aus dieser anzieht und von seiner ursprünglichen, nur durch geübte Chemiker zu erhaltenden Reinheit mehr oder minder abweicht; jeder in verschiedenem Mafse mit Wasser gemischte Alkohol befolgt aber eigenthümliche Gesetze der Ausdehnung und alle weichen von der regelmäfsigen in einem nicht unbedeutenden Grade ab. Die genaue Bestimmung der Reinheit des zu verwendenden Alkohols, die schon für einen geübten Physiker eine nicht ganz leichte Aufgabe ist, darf man von dem praktischen Künstler um so weniger erwarten, als die Processe des Füllens der Thermometerröhren, wobei wiederholt neue Quantitäten hineingebracht und wieder herausgenommen werden müssen, die Sache noch um ein Bedeutendes erschweren. Endlich ist es ausnehmend schwer, die letzten Antheile von Luft, welche dem Weingeiste, wie allen Flüssigkeiten, gern anhängt, wegzuschaffen. Ich selbst wurde vor einigen Jahren veranlafst, ein treffliches Weingeistthermometer vom jüngeren Greiner etwas anhaltend zu schütteln, und fand den Stand desselben nachher um 1° R. vermindert, was nicht wohl durch etwas Anderes, als das Entweichen von Luft bewirkt worden seyn konnte, und ich gestehe, dafs seitdem mein Vertrauen zu diesen Thermometern sehr abgenommen hat.

11) Man hat dem Weingeiste den Vorwurf gemacht, dafs

1 Mém. de l'Acad. de Par. 1730. p. 452. 1731. p. 250.
2 S. meine oben genannten Abhandlungen.

er nach langer Zeit seine regelmäſsige Ausdehnung verliere. Dieses ist schon durch Halley[1], Musschenbroek[2] und Haubold[3] geschehen, später aber hat Flaugergues[4] eine mit der Länge der Zeit wachsende Unempfindlichkeit des Weingeistes gegen Wärme behauptet, vermöge welcher seine Ausdehnung abnehmen soll, was jedoch Cotte[5] als einen dadurch veranlaſsten trüglichen Schluſs betrachtet, daſs die von Flaugergues benutzten Thermometer nach älterer Sitte die Temperatur des gefrierenden Wassers als Nullpunct gehabt hätten, welchen de Luc[6] bei — 0°,8 der achtzigtheiligen Scale setzt. Dagegen behauptet Pictet[7], ein von ihm beobachtetes Weingeistthermometer habe sich von 1743 bis 1822 unverändert erhalten. Im hiesigen Cabinette befindet sich ein sogenanntes Normalthermometer[8] mit sehr dunkel gefärbtem Weingeist von Brander, welches nicht früher als 1766 verfertigt seyn kann, jetzt aber so unempfindlich ist, daſs es seinen Stand nur sehr langsam ändert; auch scheint es mir, ohne genauere Messung, eine geringere Ausdehnung zu haben, da es in höheren Graden stets hinter andern genauen Thermometern zurückbleibt; ein zweites von 1783, worin sich die färbende Substanz fast gänzlich abgesondert hat, ist weniger träge, doch scheint auch in ihm der Weingeist von seiner normalen Ausdehnung verloren zu haben. Wenn man aber diese Mangelhaftigkeit als unbedeutend übersieht, da Thermometer, auf deren Genauigkeit gerechnet werden soll, wohl nie ein solches Alter erreichen, so ist doch ohne Widerrede ausgemacht, daſs der Weingeist in höheren Wärmegraden sich nicht gleichmäſsig, sondern zunehmend ausdehnt, aber auch bei tiefen Graden groſser Kälte zeigen sich solche Thermometer ausnehmend unzuverlässig, wie hauptsächlich aus den Beobachtungen in den nördlichsten Thei-

---

1 Philos. Trans. N. 197. Comm. Petrop. T. IX. p. 345.

2 Cours de Phys. T. II. p. 363.

3 Dissertatio de Thermometro Reaumuriano. Lips. 1771. 4.

4 Journ. de Phys. T. LXVI. p. 295. T. LXVII. p. 123.

5 Journ. de Phys. T. LXVI. p. 463.

6 Recherches sur les Modif. de l'Atmosph. T. I. p. 378.

7 Bibl. univ. T. XIX. p. 62.

8 So pflegt man zuweilen die mit allen bekannten Scalen versehenen zu nennen.

len von America deutlich hervorgeht. Parry[1] hatte bei seinem Aufenthalte auf Melville zehn Weingeistthermometer von gleicher Gestalt und von dem nämlichen Künstler, die aber, oft mit einander verglichen, bei den tiefsten Kältegraden grofse Differenzen zeigten. Einmal zeigten fünf, mit ungefärbtem Weingeist gefüllte und an demselben Gerüste aufgehangene, gleichzeitig: N. 1. = — 48°,89 C.; N. 2. = — 48°,89; N. 3. = — 44°,99; N. 4. = — 44°,99; N. 5. = — 46°,66 C.; fünf andere mit gefärbtem Alkohol dagegen zeigten: N. 6. = — 39°,99; N. 7. = — 39°,99; N. 8. = — 42°,21; N. 9. = — 42°,21 und N. 10. = — 43°,32 C. Eine Vergleichung des Thermometers N. 5. und N. 10. mit einem Quecksilberthermometer zwischen — 32°,21 und — 34°,44 C. ergab, dafs N. 5. um 1°,22 niedriger und N. 10. um 2°,22 C. höher stand. Im Allgemeinen zeigten sich die Thermometer mit gefärbtem Weingeist schlechter, als die mit ungefärbtem, und meistens blieb die färbende Substanz in der Röhre zurück, wenn das Thermometer plötzlich einer sehr niedrigen Temperatur ausgesetzt wurde. Dieser Umstand und die Angabe von Parry, dafs der Cognac auf dem Verdecke des Schiffes in starker Kälte Syrupsdicke annahm, so wie die Behauptung Hutton's, dafs der absolute Alkohol sich vor dem Gefrieren in dickflüssige Lagen von ungleicher Farbe verwandelt habe, und die von mir selbst gemachte Erfahrung[2], dafs gewöhnlich verkäuflicher Spiritus in einer Kälte von — 28° C. schon sehr dickflüssig zu werden beginnt, scheint mir zu beweisen, dafs der Einflufs grofser Kälte eine Zersetzung des Alkohols oder Ausscheidung der färbenden Substanz und des Wassers verursacht, die schon mehrere, vielleicht viele Grade über dem Gefrierpuncte desselben anfängt und eine regelmäfsige Zusammenziehung desselben hindert, wonach also keine genauen thermometrischen Bestimmungen zu erwarten sind. Auch Franklin[3] erzählt, dafs die von ihm mitgenommenen Weingeistthermometer beim Schmelzpuncte

1 Appendix to Capt. Parry's second Voyage cet. Lond. 1825. 4. p. 262.

2 Sur la dilutation de l'alcool pur. In Mém. de l'Ac. de Pet. p. 16.

3 Narrative of a Journey to the shores of the Polar-Sea cet. Lond. 1823. 4. Ap. p. VII.

des Eises correspondirten, unter diesem Puncte aber me[r]
differirten und bei — 42°,77 C. bis auf 4°,44 C. stei[g]
Abweichungen zeigten. Ueber dem Puncte des schmelze[n]
Schnees differirten sie zwar gleichfalls, aber mit sehr u[n]
deutenden Unterschieden. Diese gewichtigen Zeugnisse [m]
sen das bisher in die Richtigkeit der Weingeistthermo[m]
gesetzte Vertrauen bedeutend schwächen, im Allgemeinen
darf man nach den über die Ausdehnung dieser Flüssi[g]
aufgefundenen Gesetzen wohl annehmen, dafs es räthlich
würde, sie mit einer andern geeignetern zu vertauschen, [w]
dieses aber nicht geschieht, dafür Sorge zu tragen, dafs
Künstler zum Füllen der Thermometer für sehr hohe K[ä]
grade möglichst reinen und ungefärbten Weingeist wä[h]
Zum Messen mittlerer und höherer Wärmegrade wird
sich in allen Fällen, wo es auf etwas höhere Genauigkeit
kommt, dieser Thermometer nicht bedienen.

12) Das *Quecksilber*, welches zuerst FAHRENHEIT
1709 oder 1714 als thermometrische Flüssigkeit gebrauc[ht]
fand hauptsächlich an DE LUC einen lebhaften Vertheidi[ger]
wie bereits erwähnt worden ist. Weil es sich nicht so[w]
um eine stets gleichmäfsige, als um eine den wirklichen
nahmen der Wärme proportionale Ausdehnung der ther[mo]
skopischen Flüssigkeiten handelte, so liefs sich DE LUC
ein von RENALDINI[1] zuerst vorgeschlagenes, von WOLF[2]
BÜLFINGER[3] gebilligtes und von LE SAGE zur Erhaltung
genannter *äquidifferentialer Thermometer* empfohlenes Verf[ah]
ren ein, um die Frage über das Verhältnifs der Ausdehn[ung]
des Quecksilbers zu den Incrementen der Wärme bestimmt
entscheiden. Er mischte zu diesem Ende gleiche Mengen W[as]
ser von ungleichen Temperaturen = m und n zusammen
mufste dann nach RICHMANN's Gesetze und der Theorie
mäfs an einem richtigen Thermometer, welches die Zunah[me]
der Wärme durch die Vergröfserung seines Volumens zei[gt]
$\frac{m+n}{2}$ Grade erhalten. Bezeichneten m und n auch ni[cht]
die absoluten Wärmequantitäten der vereinten Massen ein[z]

1 Philosophia naturalis. Patav. 1694. fol. T. III. p. 285.
2 Elementa Aerom. Lips. 1709. 12. p. 209.
3 Elementa Phys. Lips. 1742. 8.

genommen, so konnte dieses dem Resultate keinen Abbruch thun; denn gesetzt es sey die Menge der einen $= z + m$, der andern $= z + n$ gewesen, so mufsten in der Mischung $= z + \frac{m+n}{2}$ Wärmemengen vorhanden seyn und das messende Thermometer dennoch $\frac{m+n}{2}$ zeigen. Zum Messen bediente er sich eines in 80 Grade getheilten Quecksilberthermometers. Wurden gleiche Massen von 6° und von 75° vereint, so hätte die entstandene Temperatur $= 40°,5$ seyn müssen; sie war aber nur 39°,2. Um den Einflufs des Gefäfses zu entfernen, da bei dem genannten Versuche das heifse Wasser in das kalte Gefäfs gegossen worden war, wurde jetzt umgekehrt das kältere Wasser von 5°,2 in das heifsere von 75° gegossen und die Mischung zeigte statt 40°,1 nur 39°,3. De Luc argumentirte hiernach, dafs die wahre Wärme um mehr als den halben Unterschied der Temperaturen $(= \frac{75 - 5,2}{2} = 34,9)$ abgenommen, das Quecksilber sich also um mehr als den halben Unterschied $(75 - 39,3 = 35,7)$ verdichtet habe, und es blieb ihm also für die andere Hälfte bis zur völligen Erreichung der kälteren Temperatur weniger Verdichtung $(39,3 - 5,2 = 34,1)$ übrig. Das Volumen des Quecksilbers zeigt sich also bei gleichen Verminderungen der Wärme wirklich abnehmend, was deutlich zeigt, dafs der Gang der Verminderung seines Volumens den Veränderungen der Wärme näher kommt, als dieses bei andern Flüssigkeiten der Fall ist. Denn da dieser Gang mit den Verdichtungen anderer Flüssigkeiten bei gleichen Verminderungen der Wärme verglichen zunehmend, mit der Wärme selbst aber verglichen stets noch abnehmend ist, so müssen sich alle andere vom Gange der Wärme noch weiter als das Quecksilber entfernen. Es läfst sich aus diesen Versuchen sogar folgern, dafs der Gang des Quecksilbers von dem der Wärme überhaupt nur wenig abweiche. Werden die erhaltenen Gröfsen für den Einflufs des Ausgiefsens und der Gefäfse nach Wahrscheinlichkeit corrigirt, so mufste das Thermometer statt 39°,3 vielmehr 40°,3 zeigen, wenn seine Grade wirkliche Wärmemengen ausdrücken sollten. Der Gang der Oele wich wiederum nur wenig von dem des Quecksilbers ab und namentlich ergab eine Verglei-

chung, dafs das Chamillenöl bei der Temperatur der genannten Mischung gerade ebenso weit vom Quecksilber, als dieses von der Wärme selbst abwich. Aus mehreren Versuchen glaubte daher de Luc die in nachstehender Tabelle bezeichneten Gröfsen erhalten zu haben, worin z die beim schmelzenden Eise noch vorhandene wirkliche Wärme angiebt.

	Quecksilbertherm. 80th. Scale	Wirkliche Wärme	Unterschiede d.wirkl. Wärme
Siedepunct	80	z + 80,00	4,72
	75	z + 75,28	4,72
	70	z + 70,56	4,79
	65	z + 65,77	4,81
	60	z + 60,96	4,81
	55	z + 56,15	4,89
	50	z + 51,26	4,89
	45	z + 46,37	4,97
	40	z + 41,40	5,00
	35	z + 36,40	5,08
	30	z + 31,32	5,10
	25	z + 26,22	5,10
	20	z + 21,12	5,18
	15	z + 15,94	5,20
	10	z + 10,74	5,31
	5	z + 5,43	5,43
Eispunct	0	z + 0,00	80,00

Für sonstige Flüssigkeiten will de Luc folgende Bestimmungen gefunden haben, die aus den Graden hervorgehn, welche mit ihnen gefüllte Thermometer zeigen, wenn das Quecksilberthermometer auf 38°,6 steht, also die wirkliche Wärme $= z + 40^0$ ist. Dabei ist auch das Verhältnifs ihrer Verdichtungen vom Puncte des siedenden Wassers bis zu $z + 40°$ und von hier an bis zum Puncte des schmelzenden Eises gegeben.

Flüssigkeiten in d. Thermometern	Stand bei der Wärme z + 40°	Verhältniſs d. Verdichtungen in d. 1sten u. 2ten Hälfte
Quecksilber . . .	38°,6	15 : 14,0
Baumöl u. Leinöl	37,8	15 : 13,4
Chamillenöl . . .	37,2	15 : 13,0
Quendelöl	37,0	15 : 12,9
Gesätt. Salzwasser	34,9	15 : 11,6
Weingeist	33,7	15 : 10,9
Wasser	19,2	15 : 4,7

Sofern daher die Thermometerscalen gleichmäſsige Grade erfordern, ist das Quecksilber unter allen Flüssigkeiten bei weitem am geeignetsten.

Die hier mitgetheilten Bemühungen von de Luc sind zwar sehr schätzbar, allein schon eine oberflächliche Betrachtung führt sehr bald die Ueberzeugung herbei, daſs kein genaues Resultat von ihnen zu erwarten sey. Zwar scheint das gewählte Mittel der Mischungen sehr geeignet zu seyn, und es wurde daher schon früher durch Morinus[1] in Vorschlag gebracht, welcher zugleich eine allgemeine Formel zur Berechnung der Differenzen angab, auch prüfte Kraft[2] die Sache durch Versuche, indem er von dem Grundsatze ausging, daſs das gewählte Mittel für den beabsichtigten Zweck völlig geeignet sey, allein er erhielt Werthe, die von den theoretischen Bestimmungen sich um mehrere Grade entfernten. Dieses ist wohl allzunatürlich und geht aus den unüberwindlichen Schwierigkeiten dieser Versuche von selbst hervor. Nicht genug, daſs die Wärme der Gefäſse nach ihrer specifischen Wärmecapacität mit in Rechnung zu nehmen wäre, müſste auch die an das Thermometer abzugebende oder von ihm erhaltene Wärme, der Verlust durch Verdampfung, der Zugang oder Abgang durch die äuſsere Umgebung u. s. w. berücksichtigt werden, Gröſsen, deren genauere Bestimmung nicht selten auſser dem Bereiche der Messung liegt.

13) Die übrigen Vorzüge des Quecksilbers, welche de Luc anführt, sind zuerst, daſs dasselbe sich am leichtesten

1 Astrologia gallica. p. 158.
2 Comment. Petrop. T. XIV. p. 229.

von der anhängenden Luft befreien lasse, wobei er nicht hätte übersehn sollen, dafs dasselbe, als einfacher Körper, keiner Zersetzung unterliegen kann; zweitens erträgt dasselbe hohe Grade der Hitze; drittens ist es weit empfindlicher und zwar, seiner Annahme gemäfs, sechsmal empfindlicher als Weingeist. Von der Genauigkeit dieser Bestimmung abgesehn ist die Sache selbst unzweifelhaft und in der geringeren specifischen Wärmecapacität dieses Metalls sowohl, als auch in seiner grofsen Leitungsfähigkeit gegründet. Sehr unwissenschaftlich ist daher die Angabe von Luz[1], dafs Quecksilberthermometer und Weingeistthermometer in freier Luft und in langsam erwärmtem oder erkaltendem Wasser gleich empfindlich seyen, bei plötzlich abnehmender Wärme aber das erstere sich doppelt und bei plötzlich zunehmender sich dreimal empfindlicher zeige, als das letztere. Endlich liegt ein Hauptvorzug des Quecksilbers vor dem Weingeiste darin, dafs es sich rein und stets von gleicher Beschaffenheit darstellen läfst, was beim Weingeist nur schwer oder überhaupt nicht erreichbar ist, ein Umstand, dessen Möglichkeit de Luc kaum hinlänglich gewürdigt hat.

14) Micheli Duchest[2] giebt dem Weingeiste den Vorzug vor dem Quecksilber, weil seine Ausdehnung regelmäfsiger seyn soll. Hierbei geht er aber von dem seltsamen Grundsatze aus, dafs die Temperatur der Erde ein gemäfsigtes Mittel sey, über welches sich die Wärme am Senegal so erhebe, als die Kälte in Kamtschatka unter dieselbe herabgehe, welche letztere damals durch das Quecksilberthermometer, in Folge der Zusammenziehung dieses Metalls, unnatürlich tief gefunden worden war. Hiernach schliefst er, dafs der Weingeist sich regelmäfsig, das Quecksilber aber unregelmäfsig verändere, und hierauf gründet er die thermometrischen Werthe beider Substanzen. Strohmeyer[3] äufserte gegen die Versuche und Schlüsse de Luc's, dafs der Weingeist auf alle Fälle für tiefe

---

1 Vollständige Anweisung, die Thermometer zu verfertigen. Cap. 8. S. 159. Eine 2te vermehrte Aufl. 1823.

2 Description de la méthode d'un thermomètre universel. Par. 1742. 8.

3 Anleitung übereinstimmende Therm. zu verfertigen. Gött. 1775. 8. S. 12.

Kältegrade den Vorzug habe, weil er gefunden hatte, dafs in einer Mischung von Schnee und rauchendem Salpetergeist bei —26°,66 C. der Weingeist noch vollkommen flüssig blieb, während das Quecksilber schon zu einem weichen Amalgama (vermuthlich wegen Verunreinigung) gerann, sich dann stark zusammenzog und bei noch gröfserer Kälte wie ein Faden hängen blieb. Die Resultate der Versuche von DUCREST, die hauptsächlich gegen DE LUC entscheiden sollen, weichen nach einer Zusammenstellung derselben durch LUZ, der er noch seine eigenen hinzufügt, keineswegs bedeutend ab, wie folgende Tabelle zeigt[1].

		Weingeistthermometer.	
Quecksilbertherm.	DUCREST	DE LUC	LUZ
Siedepunct 80	80,00	80,00	80,00
75	73,21	73,80	73,82
70	66,83	67,80	67,80
65	60,80	61,90	61,90
60	55,06	56,20	56,10
55	49,57	50,70	50,40
50	44,31	45,30	44,90
45	39,24	40,20	39,60
40	34,36	35,10	34,70
35	29,63	30,30	29,90
30	25,05	25,60	25,30
25	20,60	21,00	20,90
20	16,27	16,50	16,50
15	12,05	12,20	12,20
10	7,94	7,90	7,90
5	3,93	3,90	3,90
0	0,00	0,00	0,00
— 5	——	——	— 3,90
— 10	——	——	— 7,60
— 15	——	——	—11,20
— 20	——	——	—14,50

1 Auch WILDT hat neuerdings ein Weingeistthermometer mit einem Quecksilberthermometer verglichen und ungefähr gleiche, als die in der Tabelle enthaltenen Abweichungen gefunden. S. Kastner Archiv 1825. Dec. Edinb. New Phil. Journ. N. II. p. 327. Die Unterschiede sind aber gröfser, als sie nach meinen Versuchen bei guten Thermometern seyn können.

Die hier gefundenen Unterschiede sind so grofs, dafs man sich unter der Voraussetzung ihrer vollkommenen Genauigkeit unmöglich dieser zwei Thermometer zur Messung der Wärme bedienen könnte, wie noch jetzt sehr häufig geschieht. Die ungleich genaueren Versuche von FLAUGERGUES[1] zeigen bei weitem geringere Abweichungen beider unterhalb des Gefrierpunctes, aber noch gröfsere oberhalb desselben, wovon die Ursache darin liegt, dafs bei jenen der Siedepunct für beide Arten von Thermometern auf 80° gesetzt, bei diesen aber der eigentliche Siedepunct des Weingeistes genommen worden ist. Das hier gebrauchte Weingeistthermometer war unter den Augen REAUMUR's durch NOLLET verfertigt worden, das Quecksilberthermometer von einem bewährten neueren Künstler. Beide zeigten unter gleichen Bedingungen folgende Temperaturen:

	Thermometer Weingeist	Thermometer Quecksilber
Zwei Theile zerstofsenes Eis und ein Theil Kochsalz	—17°,4	—16°,6
Zwei Theile zerstofsenes Eis und ein Theil Salmiak	— 12,7	— 12,4
Zwei Theile zerstofsenes Eis und ein Theil Zucker	— 5,0	— 4,9
Zwei Theile zerstofsenes Eis und ein Theil Salpeter	— 3,5	— 3,42
Schmelzendes Eis	0,0	0,0
Sechsjährige Messungen des Wassers in einem 34 Fufs tiefen Brunnen	10,47	9,64
Wärme in einem Keller	13,8	12,7
Wärme des menschlichen Körpers	32,7	29,8
Schmelzpunct des gelben Wachses	56,25	49,6
Siedender Alkohol von 0,851 spec. Gew. bei 28 Z. Barometerhöhe .	75,6	63,5
Siedepunct einer Mischung aus 3 Theilen jenes Alkohols und einem Theil Regenwasser bei gleicher Barometerhöhe	80	66,8

1 Correspond. Astronom. T. IX. N. 5. p. 435. Edinb. Journ. of Sc. N. II. p. 374.

15) Nach den oben über Luftthermometer mitgetheilten Untersuchungen giebt die Luft die Zunahmen der Wärme genau an und die übrigen Flüssigkeiten müssen hiernach geprüft werden, was in den neuesten Zeiten mit ungemeiner Sorgfalt geschehn ist und sehr zum Vortheil des Quecksilbers entschieden hat. So fand FLAUGERGUES[1] die Ausdehnung des Quecksilbers von — 20° R. bis 160° und selbst 180° R. ganz gleichmäfsig, mit den Graden des Luftthermometers übereinstimmend und also den Vermehrungen der Wärme direct proportional, was aber wohl nicht für absolut genau gelten kann; richtiger dagegen ist die Angabe ebendieses Gelehrten, wonach zwischen — 25° C. und + 100° C. keine Abweichung des Quecksilberthermometers vom Luftthermometer wahrnehmbar ist, denn hiermit stimmen die Resultate der Versuche von GAY-LUSSAC und die vorzüglich schätzbaren von DULONG und PETIT vollkommen überein[2]. Innerhalb dieser Temperaturen haben daher die Quecksilberthermometer so entschiedene Vorzüge, dafs sie nicht wohl durch andere und namentlich nicht durch Weingeistthermometer verdrängt werden können; für tiefere Grade der Kälte, jedoch nur für solche, bei denen das Quecksilber zu gefrieren anfängt[3], sind sie ganz unbrauchbar, für höhere aber und wegen des hoch liegenden Siedepunctes selbst für sehr hohe dürfen sie als sehr brauchbar gelten, um so mehr, als es leicht ist, sie durch eine einfache Correction auf das Luftthermometer zu reduciren, wovon später die Rede seyn wird. Ueber das Verhalten derselben in tiefer Kälte hat PARRY[4] schätzbare Beobachtungen mitgetheilt. Hiernach gefror das Quecksilber bei — 37°,77 bis — 38°,88 C. oder nach einer andern Angabe bei — 39°,15 bis 39°,52 C., denn es blieb flüssig bei — 38°,88, wenn es sich lange in dieser Temperatur befand, und gestand sogleich, wenn es etwa drei Stunden lang einer Kälte von — 39°,44 ausgesetzt gewesen war. Lagen die Thermometer horizontal, so zeigten sie die Temperaturen bis — 37°,77 oder — 38°,88 genau übereinstimmend, hingen sie aber lothrecht oder wurden sie erschüttert, so sank das Quecksilber bis — 43° C.

---

1 Journal de Phys. T. LXXXII. p. 401.

2 S. *Ausdehnung*. Bd. I. S. 598.

3 Man setzt den Gefrierpunct des Quecksilbers = — 39°,44 C.

4 Second Voyage cet. Lond. 1825. 4. Append. p. 254. 262.

und noch weiter herab und gefror dann. Das Hängenbleiben des Quecksilbers in den Röhren der horizontal liegenden Thermometer, ohne daſs man selbst mit der Loupe Zwischenräume wahrnehmen konnte, wird von einer verminderten Cohäsion seiner Theile bei unveränderter Contraction abgeleitet, was aber wohl nicht scharf genug aufgefaſst ist. Gelegentlich wurde auch die absolute Zusammenziehung des Quecksilbers vermittelst einer Röhre mit daran befindlicher Kugel gemessen und zwischen — 1°,57 und — 33°,89 gleich $\frac{1}{4804,5}$ für 1° C. gefunden, was von der durch Dulong und Petit[1] gefundenen Gröſse = $\frac{1}{5550}$ nicht unbeträchtlich abweicht. Jedoch kann die erstere Bestimmung wohl auf gleiche Genauigkeit, wie die letztere, keine Ansprüche machen.

16) Als *sonstige Flüssigkeiten*, die sich zur Füllung der Thermometerröhren eignen sollen, finde ich bloſs den Salmiakgeist durch Luz empfohlen, weil dieser mit dem Weingeist gleichmäſsige Ausdehnung zeige und sich durch etwas Grünspan schön färben lasse. Ob man einen wirklichen weiteren Gebrauch von dieser Substanz zu dem genannten Zwecke gemacht habe, finde ich nirgends ausdrücklich angegeben, auch habe ich selbst keine Erfahrung hierüber. Newton[2] schlug bekanntlich Leinöl als thermometrische Substanz vor, weil diese Flüssigkeit weit schwerer siede, als Weingeist; er scheint aber die Aufgabe nicht weiter ins Einzelne verfolgt zu haben. Die oben[3] bereits ausführlich erwähnten, von de Luc und Gay-Lussac angestellten Versuche mit Thermometern, die mit verschiedenen Flüssigkeiten gefüllt waren, hatten nicht sowohl den Zweck, die Brauchbarkeit dieser Substanzen zur Verfertigung von Beobachtungsapparaten aufzufinden, als vielmehr den Gang ihrer Ausdehnungen auszumitteln. Im Ganzen hat das Quecksilber für mittlere und höhere Temperaturen, genauer für — 30° bis + 100° C. so entschiedene Vorzüge, daſs man dasselbe bei guten Apparaten schwerlich mit irgend einer andern Flüssigkeit vertauschen wird, es sey denn,

---

1 S. Art. *Ausdehnung*. Bd. I. S. 600.
2 Phil. Trans. 1701. N. 270.
3 S. Art. *Ausdehnung*. Bd. I. S. 590.

dafs besondere Zwecke, wie beim Six-Thermometer, beim Thermometrographen u. s. w., dieses fordern. Da es aber für die in vielen Gegenden unter höheren Breiten häufig vorkommenden tiefen Kältegrade durchaus nicht ausreicht, so mufste man nothwendig eine andere Substanz wählen, und hierzu diente fortwährend der Weingeist, hauptsächlich wohl deswegen, weil dieser seit den frühesten Zeiten als thermoskopische Substanz bekannt war und weil man weifs, dafs er den höchsten Kältegraden widersteht. Dafs er ursprünglich zu dieser Bestimmung verwandt wurde, davon liegt die Ursache noch aufserdem ohne Zweifel in der allgemeinen Bekanntschaft desselben und in dem vielfachen Gebrauche, welchen die Chemiker stets von ihm gemacht haben.

Meine bereits erwähnten Untersuchungen über die Ausdehnung der tropfbaren Flüssigkeiten führten unmittelbar zur Beantwortung der Frage, welche Flüssigkeiten sich vorzugsweise zur Füllung der Thermometer eignen. Die erste, wesentlich hierzu erforderliche Eigenschaft einer für beträchtliche Unterschiede der Temperaturen möglichst gleichmäfsigen Ausdehnung durch Wärme besitzt das Quecksilber in einem so vorzüglichen Grade, dafs es nicht wohl in dieser Beziehung durch irgend eine andere Flüssigkeit ersetzt, geschweige denn verdrängt werden sollte. Ihm am nächsten hierin kommt die Schwefelsäure (vom spec. Gew. = 1,836 bei 12°,5 C.), allein beide Flüssigkeiten widerstehen tiefen Kältegraden nicht und obendrein sind die Gefrierpuncte der Schwefelsäuren (oder vielmehr der Schwefelsäure-Hydrate) nach ungleichen Mengen des enthaltenen Wassers so verschieden, dafs schon hierin ein genügender Grund liegt, ihre Anwendung für Thermometer unbedingt zu verwerfen. Ueberhaupt mufs die Aufgabe gegenwärtig blofs darauf beschränkt werden, eine Flüssigkeit zu haben, die sich zur Messung tiefer Kältegrade am besten eignet, und in dieser Beziehung können blofs das rectificirte Steinöl (*petroleum rectif.*) und der Schwefelkohlenstoff mit dem Weingeist um den Vorzug streiten. Nach der Zusammenstellung der hierzu erforderlichen Bedingungen[1] fällt aber der Vorzug weit mehr auf die Seite des Steinöls und, wenn es sich blofs um hohe Kältegrade handelt, noch mehr auf die Seite

1 S. meine Abhandl. Sur la dilatation de l'Alcool absolu. p. 34.

des Schwefelkohlenstoffs, als auf die des Weingeistes, wie
folgender Vergleichung dieser drei Flüssigkeiten evident
vorgeht.

a) Der Weingeist ist nur mit großer Mühe und d
sorgfältiges Operiren völlig rein zu erhalten, verliert aber s
Reinheit durch längeres Stehen, ja sogar durch den Zu
feuchter atmosphärischer Luft während der Operation des
lens der Thermometerröhren, wenn diese Arbeit nicht absi
lich beschleunigt wird[1]. Die Ausdehnung desselben wird
um so viel unregelmäßiger, je größer die Menge des in
enthaltenen Wassers ist, und es kann wohl seyn, daß
oben erwähnten Unterschiede der verschiedenen, von PA
gebrauchten Thermometer hierin ihren Grund hatten.
Petroleum kann zwar gleichfalls durch ungleich öftere
mehr oder minder sorgfältige Rectificationen von etwas v
schiedener Beschaffenheit seyn, im Ganzen ist aber seine D
stellung von einer gewissen für diesen Zweck zu bestimm
den Reinheit keineswegs schwierig. Der Schwefelkohlens
vorschriftsmäßig bereitet, ist stets von gleicher Beschaffen
und hat daher in dieser Beziehung den Vorzug.

b) Die absolute Größe der Ausdehnung für gleiche U
terschiede der Wärme giebt zwar keinen sehr wesentlic
Vortheil, immer aber einigen, sofern durch längere Grade
Beobachtungen schärfer werden, bei gleichen Graden aber
Volumen der thermometrischen Flüssigkeit so viel kleiner s
darf, je größer die Ausdehnung desselben ist. Es verhal
sich aber die Ausdehnungen des Schwefelkohlenstoffes, des A
kohols und des Petroleums für 50° C. wie 60723:56071:52
und es übertrifft also der Schwefelkohlenstoff den Weingeist s
nahe um ebenso viel, als dieser das Petroleum.

c) Eine wesentliche Bedingung ist die Gleichmäßigk
der Ausdehnung; denn obgleich man die regelmäßigen Z
nahmen der Ausdehnung in die zu verfertigenden Scalen a
nehmen oder die in gleiche Theile getheilten hiernach c

1 Der von mir bei den ersten Versuchen angewandte Alko
von 0,808 spec. Gewicht bei 12°,5 C. war als absoluter Alkohol
reitet, hatte aber mehrere Monate in einer mit einem Glasstöpsel
schlossenen Flasche gestanden und war häufig geöffnet worden.
über die Ausdehnung der tropfb. Flüssigk. S. 73.

…ann, so gewährt doch die gröſsere Gleichmäſsigkeit …dehnung den bedeutenden Vortheil der Einfachheit und …lgenden Bequemlichkeit. Wie gleichmäſsig die Aus… sey, übersieht man am besten, wenn man die For… die Volumensvermehrungen mit einander vergleicht. …net man das Volumen bei 0° C. = V durch 1 und …nn ΔV die Vergröſserung dieses Volumens für t Grade …tesimalscale, so ist für Schwefelkohlenstoff

$$=0{,}0011256t + 0{,}000001715t^2 + 0{,}00000000121166t^3,$$

…oleum

$$= 0{,}00098855t + 0{,}00000212t^2 - 0{,}00000002676t^3 + 0{,}000000000195t^4,$$

…luten Alkohol

$$= 0{,}00101511t + 0{,}0000030884t^2 - 0{,}000000019245t^3.$$

…n alle folgende Glieder auſser dem ersten vernachläs…rden, so setzte dieses eine ganz gleichmäſsige Ausdeh…oraus, und um zu bestimmen, wie weit man sich hier…von der Wahrheit entfernt, darf man nur die Werthe …ten Gliedes und die Summe der Werthe der übrigen … für eine gewisse Menge Grade der Centesimalscale mit …n vergleichen. Es ist aber für 10° C.

	Werth des ersten Gliedes	Summe der Werthe d. übrigen Glieder	Unterschied
…felkohlenstoff	= 0,011256	0,00017271	0,0110833
…um	= 0,009885	0,00018725	0,0096977
…ol.	= 0,010151	0,00028960	0,0098614
…r 100 Grade der Centesimalscale			
…felkohlenstoff	0,112560	0,018361	0,094199
…eum	0,098855	0,013950	0,084905
…ol.	0,101511	0,011639	0,089872

…Werth des ersten Gliedes übertrifft beim Schwefelkohlen… die Summe der Werthe der andern Glieder am meisten … Petroleum und Alkohol sind die Unterschiede fast gleich, … hat in dieser Beziehung der letztere einen geringen …ug.

…d) Man setzt zwar den Siedepunct des Schwefelkohlen…s auf 46°,6 und den des Petroleums auf 85°,56, allein dem … aufgestellten Satze gemäſs, daſs leicht siedende Flüssig…en sich in thermometerartigen Apparaten bis weit über

ihren Siedepunct erhitzen lassen und auch in den höheren Temperaturen ihre gesetzmäfsige Ausdehnung nicht ändern, habe ich namentlich auch den Schwefelkohlenstoff bis 65° C. erhitzt, ohne dafs er zu sieden anfing, und sein Verhalten in dieser Beziehung übertrifft also das ähnliche, beim Schwefeläther wahrgenommene bedeutend. Es unterliegt aber hiernach gar keinem Zweifel, dafs Thermometer, aus dieser Flüssigkeit bereitet, bis zum genannten Puncte von 65° C. graduirt werden können, und dieses genügt vollkommen, sobald man mit solchen Thermometern nichts weiter beabsichtigt, als die Temperaturen der Luft und die tiefsten Grade natürlicher und künstlicher Kälte zu messen. Der Siedepunct des Steinöls wird bei 85°,5 C. gesetzt, was an sich schon hinreichend seyn würde; inzwischen habe ich die Erhitzung auch dieser Flüssigkeit bis 95° C. getrieben und die Brauchbarkeit derselben zu Thermometern unterliegt also in dieser Beziehung durchaus keinem Zweifel.

e) Der Gefrierpunct des absoluten Alkohols liegt so tief, dafs höchst wahrscheinlich keine natürliche Kälte hinreicht ihn gefrieren zu machen. Nach der aus meinen Versuchen[1] entnommenen Berechnung liegt der Punct seiner gröfsten Dichtigkeit bei — 90° C., einige Grade unter dieser Temperatur müfste er also der Analogie nach gefrieren, was nahe genug mit den neuesten Versuchen übereinstimmt, wonach er in runder Zahl bei —100° durch Anwendung der liquiden Kohlensäure gefroren seyn soll, sofern man bei solchen Messungen doch schwerlich für etwa 6 bis 8 Grade einstehen kann. Für das Steinöl giebt die Curve seiner Ausdehnung — 71° C. als den Punct seiner gröfsten Dichtigkeit, und somit mufs sein Gefrierpunct noch tiefer liegen, übereinstimmend mit der Erfahrung, wonach dasselbe bis jetzt noch nicht zum Gestehen gebracht worden ist. Auf jeden Fall würde dasselbe hiernach zur Messung der natürlichen Kältegrade ausreichen, worauf es zunächst vorzüglich ankommt. Die Ausdehnungscurve des Schwefelkohlenstoffes giebt keinen Punct der gröfsten Dichtigkeit und indem er hiernach sich vorzugsweise zur thermometrischen Flüssigkeit eignet, bleibt zugleich sein Gefrierpunct ungewifs, mufs aber gleichfalls sehr tief liegen, weil er durch künstliche Kälte bis jetzt nicht aufgefunden worden ist.

---

1 Sur la Dilatation de l'Alcool pur. p. 25.

Alles dieses zusammengenommen verdient der Alkohol den Vorzug, welchen man ihm bisher mehr nach Verjährung, als nach genauer Prüfung beigelegt hat, keineswegs, vielmehr ist das Quecksilber für mittlere und höhere Wärmegrade ohne allen Vergleich bei weitem vorzuziehn, für hohe Kältegrade dagegen gebührt dem Schwefelkohlenstoff der erste, dem rectificirten Steinöl der zweite und dem Alkohol erst der dritte Rang, wobei ein merkliches Uebergewicht noch immer auf die Seite der ersten dieser drei Flüssigkeiten fällt.

B. Eintheilung der verschiedenen Scalen.

17) Das Drebbel'sche Thermometer war ein bloſs empirisch onstruirtes Werkzeug, den unvollkommenen Wettergläsern ıach Otto v. Guericke und den noch jetzt gangbaren Hy- ;rometern aus Darmsaiten zu vergleichen, sofern diese Instru- ıente bloſs die vorhandenen Veränderungen anzeigen, ohne ie Gröſse derselben genau zu messen. Es liegt in der Natur er Sache, daſs man gerade beim Thermometer zuerst eine be- immte Sprache und ein genaues Maſs verlangte, und daher 'urden sofort verschiedene Vorschläge gemacht, dieses zu er- :ichen. Die Mitglieder der Akademie del Cimento gaben ih- :m Thermometer einen Punct H der mittleren Wärme, die ıe als die Wärme der Erde ansahn und in tiefen Kellern, wo ie das ganze Jahr hindurch constant blieb, zu finden glaub- :n. Von diesem Puncte aus nahmen sie willkürliche Grade ach oben der Wärme, nach unten der Kälte an, meistens)0 nach jeder Seite. Es leuchtet ein, daſs auf diesem Wege :ine übereinstimmenden Thermometer zu erhalten sind, jedoch aren jene Gelehrten vorsichtig genug, alle ihre Thermometer, :ren eine groſse Menge verfertigt und zum Theil versandt urden, nach einem Normalapparate zu graduiren, wodurch an mindestens eine nahe Uebereinstimmung derselben unter nander erreichte. Inzwischen scheint die Technik damals ıch nicht ausgereicht zu haben, diese Uebereinstimmung her- ›rzubringen, denn Wolf[1] klagt sehr über die Abweichungen

Fig. 71.

1 Nützliche Versuche Th. II. Cap. V. §. 67.

in den Angaben seiner vier Florentiner Thermometer. Dennoch konnte Libri[1] bei denen, deren mehrere er in einer Kiste zufällig wieder auffand, die Scalen prüfen und mit der jetzt üblichen vergleichen. Es existirten zwei Arten solcher Thermometer, grofse, die bis 100 Grade, und kleinere, die bis 50 reichten. Die letzteren hat Libri verglichen und gefunden, dafs ihr Nullpunct mit 15° R., ihr 50ster Grad mit 44° R. und ihr 13,5 Kältegrad mit 0° R. zusammenfällt. Wenn man berücksichtigt, dafs das Ziel des damaligen Strebens eigentlich darauf gerichtet war, ein Mafs der absoluten Wärmemengen zu haben, so kann man den Vorschlag Rinaldini's[2] besser würdigen und es begreiflich finden, dafs er so nahe bei der Sache diese dennoch verfehlte. Er schlug vor, man solle die Kugel des Thermometers mit Eis umgeben und diesen Stand desselben mit 0 bezeichnen, dann das Thermometer in eine Mischung von 11 Theilen siedenden und 1 Theil kalten Wassers (*aqua gelida*) senken und seinen Stand mit 1 bezeichnen; ebendieses solle man mit 10, 9, 8.... und mit 2, 3, 4.... vereinten Theilen wiederholen, um dadurch 2, 3, 4.... Grade zu erhalten, oder man solle nur 12 solche Theile, als den zuerst gefundenen, auftragen, so habe man wirkliche Grade der Wärme, indem die des siedenden Wassers in 12 gleiche Theile getheilt sey. Hierbei wird aber vorausgesetzt, dafs die *aqua gelida*, deren eigentliche Temperatur sogar nicht einmal genau bestimmt ist, gar keine Wärme habe. Merkwürdig bleibt dabei, dafs man diesen sinnreichen Gedanken, der durch blofse geschickte Manipulation zum richtigen Resultate der Erhaltung zweier unwandelbarer Puncte führen mufste, zwischen denen bekanntlich eine willkürliche Menge gleicher Theile liegen kann, damals ganz unbeachtet liefs, weil man beim Suchen nach dem Verborgenen das einfach Vorliegende gewöhnlich zu übersehn pflegt. Newton's[3] Scharfsinn führte ihn, ohne der Aufgabe mehr als eine nur beiläufige Aufmerksamkeit zu schenken, auf einen sehr richtigen Weg, durch dessen weitere Verfolgung man gleichfalls

1 Ann. Chim. et Phys. T. XLV. p. 354. Poggendorff Ann. XXI. 325.

2 Philosophia naturalis. Patav. 1694. fol. T. III. p. 276.

3 Philos. Transact. 1701. N. 270.

das gesuchte Ziel erreicht haben würde. Er schlug Leinöl als besser geeignete Substanz vor, weil diese Flüssigkeit höhere Grade der Hitze erträgt, als der damals allein bekannte Weingeist. Auch ihm galt der Punct, welchen ein solches Thermometer im zergehenden Schnee zeigte, für den eigentlichen Nullpunct der Wärme, und als zweiten festen Punct nahm er die Wärme des menschlichen Körpers an, die er bei 12° setzte, dann habe das siedende Wasser 34 und das eben zu gestehen anfangende Zinn 72 solcher Grade. Da man voraussetzen darf, dafs Newton alle Sätze dieser Art auf wirklich angestellte Versuche stützte, so mufs man sich über die Schärfe dieser Bestimmungen ernstlich wundern. Setzt man nämlich die mittlere Wärme des menschlichen Körpers nach John Davy auf 36°,66 C., so giebt die Proportion

$$12 : x = 34 : 100$$

statt dieser Bestimmung 35°,3 der Centesimalscale nach Newton oder die andere

$$12 : 36{,}66 = 34 : x$$

den Siedepunct bei 104°,03 der Centesimalscale. Diese geringen Abweichungen sind aber so viel leichter erklärlich, als man die Wärme des menschlichen Körpers ohne die jetzt aufgefundenen Vorsichtsmafsregeln leicht zu gering findet.

18) Daniel Gabriel Fahrenheit in Danzig hat das unleugbare Verdienst, durch Benutzung einiger vor ihm bekannter Angaben und durch praktisches Talent, verbunden mit beharrlichem Fleifse, die Construction der Thermometer zuerst auf eine sichere Grundlage gebaut zu haben. Als Verfertiger von Wettergläsern machte er auch Thermometer und zwar nach dem damaligen Gebrauche aus Weingeist mit Wasser verdünnt oder aus unreinem Alkohol. Dafs er keinen absoluten Alkohol angewandt habe, ist wohl gewifs, von welcher Reinheit derselbe aber gewesen sey, finde ich nicht angegeben; die gewöhnliche Probe damals war, zu versuchen, ob derselbe Schiefspulver entzünde, und solcher wurde dann zuweilen noch mit etwas Wasser gemischt. Der strenge Winter von 1709, wobei er sicher die Temperatur mit seinen noch unvollkommenen Thermometern mafs, führte ihn auf den wichtigen Schlufs, dafs der Punct des schmelzenden Eises nicht der eigentliche Nullpunct der Wärme sey, aber leider glaubte er, in der damals erlebten gröfsten Kälte diesen Punct gefun-

den zu haben, und nahm ihn daher als den Anfangspunct seiner Thermometerscale. Was er hierüber selbst angiebt[1], dient zum Theil nur irre zu machen, sofern er die damals herrschenden Meinungen von einem absoluten Nullpuncte und wirklichen Messungen der Wärmemengen zur Schau trägt, es ist jedoch nicht schwer herauszufinden, wie er wirklich verfahren sey und dafs es ihm hiernach gelingen mufste, das damals so schwierige Problem, übereinstimmende Thermometer zu verfertigen, wirklich zu lösen. Nach seiner Angabe dienten ihm als Grundlage drei Puncte, zuerst der *absolute Nullpunct* von 1709, welchen er durch eine Mischung von Eis, Wasser und Salmiak oder Seesalz zu erzeugen vorgab, und hinzufügte, er sey leichter im Winter als im Sommer zu erhalten; zweitens der Punct, welchen Eis und Wasser vereint geben, den er den *Punct des anfangenden Gefrierens* nennt und bei 32° seiner Scale setzt, und drittens den Punct der *menschlichen Wärme*, welcher erhalten wird, wenn ein gesunder Mensch das Thermometer so lange unter dem Arme oder im Munde hält, bis es seine Wärme vollkommen angenommen hat, in welchem Falle es 96 Grade zeigt. Fahrenheit nennt also den Siedepunct des Wassers nicht, und der Schmelzpunct des Eises erscheint bei ihm nur als ein für die schon gegebene Scale gefundener; seine Normalpuncte sollen der von ihm angenommene Nullpunct und der für die menschliche Wärme gefundene seyn, allein man kann darüber gegenwärtig gar nicht in Zweifel seyn, dafs er weder den einen noch den andern wirklich benutzte, denn sein Nullpunct ist auf keine Weise nur mit annähernder Genauigkeit zu erhalten und der Punct der menschlichen Wärme wird von ihm sogar unrichtig zu 96° angegeben, welches = 35°,56 C., also, wie bei Newton, zu niedrig ist. Die Wahrscheinlichkeit, dafs Fahrenheit die jetzt gebräuchlichen festen Puncte gekannt und zur Regulirung seiner Scale benutzt habe, wird jedoch zur Gewifsheit, wenn man weifs, dafs seine Thermometer wirklich übereinstimmten und dafs er über die Fixität der jetzigen Normalpuncte Versuche angestellt habe; denn angenommen, er

1 Philos. Trans. 1724. N. 381 u. 382. p. 1 u. 78. Eine ausführliche Prüfung des Verfahrens, welches Fahrenheit wirklich befolgte, findet man in Annals of Philos. T. VIII. p. 26.

habe die ersten Thermometer durch Regulirung nach einem anfänglichen Normalthermometer zur Uebereinstimmung gebracht, so mufsten diese von den nachherigen mit richtigem Gange abweichen, zu welcher Annahme jedoch kein Grund vorhanden ist. Er erzählt aber, dafs er aus der Abhandlung von AMONTONS[1] die Fixität des Siedepunctes vor etwa zehn Jahren (was also in das Jahr 1714 fällt) kennen gelernt und auch Quecksilber zu seinen Thermometern genommen habe, weil nach der Behauptung jenes Gelehrten auch dieses sich durch Wärme ausdehne. Durch Benutzung eines solchen Thermometers habe er dann folgende Bestimmungen erhalten:

Flüssigkeiten	spec. Gew. bei 48° F.	Siedehitze
Alkohol	8260	176°
Regenwasser	10000	212
Salpetergeist	12935	242
Pottaschenlauge	15634	240
Vitriolöl	18775	546

Die ersten Thermometer FAHRENHEIT's waren nicht bis zum Siedepuncte des Wassers graduirt, dieses geschah erst bei den späteren mit Quecksilber gefüllten; vermuthlich aber waren die ersten, von ihm versandten, nach einem solchen normalen Quecksilberthermometer graduirt. Im Jahre 1714 schenkte FAHRENHEIT zwei Thermometer, die noch mit Weingeist gefüllt waren, an WOLF, welcher den übereinstimmenden Gang derselben mit Verwunderung wahrnahm und einer besonderen Beschaffenheit des Weingeistes zuschrieb[2]. Zehn Jahre nachher wurde das von ihm angewandte Verfahren in der angegebenen Abhandlung durch ihn selbst, durch BOERHAAVE[3] und MUSSCHENBROEK[4] allgemein bekannt und der Nullpunct seines Thermometers erhielt den Namen des *künstlichen Eispunctes*

1 Mém. de Paris. 1703.

2 Acta Erud. Lips. 1714. Aug. p. 330. Nützliche Versuche. Th. II. Cap. V. §. 71.

3 Chemia T. I. Expos. de igne. Ed. Lugd. Bat. 1732. 4. p. 174.

4 Tentam. Acad. del Cimento. L. B. 1731. 4. p. 8. Introd. T. II. §. 1568.

(*terme de congélation artificielle*). Um diese nämliche Zeit fing Fahrenheit an, seine Thermometer mit Quecksilber zu füllen, und weil damals die absolute Ausdehnung der Flüssigkeiten bei diesen Apparaten nicht übersehn werden durfte, so nahm er an, daſs, wenn das Volumen des Quecksilbers beim Nullpuncte seiner Scale zu 11124 Theilen angenommen würde, es sich um 32 solcher Theile bis zum Schmelzpuncte des Eises und um 600 bis zum Puncte seines Siedens ausdehne, die Ausdehnung beim Siedepuncte des Wassers betrug dann 212 solcher Theile, und bis dahin reichte die Scale seiner verbesserten Thermometer.

19) Ehe die eben beschriebenen Thermometer in allgemeinen Gebrauch kamen, bemühte sich Reaumur[1], auf dem damals bereits betretenen Wege und nach den als Grundlage angenommenen Regeln diese Apparate zu vervollkommnen, wobei er allerdings wissenschaftlicher verfuhr, als sein Nebenbuhler, aber dennoch die eigentliche Aufgabe weit weniger löste. Unglücklich war schon die Wahl der thermometrischen Flüssigkeit, die in Weingeist bestand, welcher Schieſspulver zündete und mit 0,2 seines Volumens Wasser verdünnt wurde, um weniger leicht zu sieden. Allerdings muſs man sich wundern, daſs in jenen Zeiten die wissenschaftlichen Untersuchungen in so beschränktem Umfange angestellt wurden, denn sonst konnte Reaumur das Quecksilber unmöglich unbeachtet lassen, da Fahrenheit als bloſs praktischer Künstler ihm sogar den Vorzug gab, nachdem er durch seine ersten Thermometer schon so berühmt geworden war. Das Ganze läſst sich erklären, wenn man berücksichtigt, daſs Reaumur dem herrschenden Vorurtheile gemäſs das eigentliche Ziel gar nicht verfehlen zu können glaubte, wenn er nur die absolute Ausdehnung des Weingeistes durch Wärme genau erforscht habe, als aber sein Thermometer einmal bekannt geworden war, bewirkte Nationaleitelkeit, daſs man die unverkennbaren Fehler durch trügerische Mittel zu verschleiern suchte. Reaumur nahm ein Thermometer von auſserordentlicher Gröſse[2], senkte

---

1 Mém. de Paris 1730. p. 452. 1731. p. 250.

2 Bei einem von mir einmal gesehenen solchen Fundamentalthermometer hatte die Kugel über 2 Zoll und die mehr als 2 Fuſs lange Röhre ungefähr 2 Lin. im Durchmesser.

dessen Kugel in ein Gefäfs mit Wasser, welches mit einer Mischung von Eis und Salz umgeben war, und nahm das Volumen des Weingeistes dann, wenn die Eisbildung eintrat, zu 1000 an. Demnächst senkte er den Apparat in siedendes Wasser, bezeichnete den Stand des Weingeistes und ermittelte durch mühsame Messungen mit kleinen Bechern, dafs 80 Tausendstel des Volumens der Flüssigkeit beim Eispuncte (*punctum congelationis s. regelationis; terme de la glace ou de congélation naturelle*) hinzugesetzt werden mufsten, um das Volumen desselben beim Siedepuncte des Wassers zu erhalten. Dieses Resultat ist genau genug[1], wenn man berücksichtigt, dafs so gemischter Weingeist sich weniger als absoluter Alkohol ausdehnt und dafs bei den Versuchen die Ausdehnung des Glases unberücksichtigt blieb, allein der Nullpunct konnte durch das angewandte Verfahren auf keine Weise genau gefunden werden. Inzwischen beruhte auf dieser Grundlage die Construction der nach ihm benannten Thermometer, die für den gewöhnlichen Gebrauch von geringerer Gröfse verfertigt wurden. Reaumur bestimmte den Nullpunct derselben, hielt sie dann in siedendes Wasser, und blies das Röhrchen an der Lampe zu, wenn der Weingeist die gröfste Höhe erreicht hatte; den Zwischenraum zwischen beiden Puncten theilte er in 80 Theile.

20) Diese ächten Reaumur'schen Thermometer wurden in Frankreich mit grofsem Beifall aufgenommen und namentlich von Nollet[2] ausnehmend gelobt, allein sie hielten die Vergleichung mit den weit richtigern, hauptsächlich den Quecksilberthermometern, von Fahrenheit nicht aus, wie namentlich Martine[3], Desaguliers[4], Musschenbroek[5] und Haubold[6] zeigten, insbesondere aber ergab sich aus den bereits erwähnten gründlichen Untersuchungen von de Luc[7], dafs

---

1 Vergl. meine Abhandlung über die Ausdehnung der tropfbaren Flüssigkeiten S. 85.

2 Leçons de Phys. exp. Par. 1753. T. IV. p. 397.

3 Essay medical and philosophical. Lond. 1740. 8. p. 200.

4 Course of exper. Philos. Lond. 1744. 4. T. II. p. 292.

5 Essay de Phys. Leid. 1751. T. I. p. 457. Introd. T. II. §. 1573.

6 Dissert. de Thermom. Reaumuriano. Lips. 1771. 4.

7 Unters. über d. Atmosph. Th. I. S. 554.

durch das angegebene Verfahren übereinstimmende und richtige Thermometer gar nicht zu erhalten seyen. Das einzige Verdienst, welches sich REAUMUR um die Thermometrie erworben hat, besteht also bloſs darin, daſs er seinem Thermometer die beiden noch jetzt üblichen festen Puncte gab, da es ohne Widerrede sehr wünschenswerth und gegenwärtig auch zu hoffen ist, daſs diese den Fahrenheit'schen, auf keinen eigentlichen Grund gestützten und durchaus willkürlichen Nullpunct, und somit dessen unbehülfliche Scale ganz verdrängen werden, denn selbst die Engländer, welche das Fahrenheit'sche Thermometer am beharrlichsten festhielten, fangen bereits an, sich des centesimalen zu bedienen. Die überwiegenden Vorzüge des Quecksilbers als thermometrischer Substanz leuchteten auſserdem bald ein, allein weil man beharrlich nicht bloſs die jetzt übliche Reaumür'sche Scale, sondern auch sogar den ursprünglich gewählten Weingeist beibehalten wollte, so entstanden hieraus zahllose Verwirrungen. REAUMUR[1] selbst meinte, man müsse das Fahrenheit'sche Quecksilberthermometer nach seinem Weingeistthermometer reguliren, und NOLLET fand, daſs 10 Grade nach REAUMUR 20¼ Grade nach FAHRENHEIT betrügen, was aber entweder ganz falsch oder mindestens nur für die Grade unmittelbar über dem Gefrierpuncte nahe richtig ist. Unter Andern nahm MAUPERTUIS zwei sogenannte Reaumür'sche Thermometer, eins mit Quecksilber, das andere mit Weingeist gefüllt, mit sich nach Lappland. Am 3ten Dec. 1736 zeigte der Weingeist — 18°, das Quecksilber — 22°, am 2ten Jan. 1737 aber jenes — 25° und dieses — 29°, am 6ten Jan. jenes — 29°, dieses — 37°, am andern Morgen endlich war der Weingeist gefroren und bis zum Wärmepuncte in den Kellern zu Paris in die Höhe gegangen. Daſs auch das Quecksilber gefroren sey, wie bei dieser Temperatur nothwendig war (Gefrierpunct 31°,2 R.), wird nicht erwähnt, und daraus geht um so mehr die Unrichtigkeit der Scale hervor. HAUBOLD[2] erwähnt, daſs er zwei solche Thermometer erhalten habe, wie REAUMUR und NOLLET sie zu versenden pflegten, die wirklich mit einander übereinzustimmen schienen, indem beide den Eispunct und den Siedepunct des

---

1 Mém. de Paris. 1739.

2 A. a. O.

Wassers richtig zeigten; allein bei genauerer Untersuchung entdeckte er, dafs die ersten 40 Grade des Quecksilberthermometers zu den zweiten 40 Graden im Verhältnifs von 8 zu 9 kleiner gezeichnet waren, und ebenso die unter Null, wonach also die ersten Grade über und unter Null in dem angegebenen Verhältnisse ungleich waren. Hieraus ergab sich also, dafs beide empirisch graduirt seyn mufsten, um die Mängel des Weingeistthermometers zu verhüllen. Auch v. Bergen[1] erhielt durch Nollet ein Thermometer, welches im siedenden Wasser bei 29 Z. 0,5 Lin. engl. genau 5 Grade über dem mit 80° bezeichneten Siedepuncte stand, wobei man also absichtlich diesen Punct um so viele Grade herabgerückt hatte. Die Resultate endlich, welche de Luc durch Vergleichung eines achtzigtheiligen Quecksilberthermometers mit einem ächten Reaumür'schen Weingeistthermometer erhalten zu haben angiebt, deuten auf einen Grad der Unrichtigkeit, den man kaum für möglich halten sollte. Beide zeigten folgende correspondirende Grade:

	Quecksilberthermometer	Reaum. Weingeisttherm.
Siedepunct des Wassers	80°	100°,4
	70	85,2
Siedepunct des Weingeisttherm.	66,6	80,0
	60	70,8
	50	56,8
	40	44,2
	30	32,6
Wärme des menschl. Körp.	29,9	32,5
	20	21,1
	10	10,6
Temp. des Kellers d. Sternw.	9,6	10,25
Zergehendes Eis	0	0,8
Null d. Weingeisttherm.	— 0,8	0
	— 10	— 8,5
	— 15	—13,1
2 Theile Eis, 1 Theil Salz	— 17	— 15

21) Weil de Luc die Fehler des Reaumür'schen Wein-

1 Dissertatio de thermometris mensurae constantis. p. 25.

geistthermometers genau aufsuchte und mit überwiegenden Gründen die Vorzüge des Quecksilbers nachwies, so hat man das mit der achtzigtheiligen Scale versehene Thermometer nach ihm benannt, wonach wir jetzt gar kein Reaumür'sches Thermometer mehr hätten, da solche eigentliche Weingeistthermometer gegenwärtig nicht mehr verfertigt werden und nur in sehr alten Exemplaren noch existiren; inzwischen hat dieser Sprachgebrauch nicht allgemeinen Eingang gefunden, obgleich zuweilen von DE LUC's *Thermometern* oder *Thermometern nach* DE LUC die Rede ist, vielmehr nennt man fast allgemein diese noch fortdauernd *Reaumür'sche* und die ihnen zugehörige achtzigtheilige Scale gleichfalls die *Reaumür'sche Scale.* Dieses ist allerdings zu verwundern, wenn man berücksichtigt, wie sehr man bemüht war, diese in ihrer Aechtheit zu retten. Dahin gehört der Vorschlag, dem Weingeistthermometer 90 Grade zwischen beiden festen Puncten zu geben, wovon das Umgekehrte in dem von NOLLET angewandten Verfahren liegt, die untere Hälfte der Scale um $\frac{1}{9}$ zu verkleinern, wie bei dem an HAUBOLD gesandten Thermometer geschehn war. Später änderte GOUBERT[1] diesen Vorschlag ab und wollte den Raum zwischen den festen Puncten zuerst in 90 Theile, dann drei Abtheilungen dieses Raumes, zuerst von 0 bis 25,5, dann von 25,5 bis 54,75 und endlich von 54,75 bis 90, jede für sich in 30 gleiche Grade theilen. REAUMUR hatte unter andern auch eine Sorte Weingeist gebraucht, dessen Volumen im gefrierenden Wasser 400 und im siedenden 437 betrug. Da aber $400:437 = 1000:1092,5$, so gründete hierauf BRAUN[2] den Vorschlag, dem Reaumür'schen Weingeistthermometer 80 und dem Quecksilberthermometer 93 Grade zu geben.

22) Unter den übrigen in Vorschlag gebrachten Thermometern hat das *de l'Isle'sche* die meiste Celebrität erlangt. Der Erfinder desselben, DE L'ISLE[3], legte im Jahre 1733 der Akademie zu Petersburg die Theorie desselben vor und be-

---

1 Recherches sur les différences, qui existent entre les thermomètres de Mercure et ceux d'esprit-de-vin. Par. 1789. 8.

2 Nov. Comm. Petrop. T. VII.

3 Mém. pour servir à l'hist. et aux progrés de l'Astron. et géogr. phys. A St. Petersb. 1738. 4. p. 267.

mühte sich dann, dieselbe in Ausführung zu bringen. Auch diese war auf das Princip gegründet, daſs die Zunahmen der Wärme und somit die Thermometergrade aus den Volumensvermehrungen der thermoskopischen Flüssigkeit bestimmt werden müſsten. Zu letzterer wählte er Quecksilber, glaubte aber, man müsse von demjenigen Volumen desselben ausgehn, welches es bei der Hitze des siedenden Wassers habe, und von diesem Nullpuncte an die Zehntausendstel seiner Zusammenziehung als einzelne Grade der Thermometerscale annehmen. Begreiflicher Weise sollte durch dieses mühsame Verfahren nur ein Normalthermometer verfertigt werden, um nach einem solchen dann die übrigen zu graduiren. Zu diesem Ende sollte zuerst das leere Thermometer, dann das mit Quecksilber ganz gefüllte gewogen werden, um das absolute Gewicht des Quecksilbers zu erhalten. Hierauf sollte man dasselbe in siedendes Wasser bringen, das hierbei ausgelaufene Quecksilber abermals wägen, um das Verhältniſs beider zu ermitteln, und dann 0,0001 der Volumensverminderung als das Maſs eines Wärmegrades annehmen. Hiernach muſsten die Grade vom Nullpuncte bei der Siedehitze an abwärts ohne Unterbrechung weiter gezählt werden und waren somit wachsend selbst bis zum absoluten Nullpuncte oder dem Puncte der Abwesenheit aller Wärme.

Es ist in der That zu verwundern, daſs weder der Erfinder selbst die völlige Verkehrtheit dieses Vorschlags einsah, noch daſs irgend jemand diese rügte, während man stets das Problem verfolgte, die absolute Volumensvermehrung des Quecksilbers durch Wärme aufzufinden. Das Widersinnige, wie man wohl sagen darf, liegt offenbar darin, die Abnahme der Wärme einer wachsenden positiven Zahl proportional zu setzen, woraus dann folgte, daſs man bis unter den absoluten Nullpunct oder zum Weniger als dem Nichts der Wärme herabgehend diesen Mangel durch fortlaufend gröſsere Zahlen bezeichnen müſste. Auffallender wird dieses, wenn man berücksichtigt, daſs die in Wirklichkeit vorhandenen und wachsenden Zunahmen der Wärme über der Siedehitze des Wassers, also dem Null der neuen Scale, nothwendig negative Gröſsen wurden. Hiergegen verschwindet die kaum zu erreichende Ausführung des Vorschlags, welche vor allen Dingen erfordert, daſs beide Wägungen des Quecksilbers, der

vollen Röhre und nach dem Auslaufen des bestimmten Theiles der Flüssigkeit, bei gleicher Temperatur vorgenommen wurden. WEITBRECHT[1] bediente sich dazu des Mittels, das Thermometer in das Wasser der grofsentheils gefrorenen Newa zu senken und die Wägungen vorzunehmen, wenn es die Temperatur desselben angenommen hatte. Auf diese Weise fand er, dafs die Zusammenziehungen des Quecksilbers vom Siedepuncte des Wassers bis zum Gefrieren desselben zwischen 148,2 und 161,5 Zehntausendstel des ganzen Volumens betrugen[2]; DE L'ISLE nahm etwas weniger, als das Mittel aus beiden Gröfsen, nämlich 153, setzte aber statt dessen auf seinen Scalen 150, was jedoch nach den neuesten Bestimmungen von DULONG und PETIT[3] gleichfalls nicht richtig ist, denn danach dehnt sich dieses Metall um $\frac{150}{8325}$ statt um $\frac{150}{10000}$ seines Volumens aus.

23) Zunächst verdient noch CELSIUS[4] genannt zu werden, welcher einsah, dafs das Bestreben, die Wärmezunahmen nach der Vergröfserung des Volumens zu messen, wegen unüberwindlicher Schwierigkeiten nie zum Ziele führen werde und dafs es daher am zweckmäfsigsten sey, die Temperatur des schmelzenden Eises und des siedenden Wassers als Normalpuncte anzunehmen, das Intervall dazwischen aber zu gröfserer Bequemlichkeit in 100 gleiche Theile zu theilen. Dieser Vorschlag hätte schon seiner Einfachheit wegen allgemeinen Eingang finden sollen, allein, wie man gewöhnlich das Einfachste vernachlässigt und nach dem Dunkleren, als dem tiefer Gedachten, hascht, so fand auch diese Scale nur in Schweden Anhänger, bis sie erst in den neuesten Zeiten sehr allgemein, insbesondere in Frankreich, aufgenommen wurde. Sie heifst die *schwedische* oder die *Celsius'sche* oder auch die *Christin'sche*, weil auch CHRISTIN in Lyon vorschlug, die Scale zwischen den beiden Normalpuncten in 100 gleiche Theile zu theilen; gewöhnlich wird sie die *hunderttheilige* oder *Centesimalscale* genannt.

---

1 Comm. Petrop. T. VIII. p. 310.

2 Im Mittel wog das gesammte Quecksilber 66,5 Unzen und eine Unze flofs aus. Setzt man das Ganze = 10000, so giebt die Proportion 1 : 66,5 = x : 10000 den Werth von x = 150,37.

3 S. Art. *Ausdehnung; des Quecksilbers.* Bd. I. S. 600.

4 Schwedische Abhandl. 1742. p. 197.

Die zahlreichen Schriftsteller über die Thermometrie aus jenen früheren Zeiten, als LEUTMANN[1], BÜLFINGER[2], v. BERGEN[3], HENNERT[4], VAN SWINDEN[5], COTTE[6] und Andere, nennen noch eine Menge von Vorschlägen zur Construction und Verbesserung der Thermometer, die kaum der Beachtung werth sind. Von den *Florentiner Thermometern* gab es zwei Arten, eine gröfsere und eine kleinere; die gröfsere zeigte im schmelzenden Eise 20 und als Wärme des menschlichen Körpers 80 Grad, die kleinere 13,5 und 40 Grad. Das berühmte, unter der Aufsicht von LA HIRE im Jahre 1678 durch HUBEN verfertigte Thermometer der Pariser Sternwarte zeigte im gefrierenden Wasser 28 Grad, in den Kellern 48 Grad, nach BRISSON[7] aber lag sein Eispunct bei 32, in einer Mischung aus Eis und Salz zeigte es 5, in den Kellern der Sternwarte 48 und als menschliche Wärme 86 Grad[8]. Der Marchese POLENI stellte seine Wetterbeobachtungen mit einem Luftthermometer an, worin die Quecksilbersäule kürzer war, als in dem von AMONTONS, indem nach MARTINE[9] 47 Zoll bei jenem 51 Z. bei diesem, und 53 bei jenem 59,5 bei diesem betrugen. In England bediente man sich gewisser Weingeistthermometer, die nach einem normalen der kön. Societät graduirt waren; die Grade nahmen von der höheren Wärme an abwärts zu, 0 bezeichnete sehr warm, 25 warm, 45 gemäfsigt und 65 Gefrierung. Nach MARTINE fiel ihr Null mit 89° F. und ihr 34,5 mit 64° F. zusammen. In den englischen Gewächshäusern waren die sogenannten *Fowler'schen*, gleichfalls nach einem normalen graduirten gebräuchlich, deren Null nach MARTINE eine gemäfsigte Wärme anzeigte und die im zergehenden Eise 34° unter Null, bei 64° F. aber 16 Grad über Null

1 Instrumenta meteorologiae inservientia. Witeb. 1725. 8.

2 Comm. Petrop. T. III. p. 196.

3 Comment. de Thermometris mensurae constantis. Norimb. 1757. 4.

4 Traité des Thermomètres. à la Haye 1758. 8.

5 Dissertation sur la Comparaison des Thermomètres. Amst. 1778. 8.

6 Traité de Météorologie. Par. 1774. 4.

7 Dict. de Phys. T. II. p. 636.

8 Es kam 1754 abhanden, war aber vorher mit einem andern verglichen worden. S. BEAUMÉ in Journ. de Phys. T. XLVIII. p. 282.

9 Essays medical and philosophical. Lond. 1740. 8. p. 200.

zeigten. HALES[1] macht seine Bestimmungen nach Weingeistthermometer, welches im schmelzenden Eise in der Wärme des schmelzenden Wachses (bei 142° F. MARTINE) 100 zeigte. Die in den alten Edinburger M Essays angegebenen Temperaturen beziehn sich auf ein mometer, welches in Zolle abgetheilt war; es zeigte MARTINE im schmelzenden Schnee 2,2 Zoll und bei der me lichen Wärme 22,2 Zoll. MICHELI DUCREST[2] construirte ein eigentliches Thermometer. Dabei nahm er eine Wä und eine Kältematerie an, deren Wirkungen sich im Inner Erde aufheben sollten, weswegen er die Erdtemperatur, er als überall gleich betrachtete und in den Kellern der riser Sternwarte zu finden glaubte, mit Null bezeichnete *le tempéré* nannte; als zweiter Punct diente ihm die S hitze des Wassers, und damit der Weingeist diese aush möge, versah er das obere Ende der Röhre mit einer schlossenen Kugel, worin die Luft bei hohen Temperat comprimirt wurde; den Raum zwischen beiden Puncten th er in 100 Grade.

24) Man mufs sich in der That freuen, dafs alle d nutzlosen und zeitraubenden Untersuchungen endlich aufge haben, und so ist auch leicht erklärlich, dafs der neu Vorschlag von LA LANDE[3] gar keinen Beifall gefunden hat eigentlich ganz unbeachtet geblieben ist; doch möge er Vollständigkeit wegen und aus Achtung gegen den berühm Erfinder hier erwähnt werden. An allen bekannten Therm metern findet er auszusetzen, dafs die festen Puncte nicht hörig begründet und die Eintheilungen ganz willkürlich si denn der Siedepunct des Quecksilbers werde nie beobach

---

1 Vegetable Statics. Lond. 1731. 8.

2 Description de la méthode d'un thermomètre universel. P 1742. 8. Recueil des pièces sur les Thermomètres et Barom. B 1757. 4. MICH. DU CREST kleine Schriften von den Thermometern u Barometern. Uebers. von J. C. Thenn. 3te Aufl. Augsb. 1770. 8.

3 Journ. de Phys. An 12. Frim. (1803). T. LVII. p. 457. XVII. 102. Voigt's Mag. Th. VII. S. 465. Ein Vorschlag von ANDR SKENE in Monthly Magaz. 1826. Sept., wonach der Schmelzpunct d Quecksilbers und der des Eises als feste Puncte der Thermometersc len dienen sollen, verdient kaum erwähnt zu werden, weil das Gan auf falschen Principien beruht.

ler Fahrenheit'sche Frostpunct beruhe blofs auf Einbildung, ınd wie das Reaumür'sche Thermometer beschaffen gewesen ey, wisse man überhaupt nicht. Am besten sey es daher, nit DE L'ISLE die Ausdehnung des Quecksilbers zwischen den Puncten des gefrierenden und des siedenden Wassers zu 150 Zehntausendstel des ganzen Volumens anzunehmen und dann inen natürlichen Wärmepunct, welcher in der constanten Erdvärme liege, die in den Kellern der Sternwarte zu Paris 9°,5 R. etrage, als den eigentlichen Scheidepunct zwischen Wärme nd Kälte festzusetzen. Hieraus entsteht dann folgende, mit er achtzigtheiligen verglichene Scale:

Grade d. Wärme. Reaum.	Lalande	
80°	+ 132,8	Siedendes Wasser.
36	49,9	Wärme am Senegal.
32,5	43,3	
32	42,3	Sommer 1753, 1765, 1793.
31	40,4	
30	38,5	Menschliche Wärme.
29	36,7	
28	34,8	
27	32,9	
26	31,0	Mittlerer Sommer zu Paris.
25	29,1	Unter dem Aequator auf der See.
24	27,3	
23	25,3	
22	23,5	Kalter Sommer zu Paris.
21	21,6	
20	19,7	
19	17,9	Seidenwürmer-Wärme.
18	16,0	
17	14,1	
16	12,2	
15	10,3	Wärme der Treibhäuser.
14	8,5	
13	6,6	
12	4,7	
11	2,8	
10	1,0	
9,5	0,0	Mittlere Temperatur.

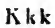
Grade der Kälte		
Reaum.	Lalande	
9°	— 1,0°	
8	— 2,9	
7	— 4,7	
6	— 6,6	
5	— 8,5	
4	—10,3	
3	—12,2	
2	—14,1	
1	—16,0	
0	—17,9	Schmelzendes Eis.
— 1	—19,8	
— 2	—21,5	
— 3	—23,5	
— 4	—25,4	Gelinder Winter zu Paris.
— 5	—27,4	
— 6	—29,2	
— 7	—31,0	Mittlerer Winter zu Paris.
— 8	—32,9	
— 9	—34,8	
—10	—36,7	
—11	—38,6	Kälte des Winters 1740 zu Paris.
—12	—40,4	
—13	—42,3	
—14	—44,2	Fahrenheit's Nullpunct.
—15	—46,1	
—16	—48,0	
—17	—49,9	Kälte von 1709 und 1776 zu Paris.
—17,5	—50,8	Kälte von 1788 zu Paris.
—30	—74,4	Gefrierpunct des Quecksilbers.

Diese Scale gleicht vollkommen denen, die man nach der Mitte des vorigen Jahrhunderts den grofsen und vorzüglich seyn sollenden Thermometern zu geben pflegte, und mufs um so weniger zweckmäfsig erscheinen, je mehr es auffällt, dafs die nach den früheren Thermometern bekannten ausgezeichneten Temperaturen sämmtlich auf Bruchtheile bei diesem fallen. Angemessener würde es seyn, nach dem Vorschlage von Murray[1] den Gefrierpunct und Siedepunct des Quecksilbers als Normalpuncte anzunehmen und den Zwischenraum in 1000 Theile zu theilen, wonach jeder Grad etwas über halb so grofs, als ein Fahrenheit'scher werden würde; allein am Queck-

1 Chemistry. T. I. p. 201.

ilberthermometer sind diese beiden Puncte auf keine Weise
charf bestimmbar, und aufserdem ist die Ausdehnung des Queck-
ilbers keineswegs eine gleichmäfsige, so dafs es weit rath-
samer erscheinen mufs, die Thermometerscale auf diejenigen
Grenzen zu beschränken, innerhalb deren seine Ausdehnung
ıls gleichmäfsig gelten kann. Den sinnreichsten Vorschlag un-
er allen, wonach die absolute Ausdehnung des Quecksilbers
lie Grundlage der thermometrischen Messung seyn soll und
vobei man nur einen festen Punct, den Frostpunct, bedarf,
ler Bestimmung des Siedepunctes aber, die vom Luftdrucke
ınd andern Bedingungen abhängt, gänzlich überhoben ist, hat
SULZER[1] bekannt gemacht, und es würde allerdings möglich
seyn, hiernach übereinstimmende Thermometer zu erhalten,
venn nicht die an sich schon sehr mühsame Methode einen
o aufserordentlichen Grad von Genauigkeit erforderte. Hier-
ıach wird an die calibrirte Röhre eine verhältnifsmäfsig hin- Fig. 75.
änglich grofse Kugel geblasen und dann ein Theil der Röhre,
etwa a c, nach irgend einem Mafsstabe scharf gemessen; dann
rhitzt man die Kugel wiederholt, taucht das Ende a in
Quecksilber, läfst dieses bis c steigen, und wiederholt dieses
o lange, bis die Kugel nahe ganz gefüllt ist. Alsdann taucht
nan die Kugel in siedendes Wasser, merkt den Punct, bis
vohin das Quecksilber steigt, z. B. bis h, läfst das Quecksil-
ber durch Hitze bis zur Oeffnung a steigen, taucht diese in
Quecksilber und läfst den Apparat erkalten, so füllt er sich
ganz mit einer nach der Länge des Quecksilberfadens im Röhr-
chen gemessenen Quantität Quecksilber. Wird nämlich die
Menge der Füllungen bis c mit den Theilen des gewählten
Mafsstabes multiplicirt und die Länge a h hinzuaddirt, so hat
nan die ganze Länge der im Thermometer befindlichen Queck-
silbersäule. Hätte man z. B. für die Länge a c 547 Theile
uf dem Mafsstabe gemessen, die Einfüllung dieser Gröfse 69-
nal wiederholt und die Länge $ah = 468$ Theile gefunden,
o betrüge die ganze Länge des im Thermometer befindlichen
Quecksilberfadens $547 \times 69 + 468 = 38211$ Theile des Mafs-
tabes. Mit Vernachlässigung der beiden letzten Ziffern nimmt
nan also 382 Theile des Mafsstabes, theilt sie in 100 Theile,
rägt diese auf die Scale des Thermometers, läfst durch Ein-

1 Journ. de Phys. T. XI. p. 371.



Kkk



tauchen in siedendes Wasser einen Theil Queeksilber au
fen, und befestigt das Thermometer so auf der Scale, da
Gefrierpunct auf 0 derselben zu liegen kommt, so beze
jeder Grad der Scale 0,0001 der wirklichen Ausdehnun
Quecksilbers. BREWSTER's[1] Vorschlag endlich, die Te
ratur aus dem Einflusse zu bestimmen, welchen das mehr
weniger erhitzte Glas auf die Erzeugung einer kennt
Farbe im polarisirten Lichte hervorbringt, und wonach
Thermometer zu construiren angiebt, ist blofs als ein sin
cher Gedanke zu betrachten, welcher keine praktische
wendung gestattet[2].

C. Verfertigung der Thermomete

Man wird hier keine vollständige Anleitung zur Ve
tigung der gewöhnlichen Thermometer erwarten, da der
übende Künstler dieses praktisch erlernen mufs; aber e
Bemerkungen sind zur besseren Beurtheilung dieser wich
Apparate unentbehrlich[3].

25) Die *Form* der gewöhnlichen Thermometer,
keine sonstigen Bedingungen eine Abänderung nöthig ma
ist die eines geeigneten Gefäfses an einer engen Glasr
einem Haarröhrchen, einer sogenannten Thermometerr
damit die gröfsere im Gefäfse enthaltene Masse Quecksil
wenn sie sich durch Wärme ausdehnt, in der engen R
einen gehörig langen und daher leicht mefsbaren Cylinder
Die Gröfse des Gefäfses und die Weite der Röhre erfor

---

1 Philos. Trans. 1816. p. 109.

2 Eine ausführliche Musterung der älteren Thermometers
und eine Vergleichung derselben, namentlich der Edinburger,
von NEWTON, FOWLER, HALES, der der Königl. Societät, de
CRUQUIUS, CHRISTIN, MICHELI, REAUMUR, DE L'ISLE, FAHRENHEIT,
Pariser, der beiden Florentiner, des von LA HIRE, von AMONTON
POLENI findet man im Journ. de Phys. Introd. T. II. p. 495.
Ganze ist meistens ein Auszug aus dem genannten Werke von
TINE, und es ergiebt sich zugleich aus den bisherigen Untersuchu
dafs die Bestimmungen nicht genau seyn können.

3 Vergl. BIOT Traité de Phys. expér. et math. T. I. p.
KÖRNER's Anleitung zur Verfertigung übereinstimmender Thermom
Jena 1824.

in gewisses Verhältnifs; je gröfser das Gefäfs bei gleicher
Veite der Röhre, desto länger ist der durch Wärmevermeh-
ung im Röhrchen gebildete Cylinder; es wäre daher räthlich,
ehr weite Gefäfse zu wählen, allein dann nimmt erstlich die
grofse Masse des Quecksilbers die höhere Wärme nicht leicht
n, zweitens ist das Gefäfs dem Einflusse des Luftdruckes
der einer Zusammenziehung des Glases mehr ausgesetzt[1],
rittens sind lange Thermometer unbehülflich und zu manchen
wecken, z. B. zur Untersuchung der thierischen Wärme,
inder oder gar nicht brauchbar, viertens aber sind lange
öhren von genauem Caliber schwierig oder gar nicht zu er-
alten. Nach den Bedürfnissen beträgt daher die Länge der
Thermometer von etwa 3 Zoll bis zu 18 Zoll und wohl noch
arüber, die ungewöhnliche, über 8 bis 10 Zoll betragende
röfse wählt man aber in der Regel nur für Scalen, die beträcht-
ch über den Siedepunct des Wassers hinausgehn. Als *Gefäfs*
ient gewöhnlich eine Kugel, und nach den Resultaten der
euesten Untersuchungen sollte man keine andere Form wäh-
en, weil bei diesen die Oberfläche, also auch die Gröfse der
as Quecksilber enthaltenden Hülle im Verhältnifs zum Inhalte
m kleinsten, mithin der Luftdruck gegen die Oberfläche und
ine mögliche Zusammenziehung derselben am kleinsten ist.
lofs bei Thermometern mit sehr langen Röhren, z. B. sol-
hen, die man 4 bis 5 und 6, ja 7 bis 24 Fufs tief in die
rde eingräbt, würde die Dicke des Glases so grofser Kugeln
u gering werden und man mufs daher Cylinder wählen.
Gegenwärtig sind Kugeln am gemeinsten, doch trifft man nicht
elten auch Cylinder, ehemals aber wählte man auch andere
ormen, theils weil man sie für schöner hielt, hauptsächlich
ber um dem Einflusse der Wärme auf die thermometrische
lüssigkeit eine gröfsere Oberfläche darzubieten. Zu diesem
nde dienten die spiralförmig gewundenen Röhren, wie sie
ich bei den mit Quecksilber und mit Weingeist gefüllten
Thermometern der Churpfälzischen meteorologischen Gesell-
chaft häufig finden und durch diese sehr allgemein bekannt
vurden, oder man trennte das Gefäfs in zwei Theile, um in
er Mitte einen offenen, dem Zutritte der Luft freien Raum
u erhalten, allein diese und sonstige Aftermittel der Vervoll-

Fig. 76.

Fig. 77.

1 Hierüber unten ausführlicher.

kommnung wendet man jetzt nicht mehr an und verliert da gegen das Streben nach möglichster Genauigkeit nie aus den Augen. Eine der gewöhnlicheren Formen, wodurch man di zu grofsen Kugeln zu vermeiden sucht, die zugleich we gen ihrer Wölbung den Cylindern vorzuziehn seyn dürfte, is die in der Zeichnung ausgedrückte. Nicht allgemein, wohl aber für einen besonderen Zweck zu verwenden, sind die von MAGELLAN[1] angegebenen sogenannten Muschelthermomete bei denen die Kugel an der einen Seite wieder eingedrück wird, so dafs beide Kugelflächen einander parallel laufen und eine muschelförmige Vertiefung entsteht. Das Eindrücken de Kugel geschieht leicht, wenn man die eine Hälfte derselben glühend macht und dann am andern Ende des Röhrchen saugt, so dafs der äufsere Luftdruck den erweichten Theil der Kugelfläche niederdrückt. Solche Thermometer dienen dazu um in der Vertiefung zu untersuchende Flüssigkeiten aufzu nehmen und ihr thermisches Verhalten beim Sieden, bei der Verdampfung, beim Gestehen und sonstigen Veränderungen zu messen. Man hat bis jetzt von ihnen weniger Gebrauch ge macht, als zu erwarten war.

Fig. 78.

Fig. 79.

26) Die *Thermometerröhren* haben einen in ihrer Axe fort laufenden entweder cylindrischen oder bandförmigen Raum. Leiztere Beschaffenheit, wobei die Röhren selbst zugleich nicht rund, sondern flach sind, ist bei weitem vorzuziehn, weil bei geringerem Inhalte unter übrigens gleichen Verhältnissen die Scalentheile länger werden und besser sichtbar sind. Man erhält diese leicht; denn statt dafs bei gewöhnlichen Röhren mit cylindrischen Räumen eine hohle Kugel in die Glasmasse geblasen und letztere dann zu langen Röhren ausgezogen wird, drückt man sie vor dem Ausziehn flach, wodurch die Röhren selbst und die hohlen Räume in denselben abgeplattet werden.

27) Das *Calibriren* der Röhren geht aus dem Wesen der Thermometrie und aus der Art der Verfertigung der Röhren mit absoluter Nothwendigkeit hervor. Abgesehn von der (ge genwärtig nicht weiter zu berücksichtigenden) Messung der ab soluten Incremente der Wärme setzt man voraus, dafs gleiche Vermehrungen der Wärme gleichen Zunahmen des Volumens

---

1 Beschreibung neuer Barometer. D. Uebers. Leipz. 1782. S.

der Flüssigkeit zugehören, und da die letzteren in Theilen des Quecksilberfadens im Röhrchen gemessen werden, so setzt die Gleichheit der Länge dieser Theile eine Gleichheit der Dicke als nothwendig voraus. Die Fabrication der Röhren aber, bei denen ein gröfserer, mit Luft angefüllter Raum in einen sehr feinen Faden ausgezogen wird, macht die Entstehung einer vollkommenen Cylinderform ganz unmöglich[1], jedoch ist die Abweichung davon für die Länge gewöhnlicher Thermometer so gering, dafs man den Fehler als verschwindend betrachten kann. Der Künstler erhält aber aus einer grofsen Menge von Röhren eine nur geringe Anzahl und von nicht grofser Länge solcher, bei denen dieses der Fall ist, und da auch sonst ungeübte Beobachter den hierauf beruhenden richtigen Gang der Thermometer bei mittleren Temperaturen durch Vergleichung leicht prüfen können, so bringen minder gewissenhafte Thermometermacher den Theil der Röhre, wobei das Caliber richtig ist, in diesen Bereich, und vernachlässigen dieses von etwa — 10° an, weswegen man in den Bestimmungen hoher Kältegrade oft so bedeutende Abweichungen findet. Das Calibriren geschieht dann auf die bereits erwähnte[2], von Nollet[3] zuerst angegebene Weise, Kummer[4] dagegen untersucht das Caliber erst nach angeblasener Kugel oder bläst provisorisch eine Kugel an, erwärmt diese, taucht das offene Ende der Röhre in Quecksilber, bis ein Faden von etwa 1 Zoll Länge eingedrungen ist, verschliefst die Oeffnung mit dem Finger, läfst den Faden durch etwas zugelassene Luft sich allmälig bis an die Kugel heben und mifst seine Länge mit einem Federcirkel[5].

28) An das gehörig gewählte Röhrchen wird dann das *Gefäfs*, im Allgemeinen die *Kugel*, angeblasen. Obgleich dieses an sich nicht schwer ist, so wird es doch niemand nach einer blofsen Beschreibung zu bewerkstelligen vermögen; es ist hierzu praktische Anweisung und Uebung erforderlich, und

---

1 Kummer liefs sich 600 Fufs Röhren in Stücken von etwa 10 Klafter Länge verfertigen und erhielt daraus nur 40 Fufs in Stücken von 1,5 bis 2 Fufs Länge mit richtigem Caliber. G. LIX. 302.

2 S. Art. *Caliber*. Bd. II. S. 8.

3 Leçons de Phys. 1754. 8. T. IV. p. 376.

4 G. LIX. 301.

5 Sonstige Vorschriften werden weiter unten erörtert werden.

ich überhebe mich daher, weiter hiervon zu reden. D
hält das gewöhnliche Verfahren der Künstler, wonach si
eine, an der Glasblaselampe erweichte und etwas gesta
Ende der Röhre mit dem Munde aufblasen, für ungeei
weil dadurch Feuchtigkeit hineinkomme, und verlangt d
man solle am offenen Ende der Röhre eine Blase von C
chouc anbinden und diese zusammendrücken, um die
enthaltene Luft in die Kugel zu pressen. Dieses Verfa
ist allerdings weitläuftig und die anhängende Blase mach
Manipulation des Röhrchens unsicher, zudem aber wir
Kugel, um die gehörige Form genau anzunehmen, einige
glühend erhalten, befindet sich auch noch im Zustande des
hens, wenn nicht mehr hineingeblasen wird, so dafs die unbe
tende Menge der eingedrungenen Feuchtigkeit bis auf einen
merklichen Rest als Dampf entweichen wird. Bei Thermom
mit etwas weiten Röhren, aus denen die Feuchtigkeit wi
entweichen kann, ist daher das gewöhnliche Verfahren
schädlich, bei sehr engen und zugleich langen Röhren
dern aber auch Bellani[2], Landriani[3] und Andere die
wendung der Caoutchoucblase oder einer kleinen Comp
sionspumpe als nothwendig. Um für eine Röhre von ge
bener Länge und Weite die Gröfse der Kugel zu finden, g
Luz Regeln an, Gehler[4] theilt eine allgemeine Formel
und de Luc[5] gleichfalls eine durch Durand aufgestellte;
lein eine Messung ist hierbei schon deswegen unmöglich, v
die Kugel ebenso wenig als irgend ein anderweitig gestalt
Gefäfs je eine völlig regelmäfsige Gestalt annimmt, und
solche Anweisungen sind daher schon aus diesem Gru
nutzlos, sonstiger Hindernisse nicht zu gedenken. Praktis
Künstler erhalten durch die Menge der von ihnen verfertig
zum Theil sehr gewöhnlichen Thermometer eine solche F
tigkeit im Abmessen der erforderlichen Gröfsen, dafs sie
gar abgebrochene Kugeln an bereits graduirte Röhren zu l

---

1 Traité de Phys. T. I. p. 30.

2 Brugnatelli Giornale Dec. 1. T. IV. p. 89.

3 Ebend. Dec. 11. T. II. p. 292.

4 Alte Ausg. Th. IV. S. 346.

5 Unters. über d. Atmosphäre. Th. I. S. 611. Ebendieses
schieht durch Biot a. a. O. und durch Herschel in Encyclop. met
Art. *Heat*.

sen vermögen, ohne dabei eine Unrichtigkeit der neuen Scale von mehr als etwa zwei bis drei Graden hervorzubringen. Dafs letzteres Verfahren übrigens nur einmal als Probe zu versuchen, praktisch aber nicht anwendbar, jede graduirte und bereits mit einer Scale versehene Röhre mit zerbrochener Kugel also für diese nämliche Scale unbrauchbar sey, darf wohl nicht besonders erwähnt werden.

29) In Beziehung auf das *Füllen der Thermometer* genügt es, blofs das Quecksilber zu berücksichtigen, da das Hineinbringen anderer Flüssigkeiten auf eine ähnliche Weise, aber weit leichter bewerkstelligt wird. Vorerst ist erforderlich, dafs das Quecksilber rein sey, weil sonst seine Ausdehnung minder gleichmäfsig seyn und sein Gefrierpunct höher liegen würde. Man darf jedoch voraussetzen, dafs das in gröfseren Quantitäten bei guten Materialisten vorhandene Quecksilber für diesen Zweck als hinlänglich rein gelten könne, denn die Verfälschungen mit Blei geschehen in der Regel nur durch Kleinhändler; will man dasselbe jedoch reinigen, so ist die Anweisung hierzu bereits[1] gegeben. Von gröfserer Wichtigkeit dagegen ist es, dahin zu sehn, dafs das Quecksilber trocken und von Staub frei sey, weil alle Beimengungen dieser Art leicht eine Trennung des Quecksilberfadens im engen Rohre bewirken. Das einfachste und leichteste Mittel der Reinigung von solchen Substanzen, so wie von anhängendem Oele in Folge der Reduction, besteht darin, dafs man dasselbe in einem gewöhnlichen steinernen Kruge, worin es oft aufbewahrt und auch wohl versandt wird, eine Zeit lang mit einigen Stücken trockner Holzkohle, die man auch glühend hineinwerfen kann, anhaltend stark schüttelt und dann mehrmals durch Papierdüten mit sehr enger Oeffnung laufen läfst, um das zerriebene Kohlenpulver gänzlich zu entfernen. Das Verfahren des Füllens, wie Luz und Strohmeyer es vorschreiben, ist meines Wissens jetzt nicht mehr gebräuchlich, denn kleiner Trichterchen zum Einbringen des Quecksilbers bedient man sich auf jeden Fall nicht, bei der Leichtigkeit des Glasblasens dagegen pflegt man am oberen Ende der Röhre eine verhältnifsmäfsig grofse Kugel anzubringen und diese oben in eine feine Spitze auszuziehn. Wird dann der ganze Apparat

1 S. Art. *Barometer*. Bd. I. S. 880.

etwas erhitzt, was meistens mit mehreren zur Ersparung
Zeit zugleich geschieht, und die obere offene Spitze in
Glas mit gereinigtem Quecksilber gesenkt, so füllt sich
dem Abkühlen die genannte Hülfskugel mit einer meh
genügenden Menge Quecksilber. Alsdann wird nach dem
kehren die eigentliche Kugel über Kohlen abwechselnd er
und wieder abgekühlt, so dafs das Quecksilber allmälig
dringt, bis alle Luft entfernt und Kugel nebst Röhrchen
füllt sind, wobei es ein Leichtes ist, falls die in der ob
Hülfskugel befindliche Menge Quecksilbers nicht genügen so
noch etwas mehr hineinzubringen. Sehr wesentliches Er
dernifs bei den Thermometern ist, dafs das Quecksilber v
frei von Luft und Feuchtigkeit sey, weil der geringste
der einen oder der andern nicht blofs eine ungleichmäf
Ausdehnung verursacht, sondern auch leicht eine Trennung
Quecksilberfadens bewirkt, wodurch ein sicheres Ablesen
Grade fast unmöglich, auf jeden Fall höchst schwierig w
Man begnügt sich daher nicht damit, durch Ausdehnung
Luft und Abkühlung derselben stets neue Portionen Queck
ber in die Kugel zu bringen, sondern man läfst diese Fl
sigkeit wirklich zum Sieden kommen und erhält sie darin
lange, bis auch die letzten Antheile von Luft und Feucht
keit entwichen sind, worauf dann das vertical gestellte Th
mometer sich vollständig füllt und man das überflüssige Que
silber aus der obern Kugel schüttet. Hiernach untersucht m
vorläufig, ob Röhre und Kugel ein solches Verhältnifs hab
dafs der Punct des schmelzenden Schnees an die geeign
Stelle der Scale fällt, und bringt so viel Quecksilber hera
bis dieses der Fall ist, zieht dann die Röhre unterhalb d
oberen Kugel in eine feine Spitze aus, bricht sie dort ab, u
vorausgesetzt, dafs die Röhre hinreichende Länge habe, u
oben den Siedepunct des Wassers aufzunehmen, unten ab
noch eine gehörige Anzahl Grade unter dem Gefrierpuncte d
Wassers zu erhalten, erhitzt man die Kugel so lange, bis e
kleines Tröpfchen Quecksilber aus der oberen Spitze herau
steht oder bis der Quecksilberfaden so hoch in die Spitze au
steigt, dafs der Rest der darin vorhandenen Luft als ve
schwindend zu betrachten ist, und schmelzt dann schnell d
Spitze zu. Endlich folgt das definitive Verschliefsen der Röh
durch Abschmelzen der oberen Spitze, wobei die Röhre ste

och einige Grade länger bleibt, als bis an den Siedepunct des Vassers, weil Flüssigkeiten so schwer zusammendrückbar sind, ie Ausdehnung derselben aber mit aufserordentlicher Gewalt erbunden ist, folglich das Thermometer sofort zersprengt werlen würde, wenn die Wärme nur etwas über den Siedepunct les Wassers stiege. Man hält diesen luftleeren Zustand der Thermometer für nöthig, und prüft sie daher, ob das Quecksilber beim Umkehren derselben bis in die Spitze hinabsinkt, velches dann jederzeit geschieht, aufser bei aufserordentlich einen Thermometern, wobei die Adhäsion des Quecksilbers m Glase sein Gewicht übertrifft. Biot führt als Grund an, lafs sonst leicht etwas Luft zwischen das Quecksilber komnen könne, allein die innere Weite des Röhrchens ist zu ng, um dieses zu gestatten, und es wäre in Beziehung auf lie Unveränderlichkeit des Nullpunctes besser, wenn die atnosphärische Luft auf den Quecksilberfaden drückte. Ein vichtigerer und entscheidender Grund liegt jedoch nach Biot darin, dafs leicht etwas Quecksilber aus dem offenen Röhrchen verloren werden könnte, wozu man noch einen andern etzen kann, dafs unfehlbar Staub und Feuchtigkeit eindringen und die inwendige Oeffnung des Röhrchens verunreinigen vürden. Aus dieser Ursache mufs das Ende des Röhrchens verschlossen seyn, und dann würde die mit den Graden der Wärme wachsende Zusammendrückung der eingeschlossenen Luft auf jeden Fall nachtheilig wirken, wenn es nicht luftleer wäre. Wenn aber dennoch der Quecksilberfaden sich trennt, was durch irgend einen verschwindenden Theil von adhärirender Luft oder Feuchtigkeit bei aufgehobenem äufsern Luftdrucke nur noch leichter geschieht, so bewirkt man meistens die Vereinigung des getrennten Quecksilbers dadurch, dafs man, das Thermometer in verticaler Richtung zwischen den Fingern haltend, mit dieser Hand auf die andere Hand schlägt, um durch die Erschütterung den beabsichtigten Zweck zu erreichen; wenn dieses aber nicht erfolgt, so kann man dasselbe in einem Kreise herumschwingen, ja Biot empfiehlt sogar, einen Faden von einem oder zwei Meter Länge anzubinden, um die Wirkung des Schwunges zu vermehren. Soll die Scale des Thermometers bis zum Siedepuncte des Quecksilbers reichen oder reicht die Scale, wenn die Grade sehr grofs und wieder in Theile getheilt werden sollen, wie z. B. bei den

Psychrometern, nicht bis an den Siedepunct, so muſs am oberen Ende des Thermometers eine Kugel angeblasen oder das Ende selbst in einen gehörigen Raum erweitert werden, um das aufsteigende Quecksilber aufzunehmen. Wenn sich bei diesen der Quecksilberfaden trennt, was durch heftige Erschütterung bei denjenigen leicht eintritt, die bis zum Siedepuncte des Quecksilbers reichen[1], weil sie nicht luftleer seyn können, so darf man die untere Kugel nur so lange erhitzen, bis die getrennten Fäden sich in der oberen Kugel wieder vereinigen. Bei solchen, die bis zum Siedepuncte des Quecksilbers reichen, geschieht dieses erst beim Sieden dieser Flüssigkeit, und das Verfahren erfordert daher einige Vorsicht. Man erhitzt deswegen die untere Kugel langsam, bis der Quecksilberfaden dem oberen Ende der Scale nahe ist, beachtet dann bei zunehmender Erhitzung den Augenblick genau, wenn das erste Aufwallen des Quecksilbers eintritt, und zieht sofort das stets vertical gehaltene Thermometer langsam vom Feuer weg, worauf es zu sinken beginnt und man die Vereinigung bewirkt findet. Der Weingeist verstattet solche Operationen nicht und ist daher ohne groſse angewandte Sorgfalt selten ganz frei von Luft.

D. Bestimmung der festen Puncte.

30) Wie man nach vielen vergeblichen Vorschlägen endlich darin übereinkam, daſs das Gefrieren und das Sieden des Wassers bei einer unveränderlichen Temperatur statt finde und hieraus also zwei Normalpuncte zur Erhaltung übereinstimmender Thermometer zu entnehmen seyen, ist oben erwähnt worden. Reaumur war der Erste, welcher dieses bestimmt aussprach, und das Ansehn, welches seine Thermometer in so hohem Grade erhielten, daſs auch die jetzigen wesentlich veränderten noch nach seinem Namen benannt werden, ist nicht bloſs Folge des Eifers, womit die Franzosen sich ihres Landsmannes annahmen, sondern beruht sicher mindestens zum Theil auf diesem Umstande; denn Fahrenheit äuſserte sich darüber keineswegs mit gleicher Bestimmtheit, obgleich er das

1 Ueber die Verfertigung solcher Thermometer s. Placidus Heinrich in Schweigger's Journ. Th. I. S. 214 ff.

schmelzende Eis zur Graduirung seiner Thermometer benutzte. Handelt es sich dann um eine genaue Feststellung und eine dieser angemessene Benennung jener beiden Puncte, so ist Beides in Beziehung auf den einen zwar einfach, auf den andern aber mehr zusammengesetzt. Man nennt den einen *Siedepunct* oder *Punct des siedenden Wassers* (*punctum aquae ebullientis; terme de l'eau bouillante; boiling point*), weil er im siedenden Wasser gefunden wird, den andern aber nannte man anfangs und nennt man auch jetzt noch häufig den *Eispunct* oder *Gefrierpunct* (*punctum congelationis*), weil er durch gefrierendes Wasser gegeben werden sollte. Reaumur[1] erhielt denselben, indem er ein Gefäſs mit Wasser in eine Mischung von 2 Theilen Eis und 1 Theil Kochsalz setzte und den Stand des Weingeistes im Thermometer im Augenblicke, wenn Eisbildung eintrat, als Gefrierpunct bezeichnete. Bald aber fand de Luc[2], daſs dieser Punct veränderlich sey, und gegenwärtig wissen wir, daſs das Wasser nach Umständen mehr oder minder erkalte, und zwar mit sehr bedeutenden Unterschieden, bis die Eisbildung eintritt. Um daher einen unveränderlichen Punct zu haben, wählte man denjenigen, bei welchem das Eis schmilzt, und diesen hat allerdings die Erfahrung als einen unveränderlichen nachgewiesen; allein er kann nun eigentlich nicht mehr Eispunct oder Gefrierpunct heiſsen, sondern muſs *Punct des zergehenden Eises*, *Aufthaupunct; température de la glace fondante; melting point of ice* genannt werden, wie auch wirklich geschieht. Dieser Ausdruck ist zwar allerdings richtig und deutlich bezeichnend, allein er ist zu lang und daher zu unbequem. Die französischen und die neueren englischen Schriftsteller bedienen sich daher des Ausdrucks *zero*, die letzteren jedoch nur dann, wenn vom achtzigtheiligen oder hunderttheiligen Thermometer die Rede ist, und es wird hierdurch nicht ausgeschlossen, auch den Nullpunct der Fahrenheit'schen Scale durch zero zu bezeichnen, so wie man auch im Deutschen vom Nullpuncte redet. Sofern es aber jetzt als ausgemacht gilt, daſs

1 Schon vor ihm hatte Martine vorgeschlagen, zerstoſsenes Eis in kaltes Wasser zu werfen, Lambert aber räth, reines Wasser anzuwenden, welches schon die zum Gefrieren erforderliche Kälte angenommen habe.

2 Untersuchungen über die Atmosph. Th. I. §. 436. h. 443. r.

nur der Punct des schmelzenden Eises als normal gelten k
sollte man unbedenklich der Kürze wegen den Ausdruck
frierpunct oder *Eispunct* beibehalten und sich ein für
Mal über die Bedeutung dieser Ausdrücke verständigen.

31) Die Fixität dieses Punctes und die Unveränderl
keit desselben im Allgemeinen unterliegt keinem Zweifel
beruht auf dem Naturgesetze, dafs beim Eise alle von au
hinzukommende Wärme latent wird, indem sie blofs d
dient, das Eis in Wasser zu verwandeln. Wasser, in v
chem sich noch Eis befindet, kann im Ganzen keine hö
Wärme haben, als 0°, und man nimmt daher auch an,
seine Temperatur genau diese sey; wenn man aber berücksi
tigt, dafs das Wasser ein schlechter Wärmeleiter ist und
beträchtlicher Wärme nicht durchaus sofort auf 0° herabg
würde, wenn man ein Stück Eis hineinwürfe[1], dafs ferner j
Bedingung, welche das Schmelzen des Eises oder Schnees
fördert, ein Herabsinken der Temperatur unter den Schme
punct desselben bewirkt, so wird man bald zu der Ueberz
gung gelangen, dafs die möglichst genaue Bestimmung ei
so wesentlichen Normalpunctes keineswegs so leicht ist, u
die Erfahrung bestätigt dieses vollkommen. Wer es je v
sucht hat, die Gefrierpunote der Thermometer zu controli
oder Apparate genau bis auf diesen Punct zu erkälten, d
wird, ebenso wie ich bei der Aufsuchung der Ausdehnung
gesetze tropfbarer Flüssigkeiten, gewahr werden, dafs man
Stunden lang dauernde Schwankungen beseitigen mufs, e
man mit voller Sicherheit sich von der höchsten Genauigk
des gefundenen Punctes überzeugen kann. Insbesondere
mir aufgefallen, dafs lockerer Schnee, wenn er, in einem G
fäfse in ein mäfsig warmes Zimmer gebracht, zu schmelzen b
ginnt, die zugeführte Wärme sehr begierig aufnimmt und d
durch feine Thermometerkugeln wohl bis 0°,5 C. unter d

1 Hiervon überzeugten sich die Mitglieder der Commission d
Poids et mesures, indem sie fanden, dafs de Borda durch Eintauch
der Mefsstangen in Wasser mit Eis nicht 0° C., sondern 1°,35 C. e
halten habe; sie konnten die Temperatur von solchem Wasser nic
tiefer als 0°,5 C. herabbringen. S. Base du Syst. metr. T. III.
137. 434. Befindet sich das Gefäfs mit solchem Wasser in einer U
gebung von 3 und mehr Graden unter 0° C., so geht seine Temp
ratur bis — 0°,5 C. und noch beträchtlich tiefer hinab.

Gefrierpunct herabbringt. Ungleich häufiger ist der entgegengesetzte Fehler. Sind die Kugeln der Thermometer etwas gröſser, so haben sie eine merkliche Quantität Wärme in sich und bringen hierdurch nicht bloſs eine gewisse Menge Eis zum Schmelzen, sondern erwärmen auch das sie zunächst umgebende Wasser so, deſs sie nicht ganz bis auf den gewünschten Normalpunct herabgehn. Auſserdem dauert es bekanntlich sehr lange, bis die Körper ihre letzten Antheile von überschüssiger Wärme an ihre Umgebung abgeben, und man muſs daher auf jeden Fall hinlängliche Zeit und viele Sorgfalt auf die Bestimmung der festen Puncte verwenden.

De Luc[1] erkannte zuerst die Fixität des Schmelzpunctes beim Eise; er füllte daher ein Gefäſs mit zerstoſsenem Eise, und brachte das Thermometer so hinein, daſs es bis ans Ende des Quecksilberfadens damit umgeben war. Strohmeyer[2] hält dieses Verfahren bis zu einer Fehlergrenze von 1°,5 für unsicher und zieht Wasser im Eise vor. Zu diesem Ende soll man Wasser in einem Gefäſse ringsum gefrieren lassen, dann die obere Decke einstoſsen und das Thermometer in das Wasser herabsenken. Offenbar ist dieses die von Ducrest empfohlene Methode, wodurch er den von Reaumur angenommenen Gefrierpunct des Wassers erhalten wollte, und Luz[3] bemerkte daher ganz richtig, daſs der gesuchte Punct hierdurch 0°,2 R. zu tief herabgehe, welches jedoch nur dann der Fall ist, wenn das Gefäſs fortdauernd dem Einflusse äuſserer Kälte ausgesetzt bleibt, in wärmerer Umgebung dagegen wird der gesuchte Punct zu hoch gefunden werden. Uebrigens giebt Luz der von de Luc vorgeschlagenen Methode den Vorzug. Die Kön. Societät zu London[4] hielt die Aufgabe, die festen Puncte der Thermometer mit möglichster Genauigkeit zu bestimmen, für so wichtig, daſs sie eine Commission aus den bedeutendsten damaligen Physikern, Cavendish, Heberden, Aubert, J. A. de Luc, Maskelyne, Horsley und Planta, beauftragte, die beste Methode hierfür aufzusuchen. Für die Bestimmung des Eispunctes geben diese jedoch

1 A. a. O. §. 438. e.
2 A. a. O. S. 28.
3 Anweisung Therm. zu verf. §. 122 bis 129.
4 Philos. Trans. T. LXVII. N. 37. p. 817.

nur die einzige Vorschrift, dafs das Thermometer bis ans E
des Quecksilberfadens in zerstofsenes Eis eingesenkt we
müsse, weil der Gefrierpunct sonst zu hoch liegen würde,
sie berechneten zugleich eine Tabelle, um den hieraus
stehenden Fehler zu corrigiren. Dafs man alle Körper,
sie, genau genommen, auf eine gewisse Temperatur zu b
gen, dem erwärmenden oder erkältenden Mittel in ihrer g
zen Ausdehnung aussetzen müsse, versteht sich von se
und sonach mufs auch das Thermometer zur Auffindung
Nullpunctes bis an den Ort der Röhre, wohin dieser fällt,
erkältenden Mischung ausgesetzt werden. Am geeignet
hierzu habe ich stets gefunden, das zu graduirende Ther
meter schon vorher einige längere Zeit einer vom Frostpu
wenig entfernten Temperatur auszusetzen, dann reinen Sch
in einem hinlänglich grofsen Gefäfse bei einer wenig über
Frostpunct hinausgehenden Temperatur mit einem hölzer
Spatel oder einer Glasröhre anhaltend zu rühren, bis ein s
fer Brei entsteht, in welchem nur weniges oder eigentlich
kein freies Wasser vorhanden ist, und das Thermometer
genug in diese Masse hineinzusenken, zugleich aber oft
was auf- und abwärts zu bewegen, damit die Kugel dess
ben nicht etwa mit geschmolzenem Wasser, sondern mit
noch nicht zergangenen Masse in Berührung komme, de
auch Tralles[1] fand, dafs das freie Wasser im schmelzend
Schnee den Frostpunct 0°,7 C. zu hoch angeben könne.

32) Neuerdings sind die Gesetze und Bedingungen ei
scharfen Bestimmung des Gefrierpunctes durch Egen[2] mit u
übertrefflicher Genauigkeit aufgestellt worden, indem er verm
telst eines fein getheilten Silberplättchens und mikroskop. Abl
sung der Höhe des Quecksilberfadens diejenigen Umstände a
suchte, unter denen der Stand sich unveränderlich zeigt. A
einer sehr grofsen Menge seiner Versuche ergeben sich fo
gende Regeln. Nur der Punct des schmelzenden Schnees
zur Bestimmung des Nullpunctes der Thermometer geeign
denn dafs gefrierendes Wasser oder Wasser, worin sich E
befindet, nicht dazu brauchbar sey, ergiebt sich aus früher
Erfahrungen, zerstofsenes reines Eis scheint nach einigen w

1 Astronom. Jahrbuch 1825. S. 211.

2 Poggendorff Ann. XI. 335.

nigen Versuchen in seinem Verhalten dem Schnee gleich zu seyn, allein auf jeden Fall ist es mühsam und nicht allezeit völlig sicher, reines Eis zu erhalten und die möglichen störenden Einflüsse dabei zu entfernen. Auf die richtige Bestimmung dieses festen Punctes haben keinen Einfluſs das Gefäſs und die Menge des darin enthaltenen Schnees, der Barometerstand, die Beschaffenheit des gewählten Schnees, wenn er nur rein ist, und die Temperatur des Beobachtungsortes, doch ist es allezeit leichter und sicherer, wenn die äuſsere Temperatur 5 bis 6 Grade über dem Nullpuncte nicht übersteigt. Die Unterschiede, welche durch diese genannten Einflüsse hervorgebracht werden, übersteigen sicher nicht 0°,007 C. Wohl zu berücksichtigen ist dagegen der Grad der Schmelzung, worin sich der Schnee befindet, denn er eignet sich zu der gewünschten Bestimmung nur dann, wenn die Schmelzung in ihm anfängt sichtbar zu werden oder er sich in einzelnen Theilen durchscheinend zeigt, indem von da an, bis er mit Wasser durchzogen wird, seine Temperatur constant bleibt. Ist die äuſsere Temperatur nur wenige Grade höher als der Nullpunct, so tritt die constante Temperatur schon dann ein, wenn er anfängt plastisch zu werden und sich an der Oberfläche einzelne durchscheinende Puncte zeigen, dauert auch noch fort, wenn er bedeutend naſs zu werden angefangen hat, weswegen es ungleich leichter und sicherer ist, die Bestimmung unter diesen Umständen vorzunehmen. Wenn dagegen die äuſsere Temperatur hoch und der Zufluſs der Wärme von auſsen stark ist, so kann diese nicht sofort vom Schnee absorbirt werden; dieses erfordert Zeit, und man findet den gesuchten Punct zu hoch, wenn man nicht vorsichtig den Zeitpunct abwartet, bis der Schnee auch im Innern anfängt durchscheinend zu werden. Kommt es auf sehr groſse Genauigkeit nicht an, so findet man den Nullpunct mit genügender Sicherheit von dem Augenblicke an, wo der Schnee anfängt plastisch zu werden, bis er mit Wasser durchzogen ist; der Fehler wird 0°,04 C. nicht übersteigen; ist aber viel Wasser vorhanden und der Zufluſs der Wärme von auſsen bedeutend stark, dann sind die Fehler groſs, und die Grenze derselben ist nicht wohl anzugeben, da unter Umständen sich selbst in lauem Wasser das Eis noch eine geraume Zeit ungeschmolzen erhalten kann.

33) Das hier mitgetheilte Verfahren hat man seitdem überall, wo es auf grofse Genauigkeit ankommt, in Anwendung gebracht; es ist schärfer und bestimmter ausgedrückt, als dasjenige, welches Rudberg[1] empfohlen hat, Letzterer aber berücksichtigt einen wesentlichen und gleichfalls sehr zu beachtenden Umstand. Egen stellte seine Versuche mit bereits graduirten Thermometern an, allein eine zweite Frage ist, wie man im Allgemeinen den genau gefundenen Frostpunct gehörig bezeichnen soll. Ehemals war die Regel, einen feinen Faden ungefähr in der Gegend des Nullpunctes um die Röhre zu binden, diesen so lange zu verschieben, bis er sich genau an der Stelle des Gefrierpunctes befindet, und ihn dann mit etwas Gummiwasser festzukleben oder die erforderliche Stelle durch einen Diamantstrich oder Feilstrich zu bezeichnen; allein dieses Verfahren, welches mit gehöriger Sorgfalt ausgeführt für gewöhnliche und auch mäfsig feine Thermometer völlig genügt, nennt Rudberg für die ganz vorzüglichen Apparate, wie er sie bei der Regulirung der schwedischen Normalmafse gebrauchte, zu grob, und er wandte daher die folgende, allerdings ungleich schärfere an. Zuvörderst wurde vorläufig in der Gegend der Stelle, wohin der Nullpunct zu liegen kommt, ein feiner Diamantstrich gemacht, dessen Richtung auf die Axe der Röhre perpendiculär seyn mufs, dann legte er das Thermometer auf das Messingblech AB und schraubte es vermittelst des bügelförmigen Streifens nm nach untergelegter Korkscheibe mit den Schrauben SS fest. Auf der Mitte der Platte abcd befand sich in Silber eine feine Theilung, wovon 198 Theile auf einen Decimalzoll gingen. Zur Ablesung diente ein Mikroskop, dessen Röhre DE in der Hülse G verschiebbar steckte, die Hülse selbst war ein Träger N und dieser am Schieber MP befestigt, welcher die Messingplatte von unten her umfafste und auf den Seiten derselben verschiebbar festgeklemmt war. Das Mikroskop hatte nur dreimalige Vergröfserung, weil der Diamantstrich auf der Röhre und die Striche der Theilung zugleich gesehn werden mufsten, und um die Parallaxe zu vermeiden, hatte der Deckel des Mikroskops oben ein kleines Loch o, in der Röhre selbst

Fig. 80.

1 Aus Kongl. Vetensk. Acad. Handling. f. 1834. p. 354. in Poggendorff Ann. XXXVII. 376. XL. 39.

aber, etwa 0,5 Zoll vom Objective E, befand sich ein messingnes Diaphragma, dessen kreisrunde Oeffnung nur eine Linie im Durchmesser hielt, in deren Mitte dann das Ende des Quecksilberfadens durch Verschiebung des Mikroskops gebracht wurde, wobei man nach einiger Uebung noch 0,2 der Theilung schätzen konnte. Zuerst wurde dann gemessen, mit welchem Theilstriche der Diamantstrich auf der Röhre zusammenfiel, dann das Thermometer in die Schneemischung gehalten und, nachdem es lange genug darin gestanden, der das Ende des Quecksilberfadens berührende Theilstrich abgelesen, um zu wissen, wie viele solcher Theile über oder unter dem Diamantstriche der Nullpunct sich befand.

Obgleich man diesem Verfahren den gröfsten Beifall nicht versagen kann, so scheint mir doch das durch Egen angewandte noch vorzüglicher zu seyn. Zuerst nimmt der Quecksilberfaden, so weit er auf der Messingplatte liegt, nicht wohl die erforderliche Temperatur an, und zweitens macht die Vorrichtung das Thermometer zu unbehülflich, so dafs man dasselbe nicht mit der erforderlichen Leichtigkeit in der Schneemischung bewegen kann, um zu verhüten, dafs sich kein mit Wasser erfüllter Raum um die Kugel bilde, wodurch leicht ein Fehler von 0°,1 bis 0°,2, ja unter Umständen ein noch gröfserer entstehn kann. Weit wichtiger als die schärfste Messung ist aber die scharfe Herstellung der zu messenden Gröfse. Im Allgemeinen kommt hierbei noch Folgendes in Betrachtung. Wenn die verlangten Thermometer beim künftigen Gebrauche ohne Mikroskop und ohne Anwendung einer künstlichen mikrometrischen Theilung abgelesen werden, so genügt es, auch bei der Bestimmung der festen Puncte sich auf diejenige Grenze der Genauigkeit zu beschränken, die durch das unbewaffnete Auge erreichbar ist, dagegen aber mehr Sorgfalt darauf zu verwenden, dafs bei dem so viel leichter zu manipulirenden Thermometer das Quecksilber völlig genau auf den gesuchten Nullpunct herabgebracht werde. Die scharfe Bezeichnung dieses Punctes ist allerdings schwierig, sobald man verlangt, dafs sie dauerhaft bleibend seyn soll. Das Ritzen mit einem Diamantsplitter, einem scharfen Feuersteine oder einer Feile kann einen Bruch der Röhre an dieser Stelle herbeiführen und ist aufserdem, wenn die Bezeichnung scharf seyn soll, nicht eben leicht zu bewerkstel-

ligen. Daher empfehle ich folgendes Verfahren, welche zwar nicht hierbei, wohl aber bei andern Operationen bewährt gefunden habe. Nachdem vorläufig der Ort des frierpunctes mit hinlänglicher Genauigkeit ausgemittelt un irgend eine Weise, ohne jedoch die Röhre zu beschm bezeichnet worden ist, wird um diese Stelle ein Silberfaden der bekannten feinsten Sorte geschlungen, deren man sich f und wohl noch jetzt zum Einziehen in die Fernröhre be Dieser hat immerhin Haltbarkeit genug, um nach zwei- dreimaligem Umschlingen seiner beiden Enden um ein hinlänglich festzusitzen und sich vorsichtig vermittelst feinen Messerklinge so viel verschieben zu lassen, als h erfordert wird. Alsdann folgt die nach gegebener Anwei zu bewerkstelligende Herabbringung des Thermometers auf Gefrierpunct, welches bei dem so leicht zu manipulire Apparate mit gröſster Schärfe geschehn kann, auch fäll parallaktische Fehler von selbst weg, wenn man bei wi holter Umdrehung der Röhre um ihre Axe den Silberfad lange verschiebt, bis das Ende des Quecksilberfadens g in seine Ebene fällt. Ist man von der Sicherheit dieser stimmung überzeugt, die man nöthigenfalls durch Wiede lung dieses Verfahrens noch erhöhen kann, so überzieht die Röhre an der Stelle des Silberfadens etliche Zoll lang Copalfirniſs oder mit dem flüssig gemachten Deckgrunde Aetzung mit Fluſssäure, und wenn dieser hinlänglich getr net ist, ohne zu groſse Sprödigkeit angenommen zu ha wird der Faden abgenommen und der dann zum Vors kommende blanke Streifen mit Fluſssäure geätzt, welcher h fein seyn muſs, weil der mit einem Pinsel aufgetragene niſs bloſs die Stelle der Röhre nicht bedeckt, die durch runden Draht geschützt wurde.

34) Der zweite, gleich anfangs als normal gewählte P ist der *Siedepunct*, unnöthig zuweilen *Punct des siede Wassers* genannt; *punctum aquae ebullientis; terme de bouillante; boiling point*, welchen das Thermometer anni wenn man es in siedendes Wasser senkt. Daſs die Temp tur des siedenden Wassers eine constante sey, ist allerd gewiſs, soll dieselbe aber zur Bestimmung eines Normalpu beim Thermometer dienen, so sind verschiedene Vorsic maſsregeln zu beachten, und dabei ist dennoch das Verfa

ıühsam und schwierig, sobald es auf einen hohen Grad der ienauigkeit ankommt. Schon DE LUC erkannte ziemlich vollländig die dabei zu beobachtenden Vorsichtsmafsregeln. Zurst mufs man reines Wasser nehmen; dann hat zwar die Temperatur der äufseren Umgebung keinen Einflufs, einen deto gröfseren aber legt er der Gestalt des Gefäfses und der eschaffenheit seines Deckels bei. Aufserdem soll die Wärme twas abnehmen, wenn die Quantität des Wassers durch Verunstung vermindert wird, man soll ferner nicht blofs die ugel, sondern auch den Theil der Röhre, bis wohin das uecksilber steigt, dem siedenden Wasser aussetzen, nie aber it der Kugel den Boden berühren, weil sonst die Wärme m einen ganzen Grad Reaum. steigen könne, übrigens aber ıufs das Wasser in starkem Sieden erhalten werden, damit ie erforderliche Wärme überall in demselben verbreitet werde. ELLANI[1] giebt die Regel, man solle den Quecksilber enthalenden Theil der Röhre den Dämpfen des siedenden Wassers ı einem verschlossenen Gefäfse mit engem Ausgange ausetzen, die Kugel aber zwei bis drei Zoll tief unter die Oberäche des Wassers senken, ohne den Boden zu berühren. ndlich erkannte DE LUC schon den starken Einflufs des verıderlichen Luftdruckes auf das Sieden des Wassers und ıachte es daher zur Bedingung, dafs bei allen Thermometern er Siedepunct unter gleichem Luftdrucke bestimmt oder hierach corrigirt würde. Im Allgemeinen hatte schon FAHRENEIT jenen Einflufs auf die Lage des Siedepunctes bemerkt, ie Gröfse der erforderlichen Correction wurde aber nachher us den Untersuchungen über die Elasticität des Wasserdamfes verschieden bestimmt. EGEN[2] giebt an, dafs LEMONNIER e im Jahre 1740 für jede Linie der Barometerhöhe $= 0°,104$; IARTINE $= 0°,092$; FAUGÈRE gegen das Jahr 1770 einmal $= 0°,112$, ein anderes Mal $= 0°,062$; DE LUC im Mittel aus ıehreren im Jahre 1770 angestellten Versuchen $= 0°,094$; DALTON und nahe ebenso ARZBERGER $= 0°,085$ C. bestimmt abe. Die oben genannten Mitglieder der Londoner Societät eben in Folge ihrer vielen Versuche ausführliche Regeln hierır an. Zuerst soll man das Thermometer nicht ins Wasser

1 Brugnatelli Giornale cet. Dec. sec. T. VI. p. 274.
2 Poggendorff Ann. XI. 284.

senken, sondern nach dem zuerst von Cavendish[1] gema Vorschlage vielmehr blofs den Dämpfen des siedenden sers aussetzen. Hierfür schlagen sie ein allerdings pass Gefäfs von Blech vor, welches nach dem Hineingiefsen etliche Zoll hohen Wasserschicht mit einem genau schlie den, aber des bequemen Abhebens wegen auf einem von Filz ruhenden Deckel verschlossen wird. In diesem findet sich eine 0,5 Z. weite und 2 bis 3 Z. hohe Röhre Entweichen der Dämpfe, doch soll sie mit einer zinn durch die Dämpfe zu hebenden Platte bedeckt seyn. Oeffnung, durch welche die Thermometerröhre gesteckt soll dicht schliefsen und der Siedepunct des Thermometers sehr wenig über sie herausragen, damit die Dämpfe üb auf den Quecksilberfaden einwirken; auch soll das W rasch sieden, und mindestens 1 bis 2 Minuten auf das T mometer eingewirkt haben, ehe man den gesuchten Punct stimmt. Andere Vorschläge, als die Kugel ins Wasser 3 bis 4 Zoll hinabzusenken, wobei weder der Deckel schliefsen, noch auch die Röhre mit der zinnenen Platte deckt seyn mufs, oder die Kugel in einem offenen Ge ins Wasser zu senken, die Röhre aber mit leinenen oder lenen Zeugen zu umwickeln und diese drei- bis viermal siedendem Wasser zu begiefsen, sind weit weniger zweck fsig, und der letztere verdient auf jeden Fall keine E pfehlung. Endlich bestimmten sie, dafs die Barometerh 29,8 engl. Z. (335,54 Par. Lin.) betragen müsse, wenn Was dämpfe angewandt würden, und 29,5 engl. Zoll (332,15 Lin.), wenn die Kugel 2 bis 3 Zoll tief ins Wasser ein senkt würde. In einer Tabelle sind die Correctionen, wel die Scalen für jeden andern Barometerstand bedurften, in T sendtheilen ihrer ganzen Länge hinzugefügt.

Fig. 81.

35) Egen's erwähnte Untersuchungen[2] lassen sich a in Beziehung auf die Bestimmung des Siedepunctes als schöpfend betrachten. Zuerst entscheidet er sich bestimmt für, dafs derselbe nicht im Wasser, sondern im Dampfe funden werden müsse, wovon sich übrigens jeder durch ei einfachen Versuch leicht überzeugen kann, wenn er nur

1 Philos. Trans. T. LXVI. p. 380.
2 Poggendorff Ann. XI. 284. 517.

Thermometer in siedendes Wasser hält, in welchem Fall ein fortdauerndes Oscilliren der Spitze des Quecksilberfadens wahrgenommen wird, nicht zu gedenken, dafs obendrein bei Anwendung eines offenen Gefäfses der in überwiegender Menge auf dem Ende der Röhre niedergeschlagene Dampf ein genaues Auffinden des eigentlichen Punctes ganz unmöglich macht. Hiermit fällt dann auch die Beantwortung der Frage, was für Gefäfse man wegen ihres Einflusses auf die Hitze des siedenden Wassers wählen müsse, von selbst weg, die durch Egen berührt und durch Rudberg ausführlich untersucht wird[1]. Von entschiedenem Einflusse ist aber der Barometerstand, und die Frage, bei welcher Quecksilberhöhe der Siedepunct bestimmt werden müsse, bedarf daher nothwendig einer definitiven Erledigung. Egen stellt zu diesem Ende eine Menge genau bestimmter Barometerhöhen zusammen, gelangt aber zu dem nämlichen Resultate, welches aus meinen eigenen, in Folge vieler neu hinzugekommener Thatsachen noch ausführlicheren Untersuchungen[2] evident hervorgeht, dafs wir einen allgemeinen mittleren Barometerstand im Meeresspiegel mit Schärfe zu bestimmen gar nicht vermögen, und dafs es daher am gerathensten ist, sich über einen gewissen willkürlichen zu vereinigen, welcher dem wirklichen möglichst nahe kommt und sich von den bisher verschiedentlich angenommenen am wenigsten entfernt. Diesemnach entscheidet er für 0,76 Meter der auf 0° C. reducirten Quecksilbersäule im Barometer, weil diese Gröfse die angegebenen Bedingungen erfüllt, in dem eigentlichen Fundamentalmafse ausgedrückt, in Frankreich allgemein und auch in Deutschland vielfach angenommen ist und auch der in England fortwährend beibehaltenen Bestimmung von 30 engl. Zoll = 0,762 Met. mit einem verschwindenden Unterschiede nahe kommt. Diese Gründe sind so einleuchtend, dafs man nicht zweifeln kann, es werde dieser Vorschlag allgemein angenommen werden, womit dann die früheren anderweitigen Bestimmungen von Lambert und

1 Beiläufig bemerke ich, dafs der Vielen räthselhafte Unterschied der Siedehitze des Wassers in verschiedenen Gefäfsen eine Folge der gleichzeitig mit und neben der Dampfbildung statt findenden Wärmestrahlung ist, wie im Art. *Wärme, Sieden*, ausführlich gezeigt werden soll.

2 S. Art. *Meteorologie, Barometer*. Bd. VI. S. 1939.

de Luc von 27 Zoll = 0,73089 Met., die gangbare vo
Z. = 0,75796 Met. und die der Londoner Commission von
engl. Z. = 0,7493 Meter von selbst wegfallen. Vielen C
für sich hat Soldner's[1] Vorschlag von 0,75 Meter, we
meisten Orte so hoch über der Meeresfläche liegen, da
Barometerstand von 0,76 Meter daselbst unter die minde
wöhnlichen gehört, allein die angegebenen Gründe sind
überwiegend für 0,76 Meter entscheidend.

36) Die Frage, bis zu welchem Grade der Genau
der Siedepunct auf den Thermometern bestimmt werden k
da de Luc die Grenze der Genauigkeit = 0°,08 C., die
doner Commission aber zwischen 0°,2 und 0°,45 C. an
ohne die Ursachen dieser Schwankungen auffinden zu kö
hat Egen gleichfalls einer sorgfältigen Untersuchung u
worfen. Zuerst mufs entschieden werden, ob die Materi
Gefäfses, worin das Wasser siedet, auf die Temperatu
gebildeten Dampfes einen Einflufs ausübt und es daher
gründet ist, dafs man nach der Vorschrift von Cavendis
Bestimmung des Siedepunctes in einem eisernen Gefäfse
nehmen müsse. Die erschöpfenden Versuche von Rudb
zeigen evident, dafs die Wärme des Dampfes aus siede
Wasser in allen Gefäfsen gleich ist, und da versteht es
dann von selbst, dafs man das bequemste Material, näm
Blech, zu denjenigen Gefäfsen wählen wird, die zur Be
mung des Siedepunctes dienen sollen. Ein zweiter zu
scheidender Umstand ist die oft behauptete[3] Gleichheit
Temperatur des Dampfes und der Flüssigkeit, woraus der
beim Sieden entweicht. Auch hierüber entscheiden Rudbe
Versuche bestimmt dahin, dafs jener Satz keineswegs ri
ist, der Wasserdampf vielmehr in jedem Gefäfse und s
von Wasser, worin eine beliebige Menge eines Salzes a
löst ist, eine vom Luftdrucke abhängige Temperatur hat.
zwischen erhält dieses eine beachtenswerthe Beschränkung
den Versuchen von Egen, welche zeigen, dafs die W
des Wasserdampfes ungemein steigt, wenn das freie Feue
vom Wasser nicht bespülten Wandungen des Gefäfses so

---

1 G. XVII. 62.
2 Poggendorff Ann. XL. 55.
3 Biot Traité de Phys. exp. et math. T. I. p. 45.

spült, dafs diese eine sehr grofse Hitze annehmen, die nach Erfahrungen bei Dampfkesseln selbst bis zum Glühen steigt. Wird diese Ursache beträchtlicher Fehler vermieden, so macht die Höhe des Wassers im Gefäfse keinen Unterschied, sobald die Menge desselben grofs genug ist, um die gehörige Quantität Dämpfe ohne Unterbrechung herzugeben. Das Gefäfs, welches Biot[1] zur Bestimmung des Siedepunctes empfiehlt, ist dazu vollkommen geeignet, nur dürfte zu bemerken seyn, dafs die zum Entweichen des Dampfes bestimmte Oeffnung nicht zu grofs seyn darf, damit nicht unnöthig vieles Feuer zur fortdauernd starken Dampfbildung erfordert werde, auch neben dem Dampfe nicht Luft von aufsen eindringe und eine Abkühlung verursache. Die Gestalt des von ihm empfohlenen Gefäfses wird durch die genau copirte Zeichnung genügend deutlich, nur scheint nicht gehörige Rücksicht darauf genommen zu seyn, dafs die Thermometer, insbesondere die gröfseren, ihrer ganzen Länge nach den Dämpfen ausgesetzt werden. Das Gefäfs, dessen sich Egen bediente, ist in mehrfacher Beziehung zweckmäfsiger eingerichtet. Dasselbe besteht aus einem Cylinder von Blech, wobei der untere Absatz deswegen angebracht zu seyn scheint, um es mit Bequemlichkeit in einen schon bestehenden Ofen zu senken, wodurch dann auf jeden Fall verhütet wird, dafs eine starke Flamme die oberen Wandungen umspült. An der einen Seite war eine Röhre seitwärts angelöthet, um durch diese ein Thermometer in das Wasser selbst einzubringen, was jedoch nur dann von Nutzen ist, wenn man Versuche zur Vergleichung der Hitze des Wassers und des Dampfes anstellen will, für den gewöhnlichen praktischen Gebrauch aber wegfallen kann. An der gegenüberstehenden Seite befindet sich eine längliche Oeffnung von 2 Zoll Breite und 1,5 Z. Länge, die durch einen Schieber bedeckt mehr oder weniger geöffnet wird. Der genau schliefsende Deckel ist mit 4 aufgesetzten kurzen Röhren a b c d versehn, in welche andere gesteckt werden können, die vorzüglich zur Aufnahme längerer Thermometer dienen, eine auch deswegen vortheilhafte Einrichtung, weil sie die scharfe Bezeichnung des Siedepunctes erleichtert. Zahlreiche Versuche ergaben, dafs bei fortdauerndem lebhaftem Sieden des Wassers

Fig. 82. Fig. 83. Fig. 84.

1 Traité T. I. p. 45.

und gleichbleibendem Barometerstande der Siedepunct s
Stunden lang unverändert blieb; auch hatte die Menge
Wassers im Gefäſse keinen Einfluſs, jedoch durften ganz
Wasser entblöſste Theile des Gefäſses der Einwirkung des F
nicht zu sehr ausgesetzt seyn, weswegen es immer rat
bleibt, das Wasser nicht unter etwa 1 Zoll tief sinken zu
sen. Der Abstand der Thermometerkugeln von der Oberf
des Wassers war ohne Einfluſs, doch durften sie dem ob
Deckel nicht allzunahe seyn, und ebenso schien die G
der Oeffnung a, aus welcher der Dampf entwich, keinen
terschied herbeizuführen, obgleich dieses wohl eine Gr
haben muſs, die sich jedoch leicht bestimmen läſst, so
man nur beachtet, daſs eine hinlängliche Quantität Dampf
weichen kann, ohne eine vermehrte Spannung zu erhal
wurde aber die Röhre c gleichfalls geöffnet, so zeigte sich
Siedepunct höchst schwankend und im Ganzen tiefer lieg
was davon abzuleiten ist, daſs dann in die Oeffnung des Sc
bers oder neben dem nicht absolut schlieſsenden Deckel
ſsere Luft eindringt und mit dem Dampfe durch die R
entweicht.

37) Etwas später, als Egen, jedoch ohne von dessen
beit Kenntniſs zu haben, unterwarf G. F. Parrot[1] die A
gabe über die Auffindung der beiden festen Puncte einer a
führlichen Untersuchung, deren Resultate im Ganzen wohl
den eben erwähnten übereinstimmen muſsten, und es w
daher genügen, hier nur einige Abweichungen anzuführ
Dahin gehört eine wegen ihrer Leichtigkeit zu empfehle
sichere Methode zur Bestimmung des Frostpunctes, wel
darin besteht, daſs man das Thermometer mit festgedrück
lockerem Schnee bei einer Temperatur von etwa — 4°
— 6° oder tiefer genau umgiebt, dasselbe bis unter den N
punct herabgehn läſst, dann das Gefäſs in einen etwa 6°
8° warmen Raum bringt und abwartet, bis ein Theil des ä
ſseren Schnees durch die von auſsen zuströmende Wärme
schmolzen ist. Der so erzeugte Nullpunct bleibt wohl e
Stunde und darüber constant, so lange noch die Kugel v
ungeschmolzenem Schnee umgeben ist, der längere Zeit

1 Mémoire sur les Points fixes du Thermomètre, par G. F. P
rot. Avec deux Planches. St. Peterb. 1828. 4.

eränderte Stand zeigt aber, dafs der eigentliche Nullpunct
;irklich erreicht sey. Nimmt man statt des Schnees Eis, was
m Sommer nothwendig seyn würde, so müfste man dasselbe
us. destillirtem Wasser herstellen, oder man würde gegen
nerkliche Fehler nicht gesichert seyn, weswegen es am ge-
athensten scheint, diese Methode ganz aufzugeben. In Be-
:iehung auf den Siedepunct hat Parrot das beachtenswerthe
Resultat aufgefunden, dafs die äufsere Temperatur ohne Ein-
lufs ist, mindestens innerhalb der Grenze seiner Versuche von
— 5° bis — 15° R. Wenn er aufserdem eine hinlänglich
virkende Weingeistlampe als am besten geeignet empfiehlt, um
las Wasser in stets gleichmäfsigem Sieden zu erhalten, so
nag dieses allerdings gegründet seyn, weil bei einer solchen
lie Flamme sich am leichtesten reguliren läfst. Ein Umstand,
uf welchen Parrot aufmerksam macht, verdient zwar aller-
lings Beachtung, ob er aber geeignet ist, zur Einführung von
zwei verschiedenen Arten eigens benannter Thermometer zu
führen, dürfte noch fraglich scheinen. Man hat als Regel an-
genommen, dafs nicht blofs die Kugel, sondern auch die ganze
Länge des Quecksilberfadens dem erhitzenden Dampfe zur rich-
igen Bestimmung des Siedepunctes ausgesetzt seyn müsse.
Ein so graduirtes Thermometer wird dann allerdings die Tem-
peratur richtig zeigen, wenn es dem erwärmenden Medium
ganz ausgesetzt ist, z. B. bei Witterungsbeobachtungen u. s. w.,
wenn aber die Wärme von Flüssigkeiten gemessen wird, in
welche man nur die Kugel eintauchen kann, so findet man die-
selbe um eine geringe Gröfse unrichtig, weswegen Parrot für
die erste Art von Thermometern den Namen *Atmothermo-
meter*, für die zweite *Hydrothermometer* in Vorschlag bringt,
wobei zugleich die erstere Art im Dampfe, die zweite aber
durch Einsenkung der Kugel in siedendes Wasser bis zu einer
bestimmten Tiefe ihren Siedepunct erhalten haben soll; in-
zwischen dürfte der Grund nicht erheblich genug seyn, die
Uebersicht thermometrischer Beobachtungen durch Verdoppe-
lung der Apparate zu erschweren, und es vorzuziehn seyn, nur
die eine Art derselben zur möglichst genauen Uebereinstim-
mung zu bringen.

38) Rudberg[1] liefs einen Apparat für diesen Zweck con-

1 Poggendorff Ann. XL. 60.

struiren, welcher insofern erwähnt werden muſs, als er von einem ausgezeichneten Physiker nach der Bekanntwerdung des bereits beschriebenen gewählt wurde und sich von diesem durch eine angebrachte doppelte Röhre unterscheidet. Die Construction desselben ist aus der Zeichnung ohne ausführliche Beschreibung zu entnehmen. Er besteht aus einem gröſseren cylindrischen Gefäſse zur Aufnahme des Wassers, einem äuſseren Cylinder MN von ungefähr 1,25 schwed. Decimalzoll (1,37 Par. Z.) und einem inneren von 0,66 schwed. Decimalzoll (0,87 Par. Z.) Durchmesser, beide von so kleiner Dimension, damit die Oberfläche nicht zu stark abgekühlt wird und ein nur mäſsiges Feuer zur Bildung einer hinlänglichen Quantität Dampf genügt. Beide Röhren sind oben mit einem Korke verschlossen und bestehn aus einzelnen Stücken, deren eine für die Länge des jedesmaligen Thermometers hinlängliche Anzahl in einander gesteckt wird, wobei jedoch die Fugen verlöthet werden sollen, weil sonst etwas condensirtes Wasser durchdringt, verdunstet und dadurch eine gröſsere Abkühlung bis zur Unsicherheit der Beobachtung erzeugt. Daſs diese Argumentation auf den äuſseren Cylinder anwendbar sey, begreift man leicht, wie sie aber auch auf den inneren passen könne, welcher doch nothwendig sowohl inwendig als auch auswendig mit siedend heiſsem Wasserdampf erfüllt und von diesem umgeben ist, so daſs keine Condensation erfolgen darf, wenn man eine richtige Bestimmung verlangt, ist mir wenigstens nicht klar, und ich möchte fragen, ob nicht die geringen Durchmesser der Röhren, sofern bei ihnen die Oberflächen in einem geringeren Verhältnisse abnehmen, als der Inhalt des eingeschlossenen Dampfcylinders, einen nachtheiligen Einfluſs herbeiführen, dem man so leicht durch einen kaum der Berücksichtigung werthen gröſseren Aufwand von etwas Brennmaterial entgehn könnte. Bei einem zweiten Apparate von Glas, dessen sich Rudberg lieber bediente, weil man darin den Proceſs des Siedens und alles dessen, was vorgeht, sehn kann, findet die angegebene Sicherungsmaſsregel nicht statt, obgleich das Glas leichter als Weiſsblech die Wärme an seine äuſsere Umgebung abgiebt, und man darf hieraus folgern, daſs sie an sich überflüssig ist, um so mehr, als man die Fugen blechener Röhren vermittelst umwickelten Hanfes leicht dampfdicht verschlieſsen kann. Bei dem gläsernen

Fig. 85.

Fig. 86.

pparate ist der innere Cylinder mit zwei Schrauben an der ıessingnen Hülse cd befestigt, weil man nicht leicht einen em erweichenden Einflusse des Dampfes auf die Dauer wilerstehenden Kitt findet. Die obere Fassung AB, woran cd estgelöthet ist, kann bei rr abgeschraubt werden. Für die Bezeichnung des Siedepunctes wendet RUDBERG das nämliche Verfahren an, welches oben beim Frostpuncte beschrieben ist; uch ersieht man aus der Zeichnung, wie das auf das Messingblech festgeschraubte Thermometer in den Dampfapparat gebracht wird, um die feinen Theile, welche die Abweichung les vorläufig mit einem Diamantstriche bezeichneten Siedepunctes vom gesuchten Puncte geben, mikroskopisch abzulesen. Da diese Methode aber für praktische Künstler nicht wohl zu empfehlen ist, so dürfte die von mir für die genaue Bezeichnung des Gefrierpunctes angegebene für diesen Zweck den Vorzug verdienen, da sie neben der leichten Ausführbarkeit noch obendrein den Vortheil gewährt, dafs das Thermometer in dem nicht dicken, die Wärme schlecht fortleitenden, die Siedehitze dagegen leicht annehmenden oberen Korke bis nahe an den Siedepunct herabgeschoben und der Silberdraht dann ohne Schwierigkeit mit dem oberen Ende des Quecksilberfadens, sobald sein Stand stationär geworden ist, allenfalls mit Hülfe einer Loupe, genau in eine und dieselbe Ebene gebracht werden kann. Daneben gewährt es einen grofsen Vortheil, wenn die beiden festen Puncte auf den Thermometern genau bezeichnet sind, damit jeder Besitzer derselben diese, die so wichtig sind, jederzeit mit Anwendung der für den jedesmaligen Zweck erforderlichen Genauigkeit controliren kann.

39) Bei Weingeistthermometern und den vorgeschlagenen, mit Petroleum oder Schwefelkohlenstoff gefüllten, kann der Gefrierpunct auf die angegebene Weise bestimmt werden, der Siedepunct aber nicht, und es ist daher am räthlichsten, bei ihnen durch Einsenken in warmes Wasser etwa den 50sten Grad der Centesimalscale nach einem sehr genauen Normal-Quecksilberthermometer scharf zu bestimmen.

E. Thermometerscalen und deren Reduction.

40) Sind die beiden festen Puncte, der Gefrierpunct und Siedepunct, bei einem Thermometer bestimmt, so geht man insgemein von dem Grundsatze aus, dafs die innere Oeffnung der Röhren überall gleiche Weite habe oder dafs die Röhren richtig calibrirt seyen. Unter dieser Voraussetzung und der andern, dafs die Volumensvermehrungen der thermoskopischen Substanz den Zunahmen der Wärme direct proportional zu betrachten sind, mufs der Zwischenraum zwischen beiden in eine gewisse Anzahl gleicher Theile getheilt werden, und eine gewisse Menge solcher Theile, wie die hierdurch erhaltenen, wird dann noch unterhalb des Gefrierpunctes aufgetragen; der Träger dieser Theile, gewöhnlich Grade genannt, heifst die *Thermometerscale*. Entweder befindet sich die Theilung auf der Thermometerröhre selbst, oder das Thermometer wird auf einer Scale befestigt. Im ersten Falle ist es nicht gut ausführbar, die Theilstriche auf der Glasröhre mit irgend einem Farbestoffe zu zeichnen, indefs kann man sie auf Papier auftragen und dieses mit Vermeidung der Ausdehnung des Papiers durch Nässe auf die Thermometerröhre kleben, was jedoch ein dürftiger, zur Ungenauigkeit führender Nothbehelf ist, und man mufs sie daher entweder mit einer Diamantspitze ritzen, ohne sie so tief einzuschneiden, dafs die Haltbarkeit der Röhre darunter leiden würde, oder, was bei weitem vorzuziehn ist, man mufs sie mit Flufssäure ätzen. Solche Scalen sind ohne Widerrede die vorzüglichsten, sie sind am kleinsten, werden weder durch Feuchtigkeit, noch durch Säuren angegriffen, sind stets unverrückbar, lassen sich höchst fein darstellen und geben ein leichtes Mittel, parallaktische Fehler beim Ablesen zu vermeiden, indem man nur die Röhren um ihre verticale Axe drehn darf. Sollte es schwierig seyn, bei sehr feinen Thermometern die Grade abzulesen, so beseitigt man diese Unbequemlichkeit dadurch, dafs man die eine Hälfte der Röhre mit schwarzem Tusch oder, was dauerhafter ist, mit schwarzem Lack aus zusammengeriebenem Copalfirnifs und Kienrufs überstreicht und dann den silberweifsen Faden auf dem schwarzen Grunde sehr scharf erkennt.

Auf welche Weise das Aetzen geschehe, ist bereits angege-
ben worden[1]. Im zweiten Falle sind die für sich bestehenden
Scalen meistens von Kupfer und übersilbert, oder von Elfen-
bein[2], oder von Holz und dann meistens mit Papier überklebt,
oder von Glas mit eingeätzten Theilstrichen. Diese Scalen
haben entweder eine Vertiefung am einen Ende, um die Ku-
gel hineinzulegen, oder diese steht mit einem Theile der Röhre
iber die Scale hinaus; zuweilen sind auch die Scalen mit ei-
nem Scharniere versehn, um einen Theil derselben zurückzu-
chlagen und die Kugel nebst dem unteren Ende der Röhre
rei zu machen. Ordinäre Thermometer, aber auch vorzüg-
ich gute, haben ihre Röhre in eine andere Glasröhre einge-
schlossen, in welcher sich zugleich die auf Papier gezeichnete
Scale befindet. Soll sich in diesem Falle die Scale durch
vechselnden Feuchtigkeitszustand nicht verändern, so mufs sie
von der äufsern Luft gänzlich abgeschlossen seyn, was auf die
Weise bewerkstelligt wird, dafs man die äufsere umgebende
Röhre unmittelbar über der Kugel anschmelzt und nach ein-
gebrachter Scale oben an der Blaslampe verschliefst oder mit
iner messingnen Fassung versieht. Auf welche Weise die
Thermometer auf den Scalen befestigt werden, ist so bekannt,
lafs es sich nicht belohnt, hierüber zu reden; auch genügt es
nur zu bemerken, dafs genaue Scalen nothwendig mit einer
Theilmaschine[3] gemacht werden müssen.

41) Auf die Scale werden diejenigen Grade aufgetragen,
lie der gewählten Eintheilung zugehören, und da aufser der
hunderttheiligen Celsius'schen oder Centimalscale, der achtzig-
heiligen oder Reaumür'schen und der Fahrenheit'schen keine
ler verschiedenen oben genannten jetzt mehr gebräuchlich sind,
ndem selbst die von DE L'ISLE vorgeschlagene, obgleich man
ie bisher noch zu berücksichtigen pflegte, jetzt der Verges-
enheit übergeben zu seyn scheint, auch selten nach ihr be-
eichnete Beobachtungen vorkommen, die der wissenschaftli-
he Physiker dann leicht reduciren kann, so wird man es
eeignet finden, wenn ich mich blofs auf die drei ge-

---

1 S. Art. *Fluor.* Bd. IV. S. 519.

2 Elfenbeinerne Scalen sind vorzüglich in England sehr gemein; AUMGARTNER Supplem. S. 121.

3 S. *Theilung.*

nannten beschränke, und dieses um so mehr, je wünsch
werther es offenbar ist, dafs man sich allgemein der einf
sten und angemessensten hunderttheiligen bedienen möge,
dem nach EGEN's[1] nur allzuwahrem Ausspruche aus dem
brauche mehrerer Scalen nicht selten Zweideutigkeiten
vorgehn und die mechanischen Rechnungen bei der Redu
dem Physiker einen bedeutenden, ganz nutzlos geopferten Z
aufwand kosten, wozu man noch setzen kann, dafs beim
sen die genaue Bekanntschaft mit der gebrauchten Scale s
eine deutliche Vorstellung der mitgetheilten Beobachtungen
zeugt, die man nicht im gleichen Grade erhält, wenn
Gröfsen in einer ungewohnten Scale ausgedrückt sind.
jetzt aber, da alle drei Scalen noch gebraucht werden
viele werthvolle Messungen in jeder derselben ausgedr
sind, ist es unumgänglich nothwendig, die Angaben wech
seitig auf einander zu reduciren. Verschiedene Gelehrte h
es der Mühe werth gehalten, allgemeine Formeln aufzu
chen, um danach die erforderlichen Reductionen vorzun
men, z. B. HINDENBURG[2], KRAMP[3], HEINSIUS[4] und KA
NER[5]; da man sich aber jetzt auf die drei gebräuchlichen
len beschränkt und DE LUC's Thermometerscale für baro
trische Höhenmessungen fast ganz in Vergessenheit gekom
auf jeden Fall ganz unnütz ist, so bedarf es keiner allge
nen Formeln zur Berechnung mehr, und man ist mit der
duction sicher in kürzerer Zeit fertig, als erforderlich s
würde, eine Formel dafür aufzusuchen. Wenn man näm
weifs, dafs 100 Grade der Centesimalscale = C auf 80 Gr
der achtzigtheiligen sogenannten Reaumür'schen = R gehn
dieses also das einfache Verhältnifs[6]

---

1 Poggendorff Ann. XI. 292.

2 Progr. Quo Formulae comparandis grad. thermom. idoneae ponuntur. Lips. 1791. 4.

3 Geschichte der Aerostatik. Th. I. S. 100. Anhang zur Ge d. Aerost. S. 45.

4 WINKLER Philos. contempl. T. III. Phys. §. 1644. Anfa gründe d. Phys. Leipz. 1754. 8. §. 124 ff.

5 Anfangsgr. d. angew. Mathematik. 4te Aufl. Gött. 1792. rom. S. 390.

6 Eigentlich ist das Verhältnifs das umgekehrte, sofern Einheit in 100 und in 80 Theile getheilt wird, was sich jedoch selbst versteht.

$$C:R = 100:80 = 5:4$$

iebt, so ist $C = \frac{5}{4} R$ und $R = \frac{4}{5} C$. Ebenso einfach geben 80 Fahrenheit'sche Grade (= F) 100 Centesimal- und 80 ιeaumür'sche Grade, wobei jedoch zu berücksichtigen, dafs ie Fahrenheit'sche Scale mit 32° bei 0° C. oder R. anfängt ınd daher 212 statt 180 zählt. Das Verhältnifs giebt aber

$$F:C = 180:100 = 9:5 \text{ und } 180:80 = 9:4$$

nd sonach ist also, mit Rücksicht auf den Gefrierpunct:

$$F = \frac{9}{4} R + 32; \quad F = \frac{9}{5} C. + 32;$$

$$R = \frac{4}{9}(F - 32); \quad C = \frac{5}{9}(F - 32).$$

Zuweilen werden zwei verschiedene Eintheilungen auf die ıämliche Scale zu beiden Seiten der Röhre aufgetragen, um ıach Belieben die eine oder die andere abzulesen, was zwar equem ist, aber keine höhere Genauigkeit gewährt, weil leichter in parallaktischer Fehler begangen wird, wenn die Theilstriche ›lofs an der Seite der Röhre stehn, als wenn sie durch diese ınd hinter dem Quecksilberfaden gesehn werden. Bei mesingnen Scalen kann man sogar alle drei Theilungen zugleich ufstragen, wenn man die Scale in der Mitte schlitzt, die Röhre n diesen Schlitz legt und auf die Vorderseite die achtzig- und ıunderttheilige, auf die Rückseite die Fahrenheit'sche zeichıet. Man verfertigte häufig früher, aber auch noch jetzt, ›lofse Scalen, meistens hölzerne, mit Papier überzogene, und eichnete auf ihnen die vier gangbaren Theilungen neben einınder, um dadurch ein bequemes Mittel der Reduction zu erıalten, allein da die verschiedenen Grade nur zuweilen in ganzen Graden correspondiren und daher die Zehntel und Hundertstel geschätzt werden müssen, so gewährt dieses Mittel ;eine grofse Genauigkeit, abgesehn davon, dafs nur die zwei sich ıerührenden Eintheilungen auf einander reducirt werden könıen, wenn man nicht grofse Fehler begehen will, was durch las Anlegen eines Anschlaglineals nur schwer vermieden wird. Solche Vergleichungstafeln haben Martine[1], Braun[2] und am ·ollständigsten Strohmeyer[3] gegeben, welcher sogar die acht-

1 Diss. sur la chaleur avec des observ. nouvelles sur la contruction et comparaison des therm. Trad. de l'Angl. Par. 1751. 12.

2 Harmonia Scalarum; in Nov. Comm. Petrop. T. VII.

3 Anleitung übereinst. Thermometer zu verf. Gött. 1775. 8.

zigtheiligen Weingeistthermometerscalen mit aufgenomme
Nicht blofs die drei noch jetzt üblichen Scalen, sonderr
die von DE L'ISLE und mehrere alte, die man jetzt kaum
zu entziffern vermag, nebst einer Angabe ausgezeichneter
peraturen findet man noch zuweilen auf älteren Thern
tern, aus deren Ansicht die Ueberzeugung hervorgeht
eine genaue Reduction auf diesem Wege nicht zu
chen steht. Das einzige hierzu brauchbare, aber auch
gende und zugleich zur Vermeidung eines grofsen unn
Zeitaufwandes unentbehrliche Hülfsmittel geben die Tab
bei denen man die einander correspondirenden Grade de
schiedenen Scalen neben einander stellt. Die älteren,
einige in den eben genannten Werken, aufserdem durch H
v. SWINDEN[2] und Andere veröffentlicht worden sind, entl
meistens eine grofse Menge von Scalen, ja der Letztere n
und vergleicht meistens, nicht weniger als 72 Thermom
scalen. Die späteren Tabellen beschränken sich auf die
üblichsten Scalen, die neuesten auf die drei noch jetzt g
baren. Solche findet man in verschiedenen Werken,
von JAMESON[3], J. F. W. HERSCHEL[4], SCHUMACHER[5],
vollständige von BAUMGARTNER[6] und andern. Dafs eine
che Tafel hier nicht fehlen dürfe, und zugleich von gröf
Ausdehnung und der Bequemlichkeit wegen dreifach, für
Scale eine besondere, versteht sich von selbst. Die Tabe
enthalten zunächst nur die Grade des Thermometers, wie
die eine Scale giebt, in Graden der beiden andern au
drückt; wenn es sich aber fragt, wie sich die Grade der e
Scale zu denen der andern verhalten, z. B. wie viele C
tesimal- oder Fahrenheit'sche Grade 10° R. geben, so gen
hierfür die Tabellen der achtzigtheiligen und hunderttheil
Scalen gleichfalls, weil beide gleichmäfsig von dem nämli

---

1 Ephemer. Vienn. 1764. p. 164 u. 248. Journal de Phys
XVI.

2 Diss. sur la comparaison des thermomètres. Amst. 1778. 8.

3 Edinburgh New Phil. Journ. N. XXI. p. 153.

4 Encyclop. metrop. Art. Heat. p. 329.

5 Jahrbuch für 1838. S. 77.

6 Die Naturlehre nach ihrem gegenwärtigen Zustande. W
1831. Supplem. Th. V. S. 928.

ullpuncte ausgehn, für die Fahrenheit'sche war aber hierfür ne eigene Tabelle erforderlich[1].

Tabelle zur Reduction der Thermometergrade nach den drei üblichen Scalen.

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
- 100	-73,33	-59,66	- 100	-80,0	-148,0	- 100	-125,00	-193,00
- 99	-72,77	-58,22	- 99	-79,2	-146,2	- 99	-123,75	-190,75
- 98	-72,22	-57,77	- 98	-78,4	-144,4	- 98	-122,50	-188,50
- 97	-71,66	-57,33	- 97	-77,6	-142,6	- 97	-121,25	-186,25
- 96	-71,11	-56,88	- 96	-76,8	-140,8	- 96	-120,00	-184,00
- 95	-70,55	-56,44	- 95	-76,0	-139,0	- 95	-118,75	-181,75
- 94	-70,00	-56,00	- 94	-75,2	-137,2	- 94	-117,50	-179,50
- 93	-69,44	-55,55	- 93	-74,4	-135,4	- 93	-116,25	-177,25
- 92	-68,88	-55,11	- 92	-73,6	-133,6	- 92	-115,00	-175,00
- 91	-68,33	-54,66	- 91	-72,8	-131,8	- 91	-113,75	-172,75
- 90	-67,77	-54,22	- 90	-72,0	-130,0	- 90	-112,50	-170,50
- 89	-67,22	-53,77	- 89	-71,2	-128,2	- 89	-111,25	-168,25
- 88	-66,66	-53,33	- 88	-70,4	-126,4	- 88	-110,00	-166,00
- 87	-66,11	-52,88	- 87	-69,6	-124,6	- 87	-108,75	-163,75
- 86	-65,55	-52,44	- 86	-68,8	-122,8	- 86	-107,50	-161,50
- 85	-65,00	-52,00	- 85	-68,0	-121,0	- 85	-106,25	-159,25
- 84	-64,44	-51,55	- 84	-67,2	-119,2	- 84	-105,00	-157,00
- 83	-63,88	-51,11	- 83	-66,4	-117,4	- 83	-103,75	-154,75
- 82	-63,33	-50,66	- 82	-65,6	-115,6	- 82	-102,50	-152,50
- 81	-62,77	-50,22	- 81	-64,8	-113,8	- 81	-101,25	-150,25
- 80	-62,22	-49,77	- 80	-64,0	-112,0	- 80	-100,00	-148,00
- 79	-61,66	-49,33	- 79	-63,2	-110,2	- 79	- 98,75	-145,75
- 78	-61,11	-48,88	- 78	-62,4	-108,4	- 78	- 97,50	-143,50
- 77	-60,55	-48,44	- 77	-61,6	-106,6	- 77	- 96,25	-141,25
- 76	-60,00	-48,00	- 76	-60,8	-104,8	- 76	- 95,00	-139,00
- 75	-59,44	-47,55	- 75	-60,0	-103,0	- 75	- 93,75	-136,75
- 74	-58,88	-47,11	- 74	-59,2	-101,2	- 74	- 92,50	-134,50
- 73	-58,33	-46,66	- 73	-58,4	- 99,4	- 73	- 91,25	-132,25
- 72	-57,77	-46,22	- 72	-57,6	- 97,6	- 72	- 90,00	-130,00
- 71	-57,22	-45,77	- 71	-56,8	- 95,8	- 71	- 88,75	-127,75
- 70	-56,66	-45,33	- 70	-56,0	- 94,0	- 70	- 87,50	-125,50
- 69	-56,11	-44,88	- 69	-55,2	- 92,2	- 69	- 86,25	-123,25

1 Der Umfang solcher Tabellen ist willkürlich, durfte aber hier cht gering seyn. Es schien mir am angemessensten, den tiefsten, ıerdings angeblich durch liquide Kohlensäure erreichten Kältepunct n — 100° C. und den Siedepunct des Quecksilbers = + 350° C. s natürliche Grenzen anzunehmen.

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.
—68	—55,55	—44,44	—68	—54,4	—90,4	—68	-85,00
—67	—55,00	—44,00	—67	—53,6	—88,6	—67	-83,75
—66	—54,44	—43,55	—66	—52,8	—86,8	—66	-82,50
—65	—53,88	—43,11	—65	—52,0	—85,0	—65	-81,25
—64	—53,33	—42,66	—64	—51,2	—83,2	—64	-80,00
—63	—52,77	—42,22	—63	—50,4	—81,4	—63	-78,75
—62	—52,22	—41,77	—62	—49,6	—79,6	—62	-77,50
—61	—51,66	—41,33	—61	—48,8	—77,8	—61	-76,25
—60	—51,11	—40,88	—60	—48,0	—76,0	—60	-75,00
—59	—50,55	—40,44	—59	—47,2	—74,2	—59	-73,75
—58	—50,00	—40,00	—58	—46,4	—72,4	—58	-72,50
—57	—49,44	—39,55	—57	—45,6	—70,6	—57	-71,25
—56	—48,88	—39,11	—56	—44,8	—68,8	—56	-70,00
—55	—48,33	—38,66	—55	—44,0	—67,0	—55	-68,75
—54	—47,77	—38,22	—54	—43,2	—65,2	—54	-67,50
—53	—47,22	—37,77	—53	—42,4	—63,4	—53	-66,25
—52	—46,66	—37,33	—52	—41,6	—61,6	—52	-65,00
—51	—46,11	—36,88	—51	—40,8	—59,8	—51	-63,75
—50	—45,55	—36,44	—50	—40,0	—58,0	—50	-62,50
—49	—45,00	—36,00	—49	—39,2	—56,2	—49	-61,25
—48	—44,44	—35,55	—48	—38,4	—54,4	—48	-60,00
—47	—43,88	—35,11	—47	—37,6	—52,6	—47	-58,75
—46	—43,33	—34,66	—46	—36,8	—50,8	—46	-57,50
—45	—42,77	—34,22	—45	—36,0	—49,0	—45	-56,25
—44	—42,22	—33,77	—44	—35,2	—47,2	—44	-55,00
—43	—41,66	—33,33	—43	—34,4	—45,4	—43	-53,75
—42	—41,11	—32,88	—42	—33,6	—43,6	—42	-52,50
—41	—40,55	—32,44	—41	—32,8	—41,8	—41	-51,25
—40	—40,00	—32,00	—40	—32,0	—40,0	—40	-50,00
—39	—39,44	—31,55	—39	—31,2	—38,2	—39	-48,75
—38	—38,88	—31,11	—38	—30,4	—36,4	—38	-47,50
—37	—38,33	—30,66	—37	—29,6	—34,6	—37	-46,25
—36	—37,77	—30,22	—36	—28,8	—32,8	—36	-45,00
—35	—37,22	—29,77	—35	—28,0	—31,0	—35	-43,75
—34	—36,66	—29,33	—34	—27,2	—29,2	—34	-42,50
—33	—36,11	—28,88	—33	—26,4	—27,4	—33	-41,25
—32	—35,55	—28,44	—32	—25,6	—25,6	—32	-40,00
—31	—35,00	—28,00	—31	—24,8	—23,8	—31	-38,75
—30	—34,44	—27,55	—30	—24,0	—22,0	—30	-37,50
—29	—33,88	—27,11	—29	—23,2	—20,2	—29	-36,25
—28	—33,33	—26,66	—28	—22,4	—18,4	—28	-35,00
—27	—32,77	—26,22	—27	—21,6	—16,6	—27	-33,75
—26	—32,22	—25,77	—26	—20,8	—14,8	—26	-32,50
—25	—31,66	—25,33	—25	—20,0	—13,0	—25	-31,25
—24	—31,11	—24,88	—24	—19,2	—11,2	—24	-30,00
—23	—30,55	—24,44	—23	—18,4	— 9,4	—23	-28,75

[illegible]	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
[illegible]	−30,00	−24,00	−22	−17,6	−7,6	−22	−27,50	−17,50
[illegible]	−29,44	−23,55	−21	−16,8	−5,8	−21	−26,25	−15,25
[illegible]	−28,88	−23,11	−20	−16,0	−4,0	−20	−25,00	−13,00
[illegible]	−28,33	−22,66	−19	−15,2	−2,2	−19	−23,75	−10,75
[illegible]	−27,77	−22,22	−18	−14,4	−0,4	−18	−22,50	− 8,50
[illegible]	−27,22	−21,77	−17	−13,6	1,4	−17	−21,25	− 6,25
[illegible]	−26,66	−21,33	−16	−12,8	3,2	−16	−20,00	− 4,00
[illegible]	−26,11	−20,88	−15	−12,0	5,0	−15	−18,75	− 1,75
[illegible]	−25,55	−20,44	−14	−11,2	6,8	−14	−17,50	0,50
[illegible]	−25,00	−20,00	−13	−10,4	8,6	−13	−16,25	2,75
[illegible]	−24,44	−19,55	−12	− 9,6	10,4	−12	−15,00	5,00
[illegible]	−23,88	−19,11	−11	− 8,8	12,2	−11	−13,75	7,25
[illegible]	−23,33	−18,66	−10	− 8,0	14,0	−10	−12,50	9,50
[illegible]	−22,77	−18,22	− 9	− 7,2	15,8	− 9	−11,25	11,75
[illegible]	−22,22	−17,77	− 8	− 6,4	17,6	− 8	−10,00	14,00
[illegible]	−21,66	−17,33	− 7	− 5,6	19,4	− 7	− 8,75	16,25
[illegible]	−21,11	−16,88	− 6	− 4,8	21,2	− 6	− 7,50	18,50
[illegible]	−20,55	−16,44	− 5	− 4,0	23,0	− 5	− 6,25	20,75
[illegible]	−20,00	−16,00	− 4	− 3,2	24,8	− 4	− 5,00	23,00
[illegible]	−19,44	−15,55	− 3	− 2,4	26,6	− 3	− 3,75	25,25
− 2	−18,88	−15,11	− 2	− 1,6	28,4	− 2	− 2,50	27,50
− 1	−18,33	−14,66	− 1	− 0,8	30,2	− 1	− 1,25	29,75
0	−17,77	−14,22	0	0,0	32,0	0	0,00	32,00
1	−17,22	−13,77	1	0,8	33,8	1	1,25	34,25
2	−16,66	−13,33	2	1,6	35,6	2	2,50	36,50
[illegible]	−16,11	−12,88	3	2,4	37,4	3	3,75	38,75
[illegible]	−15,55	−12,44	4	3,2	39,2	4	5,00	41,00
[illegible]	−15,00	−12,00	5	4,0	41,0	5	6,25	43,25
[illegible]	−14,44	−11,55	6	4,8	42,8	6	7,50	45,50
[illegible]	−13,88	−11,11	7	5,6	44,6	7	8,75	47,75
[illegible]	−13,33	−10,66	8	6,4	46,4	8	10,00	50,00
[illegible]	−12,77	−10,22	9	7,2	48,2	9	11,25	52,25
[illegible]	−12,22	− 9,77	10	8,0	50,0	10	12,50	54,50
[illegible]	−11,66	− 9,33	11	8,8	51,8	11	13,75	56,75
[illegible]	−11,11	− 8,88	12	9,6	53,6	12	15,00	59,00
[illegible]	−10,55	− 8,44	13	10,4	55,4	13	16,25	61,25
[illegible]	−10,00	− 8,00	14	11,2	57,2	14	17,50	63,50
[illegible]	− 9,44	− 7,55	15	12,0	59,0	15	18,75	65,75
[illegible]	− 8,88	− 7,11	16	12,8	60,8	16	20,00	68,00
[illegible]	− 8,33	− 6,66	17	13,6	62,6	17	21,25	70,25
[illegible]	− 7,77	− 6,22	18	14,4	64,4	18	22,50	72,50
[illegible]	− 7,22	− 5,77	19	15,2	66,2	19	23,75	74,75
[illegible]	− 6,66	− 5,33	20	16,0	68,0	20	25,00	77,00
[illegible]	− 6,11	− 4,88	21	16,8	69,8	21	26,25	79,25
[illegible]	− 5,55	− 4,44	22	17,6	71,6	22	27,50	81,50
[illegible]	− 5,00	− 4,00	23	18,4	73,4	23	28,75	83,75

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
24	—4,44	—3,55	24	19,2	75,2	24	30,00	86,00
25	—3,88	—3,11	25	20,0	77,0	25	31,25	88,25
26	—3,33	—2,66	26	20,8	78,8	26	32,50	90,50
27	—2,77	—2,22	27	21,6	80,6	27	33,75	92,75
28	—2,22	—1,77	28	22,4	82,4	28	35,00	95,00
29	—1,66	—1,33	29	23,2	84,2	29	36,25	97,25
30	—1,11	—0,88	30	24,0	86,0	30	37,50	99,50
31	—0,55	—0,44	31	24,8	87,8	31	38,75	101,75
32	0,00	0,00	32	25,6	89,6	32	40,00	104,00
33	0,55	0,44	33	26,4	91,4	33	41,25	106,25
34	1,11	0,88	34	27,2	93,2	34	42,50	108,50
35	1,66	1,33	35	28,0	95,0	35	43,75	110,75
36	2,22	1,77	36	28,8	96,8	36	45,00	113,00
37	2,77	2,22	37	29,6	98,6	37	46,25	115,25
38	3,33	2,66	38	30,4	100,4	38	47,50	117,50
39	3,88	3,11	39	31,2	102,2	39	48,75	119,75
40	4,44	3,55	40	32,0	104,0	40	50,00	122,00
41	5,00	4,00	41	32,8	105,8	41	51,25	124,25
42	5,55	4,44	42	33,6	107.6	42	52,50	126,50
43	6,11	4,88	43	34,4	109,4	43	53,75	128,75
44	6,66	5,33	44	35,2	111,2	44	55,00	131,00
45	7,22	5,77	45	36,0	113,0	45	56,25	133,25
46	7,77	6,22	46	36,8	114,8	46	57,50	135,50
47	8,33	6,66	47	37,6	116,6	47	58,75	137,75
48	8,88	7,11	48	38,4	118,4	48	60,00	140,00
49	9,44	7,55	49	39,2	120,2	49	61,25	142,25
50	10,00	8,00	50	40,0	122,0	50	62,50	144,50
51	10,55	8,44	51	40,8	123,8	51	63,75	146,75
52	11,11	8,88	52	41,6	125,6	52	65,00	149,00
53	11,66	9,33	53	42,4	127,4	53	66,25	151,25
54	12,22	9,77	54	43,2	129,2	54	67,50	153,50
55	12,77	10,22	55	44,0	131,0	55	68,75	155,75
56	13,33	10,66	56	44,8	132,8	56	70,00	158,00
57	13,88	11,11	57	45,6	134,6	57	71,25	160,25
58	14,44	11,55	58	46,4	136,4	58	72,50	162,50
59	15,00	12,00	59	47,2	138,2	59	73,75	164,75
60	15,55	12,44	60	48,0	140,0	60	75,00	167,00
61	16,11	12,88	61	48,8	141,8	61	76,25	169,25
62	16,66	13,33	62	49,6	143,6	62	77,50	171,50
63	17,22	13,77	63	50,4	145,4	63	78,75	173,75
64	17,77	14,22	64	51,2	147,2	64	80,00	176,00
65	18,33	14,66	65	52,0	149,0	65	81,25	178,25
66	18,88	15,11	66	52,8	150,8	66	82,50	180,50
67	19,44	15,55	67	53,6	152,6	67	83,75	182,75
68	20,00	16,00	68	54,4	154,4	68	85,00	185,00
69	20,55	16,44	69	55,2	156,2	69	86,25	187,25

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
70	21,11	16,88	70	56,0	158,0	70	87,50	189,50
71	21,66	17,33	71	56,8	159,8	71	88,75	191,75
72	22,22	17,77	72	57,6	161,6	72	90,00	194,00
73	22,77	18,22	73	58,4	163,4	73	91,25	196,25
74	23,33	18,66	74	59,2	165,2	74	92,50	198,50
75	23,88	19,11	75	60,0	167,0	75	93,75	200,75
76	24,44	19,55	76	60,8	168,8	76	95,00	203,00
77	25,00	20,00	77	61,6	170,6	77	66,25	205,25
78	25,55	20,44	78	62,4	172,4	78	97,50	207,50
79	26,11	20,88	79	63,2	174,2	79	98,75	209,75
80	26,66	21,33	80	64,0	176,0	80	100,00	212,00
81	27,22	21,77	81	64,8	177,8	81	101,25	214,25
82	27,77	22,22	82	65,6	179,6	82	102,50	216,50
83	28,33	22,66	83	66,4	181,4	83	103,75	218,75
84	28,88	23,11	84	67,2	183,2	84	105,00	221,00
85	29,44	23,55	85	68,0	185,0	85	106,25	223,25
86	30,00	24,00	86	68,8	186,8	86	107,50	225,50
87	30,55	24,44	87	69,6	188,6	87	108,75	227,75
88	31,11	24,88	88	70,4	190,4	88	110,00	230,00
89	31,66	25,33	89	71,2	192,2	89	111,25	232,25
90	32,22	25,77	90	72,0	194,0	90	112,50	234,50
91	32,77	26,22	91	72,8	195,8	91	113,75	236,75
92	33,33	26,66	92	73,6	197,6	92	115,00	239,00
93	33,88	27,11	93	74,4	199,4	93	116,25	241,25
94	34,44	27,55	94	75,2	201,2	94	117,50	243,50
95	35,00	28,00	95	76,0	203,0	95	118,75	245,75
96	35,55	28,44	96	76,8	204,8	96	120,00	248,00
97	36,11	28,88	97	77,6	206,6	97	121,25	250,25
98	36,66	29,33	98	78,4	208,4	98	122,50	252,50
99	37,22	29,77	99	79,2	210,2	99	123,75	254,75
100	37,77	30,22	100	80,0	212,0	100	125,00	257,00
101	38,33	30,66	101	80,8	213,8	101	126,25	259,25
102	38,88	31,11	102	81,6	215,6	102	127,50	261,50
103	39,44	31,55	103	82,4	217,4	103	128,75	263,75
104	40,00	32,00	104	83,2	219,2	104	130,00	266,00
105	40,55	32,44	105	84,0	221,0	105	131,25	268,25
106	41,11	32,88	106	84,8	222,8	106	132,50	270,50
107	41,66	33,33	107	85,6	224,6	107	133,75	272,75
108	42,22	33,77	108	86,4	226,4	108	135,00	275,00
109	42,77	34,22	109	87,2	228,2	109	136,25	277,25
110	43,33	34,66	110	88,0	230,0	110	137,50	279,50
111	43,88	35,11	111	88,8	231,8	111	138,75	281,75
112	44,44	35,55	112	89,6	233,6	112	140,00	284,00
113	45,00	36,00	113	90,4	235,4	113	141,25	286,25
114	45,55	36,44	114	91,2	237,2	114	142,50	288,50
115	46,11	36,88	115	92,0	239,0	115	143,75	290,75

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
116	46,66	37,33	116	92,8	240,8	116	145,00	293,00
117	47,22	37,77	117	93,6	242,6	117	146,25	295,25
118	47,77	38,22	118	94,4	244,4	118	147,50	297,50
119	48,33	38,66	119	95,2	246,2	119	148,75	299,75
120	48,88	39,11	120	96,0	248,0	120	150,00	302,00
121	49,44	39,55	121	96,8	249,8	121	151,25	304,25
122	50,00	40,00	122	97,6	251,6	122	152,50	306,50
123	50,55	40,44	123	98,4	253,4	123	153,75	308,75
124	51,11	40,88	124	99,2	255,2	124	155,00	311,00
125	51,66	41,33	125	100,0	257,0	125	156,25	313,25
126	52,22	41,77	126	100,8	258,8	126	157,50	315,50
127	52,77	42,22	127	101,6	260,6	127	158,75	317,75
128	53,33	42,66	128	102,4	262,4	128	160,00	320,00
129	53,88	43,11	129	103,2	264,2	129	161,25	322,25
130	54,44	43,55	130	104,0	266,0	130	162,50	324,50
131	55,00	44,00	131	104,8	267,8	131	163,75	326,75
132	55,55	44,44	132	105,6	269,6	132	165,00	329,00
133	56,11	44,88	133	106,4	271,4	133	166,25	331,25
134	56,66	45,33	134	107,2	273,2	134	167,50	333,50
135	57,22	45,77	135	108,0	275,0	135	168,75	335,75
136	57,77	46,22	136	108,8	276,8	136	170,00	338,00
137	58,33	46,66	137	109,6	278,6	137	171,25	340,25
138	58,88	47,11	138	110,4	280,4	138	172,50	342,50
139	59,44	47,55	139	111,2	282,2	139	173,75	344,75
140	60,00	48,00	140	112,0	284,0	140	175,00	347,00
141	60,55	48,44	141	112,8	285,8	141	176,25	349,25
142	61,11	48,88	142	113,6	287,6	142	177,50	351,50
143	61,66	49,33	143	114,4	289,4	143	178,75	353,75
144	62,22	49,77	144	115,2	291,2	144	180,00	356,00
145	62,77	50,22	145	116,0	293,0	145	181,25	358,25
146	63,33	50,66	146	116,8	294,8	146	182,50	360,50
147	63,88	51,11	147	117,6	296,6	147	183,75	362,75
148	64,44	51,55	148	118,4	298,4	148	185,00	365,00
149	65,00	52,00	149	119,2	300,2	149	186,25	367,25
150	65,55	52,44	150	120,0	302,0	150	187,50	369,50
151	66,11	52,88	151	120,8	303,8	151	188,75	371,75
152	66,66	53,33	152	121,6	305,6	152	190,00	374,00
153	67,22	53,77	153	122,4	307,4	153	191,25	376,25
154	67,77	54,22	154	123,2	309,2	154	192,50	378,50
155	68,33	54,66	155	124,0	311,0	155	193,75	380,75
156	68,88	55,11	156	124,8	312,8	156	195,00	383,00
157	69,44	55,55	157	125,6	314,6	157	196,25	385,25
158	70,00	56,00	158	126,4	316,4	158	197,50	387,50
159	70,55	56,44	159	127,2	318,2	159	198,75	389,75
160	71,11	56,88	160	128,0	320,0	160	200,00	392,00
161	71,66	57,33	161	128,8	321,8	161	201,25	394,25

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
162	72,22	57,77	162	129,6	323,6	162	202,50	396,50
163	72,77	58,22	163	130,4	325,4	163	203,75	398,75
164	73,33	58,66	164	131,2	327,2	164	205,00	401,00
165	73,88	59,11	165	132,0	329,0	165	206,25	403,25
166	74,44	59,55	166	132,8	330,8	166	207,50	405,50
167	75,00	60,00	167	133,6	332,6	167	208,75	407,75
168	75,55	60,44	168	134,4	334,4	168	210,00	410,00
169	76,11	60,88	169	135,2	336,2	169	211,25	412,25
170	76,66	61,33	170	136,0	338,0	170	212,50	414,50
171	77,22	61,77	171	136,8	339,8	171	213,75	416,75
172	77,77	62,22	172	137,6	341,6	172	215,00	419,00
173	78,33	62,66	173	138,4	343,4	173	216,25	421,25
174	78,88	63,11	174	139,2	345,2	174	217,50	423,50
175	79,44	63,55	175	140,0	347,0	175	218,75	425,75
176	80,00	64,00	176	140,8	348,8	176	220,00	428,00
177	80,55	64,44	177	141,6	350,6	177	221,25	430,25
178	81,11	64,88	178	142,4	352,4	178	222,50	432,50
179	81,66	65,33	179	143,2	354,2	179	223,75	434,75
180	82,22	65,77	180	144,0	356,0	180	225,00	437,00
181	82,77	66,22	181	144,8	357,8	181	226,25	439,25
182	83,33	66,66	182	145,6	359,6	182	227,50	441,50
183	83,88	67,11	183	146,4	361,4	183	228,75	443,75
184	84,44	67,55	184	147,2	363,2	184	230,00	446,00
185	85,00	68,00	185	148,0	365,0	185	231,25	448,25
186	85,55	68,44	186	148,8	366,8	186	232,50	450,50
187	86,11	68,88	187	149,6	368,6	187	233,75	452,75
188	86,66	69,33	188	150,4	370,4	188	235,00	455,00
189	87,22	69,77	189	151,2	372,2	189	236,25	457,25
190	87,77	70,22	190	152,0	374,0	190	237,50	459,50
191	88,33	70,66	191	152,8	375,8	191	238,75	461,75
192	88,88	71,11	192	153,6	377,6	192	240,00	464,00
193	89,44	71,55	193	154,4	379,4	193	241,25	466,25
194	90,00	72,00	194	155,2	381,2	194	242,50	468,50
195	90,55	72,44	195	156,0	383,0	195	243,75	470,75
196	91,11	72,88	196	156,8	384,8	196	245,00	473,00
197	91,66	73,33	197	157,6	386,6	197	246,25	475,25
198	92,22	73,77	198	158,4	388,4	198	247,50	477,50
199	92,77	74,22	199	159,2	390,2	199	248,75	479,75
200	93,33	74,66	200	160,0	392,0	200	250,00	482,00
201	93,88	75,11	201	160,8	393,8	201	251,25	484,25
202	94,44	75,55	202	161,6	395,6	202	252,50	486,50
203	95,00	76,00	203	162,4	397,4	203	253,75	488,75
204	95,55	76,44	204	163,2	399,2	204	255,00	491,00
205	96,11	76,88	205	164,0	401,0	205	256,25	493,25
206	96,66	77,33	206	164,8	402,8	206	257,50	495,50
207	97,22	77,77	207	165,6	404,6	207	258,75	497,75

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
208	97,77	78,22	208	166,4	406,4	208	260,00	500,00
209	98,33	78,66	209	167,2	408,2	209	261,25	502,25
210	98,88	79,11	210	168,0	410,0	210	262,50	504,50
211	99,44	79,55	211	168,8	411,8	211	263,75	506,75
212	100,00	80,00	212	169,6	413,6	212	265,00	509,00
213	100,55	80,44	213	170,4	415,4	213	266,25	511,25
214	101,11	80,88	214	171,2	417,2	214	267,50	513,50
215	101,66	81,33	215	172,0	419,0	215	268,75	515,75
216	102,22	81,77	216	172,8	420,8	216	270,00	518,00
217	102,77	82,22	217	173,6	422,6	217	271,25	520,25
218	103,33	82,66	218	174,4	424,4	218	272,50	522,50
219	103,88	83,11	219	175,2	426,2	219	273,75	524,75
220	104,44	83,55	220	176,0	428,0	220	275,00	527,00
221	105,00	84,00	221	176,8	429,8	221	276,25	529,25
222	105,55	84,44	222	177,6	431,6	222	277,50	531,50
223	106,11	84,88	223	178,4	433,4	223	278,75	533,75
224	106,66	85,33	224	179,2	435,2	224	280,00	536,00
225	107,22	85,77	225	180,0	437,0	225	281,25	538,25
226	107,77	86,22	226	180,8	438,8	226	282,50	540,50
227	108,33	86,66	227	181,6	440,6	227	283,75	542,75
228	108,88	87,11	228	182,4	442,4	228	285,00	545,00
229	109,44	87,55	229	183,2	444,2	229	286,25	547,25
230	110,00	88,00	230	184,0	446,0	230	287,50	549,50
231	110,55	88,44	231	184,8	447,8	231	288,75	551,75
232	111,11	88,88	232	185,6	449,6	232	290,00	554,00
233	111,66	89,33	233	186,4	451,4	233	291,25	556,25
234	112,22	89,77	234	187,2	453,2	234	292,50	558,50
235	112,77	90,22	235	188,0	455,0	235	293,75	560,75
236	113,33	90,66	236	188,8	456,8	236	295,00	563,00
237	113,88	91,11	237	189,6	458,6	237	296,25	565,25
238	114,44	91,55	238	190,4	460,4	238	297,50	567,50
239	115,00	92,00	239	191,2	462,2	239	298,75	569,75
240	115,55	92,44	240	192,0	464,0	240	300,00	572,00
241	116,11	92,88	241	192,8	465,8	241	301,25	574,25
242	116,66	93,33	242	193,6	467,6	242	302,50	576,50
243	117,22	93,77	243	194,4	469,4	243	303,75	578,75
244	117,77	94,22	244	195,2	471,2	244	305,00	581,00
245	118,33	94,66	245	196,0	473,0	245	306,25	583,25
246	118,88	95,11	246	196,8	474,8	246	307,50	585,50
247	119,44	95,55	247	197,6	476,6	247	308,75	587,75
248	120,00	96,00	248	198,4	478,4	248	310,00	590,00
249	120,55	96,44	249	199,2	480,2	249	311,25	592,25
250	121,11	96,88	250	200,0	482,0	250	312,50	594,50
251	121,66	97,33	251	200,8	483,8	251	313,75	596,75
252	122,22	97,77	252	201,6	485,6	252	315,00	599,00
253	122,77	98,22	253	202,4	487,4	253	316,25	601,25

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
254	123,33	98,66	254	203,2	489,2	254	317,50	603,50
255	123,88	99,11	255	204,0	491,0	255	318,75	605,75
256	124,44	99,55	256	204,8	492,8	256	320,00	608,00
257	125,00	100,00	257	205,6	494,6	257	321,25	610,25
258	125,55	100,44	258	206,4	496,4	258	322,50	612,50
259	126,11	100,88	259	207,2	498,2	259	323,75	614,75
260	126,66	101,33	260	208,0	500,0	260	325,00	617,00
261	127,22	101,77	261	208,8	501,8	261	326,25	619,25
262	127,77	102,22	262	209,6	503,6	262	327,50	621,50
263	128,33	102,66	263	210,4	505,4	263	328,75	623,75
264	128,88	103,11	264	211,2	507,2	264	330,00	626,00
265	129,44	103,55	265	212,0	509,0	265	331,25	628,25
266	130,00	104,00	266	212,8	510,8	266	332,50	630,50
267	130,55	104,44	267	213,6	512,6	267	333,75	632,75
268	131,11	104,88	268	214,4	514,4	268	335,00	635,00
269	131,66	105,33	269	215,2	516,2	269	336,25	637,25
270	132,22	105,77	270	216,0	518,0	270	337,50	639,50
271	132,77	106,22	271	216,8	519,8	271	338,75	641,75
272	133,33	106,66	272	217,6	521,6	272	340,00	644,00
273	133,88	107,11	273	218,4	523,4	273	341,25	646,25
274	134,44	107,55	274	219,2	525,2	274	342,50	648,50
275	135,00	108,00	275	220,0	527,0	275	343,75	650,75
276	135,55	108,44	276	220,8	528,8	276	345,00	653,00
277	136,11	108,88	277	221,6	530,6	277	346,25	655,25
278	136,66	109,33	278	222,4	532,4	278	347,50	657,50
279	137,22	109,77	279	223,2	534,2	279	348,75	659,75
280	137,77	110,22	280	224,0	536,0	280	350,00	662,00
281	138,33	110,66	281	224,8	537,8	281	351,25	664,25
282	138,88	111,11	282	225,6	539,6	282	352,50	666,50
283	139,44	111,55	283	226,4	541,4	283	353,75	668,75
284	140,00	112,00	284	227,2	543,2	284	355,00	671,00
285	140,55	112,44	285	228,0	545,0	285	356,25	673,25
286	141,11	112,88	286	228,8	546,8	286	357,50	675,50
287	141,66	113,33	287	229,6	548,6	287	358,75	677,75
288	142,22	113,77	288	230,4	550,4	288	360,00	680,00
289	142,77	114,22	289	231,2	552,2	289	361,25	682,25
290	143,33	114,66	290	232,0	554,0	290	362,50	684,50
291	143,88	115,11	291	232,8	555,8	291	363,75	686,75
292	144,44	115,55	292	233,6	557,6	292	365,00	689,00
293	145,00	116,00	293	234,4	559,4	293	366,25	691,25
294	145,55	116,44	294	235,2	561,2	294	367,50	693,50
295	146,11	116,88	295	236,0	563,0	295	368,75	695,75
296	146,66	117,33	296	236,8	564,8	296	370,00	698,00
297	147,22	117,77	297	237,6	566,6	297	371,25	700,25
298	147,77	118,22	298	238,4	568,4	298	372,50	702,50
299	148,33	118,66	299	239,2	570,2	299	373,75	704,75

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
300	148,88	119,11	300	240,0	572,0	300	375,00	707,00
301	149,44	119,55	301	240,8	573,8	301	376,25	709,25
302	150,00	120,00	302	241,6	575,6	302	377,50	711,50
303	150,55	120,44	303	242,4	577,4	303	378,75	713,75
304	151,11	120,88	304	243,2	579,2	304	380,00	716,00
305	151,66	121,33	305	244,0	581,0	305	381,25	718,25
306	152,22	121,77	306	244,8	582,8	306	382,50	720,50
307	152,77	122,22	307	245,6	584,6	307	383,75	722,75
308	153,33	122,66	308	246,4	586,4	308	385,00	725,00
309	153,88	123,11	309	247,2	588,2	309	386,25	727,25
310	154,44	123,55	310	248,0	590,0	310	387,50	729,50
311	155,00	124,00	311	248,8	591,8	311	388,75	731,75
312	155,55	124,44	312	249,6	593,6	312	390,00	734,00
313	156,11	124,88	313	250,4	595,4	313	391,25	736,25
314	156,66	125,33	314	251,2	597,2	314	392,50	738,50
315	157,22	125,77	315	252,0	599,0	315	393,75	740,75
316	157,77	126,22	316	252,8	600,8	316	395,00	743,00
317	158,33	126,66	317	253,6	602,6	317	396,25	745,25
318	158,88	127,11	318	254,4	604,4	318	397,50	747,50
319	159,44	127,55	319	255,2	606,2	319	398,75	749,75
320	160,00	128,00	320	256,0	608,0	320	400,00	752,00
321	160,55	128,44	321	256,8	609,8	321	401,25	754,25
322	161,11	128,88	322	257,6	611,6	322	402,50	756,50
323	161,66	129,33	323	258,4	613,4	323	403,75	758,75
324	162,22	129,77	324	259,2	615,2	324	405,00	761,00
325	162,77	130,22	325	260,0	617,0	325	406,25	763,25
326	163,33	130,66	326	260,8	618,8	326	407,50	765,50
327	163,88	131,11	327	261,6	620,6	327	408,75	767,75
328	164,44	131,55	328	262,4	622,4	328	410,00	770.00
329	165,00	132,00	329	263,2	624,2	329	411,25	772,25
330	165,55	132,44	330	264,0	626,0	330	412,50	774.50
331	166,11	132,88	331	264,8	627,8	331	413,75	776,75
332	166,66	133,33	332	265,6	629,6	332	415,00	779.00
333	167,22	133,77	333	266,4	631,4	333	416,25	781,25
334	167,77	134,22	334	267,2	633,2	334	417,50	783,50
335	168,33	134,66	335	268,0	635,0	335	418,75	785,75
336	168,88	135,11	336	268,8	636,8	336	420,00	788,00
337	169,44	135,55	337	269,6	638,6	337	421,25	790,25
338	170,00	136,00	338	270,4	640,4	338	522,50	792,50
339	170,55	136,44	339	271,2	642,2	339	423,75	794,75
340	171,11	136,88	340	272,0	644,0	340	425,00	797,00
341	171,66	137,33	341	272,8	645,8	341	426,25	799,25
342	172,22	137,77	342	273,6	647,6	342	427,50	801,50
343	172,77	138,22	343	274,4	649,4	343	428,75	803,75
344	173,33	138,66	344	275,2	651,2	344	430,00	806,00
345	173,88	139,11	345	276,0	653,0	345	431,25	808,25

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	R.	Fahr.	R.	Cent.	Fahr.
346	174,44	139,55	346	276,8	654,8	346	432,50	810,50
347	175,00	140,00	347	277,6	656,6	347	433,75	812,75
348	175,55	140,44	348	278,4	658,4	348	435,00	815,00
349	176,11	140,88	349	279,2	660,2	349	436,25	817,25
350	176,66	141,33	350	280,0	662,0	350	437,50	819,50

II. Tabelle zur Reduction der Thermometergrade für sich genommen.

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	Fahr.	R.	Fahr.
1	0,55	0,44	1	1,8	1	2,25
2	1,11	0,88	2	3,6	2	4,50
3	1,66	1,33	3	5,4	3	6,75
4	2,22	1,77	4	7,2	4	9,00
5	2,77	2,22	5	9,0	5	11,25
6	3,33	2,66	6	10,8	6	13,50
7	3,88	3,11	7	12,6	7	15,75
8	4,44	3,55	8	14,4	8	18,00
9	5,00	4,00	9	16,2	9	20,25
10	5,55	4,44	10	18,0	10	22,50
11	6,11	4,88	11	19,8	11	24,75
12	6,66	5,33	12	21,6	12	27,00
13	7,22	5,77	13	23,4	13	29,25
14	7,77	6,22	14	25,2	14	31,50
15	8,33	6,66	15	27,0	15	33,75
16	8,88	7,11	16	28,8	16	36,00
17	9,44	7,55	17	30,6	17	38,25
18	10,00	8,00	18	32,4	18	40,50
19	10,55	8,44	19	34,2	19	42,75
20	11,11	8,88	20	36,0	20	45,00
21	11,66	9,33	21	37,8	21	47,25
22	12,22	9,77	22	39,6	22	49,50
23	12,77	10,22	23	41,4	23	51,75
24	13,33	10,66	24	43,2	24	54,00
25	13,88	11,11	25	45,0	25	56,25
26	14,44	11,55	26	46,8	26	58,50
27	15,00	12,00	27	48,6	27	60,75
28	15,55	12,44	28	50,4	28	63,00
29	16,11	12,88	29	52,2	29	65,25
30	16,66	13,33	30	54,0	30	67,50
31	17,22	13,77	31	55,8	31	69,75
32	17,77	14,22	32	57,6	32	72,00

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	Fahr.	R.	Fahr.
33	18,33	14,66	33	59,4	33	74,25
34	18,88	15,11	34	61,2	34	76,50
35	19,44	15,55	35	63,0	35	78,75
36	20,00	16,00	36	64,8	36	81,00
37	20,55	16,44	37	66,6	37	83,25
38	21,11	16,88	38	68,4	38	85,50
39	21,66	17,33	39	70,2	39	87,75
40	22,22	17,77	40	72,0	40	90,00
41	22,77	18,22	41	73,8	41	92,25
42	23,33	18,66	42	75,6	42	94,50
43	23,88	19,11	43	77,4	43	96,75
44	24,44	19,55	44	79,2	44	99,00
45	25,00	20,00	45	81,0	45	101,25
46	25,55	20,44	46	82,8	46	103,50
47	26,11	20,88	47	84,6	47	105,75
48	26,66	21,33	48	86,4	48	108,00
49	27,22	21,77	49	88,2	49	110,25
50	27,77	22,22	50	90,0	50	112,50
51	28,33	22,66	51	91,8	51	114,75
52	28,88	23,11	52	93,6	52	117,00
53	29,44	23,55	53	95,4	53	119,25
54	30,00	24,00	54	97,2	54	121,50
55	30,55	24,44	55	99,0	55	123,75
56	31,11	24,88	56	100,8	56	126,00
57	31,66	25,33	57	102,6	57	128,25
58	32,22	25,77	58	104,4	58	130,50
59	32,77	26,22	59	106,2	59	132,75
60	33,33	26,66	60	108,0	60	135,00
61	33,88	27,11	61	109,8	61	137,25
62	34,44	27,55	62	111,6	62	139,50
63	35,00	28,00	63	113,4	63	141,75
64	35,55	28,44	64	115,2	64	144,00
65	36,11	28,88	65	117,0	65	146,25
66	36,66	29,33	66	118,8	66	148,50
67	37,22	29,77	67	120,6	67	150,75
68	37,77	30,22	68	122,4	68	153,00
69	38,33	30,66	69	124,2	69	155,25
70	38,88	31,11	70	126,0	70	157,50
71	39,44	31,55	71	127,8	71	159,75
72	40,00	32,00	72	129,6	72	162,00
73	40,55	32,44	73	131,4	73	164,25
74	41,11	32,88	74	133,2	74	166,50
75	41,66	33,33	75	135,0	75	168,75
76	42,22	33,77	76	136,8	76	171,00
77	42,77	34,22	77	138,6	77	173,25
78	43,33	34,66	78	140,4	78	175,50

Fahr.	Cent.	R.	Cent.	Fahr.	R.	Fahr.
79	43,88	35,11	79	142,2	79	177,75
80	44,44	35,55	80	144,0	80	180,00
81	45,00	36,00	81	145,8	81	182,25
82	45,55	36,44	82	147,6	82	184,50
83	46,11	36,88	83	149,4	83	186,75
84	46,66	37,33	84	151,2	84	189,00
85	47,22	37,77	85	153,0	85	191,25
86	47,77	38,22	86	154,8	86	193,50
87	48,33	38,66	87	156,6	87	195,75
88	48,88	39,11	88	158,4	88	198,00
89	49,44	39,55	89	160,2	89	200,25
90	50,00	40,00	90	162,0	90	202,50
91	50,55	40,44	91	163,8	91	204,75
92	51,11	40,88	92	165,6	92	207,00
93	51,66	41,33	93	167,4	93	209,25
94	52,22	41,77	94	169,2	94	211,50
95	52,77	42,22	95	171,0	95	213,75
96	53,33	42,66	96	172,8	96	216,00
97	53,88	43,11	97	174,6	97	218,25
98	54,44	43,55	98	176,4	98	220,50
99	55,00	44,00	99	178,2	99	222,75
100	55,55	44,44	100	180,0	100	225,00

42) Bei den vorstehenden Tabellen ist noch zu bemer-
ken, daſs die Decimalbrüche für die Reductionen der Fahren-
heit'schen Grade auf centesimale und achtzigtheilige unendli-
che Reihen gleicher fortlaufender Zahlen bilden, die man also
willkürlich weit fortsetzen kann. Es betragen also z. B. in der
ersten Tabelle 60° F. nicht, wie in der Tabelle steht, 15°,55 C.
und 12°,44 R., sondern 15°,55555 .... C. und 12°,44444 .... R.
und ebenso in der zweiten 60° F. nicht 33°,33 C. und 26°,66 R.,
sondern 33°,33333 . . . . C. und 26°,66666 . . . . R. Die
zweite Tabelle kann daher auch für solche Fälle benutzt wer-
den, in denen noch gröſsere Mengen von Graden zu reduci-
ren sind. Wenn es also z. B. hieſse, der Temperaturunter-
schied zwischen dem Gefrierpuncte und dem Siedepuncte des
Quecksilbers betrage 650 Grade nach Fahrenheit[1], so giebt

1 Eine hiervon verschiedene Aufgabe wäre, wenn man 650° F.
oder 650 Grade der Fahrenheit'schen Thermometerscale auf die Cen-
tesimal- oder Reaumür'sche Scale reduciren wollte, denn diese wür-

die Tabelle für 65 Grade F. 36,11 C. und 28,88 R., mithin würden 650 Grade F. 361,111... C. und 288,888.. R. betragen. Liegt der Gefrierpunct des Quecksilbers bei — 39° C. und sein Siedepunct bei 350° C., so beträgt das Intervall der Wärme 389 Grade der Centesimalscale. Sollen diese auf Reaumür'sche und Fahrenheit'sche reducirt werden, so giebt für Reaumür'sche Grade die erste Tabelle

350° C.	=	280°,0 R.
39 C.	=	31,2 R.
389 C.	=	311,2 R.,

für Fahrenheit'sche Grade aber die zweite Tabelle

350	Cent.	Grade	=	630,0	Fahr.	Grade
39	—	—	=	70,2	—	—
389	—	—	=	700,2	—	—

Die Tabellen können auch gebraucht werden, um die Decimalbrüche der verschiedenen Scalengrade auf einander zu reduciren, und es bedarf also hierzu keiner besondern Tabelle; aus der ersten Tabelle sind die Werthe für die Reduction der Cent. auf R. Grade und umgekehrt zu entnehmen, aus der zweiten für die Reduction der Fahrenheit'schen Grade auf die beiden andern Scalen und umgekehrt; denn da 1 Grad F. = 0,55 Grad Cent. und 0,44 Grad R. ist, so mufs 0,1 Grad F. = 0,055 Grad Cent. und 0,044 Grad R. seyn u. s. w. Es sey daher 16,73 Grad Cent. auf Grade R. zu reduciren, so hat man nach der ersten Tabelle:

16,00	Grad	Cent.	=	12,8	Grad	R.
0,70	—	—	=	0,56	—	—
0,03	—	—	=	0,024	—	—
16,73	—	—	=	13,384	—	—

und wenn 125,32 Grade Fahr. auf Cent. und R. Grade zu reduciren sind, so hat man nach der zweiten Tabelle

100	Grad	Fahr.	=	55,5555	Grad	Cent.	und	44,4444	Grad	R.
25	—	—	=	13,8888	—	—	—	11,1111	—	—
0,32	—	—	=	0,1777	—	—	—	0,1444	—	—
125,32	—	—	=	69,6222	—	—	—	55,7	—	—

---

den (650 — 32) $\frac{5}{9}$ C. und (650 — 32) $\frac{4}{9}$ R. = 343,33 C. und 274,66 R. betragen, wie aus der ersten Tabelle zu ersehen, wenn man aus den Columnen für Cent. und R. Grade die zugehörigen nach Fahr. sucht.

ıs Null der Thermometerscalen bezeichnet kein absolutes
ıll, und somit sind auch die negativen Grade keine eigent-
hen negativen Gröſsen, wie denn überhaupt eine negative
'ärme nicht existiren kann, sofern dieses einen Zustand der
örper anzeigen würde, in welchem eine positive Gröſse hin-
ıkommen oder eine negative abgezogen werden müſste, um
s wirkliche Null, die Abwesenheit aller Wärme, hervorzu-
ingen, was nicht wohl vorstellbar ist. Das Null der Ther-
ometerscalen ist vielmehr ein willkürlich angenommener
ınct der Temperatur, von wo an die Zunahmen der Wärme
zählt werden. Bei verschiedenen Aufgaben muſs dieses wohl
rücksichtigt werden; ob es aber einen eigentlichen Null-
ınct der Wärme gebe und wohin derselbe zu setzen sey,
ird im Art. *Wärme* untersucht werden.

F. Correctionen des Thermometers.

43) Es wird jetzt allgemein angenommen, daſs alle Ther-
ometer, sobald sie zu genauen Messungen dienen sollen,
rrigirt, und zwar nicht nach einem bestimmten Gesetze, wie
B. wegen ihrer Abweichung von einer eigentlichen, nur
ırch Luftthermometer möglichen, genauen Messung der Tem-
eraturen reducirt, sondern als ganz eigentlich fehlerhafte Ap-
ırate wegen mehrerer Unrichtigkeiten verbessert werden müs-
ın, wodurch die nur scheinbar vorhandene Bequemlichkeit,
ie gesuchten Werthe ohne weitere Reduction durch bloſses
blesen zu erhalten, gänzlich wegfällt. Die Prüfung soll fer-
er durch die Physiker selbst vorgenommen und durch diese
ıllen dann die erforderlichen Correctionen aufgefunden wer-
ın, denen sich zwar Geschicklichkeit in der Manipulation
er Instrumente und, wie sich dieses von selbst versteht, durch
iele Uebung erlangte Genauigkeit und Schärfe im Beobachten
nd Messen aller Art im Allgemeinen nicht absprechen läſst,
ie jedoch in Beziehung auf die vorliegende specielle Aufgabe
er Behandlung von Thermometern solchen Künstlern noth-
'endig nachstehn müssen, die sich mit diesem individuellen
egenstande anhaltend beschäftigt haben. Nach mehreren ei-
enen Erfahrungen hat es mir daher mitunter geschienen, als
ürden bei den jetzt allgemein für nothwendig erachteten Ver-

besserungen der Thermometer zuweilen Fehler hineincom[...] die ursprünglich nicht vorhanden waren. Es versteht sich [...] bei wohl von selbst, daſs nur von vorzüglich guten, aus [...] Händen geübter und gewissenhafter Künstler kommenden Th[...]mometern die Rede seyn kann, denn die Richtigkeit der [...]wöhnlichen Apparate dieser Art wird kein Sachkenner [...] vorauszusetzen wagen. So viel ist aber wohl gewiſs, daſs [...] Naturforscher eigentlich berechtigt wären, von den Künst[...] die durch viele Uebung nothwendig eine gröſsere Fertig[...] in diesen speciellen Operationen erlangen müssen, genaue [...] fehlerfreie Thermometer zu verlangen, wogegen letztere [...]rechte Ansprüche haben, ihre Mühe belohnt zu erhalten, [...] es unmöglich ist, für etwa zwei Gulden oder gar einen Th[...]ler einen viele Zeit und Mühe erfordernden Apparat di[...] Art zu erstehn. Wir wollen indeſs die einzelnen Fehler [...] die dafür erforderlichen Correctionen näher untersuchen, w[...] aus dann die Gründe für die eben aufgestellen Behauptu[...] hervorgehn werden.

44) *Verrückung des Gefrierpunctes.* Aus der Constru[...] der Thermometer erhellt, daſs vor allen Dingen die beiden fes[...] Puncte im höchsten Grade zuverlässig seyn müssen, und man [...] dieses auch als wirklich bestehend an, mindestens bei g[...] Thermometern, bis Gourdon[1] den Nullpunct bei verschieden[...] mehrere Jahre alten Thermometern controlirte und ihn be[...] Quecksilberthermometern um 0°,5 bis sogar 1° C. zu hoch [...]fand, bei Weingeistthermometern dagegen fast unmerklich. Die Ursache dieses constanten Fehlers suchte er in einem g[...]ringen Antheile von Luft, welcher seiner Ansicht nach bei[...] Auskochen dieser Apparate zurückbleiben, sich nachher v[...] Quecksilber trennen und dadurch das Volumen desselben v[...]gröſsern sollte. Pictet[2] bestätigte die Thatsache, auch fa[...] man bei dem berühmten Thermometer im Keller der Pari[...] Sternwarte den Gefrierpunct nicht mehr richtig[3]. Auch Fla[...]gergues[4] fand durch sorgfältige Prüfung diesen Fehler, jed[...] nur bei oben verschlossenen Thermometern, statt daſs er si[...]

1 Biblioth. univ. T. XIX. p. 154.
2 Ebend. T. XIX. p. 62.
3 Brugnatelli Giorn. di Fis. 1821. p. 341.
4 Biblioth. univ. T. XX. p. 117.

solchen nicht zeigte, bei denen man unterlassen hatte, sie
leer zu machen. In Gemäſsheit dieser Erfahrungen stellte
lie von GOURDON gegebene Erklärung in Zweifel, zugleich
h aus dem triftigen Grunde, weil die Luft sich vom Wein-
ste schwieriger als vom Quecksilber gänzlich entfernen lasse
l daher die mit dieser Flüssigkeit gefüllten Thermometer
h gröſsere Unrichtigkeiten zeigen müſsten; wozu man noch
en könnte, daſs durch die ausgeschiedene Luft, sofern sie
als frei stärker ausdehnt, der Siedepunct noch mehr ver-
kt werden müſste. Dagegen glaubte er den Fehler aus dem
icke der Luft auf die Auſsenfläche der luftleeren Thermo-
ter ableiten zu müssen, sofern das elastische Glas diesem
chgebe und der Fehler sich daher durch die Länge der
t vergröſsere, weswegen er rieth, die Thermometer nicht
hr luftleer herzustellen, und das obere Ende der Röhre nicht
zuschmelzen, sondern durch übergebundenes Leder gegen
dringenden Staub und einen Verlust von Quecksilber zu
hützen. Weitläuftige Untersuchungen, sowohl über die
chtigkeit der Thatsache, als auch die Ursachen dieses Feh-
s, stellte BELLANI[1] an, fand die Sache allerdings bestätigt,
raute sich aber nicht, über die Richtigkeit der einen oder
anderen der gegebenen Erklärungen mit Bestimmtheit zu
scheiden. Um dieselbe Zeit prüfte v. YELIN[2] nicht weni-
als 21 zum Theil ältere Thermometer, und fand nur bei
em derselben die Lage des Gefrierpunctes ganz richtig, bei
eien lag er etwas zu tief, bei allen übrigen zu hoch, und
war so sehr, daſs das Maximum des Fehlers 2°,5 C. betrug.
r Grund dieses Fehlers ist nach ihm theils im Luftdrucke,
ils in einer Art von Krystallisation der schnell erkaltenden
gel zu suchen. Das gröſste Ansehn erhielten die genauen
l ausgedehnten Versuche von DE LA RIVE und MARCET[3],
lche nicht bloſs den constanten Fehler der Thermometer
rch das gewöhnliche Einsenken in schmelzenden Schnee be-
tigt fanden, sondern auch die Ursache dieser Unrichtigkeit
durch nachwiesen, daſs sie dieselben unter der Luftpumpe
wechselnd dem äuſsern Luftdrucke aussetzten und ihm ent-

1 Brugnatelli Giorn. di Fis. T. XV. p. 268. Bibl. univ. T. XXI.
252. 330.

2 Kastner's Archiv. Th. III. S. 109.

3 Bibl. univ. T. XXII. p. 265.

zogen, wobei sie im ersten Falle den Nullpunct allezei
fer, im zweiten aber höher liegend fanden. Seitdem sin
alle Physiker dieser Ansicht beigetreten, haben größsere
geringere Abweichungen der durch sie geprüften Thermo
wahrgenommen und den Luftdruck als Ursache derselben
weiter in Zweifel gezogen. SABINE[1] unter Andern unters
das bei seinen Pendelmessungen gebrauchte höchst g
Thermometer gleichfalls unter der Luftpumpe und fand
nen Nullpunct 0°,78 F. zu hoch liegend, bei gewöhnl
Thermometern ergab die Prüfung einen mittleren Fehle
1° F., wenn die Kugel die im Ganzen übliche Dicke
Drei von EGEN[2] untersuchte Thermometer zeigten nach
Abbrechen der Spitzen eine Erniedrigung des Eispunctes
0°,205; 0°,080; 0°,369 C. Einen indirecten Beweis, da
Luftdruck den Stand des Quecksilbers im Thermometer z
dern im Stande seyn müsse, giebt RUDBERG[3] durch di
machte Erfahrung, dafs man die Thermometerkugel, nac
sie durch einen schlechten Leiter, z. B. mehrmals umge
Papier, gegen den Einflufs der Wärme der Hand gesc
ist, mit den Fingern zusammendrücken und den Quecks
faden zum Steigen bringen kann. POGGENDORFF bemerk
bei, dafs sich die Erscheinung am auffallendsten an den
wissenschaftlichen Untersuchungen allerdings wenig gebrä
lichen, Thermometern mit platten cylindrischen Behältern z
man kann sie aber auch an Thermometern mit cylindris
oder bauchigen Behältern und selbst an Kugeln, wenn
etwas grofs sind, sichtbar machen und bedarf dazu einer
legung derselben mit Papier nicht, die obendrein das fe
Fühlen der Stärke des Drucks hindert, indem es leich
das obere Ende des Quecksilberfadens durch momentanes w
selndes Drücken in eine hüpfende Bewegung zu bringen.
nen directen Beweis liefern ferner EGEN's[4] Versuche, we
vermittelst eines eigenen Apparates drei Thermometer e
wachsenden Quecksilberdrucke aussetzte und die Verrüc
des Frostpunctes den Höhen der drückenden Quecksilber

1 Philos. Trans. 1829. p. 215. 1831. p. 460.
2 Poggendorff Ann. IX. 349.
3 Ebend. XL. 46.
4 Ebend. XI. 353.

irect und der Glasdicke der Kugeln umgekehtt proportional
nd. Rudberg erwähnt aufserdem, dafs Thermometer, die
iele Grade unter Null angeben und in denen also ein lan-
er Quecksilberfaden in der Röhre vorhanden ist, in vertica-
er Lage niedriger stehn, als in horizontaler. Bei gewöhnli-
hen Thermometern kann dieser Unterschied nur ein geringer
eyn, es zeigte sich aber ein sehr groſser, als ich den Ver-
ich mit den langen, in die Erde zu grabenden Thermome-
rn anstellte, deren eins eine Quecksilbersäule von 72 Par.
oll enthält[1], und betrug über 0°,75 R. Eine Reihe specieller
ersuche ist diesem Gegenstande später durch Egen[2] gewidmet
orden. Er liefs sich einen geeigneten Apparat verfertigen,
n die dem Dampfe des siedenden Wassers ausgesetzten Ther-
ometer abwechselnd in horizontaler, in verticaler Lage und
i 30° Neigung zu beobachten, verglich ihre Stände hierbei
it denen, die sie in gleichen Lagen bei mittlerer Tempera-
r und im schmelzenden Schnee zeigten, und fand durch Mes-
ing der Länge des in den Röhrchen bei diesen verschiede-
n Wärmegraden enthaltenen Quecksilberfadens, dafs die ver-
sachten Depressionen im Ganzen den Druckhöhen propor-
nal sind und sich den hydrostatischen Gesetzen gemäfs ver-
lten. Werden die Thermometer, wie meistens der Fall ist,
verticaler Richtung beobachtet, in welcher auch ihre festen
incte bestimmt wurden, so gleicht sich dieser Fehler von
lbst aus, bei horizontaler Lage aber mufs er berücksichtigt
erden, auch ergiebt sich aus den Versuchen, dafs selbst eine
eränderung des äufsern Luftdruckes von 1 Zoll Quecksil-
rhöhe einen durch feine Messungen merkbaren Fehler der
ermometerstände herbeiführt.

45) Läfst sich gleich die Thatsache im Allgemeinen hier-
ch nicht in Abrede stellen, so würde man doch der neuen
obachtung allzusehr huldigen, wenn man alle Thermometer
nach für bedeutend unrichtig halten wollte, und viele ge-
ndene Verrückungen des Nullpunctes wären sicher kleiner

1 S. oben *Temperatur der Erdkruste*, und meine Abhandl. über
e Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten, S. 9. Anm. Eine ähnliche
scheinung bei einem 3 Fufs langen Thermometer erwähnt Baum-
rtner Naturlehre. Supplem. S. 130.

2 Poggendorff Ann. XIII. 41.

ausgefallen oder ganz verschwunden, wenn man bei ihrer
tersuchung die Fehler sorgfältig vermieden hätte, die be
Bestimmung dieses Punctes so leicht begangen werden.
fallend bleibt es immer, dafs man in England, wo der
frierpunct nicht auf 0° fällt und sonach nicht unmittelba
ein Hauptpunct auffällt, den Fehler anfangs nicht finden w
und dafs auch seitdem dort nicht eben viel davon geredet
ja, was allerdings merkwürdig ist, BLACKADDER[2] macht
Bemerkung bekannt, dafs man verschiedentlich einen con
ten Fehler des Quecksilberthermometers gefunden habe,
er versteht darunter gerade den umgekehrten, einen ni
gern Stand beim Gefrierpuncte, und leitet dieses von e
geringen Theile atmosphärischer Luft ab, der in der K
zurückgeblieben und dessen Sauerstoffgas vom Quecks
durch Oxydation absorbirt seyn sollte. Möglich wäre im
dafs die englischen Künstler genauer arbeiten und dafs
nicht so viele schlechte Thermometer in die Hände selbs
Physiker kommen, als vielleicht auf dem Continente der
ist, wo die Preise dieser Instrumente allmälig sehr tief he
gedrückt worden sind, wodurch sie dann aber nur in
mittleren Graden eine annähernde Genauigkeit haben kön
Auch MOLL[3], ein so genauer und besonnener, auf gute
parate haltender Physiker, bezweifelte die Thatsache; Bi
fand bei der absichtlich angestellten Untersuchung nur bei
nem zufällig oben abgebrochenen Thermometer den Gef
punct völlig genau, bei den übrigen lag er jedoch nur ½ l
eines Reaumür'schen Grades über dem gemachten Zeichen,
bei einem mit einer Kugel von 3,75 Lin. Durchmesser,
dessen Scale die achtzigtheiligen Grade 2,5 Lin. betrugen,
gleich aber halbe Grade gezeichnet waren, nicht mehr a
eines achtzigtheiligen Grades. Ich selbst zog anfangs die R

---

1 Annals of Philos. 1823. Jul. p. 74.

2 Edinburgh Journ. of Science. N. IX. p. 47. It has been marked, by various observers, that the most accurately constru mercurial thermometers are liable, in the course of long use become inaccurate; and in such cases it is a lowering of the o nal height of the mercury that has been observed to take place.

3 Edinburgh Philos. Journ. N. XVII. p. 196.

4 Wiener Zeitschr. Th. III. S. 18.

;keit der Sache in Zweifel[1], weil von drei Thermometern, e ich der Versuche wegen oftmals genau geprüft hatte, das ne von Greiner in Berlin, welches in Viertelgrade R. geeilt ist, die wieder bis auf Viertel genügend geschätzt weren können, den Eispunct 0°,05 R. unter dem Striche zeigte, e beiden andern aber, von Loos in Darmstadt, völlig genau aren. Auch bei einem Pariser Thermometer, welches zufäl; durch Abbrechen der oberen Spitze offen war, dessen Scale s 400° C. reicht, fand ich den Gefrierpunct genau, obgleich r Quecksilberfaden sich bei einer Wärme von 20° C. und rüber in mehrere Theile trennte und also etwas Luft oder euchtigkeit enthalten mufste. Den Einflufs des Luftdruckes onnte ich um so weniger bezweifeln, als ich einen auffalnden Beweis vom Nachgeben des Gefäfses gegen mechanihen Druck, namentlich durch die Quecksilbersäule im Inrn, bei der Prüfung der langen Thermometer erhalten hatte, lein aus ebendieser Erfahrung ging auch hervor, dafs das las bei fortdauerndem unverändertem Drucke sich nur bis zu ner gewissen Grenze ausdehnt oder zusammenzieht; denn it mehreren Jahren zeigte sich keine Veränderung des Geerpunctes bei dem langen Thermometer, obgleich der Druck s Quecksilberfadens gegen die inneren Wandungen des Gefses ungefähr 2$\frac{4}{7}$ Atmosphären betrug. Indem aber bei geöhnlichen Thermometern die festen Puncte erst mehrere Tage, eistens sogar Wochen und selbst Monate nach dem Verhliefsen ihrer Röhren bestimmt werden, so sollte man schlieen, dafs die Kugeln derselben während dieser Zeit durch en steten Einflufs des Luftdrucks so weit zusammengedrückt yn müfsten, als das Glas diesem nachzugeben vermag, nach elcher Zeit aber nothwendig ein Stillstand eintreten mufs. iermit übereinstimmend ist auch die Erfahrung, dafs die von enz auf v. Kotzebue's Entdeckungsreise gebrauchten Thermometer binnen vier Jahren den Gefrierpunct nicht änderten[2], obei bemerkt wird, die Kugeln derselben seyen von dickem lase; auch meint Rudberg[3], man könne die Glasdicke der hermometerkugeln so stark machen, dafs keine Zusammen-

1 Meine Abhandl. über d. Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten. 5.

2 Mém. de l'Acad. de Petersb. VI. Sér. T. I. p. 255.

3 A. o. a. O.

drückung möglich bleibe, was jedoch der Empfindlich
schaden würde.

46) Die von mir anfangs untersuchten drei Thermom
sind die vorzüglichsten, die ich besitze, und aus der auf
Verfertigung verwandten gröfseren Sorgfalt dürfte wohl
genaue Lage ihres Eispunctes zu erklären seyn; spätere
suche haben mich allerdings überzeugt, dafs dieses bei
dern Thermometern keineswegs der Fall ist, auch überra
mich bald die Entdeckung, dafs der höher gefundene
frierpunct tiefer herabging, wenn ich zwischen den be
Messungen das Thermometer einige Zeit in siedendes W
senkte, jedoch habe ich keine hinlänglich erschöpfenden
suche angestellt, um hiernach über das Problem genügen
entscheiden. Auf jeden Fall mufs durch den äufseren
druck eine Zusammendrückung des Behälters am Thermom
statt finden und hierauf eine Verrückung der Grade be
sofern diese nicht durch vorhandene Dämpfe im Innern
pensirt wird, wie denn schon TABERATI[1] fand, dafs The
meter im Vacuum der Luftpumpe einen niedrigern Stand
gen, ohne die Ursache hiervon zu kennen, die nachher d
MARCET und DE LA RIVE aufgefunden wurde. GAY-
SAC[2] erkannte zwar bald, dafs eine Absorption der zurüc
bliebenen Luft nach BLACKADDER den entgegengesetzten
ler erzeugen müsse, indefs wollte er im Gegentheil die
rückung des Eispunctes von etwas vorhandener Luft able
da schon DE LUC[3] bemerkt habe, dafs dieselbe, anfang
Quecksilber zerstreut, sich mit der Zeit sammle und an
sticität zunehme. GAY-LUSSAC war daher nicht geneigt
erwähnten Ansichten von FLAUGERGUES und BELLANI b
pflichten, liefs aber zwei gleiche Thermometer verfertigen
eine oben offen, das andere verschlossen, und wirklich
sich bei dem letzteren die fragliche Verrückung des
punctes, obgleich die Kugel von solcher Glasdicke war,
sie nach seiner Ansicht dem Luftdrucke widerstehn m
Diesemnach glaubt er ein Mittel gegen diesen Fehler i
nem starken Auskochen des Quecksilbers zu finden, w
aber nach DULONG ohne Anwendung der gröfsten So

1 Comm. Soc. Bonon. T. II. P. I. p. 319. T. II. P. III. p.
2 Ann. Chim. et Phys. T. XXXIII. p. 425.
3 Modific. de l'Atmosph. T. I. p. 232.

leicht erreichbar seyn soll. In dieser Beziehung sey es zu bemerken, daſs verschiedentlich der Schwierigkeiten gedacht wird, die letzten Antheile von Luft und Feuchtigkeit aus dem Quecksilber der Thermometer zu entfernen, man hält diese deswegen für sehr groſs, weil es beim der Barometer so gefunden wurde. Man glaubte aber selten, die Barometer seyen nur dann völlig luftleer, bei ihnen die Capillardepression, die mit der Convexität der Oberfläche zusammenhängt, wegfiele und die Oberfläche sich ganz eben zeigte, da doch dieses auf der eigenthümlichen Beschaffenheit des Glases beruht, wie jetzt bekannt ist[1]. Es findet indeſs ein wesentlicher Unterschied des Verfahrens beim *Auskochen* der Barometer und der Thermometer statt; erstere werden von unten nach oben allmälig ausgekocht, wobei das schwerere kalte, noch unreine Quecksilber fortwährend wieder niedersinkt, letztere aber werden in ganzen Ausdehnung der Hitze ausgesetzt (wobei man an zwei Eisendrähten zu halten pflegt), die ganze Masse des Quecksilbers siedet gleichzeitig in den beiden Behältern, dem unteren bleibenden und dem oberen provisorischen, und die erzeugten Quecksilberdämpfe verjagen bald die letzten Antheile von Luft und Feuchtigkeit, weswegen auch bei alten, guten Thermometern das Bläschen, welches sich in der Kugel bildet, wenn man beim Umkehren derselben den Quecksilberfaden bis ans Ende der Röhre herabsinken läſst, nach dem Rückgange des Quecksilbers ohne irgend eine Spur wieder verschwindet. Neuerdings hat Legrand[2] absichtlich zur Lösung des vorliegenden Problems eine groſse Reihe von Versuchen mit 60 von Bunten verfertigten Thermometern angestellt und folgende Resultate erhalten. Die Verrückung des Nullpunctes erfolgt sowohl, wenn die Thermometer einer unveränderlichen, als einer wechselnden Temperatur ausgesetzt werden, sie kommt aber zum Stillstande in einem Zeitraume, welcher vier Monate nicht übersteigt, und hängt nicht von der Form des Behälters, sondern von der Beschaffenheit des Glases, vielleicht seiner Zusammensetzung und Abkühlung ab.

---

1 S. Art. *Meteorologie*. Bd. VI. S. 1847.

2 L'Institut. 5me Année. N. 195.. Ann. Chim. et Phys. T. LXIII. S. 368.

Bei Behältern von gewöhnlichem Glase schwankt die
rückung zwischen 0°,3 und 0°,5 C. und kann im
= 0°,35 C. gesetzt werden, bei solchen von Krystallglas
Email (*verre tendre, dit émail*) war sie bei fünf untersu
= 0, bei zweien unter zwanzig, deren Nullpunct Bu
bestimmt hatte, = 0°,25 und = 0°,5 C., vermuthlich w
fehlerhafter Bestimmung. Die Verrückung erfolgt nicht gl
mäfsig, sondern anfangs schneller, doch nicht so, dafs
ihren Gang verfolgen kann. Erwärmt man das Thermo
bis zum Siedepuncte des Quecksilbers und läfst man
der Luft erkalten, so stellt sich das ursprüngliche Zero w
her, und die Verrückung desselben erfolgt dann ebenso,
sie anfangs entstanden war; erhitzt man dasselbe aber bis
C. und läfst es langsam, z. B. in Oel, erkalten, so erl
der Nullpunct eine Verrückung, die bis auf 3° C. steigen k
erhitzt man es dann aber bis zum Siedepuncte des Quec
bers und läfst man es in der Luft erkalten, so bleibt
Verrückung des Eispunctes, die bis 1°,1 C. und wohl
mehr betragen kann, als sie anfangs nach der Constructio
Thermometers betrug, insbesondere wird die Verrückung
Eispunctes sehr bedeutend, wenn man die Erhitzung bi
hohen Wärmegraden und die langsame Erkältung öfter
derholt. Alles dieses ist im Ganzen mit sonstigen Erfah
gen übereinstimmend und daher nicht auffallend, um so ü
raschender aber erscheint die Behauptung, dafs sich das
schriebene Verhalten auf gleiche Weise bei verschlossenen
offenen Thermometern zeige, also nicht Folge des äufsern L
druckes seyn könne, sondern auf einer eigenthümlichen
sammenziehung des Glases beruhn müsse.

47) Gegen alle hier mitgetheilte Behauptungen ist bi
kein Widerspruch erfolgt, aufser gegen die eine, wonach
Verrückung des Eispunctes im Verlaufe von 4 Monaten z
Stillstande kommen soll, indem Despretz[1] durch eine Re
gleichfalls absichtlich angestellter Versuche gefunden ha
will, dafs sie über zwei Jahre zunehmend fortdaure. I
semnach räth er, wenn es auf eine vorzügliche Genauig
thermometrischer Messungen ankommt, sich zuvor von
Richtigkeit des Gefrierpunctes zu überzeugen. Allein a

1 L'Institut. 1837. Mars. N. 199. p. 73.

ses ist schwieriger, als es auf den ersten Blick scheint,
nn EGEN's[1] Messungen zeigen, dafs der genau bestimmte
ostpunct nach einer Erhitzung des Thermometers in den
ämpfen des siedenden Wassers herabgeht, und zwar um eine
röfse, die bei vier vorzüglichen Thermometern 0°,057; 0°,074;
,098; 0°,105 C. betrug. Man vermifst die Beantwortung der
age, ob eine Erwärmung des Thermometers, welche nicht
rade die Siedehitze erreicht, also etwa nur bis 50° C. steigt,
ese Herabdrückung ihrer Gröfse proportional herbeiführt, al-
in es ist dieses auf jeden Fall wahrscheinlich, und dann folgt
eraus, dafs auf einander folgende Messungen abwechselnd
ederer und höherer Wärmegrade überall nicht absolut genau
yn können. Hiermit stimmen auch die Resultate der be-
htungswerthen Versuche überein, welche GINTL[2] angestellt
it. Er fand die durch den Luftdruck bewirkte Erhöhung
s Eispunctes keineswegs so grofs, als sie von Manchen an-
geben wird, denn sie betrug nach der beim Abbrechen der
pitzen sich zeigenden Depression gemessen bei Kugeln nur
Millim., bei Cylindern 1,4 und bei birnförmigen Behältern
ır 0,8 Millimeter, wobei jedoch das Verhältnifs dieser Grö-
en zu denen der Scalentheile nicht angegeben ist. Die durch
olecularattraction bewirkte Erhebung des Eispunctes tritt auch
ach seiner Ansicht bald nach dem Zuschmelzen der Thermo-
ıeter ein und dauert auf jeden Fall nicht sehr lange, denn
r fand bei seinen Thermometern nach fünf Jahren ungefähr
ie nämliche Verrückung desselben, welche BÜRG bei den
einigen nach zehn Jahren gefunden hatte. Die Frage, ob der
ispunct der Thermometer, soweit seine Erhebung durch Mo-
ecularattraction des gläsernen Gefäfses bewirkt wird, auch
päter durch Erhitzung der Thermometer wieder herabgehe, be-
ıht auch er bestimmt, jedoch nur in Beziehung auf eine Er-
itzung bis zum Siedepuncte des Wassers.

48) Hiermit ist also alles dasjenige genügend mitgetheilt,
vas die Physiker über die Verrückung des Eispunctes bei
)uecksilberthermometern aufgefunden zu haben angeben, und
s wäre nun angemessen, eine genaue Bestimmung dieses Feh-
ers und die dafür erforderliche Correction hierauf zu gründen;

1 Poggendorff Ann. XIII. 38.

2 Baumgartner's und v. Holger's Zeitschr. Th. V. S. 8 ff.

allein man übersieht bald, dafs dieses nicht etwa nur sch
sondern in der That unmöglich ist, weil die Resulta
verschiedenen Untersuchungen bedeutend von einander a
chen und sich in einigen wesentlichen Puncten sogar
sprechen. Alles genau erwogen scheinen mir folgende
als hinlänglich begründet gelten zu können. Erstlich
gerügte Fehler keineswegs so allgemein, als man den
ben nach schliefsen sollte, denn sonst könnte unmögli
den Resultaten thermometrischer Messungen, namentli
Temperaturen der Luft an den verschiedenen Orten, di
ter mittleren Polhöhen nur gegen 10° C. über dem Eis
liegen und durch zahlreiche Messungen der Grade übe
unter diesem fehlerhaft genannten Puncte gefunden w
so viele Uebereinstimmung herrschen, als doch wirklic
funden wird. Bei guten, nicht marktmäfsig verkäufl
Thermometern, die mit mäfsig grofsen Kugeln und nic
künstlich verzierten Behältern versehn sind, darf man
eine fehlerfreie oder nur unmerklich abweichende Lage
Eispunctes voraussetzen. Dafs zweitens der äufsere Luft
auf die Oberfläche der Quecksilberbehälter, nachdem de
nere Raum der Thermometerröhre luftleer verschlossen ist,
mefsbare, obgleich geringe Zusammendrückung verursa
werde, die um so merklicher seyn mufs, je gröfser und
ner von Glase die Kugel ist, läfst sich wohl nicht bezwei
nur in seltenen Fällen wird aber hieraus eine Verrückung
Eispunctes erwachsen, weil gute Thermometer mit klei
nicht zu dünnen Kugeln versehn zu seyn und ihre f
Puncte erst eine hinlängliche Zeit nach dem Verschliefsen
stimmt zu werden pflegen. Weniger geneigt bin ich drit
eine lange Zeit hindurch allmälig wachsende Zusammenzie
des Glases in Folge einer Art von Zusammensinterung
Krystallisation anzunehmen; doch ist es nicht unmöglich,
sie, mindestens bei einigen Glassorten, und zugleich in v
schiedenem Grade statt finde. Nicht zu bezweifeln ist da
gen, dafs eine negative (vermindernde) Verrückung des N
punctes eintreten und eine Zeit lang dauern wird, wenn
das Thermometer bis zum Siedepuncte des Quecksilbers o
bis gegen etwa 300° C. erhitzt, die dann im Verlaufe der
wieder in die entgegengesetzte übergeht. In dieser Beziehung k
Leblanc nicht so sehr getäuscht worden seyn, als man vora

zen müfste, wenn man diesen Satz in Abrede stellen wollte, ich habe selbst einigemal, obgleich die Versuche nur mit ringer Sorgfalt angestellt wurden, gefunden, dafs die Verckung des Nullpunctes geringer geworden oder ganz verhwunden war, nachdem ich das Thermometer einige Zeit siedendes Wasser oder in die Dämpfe desselben getaucht tte, und EGEN's[1] directe Versuche entfernen jeden hiergen zu erhebenden Zweifel. Die zu Beobachtungen der Luftmperatur dienenden Thermometer bleiben daher in ihrem inge constant, weil sie in der Regel keinen hohen Tempeturen ausgesetzt sind; auch ist es auf jeden Fall rathsam, die estimmung des Nullpunctes erst einige Wochen oder noch esser Monate nach der Verfertigung der Thermometer und or der Auffindung des Siedepunctes vorzunehmen. Der gröfste heil der wirklich vorhandenen oder vermeintlich aufgefundeen Verrückungen des Nullpunctes ist endlich viertens sicher ine Folge ursprünglich vorhandener oder bei der Prüfung statt efundener unrichtiger Bestimmungen. Es ist keineswegs icht, die Fehler sicher zu vermeiden, welche hierbei sich inschleichen können, und es kommt zugleich weit weniger af mikroskopisch feine Messungen an, nach den von RUDERG und EGEN angewandten Methoden, als auf die Vermeiung möglicher Fehler bei der Operation selbst; denn man iest die Thermometer in der Regel beim Gebrauche nicht nikrometrisch ab und die Anwendung der mikroskopischen Mefsapparate hindert leicht die erforderliche sorgfältige Manipulation. Bei letzterer ist aber hauptsächlich darauf zu sehn, lafs der Schnee reinlich aufgesammelt und das Gefäfs zur Vorahme der Bestimmung in ein nur etwa 5° C. erwärmtes Zimmer gebracht werde, dafs sich das Thermometer eine hinänglich lange Zeit darin befinde und man den Nullpunct nicht her bezeichne, als bis der Schnee in seiner ganzen Masse, ohne vorhandenes freies Wasser, sich durchscheinend, der Thermometerstand aber sich eine hinlängliche Zeit unveränderlich zeigt. Das von BÜRG[2] angewandte Verfahren, reines Wasser in einem Gefäfse (allenfalls mit eingesenktem Thermometer) gefrieren zu lassen, bis die Oberfläche mit einer einige

1 Poggendorff Ann. XI. 357.
2 Wiener Zeitschrift. Th. III. S. 18.

Linien dicken Eisdecke überzogen ist, dann dasselbe nur wenige Grade über dem Gefrierpuncte warmes Zim bringen, den längere Zeit stationären Stand des Thermom auch nach zerstoſsener oberer Eisdecke, abzuwarten ur diese Weise den Nullpunct zu bestimmen, dürfte alle Empfehlung verdienen.

49) Sind demnach die Normalpuncte der Thermomet lerdings wohl minder fehlerhaft, als nach der Ansicht angenommen wird, so kann es doch nicht überflüssig er nen, bei solchen, die zur genauen Messung mittlerer peraturen, als namentlich der Luft-, Boden- und Erdw der thierischen Wärme u. s. w., verwandt werden sollen Richtigkeit des Eispunctes auf die angegebene Weise zu fen, insbesondere wenn sie vorher einer hohen Tempe der Siedehitze des Wassers oder gar einer höheren, ausg wurden oder wenn sie noch neu sind. Dürfte man hi die ursprüngliche Richtigkeit des zweiten Normalpunctes aussetzen, so würde es genügen, bloſs den Gefrierpunc rectificiren, und die Gröſse des gefundenen Fehlers w dann zugleich diejenige Correction angeben, die für alle G der Scale gleichmäſsig anzubringen wäre; in der Regel man aber auch den zweiten Normalpunct prüfen und die forderliche Correction anbringen, die sich dann von selbst giebt[1]. Hierbei ist es aber gewiſs räthlich, zuerst den I

---

1 Man nimmt meistens an, daſs der Fehler des Gefrierpun allen Graden als constante Gröſse hinzuaddirt werden müsse. Di scheint mir jedoch unrichtig, da der Theil des Fehlers, welcher der Zusammenziehung des Glases folgt, mit zunehmender Wärme nimmt und im siedenden Wasser gänzlich zu verschwinden sch Darf dieses als richtig gelten, wie ich meinerseits nicht bezwe so ist es unmöglich, den Fehler des Gefrierpunctes völlig genau corrigiren, weil man nicht weiſs, wie weit derselbe bei jeder Be achtung durch vorausgegangene Erwärmung des Thermometers ber verschwunden ist. Egen in Poggendorff's Ann. IX. 288. bemerkt h über, daſs die Körper zwar im Allgemeinen sich durch Tempera verminderung um ebenso viel wieder zusammenziehn, als sie sich du Wärme ausdehnten, daſs aber solche Körper hiervon eine Ausnah machen, die durch schnelles Erkalten spröde werden, wie Glas, St u. s. w. Beim Glase ist noch besonders zu berücksichtigen, daſs sei Sprödigkeit in einer dem Gefrierpuncte nahen Temperatur ausne mend wächst, und die an den Thermometerkugeln wahrgenomme

nct, dann den Siedepunct, und gleich darauf nochmals den spunct zu prüfen, um zu ermitteln, ob die Erhitzung bis m Sieden des Wassers auf die Lage des Eispunctes einen influfs ausübe, in welchem Falle man erst einige Zeit später en Eispunct definitiv fixiren müfste.

50) *Correction des Siedepunctes.* Die meisten Verfertiger von Thermometern bestimmen den Siedepunct ihrer Inrumente durch Eintauchen derselben in siedendes Wasser. eht ihre Kenntnifs der Sache nicht über den Bereich der geeinen hinaus, so wählen sie hierzu gewöhnliche, man darf nehmen irdene, Gefäfse, tauchen die Kugel und einen Theil er Röhre in das Wasser, ohne dafs der Boden berührt wird, nd indem die stark aufsteigenden Dämpfe sich an die Röhre legen, erschweren sie ausnehmend das scharfe Ablesen und ezeichnen des Punctes, welchen der Quecksilberfaden ereicht und der sich aufserdem bei diesem Verfahren in einer teten hüpfenden Bewegung befindet. Werden die hieraus rwachsenden Schwierigkeiten durch die aus vielfacher Ueung erlangte Fertigkeit überwunden und achten die Künster, wie man bei den nur etwas besseren voraussetzen darf, uf den Barometerstand, den man zu 28 Par. Zoll anzunehen pflegt, so wird auf diese Weise der Siedepunct mit sehr nnähernder Genauigkeit gefunden. Setzt man inzwischen den egangenen Fehler auch auf einen ganzen Grad der Centesinalscale, den Eispunct als genau angenommen, so beträgt lie hierfür erforderliche Correction für n Grade über oder unter lem Eispuncte $\frac{n}{100}$ Grade, also für eine mittlere Temperatur er Luft als Correction des Endresultates für 10° C. unter mitteren Breiten $\frac{10}{100}$ oder 0°,1 C., was noch nicht als bedeutende Jnrichtigkeit auffallen würde und die Uebereinstimmung der ewöhnlichen Beobachtungen erklärlich macht. Gegenwärtig ennen aber die besseren Künstler, und auf jeden Fall die Physiker, den Einflufs der Gefäfse auf die Wärme des in ihen siedenden Wassers, die ursprüngliche Auffindung und spätere Controle des Siedepunctes geschieht daher nach der oben eschriebenen Methode durch Eintauchen in die Dämpfe und

---

Zusammenziehung mag daher wohl nahe über dem Gefrierpuncte erst eginnen.

dadurch werden die hieraus entspringenden Fehler vermied
Rücksichtlich des Barometerstandes ist oben §. 35. bereits b
merkt worden, dafs die Annahme von 28 Par. Zoll oder 336 Li
nur eine in Deutschland gewöhnliche, keineswegs aber allg
mein und bestimmt festgesetzte ist, und dafs es besser se
würde, sich mit Frankreich über 0,76 Meter = 336,905 od
in runder Zahl = 336,9 Par. Lin. zu vereinigen, um dadu
der in England festgesetzten Gröfse von 30 engl. Zoll = 0,7
Meter = 337,791 Par. Lin. möglichst nahe zu kommen. W
man indefs nicht warten, bis dieser Barometerstand, verst
sich auf 0° Temperatur der Quecksilbersäule reducirt, wir
lich statt findet, so mufs der bei einem gegebenen Baromete
stande gemessene Siedepunct auf den normalen reducirt we
den. Die hierfür erforderliche Correction liefse sich aus d
mit den Temperaturen wachsenden Elasticität des Wasserda
pfes entnehmen, am besten aber dürfte es seyn, diejenige
Resultate zu benutzen, welche Egen[1] durch directe Messu
gen an 10 verschiedenen Thermometern erhalten hat. Vo
diesen gaben vier für jede Linie des auf 0° reducirten Baro
meterstandes 0°,091, vier andere im Mittel 0°,0872 und zw
0°,086; indem aber auch Dalton 0°,086 gefunden hat, so ka
füglich im genäherten Mittel 0°,0881 genommen werden. I
die Scale an dem geprüften Thermometer bereits befindlich, s
beträgt dieser Fehler für jede Linie über oder unter dem nor
malen Stande des auf 0° C. reducirten Barometers ∓ 0°,0881 C
der ganzen Scale, oder unter der wohl allgemein gültige
Voraussetzung, dafs vom Eispuncte aus gleiche Grade au
wärts und abwärts aufgetragen worden sind, für jeden einze
nen Grad ∓ 0°,000881. Heifst also der bei der Bestimmu
oder Prüfung des Siedepunctes beobachtete Barometerstand i
Par. Linien B, nennt man (B — 336,9) = B' und die übe

1 Poggendorff Ann. XIII. 40. XI. 528. Man findet hier S. 5
die bisherigen verschiedenen Angaben zusammengestellt, wie gro
die erforderliche Correction für 1 Lin. Barometer-Unterschied sey
müsse. Nach Lemonnier um 1740 ist sie 0°,104 C.; nach Martin
0°,092; nach Faugère um 1770 einmal 0°,112, ein anderes Mal 0°,08
nach de Luc um dieselbe Zeit 0°,094. Mehr Vertrauen verdient die
Bestimmung von Dalton zu 0°,085 und die von Arzberger, welche
dieser sehr nahe kommt. Vergleiche hierüber Soldner in G. XVII.
58.

er unter 0° abgelesenen Thermometergrade t, die corrigir-
ı t', so ist

$$t' = t\ (1 + B'\ 0{,}000881).$$

'äre z. B. der Siedepunct bei B = 334 Lin. bestimmt worden,
hätte das Thermometer eine zu kurze Scale, der Quecksilber-
den würde auf höhere, als die richtigen Grade zeigen, und
e Correction gäbe $B' = (334 - 336{,}9) = -2{,}9$ und man er-
elte für $t = 10°$ die corrigirte Gröfse

$$t' = 10\ (1 - 2{,}9 \times 0{,}000881) = 9°{,}97448;$$

äre dagegen B = 339 Par. Lin. und $t = 10^0$, so erhielte man
$= (339 - 336{,}9) = 2{,}1$ und die corrigirten Grade be-
igen

$$t' = 10\ (1 + 2{,}1 \times 0{,}000881) = 10^0{,}001848.$$

ie Correction ist weitläuftig und beschwerlich, betrüge bei
Lin. Unterschied für 50° C. zwar nur 0°,044, für 3 Lin.
ber schon über 0°,1 und kann daher nicht wohl vernachläs-
gt werden, man müfste sich daher in voraus eine Tabelle
erechnen, um danach die beobachteten Grade zu corrigiren.
ei einer auf die Röhre selbst geätzten Scale bliebe dieses das
nzige Auskunftsmittel, eine jede andere würde man aber lie-
er verwerfen und mit einer richtigen vertauschen. Das hier-
ei dann vorkommende Problem, wie man bei einem niede-
en oder höheren Barometerstande eine richtige Scale erhalte
der den gefundenen Siedepunct corrigire, beantwortet sich
us dem Vorhergehenden von selbst; denn wenn die Abwei-
hung für eine Linie Unterschied der auf 0° Temperatur re-
ucirten, bei der Bestimmung des Siedepunctes statt finden-
en Barometerhöhe und der normalen 0°,0881 beträgt, so wird
ie für n Linien einfach $= \pm n \,.\, 0°{,}0881$ C. betragen, und da
Grad der Scale den hundertsten Theil ihrer Länge vom Eis-
uncte bis zum Siedepuncte ausmacht, so sey diese uncorri-
irte Länge = L, die corrigirte = L', und man wird nach
en oben gegebenen Bezeichnungen erhalten

$$L' = L\ (1 - B' \,.\, 0{,}000881).$$

ie hiernach aufgetragene und richtig getheilte Scale würde
ann eine hinsichtlich der Lage des Siedepunctes genaue
eyn.

Eine Erfahrung, welche Egen in Beziehung auf die-
es Problem mittheilt, verdient sehr beachtet zu werden. Nach-
em er die angegebene mittlere Gröfse aufgefunden hatte, prüfte

er hiermit die genannten Thermometer bei verschieden rometerständen und fand, dafs bei keiner einzigen B tungsreihe der Siedepunct aller Thermometer nach einer u selben Seite abwich. Dieses beweist vollständig, Abweichungen vom Mittel nicht in der Temperatur de serdampfes ihren Grund haben, weil sie sonst bei allen mometern gemeinsam und also von einerlei Zeichen sey ten, sondern dafs sie auf Veränderung des Quecksilbe des Glases beruhn. Veränderungen des Quecksilbers nen mir auf jeden Fall höchst unwahrscheinlich, dagege ich gewisse Modificationen des Glases nicht in Zweifel. bemerkt ferner, dafs man zu ebenso sehr abweichend sultaten gelangt seyn würde, wenn man die Lage de punctes nach der Erwärmung des Thermometers zum gelegt hätte. Zum Glück sind die hieraus erwachsende richtigkeiten nur gering und für niedere und mittlere peraturen, deren Genauigkeit in vielen Fällen so wicht verschwindend klein; auf jeden Fall aber begründen oben bereits angegebene Regel, dafs man bei Thermon von denen man die gröfste Zuverlässigkeit in mittleren verlangt, zuerst den Eispunct scharf bestimmen müsse, den Siedepunct, um die zwischen beiden liegende Läng Scale für den normalen Barometerstand zu corrigiren, und nächst erst, nach Verflufs von einigen Wochen oder Mo nochmals definitiv den Eispunct. Aller dieser angewa Vorsicht ungeachtet gelangen wir aber dennoch zu dem sultate, dafs wegen der eigenthümlichen Beschaffenhei Glases ebenso wenig absolut genaue Thermometer als Ba ter zu erhalten sind[1].

51) *Correction der Scale.* Wenn die beiden No puncte auf der Röhre genau bezeichnet sind, so trägt man Raum zwischen beiden auf die Scale auf, theilt diesen viele Grade, als die beabsichtigte Theilung verlangt, und diese Theilung auch unter dem Eispuncte so weit fort, al fordert wird oder als die Länge der Röhre bis an die K gestattet. Geschieht das Auftragen der Scalentheile auf Thermometerröhre selbst, so unterliegt diese zwischen beiden Normalpuncten bei allen Temperaturen denjenigen

1 Vergl. *Meteorologie.* Bd. VI. S. 1847.

rungen ihrer Länge, welcher sie bei der Bestimmung der
n Puncte ausgesetzt war, und ihre Ausdehnung hat daher
die Genauigkeit der Grade keinen Einflufs, bei Tempera-
ı unter dem Gefrierpuncte aber wird die Röhre verkürzt,
unter Voraussetzung einer gleichmäfsigen Zusammenzie-
g des Quecksilbers oder der gewählten thermoskopischen
sigkeit wird also aus dieser Ursache die Kälte zu grofs
nden werden. Allein wenn man die lineare Ausdehnung
Glases auch hoch zu 0,000009 der Einheit für 1° C. an-
nt[1], so würde die Aenderung für 50 Grade, eine selten
ommende Kälte, doch nur 0°,00045 betragen und kann
füglich als unmefsbar vernachlässigt werden.

Uebergehn wir die Scalen von Elfenbein, Holz oder Pa-
in eine Glasröhre eingeschlossen, weil diese Substanzen
h trockne Wärme oder Kälte ihr Volumen nur unmerklich
rn, und berücksichtigen wir die sehr gewöhnlichen Scalen
versilbertem Kupfer oder Messing, so werden auf diese wohl
zeit bei einer mittleren Temperatur von 15° bis etwa 18° C.
Grade aufgetragen, dann wird das Thermometer mit zwei
hten oder übergeschraubten kleinen Bügeln in der Gegend
etwa 60° und — 12° auf derselben festgeklemmt. Die
gel hängt entweder frei unter der Scale, oder ist in eine
tiefung derselben eingesenkt, zuweilen, und wohl meistens,
dann zu noch gröfserer Festigkeit das obere verjüngte und
itwinklig umgebogene Ende der Röhre in ein Loch in der
le genau eingelassen. Dafs auf jeden Fall bei dieser Ein-
itung die Ausdehnung des Metalls Berücksichtigung ver-
ne, hat FISCHER[2] zur Erörterung gebracht, welcher diese
ı auf das Glas ausgedehnt wissen will, und ein unleugbar
ıandener Einflufs dieser Ausdehnung des Metalles geht
ı namentlich aus dem Umstande hervor, dafs man leicht
langen Thermometern, namentlich solchen, deren Scalen
ächtlich über den Siedepunct des Wassers hinausgehn, die
re, genau in die Vertiefung eingesteckte Spitze abgebro-
ı findet. Von diesem Umstande darf man jedoch nicht
eine bedeutende Gröfsenänderung schliefsen; denn eben
n die Spitze bei mittlerer Temperatur scharf passend ein-

1 Vergl. *Ausdehnung.* Bd. I. S. 585.
2 Berliner Denkschriften 1816 und 1817. S. 88.

gesteckt ist, so mufs sie leicht abbrechen, da beide K
das Glas und das Metall, bei einer Veränderung ihres
mens durch Wärme nicht im Mindesten nachgeben. U
nen festen Anhaltpunct zu haben, welcher für irgend ei
stimmung unumgänglich nothwendig ist, wollen wir a
men, die Thermometerröhre werde durch ihre Befestig
so auf der Scale gehalten, dafs die Lage des Eispuncte
verändert bleibe. Wird dann die Ausdehnung des K
und des Messings[1] in sehr genähertem Werthe zu 0,
der Einheit für den Temperaturunterschied zwischen de
den festen Puncten des Thermometers angenommen, d
Glases aber, die hierbei compensirend wirkt, zu 0,00
beträgt der gröfste, beim Siedepuncte des Wassers dur
Ausdehnung der Scale erzeugte Fehler nicht mehr als — 0^{0},
welcher aufser dem Bereiche der Messung liegt.

52) Ein gröfserer Fehler scheint aus einem andern
lichen Umstande hervorzugehn. Nach der angegebenen
schrift soll das gesammte Quecksilber im Thermometer,
nicht blofs der Behälter, sondern auch die Röhre, so we
Quecksilberfaden reicht, sowohl den Dämpfen des sied
Wassers, als auch der Berührung des schmelzenden Schne
der Bestimmung der beiden festen Puncte ausgesetzt w
Ist dieses nicht geschehn, so wird das nicht ausgesetzte
des Quecksilberfadens eine andere Temperatur als die
und der eingetauchte Theil haben, die Normalpuncte k
nicht genau seyn und die gezeigten Grade des Thermom
müssen daher corrigirt werden. Herschel[2] behandelt d
durch Cavendish der Beachtung empfohlenen Fehler au
Fig. 87. lich und giebt Formeln zur Correction desselben. Ist
Länge des Quecksilberfadens beim Eintauchen der Ku
Eis und x die Länge desselben, im Fall dafs er gan
getaucht wäre, t endlich die Temperatur des freien Que
berfadens in Graden der gegebenen Scale über dem Ge
puncte des Wassers und $\frac{1}{\delta}$ die Ausdehnung des Quecks
mit Rücksicht auf die gleichzeitige des Glases, so wir
normale Länge = x des Quecksilberfadens durch die Te

1 Nach Sabine in Account of Experiments cet. p. 207.
2 Art. *Heat* in Encyclopaedia metropolitana. p. 250.

ur von t Graden verwandelt werden in $x + \frac{t}{\delta}x$. Diese ist
er $= 1$ angenommen, und es ist also

$$x + \frac{t}{\delta}x = x\left(1 + \frac{t}{\delta}\right) = 1,$$

raus

$$x = \frac{1}{1 + \frac{t}{\delta}} = 1 - \frac{1t}{\delta + t}$$

unden wird. Herschel setzt dann den Ueberschuſs der
sdehnung des Quecksilbers über die des Glases oder $\delta =$
80 für einen Centesimalgrad und $= 11664$ für einen Grad
r Fahrenheit'schen Scale[1], wonach

$$x = 1 - \frac{1t}{6480 + t} \text{ oder } 1 - \frac{1t}{11664 + t}$$

rd. Auf gleiche Weise sey l die Länge des den Dämpfen
s siedenden Wassers nicht ausgesetzten Quecksilberfadens, x
Länge desselben beim Eispuncte und x' die Länge desselben,
nn er den Dämpfen gänzlich ausgesetzt wäre, t die Zahl
Temperaturgrade, um welche der Quecksilberfaden weni-
warm ist, als die Siedehitze des Wassers, und n die Zahl
Grade, in welche die Scale zwischen beiden festen Puncten
heilt ist, so wird, wie oben,

Fig. 88.

$$x' = x + \frac{nx}{\delta} = x\left(1 + \frac{n}{\delta}\right),$$

o auch

$$1 = x + \frac{(n-t)x}{\delta} = x\left(1 + \frac{n-t}{\delta}\right).$$

de Gleichungen in einander dividirt geben

$$\frac{x'}{1} = \frac{1 + \frac{n}{\delta}}{1 + \frac{n-t}{\delta}} = \frac{\delta + n}{\delta + n - t},$$

$$x' = \frac{1\delta + 1n}{\delta + n - t} = 1 + \frac{1t}{\delta + n - t}.$$

1 Die Gröſse $\frac{1}{6480}$ ist bekanntlich der durch Dulong und Petit
ndene Ueberschuſs der Ausdehnung des Quecksilbers über die des
ses. S. Ann. Chim. et Phys. T. VII. p. 138.

Werden für δ und für n = 100 oder 180 die Zahlenwert
setzt, so ist

$$x' = 1 + \frac{lt}{6580 - t} \text{ für C. und } = 1 + \frac{lt}{11844 - t} \text{ für F. C}$$

So richtig diefs in theoretischer Hinsicht ist, so liegt
die wirkliche Correction aufser dem Bereiche einer erfo
chen Genauigkeit, wo nicht der Möglichkeit überhaupt
fern die Temperatur t über dem Eispuncte oder unter de
depuncte wohl überall nicht mefsbar ist. Man würde n
sehr mit Unrecht hierfür die Wärme der Umgebung ne
denn wäre z. B. bei der Bestimmung des Eispunctes das
mer auch 15° bis 18° warm, so würde diese Temperatur
einen Fufs über dem Gefäfse mit Schnee einige Grade
ger seyn und bis zur Oberfläche des Schnees bedeuten
nehmen, die Abkühlung der Röhre und des in ihr b
lichen Quecksilberfadens nicht gerechnet. Es mufs dah
der Vorschrift, die ganze Röhre mit dem Schnee und
her mit den Wasserdämpfen in Berührung zu bringen,
gehalten werden. Die so graduirten Thermometer w
dann richtig zeigen, wenn sie bei den Messungen sich
ganzen Länge nach in demjenigen Medium befinden, d
Temperatur gemessen werden soll. Ist Letzteres nicht de
z. B. bei Messungen erhitzter Flüssigkeiten, in welche n
Kugel eingesenkt wird, der thierischen Wärme u. s. w
würde hieraus eine Unrichtigkeit erwachsen, die gleic
schwer, meistens gar nicht bestimmbar, zugleich aber so
ist, dafs sie füglich vernachlässigt werden kann. Inw
dieses auf die in die Erde gesenkten Thermometer anw
bar ist, wurde bereits oben[1] untersucht.

53) Die *Correction des Calibers* wird gegenwärtig fü
umgänglich nothwendig erachtet und alle Thermometer, mit
statt findender Ausnahme, gelten in dieser Beziehung für fehle

Hällström[2] führt ein ganzes Register von Therm
tern an, unter denen eins aus Vauquelin's chemischer
brik Correctionen zwischen 4°,69 und — 1°,55 C. erfor
bei den übrigen aber hielten sich dieselben ungefähr
schen — 0°,2 bis + 0°,06 und 0° bis 1°,6 C. Egen[3]

1 S. Art. *Temperatur der Erdkruste.*
2 Poggendorff Ann. IX. 535.
3 Ebend. XI. 276.

tigt, dafs nach seinen Erfahrungen jene Thermometer nicht
den schlechtesten gehören konnten, auch meint er, man
rfe sich nicht dadurch täuschen lassen, wenn Thermometer
s derselben Werkstatt unter einander übereinstimmten. In
esem Falle müfsten sie aber mit einem constanten, in ihrer
nstruction liegenden Fehler behaftet seyn, wie bei denen,
aus der Werkstätte geübter und bewährter Künstler als
rzüglich genau kommen, nicht wohl anzunehmen ist, und
bleibt daher stets ein bekanntes gutes Mittel, die Richtig-
it der Thermometer im Allgemeinen zu prüfen, wenn man
unter einander vergleicht, was jedoch gleichfalls mit der
hörigen Vorsicht geschehn mufs. Die Hauptursache der be-
utenden Abweichungen sucht man in einem unrichtigen Ca-
er der Röhren. Bessel[1] gab eine Methode an, bei fertigen
ermometern die vorhandenen Fehler zu corrigiren, die seit-
m nach ihm benannt ist, und man findet daher häufig an-
merkt, dafs die zu genauen Versuchen verwandten Ther-
ometer hiernach corrigirt seyen. Gleichzeitig brachte Häll-
röm[2] ein diesem im Wesentlichen gleiches Verfahren in
orschlag, Egen[3] empfiehlt eine einfachere Methode, dem Bes-
l'schen Verfahren kommt aber dasjenige nahe, welches Rud-
rg[4] bei der Correction seiner zur Normal-Mafsbestimmung
enenden Thermometer in Anwendung brachte, und auch das-
nige, welches Kupffer[5] für diejenigen Thermometer em-
iehlt, welche zu correspondirenden meteorologischen Beob-
htungen an den verschiedenen Stationen des russischen Rei-
es dienen sollen. Ich werde mich bemühen, eine Ueber-
cht des wesentlichsten Inhalts dieser schätzbaren Untersu-
ungen mitzutheilen.

53) Bei fabrikmäfsiger Verfertigung der Thermometer su-
en die Künstler blofs nach dem Augenmafse diejenigen
heile der sehr langen, von den Glashütten ihnen zugekom-

---

1 Poggendorff Ann. VI. 287.

2 Ebendaselbst IX. 535. Aus Anmärkningar angående termo-
eterns färfardigande och Bruk. Acad. Diss. Abo 1823.

3 Poggendorff Ann. XI. 529.

4 Ebend. XL. 566.

5 Instructions pour faire des observations météorologiques et
agnétiques. St. Petersb. 1836. 8.

menen Röhren aus, die ihnen ein gleiches Caliber zu
scheinen, schneiden die erforderliche Länge ab, bring
Ende, wo ihnen das Caliber nicht mehr genau scheint,
unten, und haben hierin durch Uebung eine solche Fer
erlangt, daſs sie nicht allein die Gröſse des Behälters der
der Röhre bloſs nach Schätzung anzupassen vermögen,
dern daſs auch manche dieser Thermometer ziemlich
sind, wobei es sich jedoch von selbst versteht, daſs s
nicht für den Physiker, sondern bloſs für gewöhnliche
terbeobachter gehören, die an solche Werkzeuge nicht
als etwa einen Thaler wenden wollen. Für gute Therm
ter liegt aber das Erforderniſs des richtigen Calibers so
daſs kein Verfertiger derselben damit unbekannt seyn
Die von GAY-LUSSAC[1] neuerdings empfohlene Methode
nen kurzen Quecksilberfaden nach und nach in der g
Länge der Röhre hinzuschieben, um aus dem Gleichb
oder der Veränderung seiner Länge die gleichmäſsige
wechselnde Weite der Röhre zu entnehmen, wurde eh
und wird bis auf die neuesten Zeiten herab stets in An
dung gebracht. Schon HENNERT[2] redet davon, als von
bekannten Sache, LAMBERT[3] empfiehlt einen Quecksil
den von wenigstens einem Zoll Länge zu nehmen, und
ner Autorität folgen alle diejenigen, welche seitdem übe
Construction der Thermometer geschrieben haben, deren V
gröſstentheils bereits oben angegeben worden sind. Es darf
auch in dieser Beziehung ein wesentlicher Unterschied
unbeachtet bleiben. Ehemals setzte man voraus, der i
Raum der Röhren könne in Folge der Fabricationsart
absolut genauer Cylinder seyn, sondern müsse sich etwa
konischen Form nähern, und zwar so, daſs derselbe hier
in kaum merklichen Abstufungen, aber gleichmäſsig fortsc
tend, entweder weiter oder enger würde. Hieraus folgt
selbst, daſs ein solcher beginnender Unterschied, obgleic
Anfange verschwindend, doch durch stete Zunahme all

1 BESSEL's astronomische Beobachtungen. Abth. VII. V
Poggendorff Ann. VI. 287. KÖRNER's Anleitung übereinstimm
Thermometer zu verfertigen. Jena 1824. BAUMGARTNER's Physik.
plem. S. 114.

2 Traité des Thermomètres. à la Haye. 1758. p. 44.

3 Pyrometrie. 1779. p. 31. 43.

deutend werden müſste. Wäre dann die Gröſse der Zunahme
n einem gewissen Puncte an bis zu einem andern genau
kannt, so könnte man mit einer accuraten Theilmaschine
ese Aenderung in die Scale übertragen und dadurch den
ehler des Calibers corrigiren; die Künstler blieben aber bei
er gleichen Theilung der Scalen, und gingen von dem Grund-
tze aus, die Röhre dürfe nur so weit verwandt werden, als
ch keine merkliche Aenderung ihrer Weite wahrnehmen lasse.
us dieser Ursache wird von einer groſsen Masse von Röhren
ır ein kleiner Theil zu guten Thermometern wirklich ver-
andt, der Rest aber zu den schlechteren genommen oder als
nbrauchbar wieder eingeschmolzen, und bei der Operation
es *Calibrirens* von hundert und mehr Röhren finden sich nur
wei, drei oder etwa fünf, die sich für längere, über den
iedepunct des Wassers hinaus gehende Thermometer eignen
nd die daher von gewissenhaften Künstlern nur aus Gefällig-
eit oder gegen höhere Preise abgegeben werden. Ich ge-
tehe, daſs ich nach eigenen Erfahrungen und aus theoreti-
chen Gründen noch immer diese Ansicht theile. In Gemäſs-
eit der Fabricationsweise der Thermometerröhren muſs der
nere Raum, wie mir scheint, konisch werden, aber regel-
äſsig konisch; allein da die Abweichung von der Cylinder-
orm nothwendig sehr langsam und allmälig eintritt, so läſst
ich denken, daſs für eine gewisse Länge der Unterschied
erschwindet und diese als genau cylindrisch gelten kann.
Bei drei guten Thermometern habe ich einen abgetrennten
Quecksilberfaden von etwa 50^0 bis 60^0 Länge in mittlerer
Temperatur bis zum Siedepuncte gleiten lassen und eine stets
leichmäſsige Zunahme oder Abnahme wahrgenommen, die bei
em schlechtesten im Maximum $0°{,}75$ C. betrug. Wird dann
ngenommen, daſs die beiden Normalpuncte richtig bestimmt
ind, so fällt das Maximum des Fehlers wegen des Calibers
n die Mitte der Scale, ist aber auch hier so gering, daſs er
ei dem Mangel an Stabilität der zu messenden Wärme in den
ehlern der Messung verschwindet. Sonstige Prüfungen ha-
en hiermit im Ganzen übereinstimmende Resultate gegeben,
enn obgleich bei einer von Bessel geprüften Röhre die Un-
gleichheiten bis auf $\frac{1}{17}$ stiegen, so muſs man doch voraus-
etzen, daſs diese Röhre zu den sehr schlechten gehörte, da
ie bei einer andern von Schafrinski nur $\frac{1}{96}$ erreichten.

Sechs Röhren von Greiner, welche Egen[1] untersuchte,
ten Ungleichheiten von $\frac{1}{80}$; $\frac{1}{60}$; $\frac{1}{60}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{30}$ und
von Apel $\frac{1}{90}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{40}$; $\frac{1}{20}$; $\frac{1}{20}$; drei von unbekannten
sprunge $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{60}$; $\frac{1}{60}$. Nehmen wir die gröſste unter
diesen, so ist 0⁰,05 auf gewöhnlichen Scalen ohne An
dung künstlicher Mittel, und wenn nicht das Ende des Q
silberfadens einem Theilstriche sehr nahe steht, kaum
unterscheidbar. Das von Jones in London verfertigte T
mometer, dessen sich Sabine[2] bei seinen Pendelmessu
bediente, scheint das einzige zu seyn, welches nach ge
Prüfung keine meſsbare Abweichung zeigte; es enthielt
nur 150 Grade der Fahrenheit'schen Scale.

Die Ansichten der meisten Physiker der neuesten Zeit
aber hiervon wesentlich verschieden. Hiernach sind die
nern Räume der Röhren nicht regelmäſsig konisch, son
sprungweise und regellos bald weiter bald enger[3], und d
Voraussetzung angemessen ist dann auch die von Gay-L
sac vorgeschlagene Calibrirungsmethode. Man soll hier
einen kurzen Quecksilberfaden in der Röhre (vor der Ve
tigung des Thermometers) verschieben, so daſs das hin
Ende stets wieder genau an den Ort kommt, den das vor
eben verlassen hat, und jederzeit die Länge durch einen D
mantstrich bezeichnen, um eine gewisse Anzahl Räume
gleichem Inhalte zu bekommen, deren Werth nachher b
Verfertigen der Scale zwischen 0 und 100 interpolirt wer
kann. Diese Methode ist höchst mühsam und, wie ich me
auch unsicher, da es kaum möglich auf jeden Fall höc
schwierig ist, das Ende des Fadens jederzeit genau unter d
Diamantstrich zu bringen, und man läuft Gefahr, Fehler h
ein zu corrigiren, die gar nicht vorhanden sind. Rudber
meint, in sehr engen Röhren, die allein zu guten Therm
metern taugen, würde sich ein solcher Faden nicht versch

1 Poggendorff Ann. XI. 296.

2 Experiments to determine cet. p. 185.

3 Egen versichert, vier Thermometer geprüft und so ungle
von Weite gefunden zu haben, daſs sie keine regelmäſsige Stelle v
einigem Umfange darboten und daher die von ihm früher ange
bene Correctionsmethode für sie nicht genügte. Poggendorff's An
XIII. 46.

4 Poggendorff Ann. XL. 563.

n lassen, allein dann könnte man keine der folgenden Cor-
:tionsmethoden in Anwendung bringen; vielmehr läſst sich
ırch Hülfe des Luftdrucks in einem an beiden Enden offe-
ın Röhrchen von geringster Weite ein Quecksilberfaden ohne
lühe verschieben, insbesondere, wenn man nach Körner's[1]
orschlage die Röhre in eine Fassung steckt, die mit einer
einen Pumpe versehn ist, und durch Einpressen von Luft
ın Quecksilberfaden an die erforderliche Stelle bringt. So-
ohl für diese Methode, als auch für die sonst üblichen
ıs Calibrirens empfiehlt sich diese Vorrichtung, bei welcher
ıan sich eine feine und mit gröſster Sorgfalt richtig getheilte
cale verschafft, dieser die Röhre parallel legt und nach ein- Fig. 89.
ebrachtem Quecksilberfaden an der Scale vermittelst eines An-
:hlagelineals genau die gleichbleibende oder sich verändernde
änge desselben miſst. Das hierbei zu befolgende Verfahren
ıt aus der Zeichnung völlig klar und ich überhebe mich da-
ıer einer weiteren Beschreibung. Ungleich feiner und den
ıöchsten Grad von Genauigkeit gewährend ist aber die durch
Rudberg[2] angewandte *Calibrirungsmaschine*, insbesondere
venn man dabei eine von selbst sich darbietende, obgleich
ıicht unwesentliche Verbesserung anbringt. Sie besteht aus
inem messingnen Lineale AB von gegen 2 Fuſs Länge, auf Fig. 90.
velchem zwei andere Lineale AG und EF so befestigt sind,
laſs sich der Fuſs mn des Mikroskophalters zwischen den pa-
:allelen Seiten derselben mit mäſsiger Reibung schieben läſst.
Auf die breitere Leiste EF ist eine sehr feine, willkürliche
Theilung auf Silber aufgetragen, die man bis zu beliebiger
Feinheit treiben und durch Verlängerung der zu 5 und 10
Theilstrichen gehörigen Linien leichter ablesbar machen kann;
bei der von Rudberg gebrauchten war der Decimalzoll in 198
Theile getheilt. Auf diese Leiste wird die Thermometerröhre
gelegt, mittelst zweier Bügel pq und sz festgeschraubt, und
die Längen der Quecksilberfäden werden dann vermittelst des
Mikroskopes M abgelesen, indem die Theilstriche durch die
Glasröhre sichtbar sind. Eine Verbesserung würde darin be-
stehn, wenn das Fuſsstück mn nicht durch Verschiebung,

1 Anleitung übereinstimmende Thermometer zu verfertigen. Jena 1824.

2 Poggendorff Ann. XL. 572.

sondern vermittelst einer Mikrometerschraube sanft bew[...]
würde.

54) Bessel's *Correctionsmethode* bezieht sich sowohl a[uf]
die fehlerhafte Bestimmung der beiden festen Puncte, als au[ch]
auf ein unrichtiges Caliber der Röhre, und da vom Erste[ren]
bereits die Rede war, so wird es genügen, bloſs das Letzte[re]
zu berücksichtigen. Das Verfahren besteht im Allgemei[nen]
darin, Quecksilberfäden zu trennen und aus den Untersch[ie-]
den ihrer Länge, die sie an den verschiedenen Stellen d[er]
Scale einnehmen, gemessen vermittelst der bereits gezeichne-
ten Grade, die Abweichungen des Calibers und die für d[ie]
einzelnen Grade erforderlichen Correctionen zu finden. U[m]
den Faden zu trennen, soll man die Röhre an dieser Stel[le]
erwärmen oder nach Egen mit der Spitze der Flamme ei[ner]
Blaslampe dagegen blasen; allein durch bloſse und selbst sta[rke]
Erwärmung trennt sich das Quecksilber nicht, sobald es ga[nz]
frei von Luft und Feuchtigkeit ist, wenn man die Erhitzung
nicht bis zum Siedepuncte des Quecksilbers treibt, und da[nn]
werden die härteren, eben deswegen aber dauerhafteren Gla[s-]
röhren durch starke einseitige Erhitzung leicht springen, we[s-]
wegen dieses Verfahren gerade bei den besten Thermomete[rn]
am gefährlichsten ist[1]. Die Länge der Fäden ist willkürlic[h],
indeſs muſs der erste sich mindestens über die Hälfte der Scal[e]
erstrecken; man kann diesen dann fortwährend halbiren, oder
die folgenden um willkürliche Gröſsen kleiner nehmen, und die
Correction wird um so viel vollständiger seyn, je gröſser die
Zahl der angewandten Fäden ist, wobei der letzte Faden klei-
ner, als die Hälfte des ersten seyn soll. Die unteren Ende[n]
bringt man der Bequemlichkeit wegen mit einem Theilstrich
der Scale zur genauen Berührung und zeichnet den Stand des
oberen Endes auf, rückt dann auf diese Weise in beliebigen
Intervallen, etwa von 5° zu 5° oder von 10° zu 10° weiter,
bis an das Ende der Scale, wobei sich von selbst versteht,
daſs man ebenso gut auch vom oberen Ende des Fadens al[s]

1 Ich möchte rathen, vor der Anwendung der Correction erst
die Genauigkeit der Theilung bei den Scalen zu untersuchen, denn
sonst können leicht Fehler der Theilung, durch Nachlässigkeit oder
Mangel an guten Theilmaschinen entstanden, für Fehler des Calibers
gelten.

fangspunct ausgehn oder beide Methoden verbinden könnte. ssel erläutert diese Methode durch das Beispiel einer Cor- tion, die er bei einem Fahrenheit'schen Thermometer ver- ttelst 8 Fäden in Anwendung gebracht hat, weil aber diese ade minder gebräuchlich sind, aufserdem die Rechnung durch e gröfsere Zahl der Grade und die Menge der Fäden weit- iftiger wird, die Art des Verfahrens aber auch durch ein rzeres Beispiel völlig klar wird, so wähle ich in Ermange- ng eigener Versuche dasjenige, welches Baumgartner[1] itgetheilt hat. Hiernach waren

Unteres Ende des Fadens	Oberes Ende des Fadens			
	I.	II.	III.	IV.
— 20	20,3	—	—	—
— 10	30,4	24,7	—	—
0	40,5	34,8	24,40	11,1
+ 10	50,6	44,9	34,55	21,1
+ 20	60,6	54,9	44,55	31,1
+ 30	70,5	64,8	54,50	41,1
+ 40	—	74,7	64,40	51,0
+ 50	—	—	74,30	61,0
+ 60	—	—	—	71,0

Um hieraus die Correction zu finden, drückt man alle Fäden n einem gleichen, an sich willkürlichen Mafse aus, denkt sich eden an die Stelle der vorher gebrauchten Fäden gebracht, ils ob sein unteres Ende auf den Theilstrich gefallen wäre, uf welchen der wirklich gebrauchte Faden fiel. Wird dann lie Stelle seines oberen Endes mit derjenigen Stelle, welche ler Faden in der Röhre wirklich einnahm, verglichen, so giebt ler Unterschied die Correction für den Punct, auf welchen das untere Ende fällt. Das untere Ende ist auf diese Weise durch das obere bestimmt, und man erhält also so viele Be- stimmungen desselben Scalenelements, als man Fäden ge-

1 Naturlehre. Supplem. S. 124. Ich habe nie gewagt, gute Thermometer dieser, wie mir scheint, gefährlichen Operation zu unterwerfen, mich dagegen begnügt, zufällig oder durch blofses Schütteln abgetrennte Fäden von 5° zu 5° fortgleiten zu lassen, und auf diese Weise die bereits erwähnten Resultate erhalten.

braucht hat, deren Mittelwerth die gesuchte Correction gie wenn man die Verbesserung für das andere Ende des Fad vernachlässigt. Man könnte sich daher mit einem einzi Faden begnügen, was GAY-LUSSAC's Methode seyn wü oder mit zwei, wobei die Annäherung durch die Zahl d Fäden stets weiter getrieben wird. Am einfachsten drü man die Länge des Fadens so aus, wie er von 0 der Sc anfangend erscheint, und setzt allen folgenden eine unbekann Correction hinzu, damit sich alle, der etwaigen Ungleichhe ten der Röhre ungeachtet, auf das nämliche Mafs bezie worin der erste ausgedrückt ist. Hiernach ist die Länge

$$\begin{aligned} \text{des Fadens I} &= 40{,}5 \\ \text{II} &= 34{,}8 + c_{,} \\ \text{III} &= 24{,}4 + c_{,,} \\ \text{IV} &= 11{,}1 + c_{,,,}. \end{aligned}$$

Hiernach giebt die obige Tafel für die zu 30 gehörigen Grös wenn man den Fehler durch φ bezeichnet:

$$\begin{aligned} 70{,}5 + \varphi(70{,}5) - (30 + \varphi 30) &= 40{,}5 \\ 64{,}8 + \varphi(64{,}8) - (30 + \varphi 30) &= 34{,}8 + c_{,} \\ 54{,}5 + \varphi(54{,}5) - (30 + \varphi 30) &= 24{,}4 + c_{,,} \\ 41{,}1 + \varphi(41{,}1) - (30 + \varphi 30) &= 11{,}1 + c_{,,,} \end{aligned}$$

und hieraus

$$\begin{aligned} 30 + \varphi 30 &= 30 + \varphi 70{,}5 \\ &= 30 + \varphi 64{,}8 - c_{,} \\ &= 30{,}1 + \varphi 54{,}5 - c_{,,} \\ &= 30 + \varphi 41{,}1 - c_{,,,}. \end{aligned}$$

Aus diesen vier Werthen das Mittel genommen, das Mitt aus den Correctionen des oberen Theiles der Scale $= 0$ ge setzt, erhält man

$$30 + \varphi 30 = 30{,}02 - \tfrac{1}{4}(c_{,} + c_{,,} + c_{,,,})$$

oder,

$$\tfrac{1}{4}(c_{,} + c_{,,} + c_{,,,}) = C \text{ gesetzt,}$$
$$\varphi 30 = 0{,}02 - C.$$

Durch ein gleiches Verfahren müssen die zu 20, 10, 0 gehö rigen Werthe gesucht werden, und man findet nach BAUM GARTNER

$$\begin{aligned} \varphi 20 &= 0{,}08 - C \\ \varphi 10 &= 0{,}08 - C \\ \varphi\ 0 &= 0{,}00 - C. \end{aligned}$$

t man zu diesen Werthen die Fadenlängen und vergleicht das Ergebnifs der Summirung mit den in der Tabelle :gebenen Werthen, so erhält man die Correctionen für enigen Stellen der Scale, wo sich das obere Ende des ens befand, während das untere mit 0, 10, 20, 30 zusamıfiel. Dieses giebt für den Faden I

$$0 + \varphi 0 = 0{,}00 - C$$

ı Faden I $= 40{,}50$

$$40{,}50 + \varphi 40{,}50 = 40{,}50 - C$$

ıin

$$\varphi 40{,}50 = 0{,}00 - C.$$

:nso wird

$$10 + \varphi 10 = 10{,}08 - C$$

u Faden I $= 40{,}50$

$$50{,}6 + \varphi 50{,}6 = 50{,}58 - C$$

)

$$\varphi 50{,}6 = -0{,}02 - C.$$

f gleiche Weise erhält man

$$\varphi 60{,}6 = -0{,}01 - C$$
$$\varphi 70{,}5 = 0{,}02 - C.$$

UMGARTNER erhielt aus den mit Faden II gefundenen Wern auf gleiche Weise

$$\varphi 34{,}8 = 0{,}00 - C + c_{,}$$
$$\varphi 44{,}9 = -0{,}01 - C + c_{,}$$
$$\varphi 54{,}9 = -0{,}02 - C + c_{,}$$
$$\varphi 64{,}8 = 0{,}02 - C + c_{,};$$

ch Faden III

$$\varphi 24{,}4 = -0{,}01 - C + c_{,,}$$
$$\varphi 34{,}55 = -0{,}07 - C + c_{,,}$$
$$\varphi 44{,}55 = -0{,}07 - C + c_{,,}$$
$$\varphi 54{,}50 = -0{,}08 - C + c_{,,};$$

ch Faden IV

$$\varphi 11{,}10 = 0{,}00 - C + c_{,,,};$$
$$\varphi 21{,}10 = 0{,}08 - C + c_{,,,}$$
$$\varphi 31{,}10 = 0{,}08 - C + c_{,,,}$$
$$\varphi 41{,}05 = 0{,}02 - C + c_{,,,}.$$

ı die Werthe von $c_{,}$; $c_{,,}$; $c_{,,,}$ zu entfernen, nimmt man ; allen mittelst desselben Fadens erhaltenen Resultaten das

Mittel und setzt das Mittel der Correctionen wieder
Dieses giebt

$$0 = -0{,}01 - 4\,C \qquad \text{mithin } C = 0{,}00$$
$$0 = -0{,}01 - 4\,C + 4\,c_{,} \qquad c_{,} = 0{,}00$$
$$0 = -0{,}23 - 4\,C + 4\,c_{,,} \qquad c_{,,} = 0{,}06$$
$$0 = -0{,}18 - 4\,C + 4\,c_{,,,} \qquad c_{,,,} = -0{,}05.$$

Wenn man vermittelst der hier gefundenen Werthe di
gen Gröfsen von $c_{,}$; $c_{,,}$; $c_{,,,}$ befreit, so erhält man fi
Faden III und IV folgende Gröfsen:

$$\varphi\,24{,}40 = 0{,}05 - C \qquad \varphi\,11{,}1 = -0{,}05 - C$$
$$\varphi\,34{,}55 = -0{,}01 - C \qquad \varphi\,21{,}1 = 0{,}03 - C$$
$$\varphi\,44{,}55 = -0{,}01 - C \qquad \varphi\,31{,}1 = 0{,}03 - C$$
$$\varphi\,54{,}50 = -0{,}02 - C \qquad \varphi\,41{,}1 = -0{,}03 - C$$

In den Resultaten mit dem ersten Faden kommt c nic
und in denen mit dem zweiten ist $c_{,} = 0$.

Da C bekannt ist, so könnte man diese Gröfse weg
fen, allein dieses ist unnöthig, da alle Scalentheile da
gleichmäfsig afficirt werden und es bei der genauen Be
mung des Eispunctes wegfällt. Uebrigens beziehn sic
gefundenen Correctionen auf Scalenpuncte mit Decimalbrü
sofern es sich aber mehr um die Bestimmung der Corre
nen für die ganzen Scalentheile handelt, so lassen sich
aus jenen herleiten. Man bringt zu diesem Ende alle
beobachtete Scalenpuncte in natürlicher Ordnung in eine
belle und setzt denen, wofür die Correction bereits ge
den ist, diese hinzu. Alsdann vereinigt man diejenigen Za
welche nahe an einer zu suchenden runden Zahl liegen
einem arithmetischen Mittel und sucht die Correctione
jene runden Zahlen durch Interpolation. Die folgende Ta
enthält die schon gefundenen Correctionen so zusamme
stellt, wie sie sich zur Auffindung der arithmetischen M
vereinigen lassen.

x	φx	x	φx
11,1	— 0,05	41,1	— 0,03
21,1	+ 0,03	44,55	— 0,01
24,4	+ 0,05	44,9	— 0,01
31,1	+ 0,03	50,6	— 0,02
34,5	— 0,01	54,5	— 0,02
34,8	+ 0,00	54,9	— 0,02
40,5	+ 0,00	60,8	— 0,01
		64,8	+ 0,02
		70,5	+ 0,02

eraus findet man folgende arithmetische Mittel:

x	φx	x	φx
25,53	+ 0,03	56,65	— 0,01
39,90	+ 0,00	67,65	+ 0,02
45,41	— 0,01		

d aus allen Verbesserungen durch Interpolation

$\varphi\ 0° = 0{,}00$	$\varphi\ 30° = 0{,}02$	$\varphi\ 50° = 0{,}02$
$\varphi\ 10° = 0{,}08$	$\varphi\ 40° = 0{,}00$	$\varphi\ 60° = -\ 0{,}01.$
$\varphi\ 20° = 0{,}08$		

n die Correctionen für — 10°; — 20° zu bestimmen, muſs an die Länge der Fäden kennen, welche bekannt wird, enn man sie von dem anhängenden c befreit. Man findet ernach:

$$I = 40{,}5;\quad II = 34{,}8;\quad III = 24{,}46;\quad IV = 11{,}05.$$

lan nimmt hierauf aus der ersten Tabelle die dann gefunde-en Gröſsen, als das untere Fadenende auf — 20; — 10 u. s. w. and, setzt dem oberen Ende die aus dem Vorhergehenden m zukommenden Verbesserungen hinzu, zieht die Faden-nge, auf welche sich dieses bezieht, ab und erhält auf diese Veise φ — 20; φ — 10 u. s. w. Im vorliegenden Falle ist ernach

$$20{,}3 + \varphi\, 20{,}3 = 20{,}8$$

avon Faden I $= 40{,}5$

iebt

$$\varphi\,(-20) = -\ 0{,}3.$$

benso wird

$$\varphi\,(-10) = -\ 0{,}06.$$

Die bisher aufgefundenen Verbesserungen geben die erste

Annäherung, die man benutzen kann, um die oberen Fa
enden in der ersten Tabelle zu corrigiren. Wiederholt
das nämliche Verfahren mit diesen verbesserten Elem
aufs Neue, so erhält man eine zweite, noch genauere A
herung, die sich dann auf gleiche Weise zu einer dritten
näherung benutzen liefse, u. s. w. Wenn aber die Corre
nen ohnehin klein sind, wird man sich dieser Mühe i
heben.

55) Egen[1] hat eine von ihm mit Vortheil angew
einfache Correctionsmethode angegeben, die sich auch für
nicht gefüllte Röhren benutzen und vermittelst der ober
schriebenen Calibrirungsmaschine nach Gay-Lussac
Körner bewerkstelligen liefse, wenn man in voraus einer
wissen Anfangspunct der Scale bezeichnete, welchem man
ter die nach dem Caliber zu theilende Scale anpassen kö
die dann vermittelst der Calibrirungsmaschine in völlig
tige Grade getheilt werden müfste. Die Methode ver
vorzüglich die Aufmerksamkeit der Künstler, die durch
wendung derselben in den Stand gesetzt würden, auch v
wirklich die Röhren nicht konisch, sondern unregelm
wechselnd bald weiter, bald enger seyn sollten, den Pl
kern auf gleiche Weise richtige Thermometer zu liefern,
die getheilten Kreise der Astronomen sind. Egen wendet
nen etwa 2 Lin. breiten und $\frac{1}{3}$ Lin. dicken Silberstreifen
mit einer möglichst gleichen Eintheilung versehn, so dafs
feinen Theilstriche etwa 0,07 Lin. von einander abstehn,
wobei sich vermittelst zwölfmaliger Vergröfserung durch
Mikroskop immer noch Zehntel derselben schätzen lassen.
ser Streifen wird mit Silberdraht unbeweglich an die Rö
am festesten in der Nähe des Eispunctes, gebunden. Es v
dann ein Quecksilberfaden von etwa 30 Graden Länge
trennt und dessen Länge an den verschiedenen Stellen
Röhre gemessen, die Operation wird dreimal wiederholt,
wenn sich keine bedeutenden Unterschiede zeigen, wie in
Regel nicht der Fall zu seyn pflegt, so nimmt man aus
erhaltenen drei Werthen das Mittel. Bei der ersten Beoba
tungsreihe wird das untere Ende des Fadens jederzeit auf
nen Zehner der getheilten Scale gestellt, bei den folgen

1 Poggendorff Ann. XI. 530.

die benachbarten Theilstriche, und so bringt man dasselbe
ts von 200 zu 200 Theilen höher hinauf; das Thermometer
ıſs hierbei auf ein Bret gebunden seyn und der Quecksil-
rfaden wird durch sanfte Schläge gegen dasselbe weiter ge-
:kt. Weil man mit diesem längeren Quecksilberfaden nur
: oberhalb desselben befindlichen Räume messen kann, in-
m der von unten nach oben geschobene Faden unten stets
en Raum leer läſst und oben einen gleich groſsen ausfüllt,
en Gröſsen sich also umgekehrt wie die Längen des in ih-
ı befindlichen Quecksilberfadens verhalten, so muſs nach-
: auch der anfänglich von dem längeren Quecksilberfaden
genommene Raum geprüft werden, wozu man einen andern
den von etwa 10° Länge abtrennt. Man wählt für diese
eite Messung einen Theil der Röhre, welcher sich anfäng-
ı als vorzüglich genau zeigte, und kann also die Mühe
ren, noch diesen letzten Raum von 10° Länge zu messen,
il solche Stellen von völliger Genauigkeit sich in der Regel
den; im entgegengesetzten Falle müſste man noch einen
len von etwa 3° Länge abtrennen. Bei dem längeren Fa-
ı muſs übrigens ein merklicher Temperaturwechsel vermie-
ı werden, welcher bei den kürzeren nicht in Betrachtung
nmt. Um endlich den Werth der willkürlichen Scalentheile
Graden der gegebenen Thermometerscale auszudrücken, dient
e Tabelle, welche den Werth von jedem Zehnerstriche in
ermometergraden angiebt und vor dem Auftragen der Scale
echnet werden muſs. Es scheint mir überflüssig, dieses
fache und leicht verständliche Verfahren durch ein Bei-
el zu erläutern, welches Egen in gröſster Ausführlichkeit
theilt.

Kupffer's Methode ist genau die von Bessel empfoh-
e, indeſs hat er sich, so wie Baumgartner, auf die
wendung von vier Fäden beschränkt; Rudberg's Methode
erscheidet sich aber dadurch, daſs er Fadenlängen wählt,
en Längen entweder

$\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{11}{24}$; $\frac{23}{48}$......
oder $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{7}{16}$; $\frac{15}{32}$; $\frac{31}{64}$......

ganzen Raumes zwischen dem Eis- und Siedepuncte be-
gen, diese an die verschiedenen Stellen der Röhre gleiten
t und aus den Unterschieden, welche ihre berechneten
l gemessenen Längen betragen, die Ungleichheiten der

Weiten der Röhre findet. Das Messen der Längen gesch
vermittelst der oben §. 53 beschriebenen Maschine, die Tr
nung des Fadens aber durch Erwärmen der Glasröhre
zum Sieden des Quecksilbers an derjenigen Stelle, wo
die Trennung bewirken will, ein Verfahren, welches
Kupffer empfiehlt.

56) *Correction wegen ungleichmäſsiger Ausdehnung
thermoskopischen Substanz.* Die Thermometer würden
der Voraussetzung, daſs die Vermehrungen der Wärme
Vergröſserungen des Volumens proportional sind, die Tem
raturen richtig angeben, soweit die Genauigkeit vermittelst
angewandten Correctionen erreichbar ist, allein eben die V
aussetzung jenes Verhältnisses ist nur bei der Luft vorh
fehlt aber bei allen andern thermoskopischen Substanzen.
len also die mit den letzteren gemachten Messungen
seyn, so muſs bei ihnen nothwendig noch eine Correction
gebracht werden, um sie auf die einzig richtigen des L
thermometers zu reduciren.

Für das *Quecksilberthermometer* ist oben bereits ang
worden, daſs die darin enthaltene thermoskopische Substanz
von etlichen Graden über ihrem Gefrierpuncte bis zum S
puncte, also von etwa — 36° bis + 100° C. gleich
genug ausdehnt, um keiner Correction zu bedürfen. D
jetzt allgemein angenommene Satz beruht auf den Resulta
welche Dulong und Petit aus ihren Versuchen über
Ausdehnung des Quecksilbers, verglichen mit der der tr
nen Luft, erhalten haben. Legen wir diese, die bereits
führlich mitgetheilt worden sind[1], so lange zum Grunde,
vielleicht mögliche genauere eine andere Belehrung geben,
lassen sich für die Reduction auf das Luftthermometer fol
Regeln daraus entnehmen. Zuerst bedarf das Quecksilber
mometer für alle Grade unter dem Eispuncte, die damit
bar sind, keiner Correction; denn wenn auch die Tempe
bis zum Gefrierpuncte dieses Metalles, also bis — 39° C.
Quecksilberthermometern gemessen werden sollte, so kom
die wenigen, in dieser Beziehung noch nicht untersuch
Grade durchaus in keine Betrachtung, da die Versuche der
nannten Gelehrten sich bis — 36°,29 C. erstrecken. Nach

1 S. Art. *Ausdehnung*. Bd. I. S. 599.

theilten Zusammenstellung der von ihnen gefundenen cor-
ndirenden Grade des Quecksilberthermometers Q. und des
hermometers L. geben diese folgende Gröſsen:

29,68; 30,46; 31,26; 31,63; 32,27; 33,31; 34,72; 36,29
29,64; 30,59; 31,04; 31,54; 32,13; 33,40; 34,84; 36,18

-0,04; +0,13; -0,22; -0,09; -0,14; +0,09; +0,12; -0,09.

Unterschiede sind im Allgemeinen groſs, so daſs sie durch
ehrte Genauigkeit wohl hätten vermindert werden kön-
Nehmen wir sie indeſs so, wie sie vorliegen, so wech-
sie vom Anfange bis ans Ende im Zeichen, und ein con-
ter, aus ungleicher Zusammenziehung des Quecksilbers
pringender Fehler wird daher durch sie nicht angezeigt.
anntlich ziehn sich die Flüssigkeiten durch zunehmende
e weniger zusammen, die Grade, welche sie am Thermo-
er zeigen, bleiben daher hinter denen des Luftthermome-
zurück; da aber bei —29°,68 schon ein entgegengesetzter
ler vorhanden ist, so müssen wir diesen oder können ihn
igstens als einen constanten der Scale betrachten, in was
ier für einer Ursache er auch gegründet seyn mochte. Ziehn
diesen von allen einzelnen Differenzen ab, so erhalten wir
ende verbesserte Werthe:

f. 0,00; +0,17; -0,18; -0,05; -0,10; +0,13; +0,16; -0,05.

se Differenzen addirt geben — 0,08, eine unbedeutende
ſse, die noch obendrein dem Fehler, welcher durch
ſsere Zusammenziehung des Quecksilbers zu erwarten war,
gegengesetzt ist, weswegen wir hiernach Regelmäſsigkeit
Zusammenziehung des Quecksilbers mindestens von — 36°,29
zum Eispuncte annehmen müssen. Das Quecksilberther-
meter bedarf also wegen ungleichförmiger Ausdehnung keine
rection seiner Grade unter 0° C., ein Resultat, welches
daraus erklären läſst, daſs dieses Metall nicht, wie das
sser, sich vor dem Gefrieren wieder ausdehnt.

Die Resultate[1], welche ebendiese Physiker für die Aus-
nung des Quecksilbers über 0° C. erhalten haben, sind un-
inglich, um ein regelmäſsiges Gesetz der Ausdehnung die-
Metalles aufzufinden, denn dieses verlangt einen für alle

1 S. ebendaselbst.

Grade des gewählten Thermometers paſslichen analytischen
druck, nach welchem dann die Differenz von 0° bis
unmöglich = 0 seyn könnte, wie aus den genannten V
chen folgt; wohl aber können sie unter der Voraussetzung,
die Zunahme der gleichmäſsigen Ausdehnung bis 100° C.
merklich, von da an aber merklich und von den gena
Gelehrten richtig gemessen worden sey, zur Auffindung de
forderlichen Correctionen für das Quecksilberthermometer
100° C. bis zum Siedepuncte benutzt werden. Setzt man d
gleiche Zunahmen des Quecksilberthermometers und des
thermometers gefundenen Gröſsen neben einander, und
man die Differenzen der letzteren, so erhält man fol
Werthe:

Thermometer		Differenzen		
Queck-silber	Luft	I	II	III
100	100,00	0,00		
150	148,70	1,30		
200	197,05	2,95	1,65	0,35
250	245,05	4,95	2,00	0,35
300	292,70	7,30	2,35	0,35
360	350,00	10,00	2,70	

Die dritten Differenzen sind hiernach constant, die z
Graden des Quecksilberthermometers gehörigen Grade des
thermometers bilden also eine arithmetische Reihe der zw
Ordnung, und es läſst sich demnach ein Ausdruck fü
Gröſsen finden, die man von den beobachteten Graden
Quecksilberthermometers abziehn muſs, um sie auf Grad
Luftthermometers zu reduciren. Hierbei darf nicht übe
werden, daſs die Zunahmen des Quecksilberthermometer
50 zu 50 Graden fortschreiten, auſser bei der letzteren G
Wären die Bestimmungen absolut richtig, so würde diese
tere Abweichung bei der Gleichheit der dritten Differenz
der gewiſs unstatthaften Folgerung führen, daſs die
dehnung des Quecksilbers über 300 Grade hinaus wiede
nähme; allein es ist zu schwer, den Gang seiner Au

; so nahe am Siedepuncte scharf zu messen, und zudem
t es immer fraglich, bei welchem Grade des Luftthermome-
und des Quecksilberthermometers der Siedepunct des Queck-
rs eintritt, da er nach einer andern Bestimmung dersel-
Gelehrten bei 350° des Luftthermometers und bei 356° des
cksilberthermometers liegen soll. Hiervon abgesehn läfst
diejenige Gröfse, welche man von den beobachteten Gra-
des Quecksilberthermometers abziehn mufs, um sie auf
e des Luftthermometers zu reduciren, leicht auffinden.
ichnet man 50 Grade des Quecksilberthermometers als
eit durch s, berücksichtigt man, dafs die dritten Diffe-
en = 0,35 nach der Reihe der natürlichen Zahlen sum-
werden müssen, deren Summe $= \frac{n(n+1)}{2}$ ist, dafs fer-
diese Differenz erst beim dritten Gliede anfängt, und be-
nnet man die von den beobachteten Graden des Queck-
rthermometers abzuziehende Zahl durch y, so ist

$$-y = 1,3 + 1,65 . s + \frac{s(s-1)}{2} \times 0,35.$$

aus wird

$$-y = 1,3 + 1,4755 + 0,175 s^2;$$

aber die beiden letzten Glieder für s = 1 verschwinden
sen, so ist

$$-y = 1,3 + 1,475 (s-1) + 0,175 (s-1)^2,$$

ches aufgelöst giebt

$$-y = 1,125 . s + 0,175 . s^2.$$

rden dann die Thermometergrade der Centesimalscale des
cksilberthermometers durch t bezeichnet und t — 100 durch t',
st

$$-y = 0,0225\, t' + 0,00007\, t'^2$$

enige Gröfse, welche von den Graden des Quecksilber-
mometers über 100° C. abgezogen wird, um sie in
de des Luftthermometers zu verwandeln[1]. Wurde die
peratur in Graden Θ der Reaumür'schen Scale gemessen
heifst $\Theta' = \Theta - 80$, so ist

1 Diese Formel habe ich zuerst gebraucht, als ich die bei der
essenen Ausdehnung der tropfbaren Flüssigkeiten beobachteten
de reducirte. S. meine Abhandl. über die Ausdehnung der tropf-
n Flüssigkeiten in den Mém. de Petersb. p. 121. Vor dem Er-

$$-y = 0,0225\,\Theta' + 0,0000875\,\Theta'^2$$

die abzuziehende Gröſse. Die folgende Tabelle enth
Grade des Quecksilberthermometers Q. nach der Cent
scale und daneben die ihnen gleichen des Luftthermo
L., woraus also die Correctionen unmittelbar zu entn
sind. Für die Reaumür'sche Scale gleichfalls eine T
berechnen scheint mir unnöthig, da man die erforde
Reductionen aus der oben gegebenen Tabelle leicht e
men kann.

---

scheinen derselben machte August dieselbe, aus jenen El
abgeleitete, Correctionsformel bekannt. S. Poggendorff's An
119.

Q.	L.	Q.	L.	Q.	L.
100	100,000	145	143,846	190	187,408
101	100,977	146	144,817	191	188,373
102	101,955	147	145,788	192	189,337
103	102,932	148	146,759	193	190,302
104	103,909	149	147,729	194	191,266
105	104,886	150	148,700	195	192,231
106	105,862	151	149,670	196	193,195
107	106,839	152	150,641	197	194,159
108	107,815	153	151,611	198	195,123
109	108,792	154	152,581	199	196,086
110	109,768	155	153,551	200	197,050
111	110,744	156	154,520	201	198,013
112	111,720	157	155,490	202	198,977
113	112,696	158	156,459	203	199,940
114	113,671	159	157,429	204	200,903
115	114,647	160	158,398	205	201,866
116	115,622	161	159,367	206	202,828
117	116,597	162	160,336	207	203,791
118	117,572	163	161,305	208	204,753
119	118,547	164	162,273	209	205,716
120	119,522	165	163,242	210	206,678
121	120,497	166	164,210	211	207,640
122	121,471	167	165,178	212	208,602
123	122,445	168	166,146	213	209,564
124	123,420	169	167,114	214	210,525
125	124,394	170	168,082	215	211,487
126	125,368	171	169,050	216	212,448
127	126,341	172	170,017	217	213,409
128	127,315	173	170,984	218	214,370
129	128,289	174	171,952	219	215,331
130	129,262	175	172,919	220	216,292
131	130,235	176	173,886	221	217,253
132	131,208	177	174,852	222	218,213
133	132,181	178	175,819	223	219,173
134	133,154	179	176,786	224	220,134
135	134,126	180	177,752	225	221,093
136	135,099	181	178,718	226	222,053
137	136,071	182	179,684	227	223,013
138	137,044	183	180,650	228	223,973
139	138,016	184	181,616	229	224,932
140	138,988	185	182,582	230	225,892
141	139,960	186	183,547	231	226,851
142	140,931	187	184,513	232	227,810
143	141,903	188	185,478	233	228,769
144	142,874	189	186,443	234	229,728

Q.	L.	Q.	L.	Q.	L.
235	230,687	277	270,824	319	310,715
236	231,645	278	271,777	320	311,662
237	232,604	279	272,730	321	312,609
238	233,562	280	273,682	322	313,555
239	234,520	281	274,634	323	314,501
240	235,478	282	275,586	324	315,448
241	236,436	283	276,538	325	316,394
242	237,393	284	277,490	326	317,339
243	238,351	285	278,442	327	318,285
244	239,308	286	279,393	328	319,231
245	240,266	287	280,345	329	320,176
246	241,223	288	281,296	330	321,122
247	242,180	289	282,247	331	322,067
248	243,137	290	283,198	332	323,012
249	244,093	291	284,149	333	323,957
250	245,050	292	285,099	334	324,902
251	246,006	293	286,050	335	325,847
252	246,963	294	287,000	336	326,791
253	247,919	295	287,950	337	327,736
254	248,875	296	288,901	338	328,680
255	249,831	297	289,851	339	329,624
256	250,786	298	290,800	340	330,568
257	251,742	299	291,750	341	331,512
258	252,697	300	292,700	342	332,455
259	253,653	301	293,649	343	333,399
260	254,608	302	294,599	344	334,342
261	255,563	303	295,548	345	335,286
262	256,518	304	296,497	346	336,229
263	257,473	305	297,446	347	337,172
264	258,427	306	298,394	348	338,115
265	259,382	307	299,343	349	339,057
266	260,336	308	300,291	350	340,000
267	261,290	309	301,240	351	340,942
268	262,244	310	302,188	352	341,885
269	263,198	311	303,136	353	342,827
270	264,152	312	304,084	354	343,769
271	265,106	313	305,032	355	344,711
272	266,059	314	305,979	356	345,652
273	267,012	315	306,927	357	346,594
274	267,966	316	307,874	358	347,535
275	268,919	317	308,821	359	348,476
276	269,872	318	309,768	360	349,418

57) Weingeistthermometer wird man für Messung höhe-r Wärmegrade, sobald es auf eine gröſsere Genauigkeit an-ommt, nicht in Anwendung bringen, und es dürfte in die-er Beziehung räthlich seyn, sie nach einem richtigen Queck-ilberthermometer im Wasserbade mit Anwendung gehöriger 'orsicht, insbesondere wegen ihrer gröſseren Unempfindlich-eit, von 10 zu 10 Graden empirisch zu graduiren. Sucht an hierbei nach genauer Bestimmung des Frostpunctes 10° C. ber 0° möglichst scharf auszumitteln, was sich zugleich durch ergleichung der zwischen diesen beiden Puncten liegenden änge der Scale mit denen zwischen + 10° und + 20°, des-leichen zwischen + 20° und + 30°, allenfalls auch bis 40° nd 50° controliren läſst, genaues Caliber vorausgesetzt, so ann man jene, 10 Graden über 0° zugehörige Länge als nor-ales Intervall für je 10 Grade unter 0° ohne groſsen Feh-er auftragen und danach die Scale theilen. Ein unübersteig-iches Hinderniſs einer genügenden Correction der tieferen Kältegrade, so wünschenswerth diese auch seyn würde, liegt n der unbekannten Reinheit des angewandten Alkohols. Sollte liese aber bekannt seyn, oder wollte man Thermometer von Petroleum und Schwefelkohlenstoff einführen, so lieſsen sich lie Scalen ohne Schwierigkeit richtig theilen oder bei gleich-getheilten die erforderlichen Correctionen mit sehr genäherter Genauigkeit aus denjenigen Gröſsen entnehmen, die für die Ausdehnung dieser Flüssigkeiten, namentlich von mir selbst[1], aufgefunden und berechnet worden sind.

G. Eigenthümliche Arten von Thermometern.

58) a. Bellani[2] hat einen der Beachtung allerdings werthen Apparat bekannt gemacht und *Thermobarometer* genannt, welcher jedoch schon im Jahre 1819 durch Jaubert in Dijon

1 S. meine mehrgenannten Abhandlungen S. 88. der deutschen und S. 34. der französischen. Fechner's Repertorium. Th. II. S. 441.

2 Brugnatelli Giornale di Fisica 1827. Sesto Bim. p. 455. Wiener Zeitschrift Th. IV. S. 228.

Fig. 91. erfunden und ausgeführt worden seyn soll[1]. Dasselbe ist weiter als ein Barometer nach der von GAY-LUSSAC an benen Construction, wie man aus der Zeichnung ersieh welcher dasselbe als Barometer dargestellt ist. Der eine tere Schenkel AE und der zweite DB des Heberbaro sind durch eine engere Röhre EXB mit einander verbu und die an beiden angebrachten Scalen geben dann die metrische absolute Länge der durch den Luftdruck getra Quecksilbersäule. Eine geringe Abänderung besteht blofs in, dafs GAY-LUSSAC für sein Barometer zwar eine enge, nicht eigentlich eine Thermometerröhre verlangt, welche LANI von X bis B, gerade in der Krümmung des Barom anbringt. Um dieses Werkzeug als Thermometer zu ge chen, darf man es nur umkehren und an seinem unteren Fig. 92. B aufhängen. Hiernach giebt der obere Schenkel des meters das Gefäfs für das Thermometer, an dessen enger die Thermometerscale angebracht ist. Das enge Rohr 2 bis 3 Millimeter weit seyn, dennoch aber enthält das g Gefäfs so viel Quecksilber, dafs es über den Siedepunct ausgehn würde; es mufs daher blofs der Schmelzpunct Eises unmittelbar bestimmt werden, die übrigen Grade Scale aber soll man durch eine Vergleichung mit einem dern richtigen Thermometer finden. Es wird dann ferne räthlich angegeben, das Instrument für gewöhnlich so au hängen, dafs es als Thermometer wirkt, und man darf v aussetzen, dafs aus diesen Barometern, die nur durch ein enges Löchelchen im Schenkel D mit der äufsern Luft c municiren, auch beim Tragen kein Quecksilber verloren g Im Ganzen ist das Instrument, welches als Barometer u zu den vollendetsten gehört, als Thermometer zu unbe fen, macht dadurch die genaue Bestimmung des Nullpun und des Werthes der Scalentheile schwierig und ist we der Länge des Cylinders, gegen dessen innere Wandun abwechselnd eine etwas lange Quecksilbersäule drückt, andern Zeiten aber die Torricelli'sche Leere jede Gegenwirk gegen den äufsern Luftdruck entfernt, dem Einflusse di äufsern Luftdruckes allzusehr ausgesetzt.

59) b. Es läfst sich hier am füglichsten das *thermometris*

---

1 Bibliothéque universelle. T. XL. p. 87.

arometer (*thermometrical Barometer*) anreihen, welches
Vollaston[1] angegeben hat und wovon bereits oben[2] die
.ede war. Der Erfinder erwähnte selbst, dafs ein gleicher Vor-
chlag schon früher durch Fahrenheit[3] und durch Cavallo[4]
›ekannt gemacht worden sey, ein dritter von Achard[5] aber
var ihm unbekannt. Sykes[6] meint wohl nicht mit Unrecht,
afs ein gewöhnliches, nur hinlänglich genaues und mit langer
icale versehenes Thermometer nebst einem Topfe mit Wasser
bendas leisten würde, was Wollaston's sehr zusammen-
,esetzter Apparat mit Weingeistlampe und schützenden Wan-
lungen von Kupfer zu leisten vermöge, und es scheint mir
ıiernach und aus andern Gründen, die sich aus dem Folgen-
len von selbst ergeben, überflüssig, denselben ausführlich zu
›eschreiben. Die für diesen Zweck zu verwendenden Ther-
nometer müssen eine lange Scale haben, auf welcher jedoch
ıur der Siedepunct bei 30 engl. Z. Barometerstand genau be-
stimmt ist, und da zugleich die Länge einzelner Grade sehr
grofs seyn soll, so müssen diese durch Vergleichung mit ei-
nem andern Thermometer empirisch gefunden werden, was
für so hohe Temperaturen keine vorzügliche Genauigkeit ver-
spricht. Wollaston bestimmte die Länge eines Fahrenheit'-
schen Grades auf diesem Thermometer zwischen 0,5 und 10 Z.
engl., bediente sich aber eines solchen, wobei 1° F. eine Länge
von 3,98 Z. ausmachte, welcher Raum dann in 100 Theile
und durch einen Nonius in 1000 Theile getheilt war; die
ganze Scale hatte nur 22 Z. Länge. Als das beste Verhältnifs
empfiehlt er 1 Z. Länge für 1° F., was sich jedoch nicht füg-
lich scharf erreichen läfst, auch nicht eben erforderlich ist.
Wollaston verfolgte die Idee mit grofser Vorliebe und be-
diente sich verschiedener Thermometer von ungleicher Gröfse
der Grade, auch legte er bei seinen für diesen Zweck berech-
neten Tabellen nicht stets dieselben Gröfsen zum Grunde. Un-
ter andern berechnete er Tabellen, die zum Messen gröfserer

1 Philos. Trans. 1817. p. 183. Schweigger's Journ. T. XXIII. p. 261.

2 S. Art. *Höhenmessung, thermometrische.* Bd. V. S. 332.

3 Philos. Trans. T. XXXIII. N. 385. p. 179.

4 Ebend. T. LXXI. p. 524.

5 Sammlung physik. u. chem. Abhandl. Berlin 1784. N. 17.

6 Philos. Trans. 1835. Lond. and Edinb. Phil. Mag. N. XL. p. 311.

Höhen vermittelst dieses Apparates dienen sollten, und damit die Höhe des Snowdon = 3546,25 engl. F., also 9 niedriger, als die trigonometrische Messung, und die des M Ellio = 2350 engl. F., also 20,5 engl. F. zu niedrig.

Die Bestimmungen der Höhen aus den gemessenen depuncten des Wassers hängen von den Werthen ab, die der Elasticität des Wasserdampfes bei verschiedenen Wär graden beilegt, und Wollaston blieb, vermuthlich in F der aus wirklichen Messungen erhaltenen Resultate, nicht bei den nämlichen Gröfsen stehn. Nach einer seiner Anga gehn 0,598 engl. Z. Barometerhöhe auf 1° F. und also Theile der nach der obigen Angabe getheilten Scale auf (engl. Zoll, wonach 1 Zoll Barometerhöhe mit 395 The oder 1,643 Zoll des thermometrischen Barometers corresp diren. Die ganze Scale von 1000 Theilen begreift hiern die Barometerveränderungen zwischen 28 und 30,6 engl. Z Aufserdem bediente er sich noch einer andern Scale, name lich einer, bei welcher 1° F. 552 Theilen oder 2,3 Zoll Thermometerröhre zugehörte. Für diese Scale fand er, d 552 Theile derselben einem Höhenunterschiede von 530 F correspondirten, und hiermit mafs er einige geringere Hö mit hinlänglicher Genauigkeit. Vorzüglich legten Wolla ston und Apjohn[1] die durch Ure gegebenen Bestimmun der Elasticität des Wasserdampfes bei verschiedenen Temp raturen zum Grunde, wonach folgende Tabelle gemacht wo den ist, die ich neben der oben[2] bereits gegebenen no mittheile, um so mehr, als sie noch einfacher für die A wendung ist.

---

1 Ann. of Philos. N. Sér. T. II. p. 292.
2 S. Art. *Höhenmessung* a. a. O.

Siede-punct	Barometer-höhe	Höhe für 1° F.
214	31,2395	
213	30,6149	526,320
212	30,0000	528,666
211	29,3948	531,006
210	28,7993	533,352
209	28,2133	535,692
208	27,6367	538,028
207	27,0695	540,378
206	26,5115	543,724
205	25,9627	545,064
204	25,4230	547,404
203	24,8923	549,750
202	24,3704	552,090

Vird dann jeder Grad in 20 Theile getheilt, so ist die Be-echnung bei einer gegebenen Messung sehr leicht. Es sey . B. auf der einen Station der Siedepunct des Wassers bei $11\frac{11}{20}$, auf der andern bei $209\frac{13}{20}$ gefunden, so ist die gesuchte löhe

$$\frac{1}{0} \times 531,006 + 533,352 + \frac{7}{20} \times 535,692 = 1170,199 \text{ engl. Fufs,}$$

velche Höhe dann noch wegen der Temperatur der Luft cor-igirt werden mufs.

Der Reiz der Neuheit und der berühmte Name des Er-inders mögen veranlafst haben, dafs man dem Apparate eine ngewöhnliche Aufmerksamkeit schenkte, denn die bekannte chwierigkeit, den Siedepunct des Wassers in ungleichen Ge-ifsen zu bestimmen, da man sich doch nicht wohl eines in dieser linsicht vorher geprüften bedienen und auch dieses sich mit er Zeit in dieser Beziehung ändern kann, so wie die oben rwähnte Unsicherheit in der Bestimmung des Einflusses, wel-hen die Barometerhöhe auf die Lage des Siedepunctes am hermometer ausübt, mufsten die Genauigkeit dieser Methode er Höhenmessung sehr zweifelhaft machen. Einige Experi-ientatoren wollten daher zwar richtige Resultate mit diesem pparate erhalten haben, andere aber gestanden unverhohlen die rofsen gefundenen Fehler. Namentlich erhielt MURRAY[1] auf

1 Annals of Philos. T. XII. p. 469.

dem Simplon die gemessene Höhe 577 Fuſs zu hoch[1], auch Apjohn[2], welcher übrigens den Apparat sehr preist ihn sogar dem Barometer vorzieht, so wenig dieses auc einem nur supplirenden und indirect messenden Werk der Natur der Sache nach möglich seyn kann, erhielt zw zwei Versuchen sehr genaue Resultate, gesteht aber doch er der angewandten groſsen Sorgfalt ungeachtet in zwei dern Fällen bei Bergen von 2000 und 2400 Fuſs Höhe F von 122 und 267 Fuſs, jenes zu viel und dieses zu w erhalten habe. Ein sehr günstiges Urtheil über diese Me des Messens fällt dagegen Gintl[3] und belegt dieses zug mit eigenen Erfahrungen, die jedoch die entgegenstehe Argumente nicht wohl beseitigen können. Derselbe giebt ausführliche Tabelle der Siedehitze für Hundertstel Grac von 100° bis 90° C., nebst den zugehörigen Barometerh in Millimetern, die ich jedoch hier mitzutheilen nicht messen finde.

60) c. *Selbstregistrirende Thermometer* füllen eine we liche Lücke aus, denn man kann nicht stets zugegen wenn man die statt findende Temperatur zu wissen verl und dennoch wäre es sehr wünschenswerth, den tägli Gang der Temperatur mit Bestimmung ihrer wechselnden G und der jedesmaligen Zeitdauer genau zu kennen. Es daher verschiedene Vorschläge zur Erreichung dieses Zwe gemacht worden, die meisten beschränken sich jedoch auf Angabe der während einer gewissen Zeitdauer statt gefunde oder an gegebenen Orten herrschenden Temperaturextreme werden dann auch *Maximum-* und *Minimumthermometer* nannt. Eins der ältesten, aber noch stets am gangbarste Fig. 93. Rutherford's[4] *Thermometrograph.* Dieser besteht aus horizontal auf einer Scale befestigten Thermometern, ei

---

1 Vermuthlich werden die Fehler meistens dahin ausfallen, man die Höhen zu groſs findet. Es scheint, als ob das Wasser besondere auf hohen Bergen wegen der herrschenden Trocke und des selten fehlenden frischen Luftzuges leichter siedet, al niedriger liegenden Ebenen. So wollte auch G. G. Schmidt nach ner mir mitgetheilten Nachricht gefunden haben.

2 Annals of Philos. N. Ser. T. II. p. 296.

3 Das Höhenmessen mit dem Thermometer. Wien 1835.

4 Edinburgh Philos. Trans. T. III. 1794. G. XVII. 320.

Quecksilber und einem mit Weingeist gefüllten. Nach der ursprünglichen Angabe des Erfinders befindet sich in der Röhre von jeden dieser Thermometer ein kleiner Cylinder mit aufgesetztem Konus von Elfenbein, welcher im Weingeistthermometer die Spitze nach der Kugel, im Quecksilberthermometer nach dem Ende der Röhre hingerichtet hat. Jetzt macht man sie allgemein so, dafs in die Röhre des Weingeistthermometers ein etwa 6 Lin. langes und sehr feines Glasstängelchen mit einem schwarzen Knöpfchen am einen Ende gebracht wird, welches der Weingeist beim Sinken des Thermometers in Folge der Adhäsion zurückzieht, beim Steigen aber liegen läfst, so dafs das Knöpfchen auf der Scale den tiefsten während der Zeitdauer statt gefundenen Thermometerstand angiebt und dieses also als *Minimumthermometer* dient. Im andern Thermometer liegt vor dem Quecksilber ein kleiner, etwa 2 Lin. langer Stahlstift, welchen dieses bei seiner Ausdehnung vor sich hin treibt, beim Rückgehn des Quecksilberfadens aber liegen läfst; das Ende des Stiftes bezeichnet daher den statt gefundenen höchsten Stand und man hat sonach ein *Maximumthermometer.* Die in der Zeichnung ausgedrückte Construction des Instrumentes ist diejenige, welche ihm Greiner jun. in Berlin giebt. Die Glastafel, auf welcher die beiden Thermometer horizontal liegend befestigt sind und worauf sich zugleich die geätzte Scale befindet, ist in einen messingnen Rahmen gefafst und wird durch den gebogenen Messingstreifen BC getragen, dessen unterer, etwas breiterer Lappen am Fensterrahmen oder an einer eigens hergerichteten hölzernen Stange mit zwei Schrauben festgeschraubt wird, um die Grade der auswärts vom Fenster, am besten etwa einen Fufs weit abstehenden Scale durch die Fensterscheibe abzulesen. Der messingne Rahmen ist vermittelst eines Lappens in einem Charniere des Trägers B so beweglich, dafs man zu einer bestimmten Tagszeit die Scale aus der horizontalen Lage in eine verticale bringt; dadurch sinken beide Stäbchen, das eine bis zum Ende des Weingeistfadens, das andere bis auf das des Quecksilberfadens herab, und nachdem sie dann ohne Erschütterung wieder in die horizontale Lage gebracht worden ist, schraubt man sie durch eine Klemmschraube fest. Auf diese Weise erhält man das während der verflossenen 24 Stunden statt gefundene Maximum und Minimum der Temperatur. Beim

Gebrauche habe ich dieses Instrument allezeit vortrefflic
funden, auch ist gewifs sehr zweckmäfsig, dafs das Mi
durch Weingeist, das Maximum durch Quecksilber ge
wird; HERSCHEL[1] giebt jedoch, ohne Anzeige der G
dem Sixthermometer den Vorzug.

61) BLACKADDER[2] hat sich vorzugsweise bemüht,
registrirende meteorologische Werkzeuge auszudenken,
unter diesen auch ein Thermometer, welches er für e
und leicht zu manipuliren ausgiebt, dem diese Eigensc
aber auf keine Weise zukommen. Zwei Thermomet
Fahrenheit'scher Scale sind auf einem gemeinschaftlichen
befestigt, das eine a ein gewöhnliches, das andere b sol
offen und mit seinem oberen Ende vermittelst eines
sichtigen Kittes in eine weitere Röhre mit einer Kugel c,
sich etwas Quecksilber befindet, festgesteckt seyn, so da
Ende genau bis in die Kugel reicht. Das so verfertig
strument soll man vertical richten und dann die Kugel
wärmen, bis das Quecksilber im Röhrchen aufsteigt und
mit dem in der Kugel c verbindet, worauf man es bi
äufseren Temperatur erkalten läfst. Legt man dasselbe
zontal, so fällt das Quecksilber in die Kugel c herab,
Röhrchen ist aber ganz gefüllt. Dann sollen beide K
b und a mittelst einer kaltmachenden Flüssigkeit, als A
Alkohol u. s. w., abgekühlt werden, wodurch beide The
meter um gleich viele Grade sinken und somit verglei
werden. Sobald sich das Quecksilber durch Wärme ausd
fliefst ein Theil in die Kugel c, und ist dann ein Uhr
angebracht, welches das Thermometer in eine schräge
bringt, damit kein Quecksilber mehr ausfliefst und kein
der Kugel c hinzukommt, so giebt die Vergleichung b
Thermometer die zur Zeit dieser Einstellung statt gefun
Temperatur, was weiter zu beschreiben überflüssig seyn
de, da eine wirkliche Anwendung desselben nicht zu er
ten steht.

Fig. 94.

62) Das in England am meisten gebräuchliche und
höchsten geachtete selbstregistrirende Thermometer, dessen

---

1 Encyclopaedia Metropolitana. Art. *Heat*. p. 233.

2 Edinbourgh Journ. of Science. N. VI. p. 251. N. IX. p.
Wiener Zeitschr. Th. II. S. 78. Poggendorff Ann. VII. 244.

h auch zum Messen der Temperaturen in den verschiede-
n Tiefen des Meeres bedient, ist das von Six[1] in Vor-
lag gebrachte und nach ihm *Sixthermometer* genannte. Es
dieses ein Weingeistthermometer mit einem langen und
iten Cylinder *αα*, um welchen das Thermometerrohr zwei-
l gebogen, am zugeblasenen Ende aber mit einer kleinen
gel *β* zur Aufnahme des sich etwa stärker ausdehnenden
eingeistes versehn ist. Der Weingeistfaden im Thermome-
rohre ist durch einen Quecksilberfaden a′a unterbrochen,
lcher bei mittlerer Temperatur den heberförmig gebogenen
eil der Thermometerröhre ungefähr zu gleichen Längen
füllt und von dem Weingeistfaden bei steigender Wärme
rwärts geschoben, bei abnehmender aber zurückgezogen wird.
r dem Quecksilberfaden liegen in vergröfsertem Mafsstabe
r dargestellte kleine Stifte von Stahl oder Eisen m l mit
r feinen federnden Glasfädchen n o, welche die Stifte hin-
rn sollen, durch ihr eigenes Gewicht oder durch unver-
idliche Erschütterungen in dem Rohre hinzugleiten, und
n bedient sich dann eines Magnetes, um sie wieder mit
n Enden des Quecksilberfadens in Berührung zu bringen. Es
iebt sich von selbst, dafs der Quecksilberfaden bei seiner
wegung nach der einen oder andern Seite diese Stift-
en vor sich her schiebt, die aber im Weingeistfaden liegen
eiben, wenn das Quecksilber sich wieder zurückzieht, und
nn daher die Röhre auf einem Bretchen befestigt und auf
esem die Thermometerscale aufgezeichnet ist, so giebt das
ne Ende m′ des Stiftchens m′l′ die höchste, das andere m
s Stiftchens m l die niedrigste während der vergangenen
it statt gefundene Temperatur an. Die kleinen federnden
dchen machen die Construction des Apparates schwierig und
Dauer ihrer geeigneten, nicht zu grofsen und nicht zu
ringen, Federkraft erzeugen eine Unsicherheit bei seinem Ge-
auche[2], sind aber wegen unvermeidlicher Schwankungen
im Messen der Temperatur in den verschiedenen Meerestie-
unvermeidlich; will man sich aber desselben blofs zum
ssen der Extreme der Lufttemperatur bedienen, so genügen

Fig. 95.

Fig. 96.

1 Philos. Trans. for 1782. T. LXXII. p. 72. Vergl. Lemaistres Journ. de Phys. T. V. p. 150. G. II. 287.

2 Vergl. Art. *Meer*. Bd. VI. S. 1671.

blofse Stahlstiftchen; man stellt, wie beim Rutherford Thermometer, zu einer bestimmten Tageszeit die Scale cal, so dafs beide Stiftchen bis zur Berührung des Qu berfadens herabgleiten, bringt sie dann wieder in di sprüngliche Lage und erhält nach Verlauf der gewählt durch die Lage der beiden Enden m′ und m der beiden chen das statt gefundene Maximum und Minimum der peratur.

63) Man macht dem Rutherford'schen Thermomet phen den Vorwurf, dafs seine Thermometer mit zwei u chen Flüssigkeiten gefüllt sind[1] und dafs sie daher so construirt oder durch Rechnung auf einander reducirt w müssen. Dieses ist jedoch ungegründet, denn Genauigk Construction ist nothwendige Bedingung bei der Verfer jedes Thermometers, und da die Thermometer ohne Rü auf die absolute Ausdehnung der enthaltenen Flüssigkeit risch graduirt werden, so ist entweder die eine der Flüssigkeiten thermoskopisch unbrauchbar, und sie dürfte gar nicht angewandt werden, oder beide Flüssigkeiten brauchbar, die Thermometer werden übereinstimmen un Einwurf fällt von selbst weg. Dem Quecksilber kann u lich der Vorwurf der thermometrischen Unbrauchbarkei macht werden, und da der Weingeist sich zum Messen Kältegrade vorzüglich eignet, in diesem Falle aber blofs Minimumthermometer gebraucht wird, so liegt in der An dung beider Flüssigkeiten, der einen blofs für das Max der anderen blofs für das Minimum, wozu beide gerade zugsweise geeignet sind, eher ein Vorzug, als ein Nac dieses Apparates. Gegen das Sixthermometer wendet ma Recht ein, dafs die Federn sehr leicht Veränderungen Widerstandes unterworfen sind und daher den Gebrauc schweren, nicht selten unmöglich machen. Inzwische Traill[2] das Letztere durch Weglassen der kleinen F und durch Vermeidung der doppelten Umbiegung des I

---

1 Edinb. New Phil. Journ. N. XLIV. p. 316.

2 Library of useful Knowledge cet. Part. I. II. Lond. Thermometer and Pyrometer. Part. II. p. 39. Ich gebe hie nachher von ihm verbesserten Zeichnungen, die er selbst mir m theilt hat.

ns verbessert, wobei jedoch die Bedingung bleibt, dasselbe
einer horizontalen Lage zu erhalten und die Stäbchen durch
n Magnet wieder mit den Enden des Quecksilberfadens
Berührung zu bringen. Nach der anfänglichen Construction
ndet sich der Weingeistbehälter m n des Instrumentes un-
und ist am Ende umgebogen, die Röhre läuft mit ihr paral-
und ist auf einem geeigneten Bretchen in horizontaler La-
befestigt. In der Mitte der Röhre bei mittlerer Tempera-
befindet sich der Quecksilberfaden $\alpha\beta$, welcher durch den
ingeistfaden vorwärts und rückwärts geschoben wird und
Stahlstiftchen a b, a' b' vor sich hin schiebt, beim Rück-
ge aber an der Stelle des Maximums und Minimums lie-
läſst, die dann nach Verlauf der gehörigen Zeit vermit-
: eines Magnets mit den Enden des Quecksilberfadens wie-
zur Berührung gebracht werden. Auf beiden Seiten der
re befinden sich die Scalen nach Fahrenheit, welche
ı einen und dem andern dieser Stiftchen zugehören, deren
fang sich jedoch nur von 0° bis 100° dieser Eintheilung
eckt. Die zweite Construction dürſte unter allen dreien
chieden den Vorzug haben. Hierbei ist das Gefäſs m n,
Quecksilberfaden $\alpha\beta$, jeder der Stiſte a b und a' b' von
st klar, sehr zweckmäſsig ist aber die Röhre in der Mitte
bwärts gekrümmt, wodurch der Quecksilberfaden mehr zu-
mengehalten, zugleich aber gehindert wird, daſs er sich
it trennt und Schichten von Weingeist zwischen sich auf-
mt, was sonst wohl zu geschehn pflegt und gänzliche Un-
uchbarkeit des Apparates nach sich zieht. Nach der drit-
Construction, worin die gleichen Theile dieselbe Bezeich-
g haben, ist die Röhre in der Mitte herabwärts gebogen,
e Schenkel sind geneigt und der Quecksilberfaden befindet
ursprünglich bei mittlerer Temperatur an der tiefsten Stelle
Röhre. Die Neigung darf nicht zu stark seyn, daſs die
lstiftchen beim Rückgange des Quecksilberfadens herab-
en, was jedoch wegen des Gewichtes, womit sie auflie-
, ungeachtet ihrer immerhin merklichen Adhäsion an den
ngeist nicht zu fürchten ist, doch dürfte es möglich seyn,
dieser Construction beide Stiftchen durch Erschütterung des
chens wieder mit den Enden des Quecksilberfadens, ohne
beschwerlichere Anwendung eines Magnetes, zur Berüh-
zu bringen. Bei allen drei Apparaten dient die Kugel k

Fig. 97.

Fig. 98.

Fig. 99.

am Ende der Röhre zur Aufnahme des etwa zu stark dehnten Weingeistes; übrigens versteht sich von selbs solche Thermometer nicht luftleer seyn dürfen, auch n hergestellt werden können.

64) Die ersten selbstregistrirenden Thermomete höchst wahrscheinlich durch Lord CAVENDISH[1] in Vo gebracht worden, und zwar ein eigenes für die Bestimm Maximums und ein anderes für das Minimum, deren Be bung, obwohl sie aufser Gebrauch gekommen sind, hi fehlen darf. Sein Maximumthermometer ist ein gewöh mit Quecksilber gefülltes, wobei das Ende b des Queck fadens auf bekannte Weise die Temperatur angiebt. Röhre ist oben in eine feine Spitze ausgezogen und d eine Kugel e e eingekittet. Ueber dem Quecksilberfad findet sich Weingeist, womit das Röhrchen ganz angef um bei Verminderung der Temperatur das Quecksilber i fäfse e e in die Spitze zu treiben, indem man dassel kehrt und erwärmt, bis das Quecksilber die oberste erreicht, sich mit dem in der Kugel befindlichen ve und nach dem Erkalten das Röhrchen ganz oder so weit, für die Beobachtung des zu erwartenden Maximums er lich ist, anfüllt. Steigt dann die Wärme, so läuft d aus der Spitze des Röhrchens in die Kugel e e, der Re geht nach Verminderung der Temperatur wieder zurück. man demnächst beim Nachsehn weifs, wie hoch b s müfste, bis dieses Ende des Quecksilberfadens die Spit Röhrchens erreichen würde, so ist hierdurch die Höhe oder derjenige Thermometergrad gegeben, welcher bei ximum statt fand. Eine andere Construction leistet da und die Füllung des Gefäfses theils mit Weingeist thei Quecksilber ist blofs deswegen gewählt, um das Instr etwas leichter zu machen. Es führte dieses dann eine rection herbei, die CAVENDISH wegen der ungleichen A nung beider Flüssigkeiten für nöthig erachtete, die ic

Fig. 100.

Fig. 101.

1 Philos. Trans. for 1757. p. 300. Abridgement T. XI. p. 13 tere Vorschläge, z. B. von JOH. BERNOULLI im Briefe an LEIB Commercium Phil. et Math., und von KRAFT, dessen VAN SW Comparaison des Thermomètres gedenkt, sind zu wenig bes als dafs sich über ihre Brauchbarkeit urtheilen liefse.

übergehe, weil das Instrument schon durch zweckmäſsi- verdrängt worden ist. Das Minimumthermometer besteht aus weiten Cylinder a, einer Kugel d, beide mit Weingeist , und einer Röhre, worin der Quecksilberfaden b c ent- ist, über welchem noch ein Theil Weingeist sich be- t. Das oben erweiterte Ende der Röhre ist zugeschmol- . Soll das Thermometer gebraucht werden, so läſst man der Kugel d durch Neigung Quecksilber in das enge Rohr flieſsen, bis das Ende des Quecksilberfadens b an die ung f der Kugel reicht. Vermittelst des andern Endes c Quecksilberfadens wird auf der daselbst befindlichen Scale Temperatur gemessen. Wenn diese dann sinkt, so flieſst dem Quecksilber ein Theil in die Kugel, ohne zurück- , und vermittelst einer neben dem Schenkel b ange- n Scale miſst man später, um wie viele Grade das meter zur Zeit des Minimums tiefer stand, als bei der ung. Damit endlich nicht zu groſse Tropfen Queck- in die Kugel fallen und die Messung feiner wird, ist en bei f ein kleines Glasstängelchen angebracht, wel- das Quecksilber nur in kleinen Quantitäten in die Kugel läſst. Nach einer andern einfacheren Construction fällt Quecksilber bei f in den Cylinder a, der Zweck der Ku- ist mir dabei jedoch nicht klar.

Fig. 102.

Fig. 103.

(ii) Auf das nämliche Princip ist ein selbstregistrirendes Thermometer gegründet, welches Gay-Lussac[1] hauptsäch- zum Messen der Temperatur in tiefen Seeen in Vorschlag gebracht hat. A ist eine Glaskugel mit einer Röhre, deren Öffnung nicht gröſser seyn darf, als etwa die Dicke einer Stecknadel. Diese Kugel ist mit Salzwasser oder ir- einer sonstigen geeigneten Flüssigkeit gefüllt. CD ist beträchtlich weite Glasröhre, mit ihrem unteren Theile an die Röhre BH gekittet und von F bis C mit Queck- gefüllt, welches durch die enge Oeffnung im Röhrchen nicht in die Kugel dringen kann; sobald aber die Tempe- sinkt und die in der Kugel enthaltene Flüssigkeit sich zusammenzieht, preſst der äuſsere Druck einen Theil Quecksil- in die Kugel, welches sich auf dem Boden derselben an- sammelt, und dieses wird so lange fortdauern, bis die Tem-

Fig. 104.

[1] Ann. de Chim. et Phys. T. III. p. 91. 117.

peratur ihr Minimum erreicht hat. Man giefst dann das Que
silber aus der Röhre DC, bringt die Spitze B in eine ver
cale Richtung nach unten, treibt durch Erwärmung der K
gel das Quecksilber aus derselben und mifst die Menge in
ner eigenen Mefsröhre, auf welcher die Grade gezeichnet si
die angeben, um wie viel die Temperatur unter die beim A
fange des Versuches statt gefundene herabgegangen seyn m
damit die gemessene Quantität Quecksilber in die Kugel ei
drang. Das Verhältnifs der eingedrungenen Menge Queck
ber zu den Temperaturen, bis zu welcher die Flüssigkeit
der Kugel erkaltete, wird empirisch gefunden, indem man d
gefüllten Apparat von einer bestimmten Wärme auf eine a
dere bestimmte niedrigere bringt, dann die Menge des ein
drungenen Quecksilbers mit der Röhre G mifst und hiern
die Grade aufträgt. Der übrigen Schwierigkeiten nicht zu g
denken übersieht man bald, dafs bei jedem Steigen der W
während der Dauer des Versuches Salzwasser aus der Sp
dringen und beim Sinken Quecksilber hineingetrieben werd
mufs, dessen Menge dann eine ungleich tiefere, als die wi
lich statt gefundene Temperatur angeben würde.

Fig. 105.

66) Ein diesem ähnliches, aber ein Maximumthermo
ter, hat King[1] in Vorschlag gebracht. Dasselbe besteht a
einem mit Quecksilber gefüllten Thermometer A auf einer Sc
welche die gewählten Grade enthält. Die Röhre ist oben g
bogen, bildet nach der Biegung bei F einen zweiten, mit de
ersten parallel herabgehenden Schenkel B, welcher in ei
zweite Kugel H endigt. Zum besseren Verständnifs ist die
besonders in etwas vergröfsertem Mafsstabe gezeichnet. Da, w
der Quecksilberfaden im Röhrchen A endigt, beginnt ein fa
den gefärbten Weingeists, welcher bis an die feine Spitze
reicht. In der sie umgebenden, gänzlich verschlossenen Ku
gel H befindet sich Quecksilber bis etwa zur Linie D, üb
diesem bis E wieder gefärbter Weingeist und darüber Lu
Steigt das Thermometer in Folge zunehmender Wärme,
dringt Weingeist aus der Spitze C, steigt über das Quecksi
ber, und dieses dauert so lange, bis das Maximum der Te
peratur erreicht worden ist; wenn diese dann wieder sinkt,

Fig. 106. Fig. 107.

1 Edinburgh Journ. of Science. N. XVII. p. 113. Vergl. N. XVI
p. 300. Wiener Zeitschrift Th. V. S. 104.

rückt die Luft Quecksilber in die Spitze C, und man darf ur die Grade, welche dieser Quecksilberfaden unten im Schenel B zeigt, zu denen hinzuaddiren, die durch die Scale A ngegeben werden, um die Gröfse der während der verflosseen Zeit statt gefundenen höchsten Temperatur zu wissen. ür eine abermalige Messung wird die Kugel G erwärmt, bis lles Quecksilber aus der Spitze C ausgeflossen ist, worauf man as Instrument in eine geneigte Lage bringt, damit das Quecklber in der Kugel zur Seite herabsinkt und die Spitze C mit em Weingeiste so lange in Berührung bleibt, bis die äufsere emperatur wieder hergestellt ist. Eine noch einfachere orgeschlagene Construction ist folgende. Zwei Thermometer sind auf der nämlichen Scale befestigt, das eine mit der Kugel A und einer der Symmetrie wegen gewählten obern F st ein gewöhnliches Quecksilberthermometer, das andere mit ler Kugel G und einer oberen D ist ganz mit Quecksilber gefüllt, ınd eine neben dem Röhrchen B befindliche Scale giebt von oben herabwärts gezählte, den auf der Scale des ersten Thermometers gezeichneten gleiche Grade an. Zur gröfseren Deutlichkeit ist die obere Kugel D in vergröfsertem Mafsstabe besonders gezeichnet worden. Die Scale des zweiten Thermometers zeigt 0°, wenn das Quecksilber bis an die Spitze C reicht, und beim Steigen der Temperatur wird ein angemessener Theil desselben aus der Spitze C in die, bis etwa zur punctirten Linie D mit ebendieser Flüssigkeit gefüllte, Kugel ausfliefsen. Zieht sich nach statt gefundenem Maximum der Wärme das Quecksilber im Thermometer GB wieder zusammen, so bleibt das obere Ende der Röhre B um eine dieser verminderten Temperatur proportionale Menge von Graden leer, und man darf diese nur zu denjenigen addiren, die das Thermometer A zur Zeit der Beobachtung zeigt, um das statt gefundene Maximum zu erhalten. Grofse Genauigkeit ist auf diese Weise nicht zu erwarten, doch scheint die letztere Einrichtung die beste zu seyn; im Ganzen ist bei dem Apparate wohl am merkwürdigsten, dafs er zu Sidney auf Neu-Südwallis 1827 erfunden wurde.

Fig. 108.

Fig. 109.

67) In England, wo so viele begüterte Privaten sich mit der Aufzeichnung meteorologischer Beobachtungen beschäftigen, ist man am meisten darauf bedacht gewesen, selbstregi-

strirende Thermometer zu verfertigen. Auch Keith[1] hat ein solches in Vorschlag gebracht, dessen Construction aus der Zeichnung leicht zu erkennen ist. Die lange und weite Röhre AB ist mit Weingeist gefüllt, die engere angeschmolzene BE mit Quecksilber, auf welchem bei E ein Stückchen Eisen schwimmt. Dieses letztere ist mit einem Drahte versehn, welcher verlängert und oben umgebogen mit einer Oeffnung durch einen andern, am obern Theile der Röhre befestigten Draht GK in lothrechter Stellung erhalten wird. Auf letzterem sind kleine Stückchen Wachstaffent l, l aufgesteckt, die sich zwar leicht auf demselben auf und nieder schieben lassen, doch aber Reibung genug haben, um bei ihrem geringen Gewichte nicht herabzugleiten. Wenn also das Quecksilber bei E durch grössere Ausdehnung beider Flüssigkeiten im Thermometer steigt, oder bei abnehmender Temperatur sinkt, so wird das Gewicht E gehoben oder es sinkt herab und das obere umgebogene Ende des Drahtes H verschiebt die kleinen Stückchen Wachstaffent, die somit auf der höchsten und tiefsten Stelle sitzen bleiben und also das Maximum und das Minimum der stattgefundenen Temperatur auf der aus Messing oder Elfenbein verfertigten Scale DF angeben. Der Vorschlag wird dahin erweitert, die Röhre AB sehr weit und 40 engl. Zoll lang zu wählen, dann ein Uhrwerk anzubringen, welches einen mit Papier überklebten hölzernen Cylinder während eines Monats einmal um seine Axe dreht, damit ein Bleistift an der Spitze den Stand des Thermometers aufschreibt. Gilbert wendet gegen diesen Apparat ein, dafs er nur eine Regulirung nach einem andern Thermometer zulasse und einem Einflusse der Ausdehnung des Schwimmers und seines Drahtes durch Wärme ausgesetzt sey, allein Beides ist nicht sehr bedeutend und Letzteres würde sich durch empirische Graduirung genügend beseitigen lassen; wichtiger dagegen ist, dafs die seidenen Marken leicht in Unordnung kommen können und durch ihren Widerstand nothwendig Unrichtigkeiten erzeugen müssen. Entschieden gebührt daher der Vorzug dem Thermometrographen von Chrichton[2], welchen ich selbst längere Zeit ge-

Fig. 110.

1 Edinburgh Phil. Trans. T. IV. Daraus in Nicholson's Journ. T. III. p. 266. und in G. XVII. 819.

2 Tilloch's Philos. Mag. 1803. Mars. Van Mons in Journ. de Chim. et Phys. T. V. p. 32.

und in seinem Gange überraschend genau gefunden habe. Das thermoskopische Mittel bei demselben Metall ist, so er auch den Metallthermometern beigezählt werden. Zeichnung stellt das Instrument von vorn betrachtet dar. eine Metallstange, welche aus einem Streifen Stahl DE einem Streifen Zink BC, jeder etwa 0,5 Lin. dick und breit, besteht, beide auf einander gelöthet. Diese Doppelstange ist in dem messingnen Träger I unbeweglich befe- und mit diesem auf dem Messingbleche abcd so fest-, dafs sie etwa 0,5 Lin. davon absteht. Das obere der Stange ist mit einem Hebelarme versehn, welcher eines feinen, um eine Rolle geschlungenen und eine Spiralfeder gespannten Drahtes diese Rolle umdreht zugleich den stählernen, mit einem hervorragenden versehenen Hauptzeiger LM um seine Axe bei G, oder die Umdrehung erfolgt, wie in der Zeichnung stellt ist, durch unmittelbares Eingreifen eines Stiftes in kürzeren Hebelarm des Hauptzeigers. Ueber diesem lie- die beiden sehr feinen Zeiger, welche zusammengelegt ihren Spitzen sich genau über der Spitze des Hauptzei- vereinigen, auf dem Zapfen G aber, jeder für sich, durch festsitzen, und daher an jedem Orte feststehn, bis sie den Hauptzeiger vermittelst des Stiftes H fortgeschoben, nach dem Rückgange des Hauptzeigers aber an der gegebenen Stelle stehn bleiben. Die drei Zeiger geben gleichzeitig die bestehende Temperatur und die seit dem ...legen derselben statt gefundene höchste und niedrig-. Der Siedepunct des Wassers ist bei demselben nicht ...lich, da es nur zu meteorologischen Beobachtungen soll und man durch Verkürzung der Scale gröfsere auf derselben erhält, den Frostpunct kann man aber bei unmittelbar bestimmen, und aufserdem hat es den Vor- einer grofsen Empfindlichkeit in Folge der geringen Wär-pacität der dazu verwandten Metalle und der gleichför- Ausdehnung derselben innerhalb der Grenzen der da- zu messenden Temperaturen; denn man begreift bald, die beiden vereinten Metallbleche sich durch Wärme un- ausdehnen, wodurch die ganze Stange sich nach der oder andern Seite hin krümmt und daher das obere derselben bei feststehendem unteren sich vor der Scale

Fig. 111.

hin und her bewegt, worauf der Gang der Zeiger beru
geringe Ausdehnung der Metalle ist allerdings nicht zu
sehn, allein man kann die Stange hinlänglich lang u
ungleichen Längen beider Arme des Hauptzeigers so
dafs die durchlaufenen Grade eine genügende Gröfse
um so mehr, als alle einzelne Theile sehr fest in e
greifen dürfen.

68) Wir können hier das durch v. ARNIM[1] vorg
gene selbstregistrirende Thermometer anreihen, welche
mals praktisch ausgeführt worden zu seyn scheint, wei
der Ausführung allzu grofse Schwierigkeiten darbieten
Fig. 112. Ein gewöhnliches Quecksilberthermometer mit dicker Kuge
auf einer messingnen Leiste fest, welche wie ein Wa
ken mit einer Messerscheide e in der Vertiefung c eine
ticalen Säule genau balancirt ist. Geht die Temperatu
herab, so tritt mehr Quecksilber in die Kugel, welc
durch schwerer, die Röhre dagegen leichter wird. An
der letzteren befindet sich eine stählerne Spitze mit
Schraubengewinde, auf welcher das zum Balanciren di
kleine Gegengewicht d hin und zurück geschraubt werden
Ist die höchste Temperatur bekannt, bis zu welcher das
mometer erhitzt werden wird, so erwärme man es bis
und balancire es durch Verschiebung des Gegengewich
dafs es in horizontaler Lage ruht. So wie es kälter
sinkt die Kugel herab, die Spitze steigt in die Höhe,
wenn man weifs, wie viele Grade dieses ausmacht, so
man diese auf die Scale ik auf. Neben der Scale läu
gläserne, mit Rauch geschwärzte Glasstreifen lmh, au
chem ein kleines federndes Härchen am Stifte d hinstrei
die Stelle bezeichnet, bis wohin das Ende des Röhrchen
gestiegen ist. Wird das Thermometer bei einer mittlern
peratur eingestellt, so zeigt der Strich, welchen das H
auf dem mit dem Rauch von brennendem Kienholz oder
geschwärzten Glasstreifen zeichnet, die höchste und die
statt gefundene Temperatur, will man aber den Wechse
Temperatur vollständig aufgezeichnet haben, so wird
Scheibe nop, welche auf der einen Seite ganz geschwär
durch ein Uhrwerk umgedreht, und liefert dann eine fo

1 G. II. 289.

nde Zeichnung der statt gefundenen Temperaturunterschiede nd ihrer Dauer. Man übersieht bald, dafs dieser auf jeden all theure Thermometrograph manchen Einflüssen der Luftbewegung, auffallenden Staubes, sich ansetzender Feuchtigkeit, die unter Umständen zu Eis gefrieren würde, selbst der Insecten, die sich darauf niederlassen könnten, und auf jeden all der ungleichen Reibung ausgesetzt seyn würde. Verlangt an nicht gerade die zu jeder bestimmten Zeit statt gefundene emperatur zu kennen, sondern blofs die mittlere tägliche, so ebt hierzu eine negativ compensirte Uhr ein sinnreich ausedachtes Mittel. Eine Uhr ohne Compensation haben GRASSMANN[1] und BREWSTER[2] in Vorschlag gebracht, erst neuerlings ist aber diese Idee durch JÜRGENSEN[3] in der Art wirklich usgeführt worden, dafs der beabsichtigte Zweck durch eine egativ compensirte Uhr noch vollständiger erreicht wurde. Statt es Ringes der Unruhe bei den Taschenuhren hat man bereits ein Kreuz mit vier getrennten Bogen aus zwei Metallen gewählt, deren ungleiche Ausdehnung das Oscillationscentrum n stets gleicher Entfernung von der geometrischen Axe der pindel erhält, so dafs hiernach die Zahl der Schwingungen ei allen Veränderungen der Temperatur in gleichen Zeiten tets dieselbe bleibt. Diese Compensation hat JÜRGENSEN nicht lofs umgekehrt, sondern an dem freien Ende eines jeden dieser Bogen noch eine zweite negative Compensation angebracht und dadurch den Einflufs der Wärme auf den Gang dieser Uhr so ausnehmend vergröfsert, dafs ein einziger Grad Unterschied der mittleren Temperatur während 24 Stunden eine Veränderung von fast 32 Secunden herbeiführt. Die mittleren Temperaturen werden nach einer Tabelle berechnet; aufserdem aber befindet sich ein Metallthermometer dabei, welches die bestehende Temperatur und zugleich die Maxima und Minima angiebt, so dafs also dieser Apparat als der vollständigste, bis jetzt bekannt gewordene selbstregistrirende gelten kann. Einige Compensationspendel zeigen zugleich auch

1 S. Art. *Temperatur*. S. 844.

2 In Edinb. Encyclopaed. Art. Atmospherical Clock. Nach POGGENDORFF in dessen Ann. XXXIX. 524.

3 Aus Compte rendu 1836. T. II. p. 143. in Poggendorff's Ann. a. a. O. Vergl. Astron. Nachr. 1836. N. 169. S. 10.

die bestehende Temperatur, ohne sie jedoch zu regi
vermittelst einer bei ihnen leicht anzubringenden V
tung[1].

69) Zu den selbstregistrirenden Thermometern gehö
das durch Magnus[2] vorgeschlagene Maximumtherm
welches er *Erdthermometer*, *Geothermometer* genann
weil es zunächst bestimmt war, die mit der Tiefe zune
de Wärme der Erde zu messen, und dessen Zweckmä
bereits bei mehreren Messungen in Bohrlöchern erprobt
Fig. 113. Dasselbe besteht aus einem gewöhnlichen Thermomet
einer etwas weiten Röhre und daher einem Cylinder v
gemessener Gröſse. Weil mit diesem Thermometer nu
nige Grade gemessen werden, wählt man ein solches V
niſs des Inhalts der Röhre und des Cylinders, daſs 1°
gefähr 0,5 Zoll lang wird. Man soll dann den Eispun
diesem Thermometer bestimmen und diesen auf der
mit einem Diamantstriche bezeichnen, damit dasselbe a
ner Scale stets die richtige Lage wieder erhalte; da ab
der Natur der Sache folgt, wie auch der Erfinder selbst
unbemerkt läſst, daſs die Messungen mit diesem Apparat
der darin enthaltenen Quecksilbermenge ganz unabhängig
und nach jeder wirklichen Messung sich eine verschi
Menge Quecksilber darin befindet, so scheint es angemes
die Scale in willkürliche feine Theile zu theilen, die
dann ohne Weiteres auf jede andere Scale des Normalthe
meters reduciren lassen, womit dieses Geothermometer j
zeit beim Gebrauche verglichen werden muſs. Die Hau
che beruht darauf, das obere Ende T der Röhre in eine h
feine Spitze auszuziehn und so zu biegen, daſs die Axe
ser Spitze eine horizontale Lage erhält, damit jedes he
dringende Tröpfchen Quecksilber sogleich herabfällt, und
auch ein kleines Kügelchen durch Adhäsion hängen blei
so ist dessen Inhalt bei der Feinheit der Spitze und der W
der Röhre so unbedeutend, daſs sein Volumen auf die M
sung keinen merklichen Einfluſs hat. Nach dem Gebra
oder vor einer folgenden Anwendung muſs die Röhre wi
gefüllt werden. Anfangs geschah dieses, indem man das T

1 S. Art. *Compensation.* Bd. II. S. 206.
2 Poggendorff's Ann. XXII. 138.

ometer erwärmte, bis das Quecksilber aus der Spitze zu ingen anfing, dann diese in reines Quecksilber tauchte und en Apparat erkalten liefs. Später hat MAGNUS[1] eine verbesserte Vorrichtung angebracht, nämlich die obere feine Spitze mit einer Kugel versehn, worin sich etwas Quecksilber befindet, in welches die Spitze eintaucht, wenn man das Thermometer horizontal hält. Das Füllen geschieht auf diese Weise leichter, inzwischen darf diese Kugel, wie anfangs beabsichtigt wurde, nicht gänzlich verschlossen seyn, weil sonst der Druck des Wassers zu sehr auf das Thermometer wirkt, es führt vielmehr in die Kugel ein sehr feines Haarröhrchen, durch welches die Luft eindringt, ohne dafs das Wasser dasselbe erreicht, auch fliefst kein Quecksilber durch dasselbe ab. Der Cylinder des Thermometers ruht zwischen zwei Messingscheiben, die durch die beiden Streben ac und bd im gehörigen Abstande von einander gehalten werden, unten auf einer Korkscheibe, oben stützt es sich gegen ein Stück Kork, durch welches das Röhrchen gesteckt ist. Auf der oberen Messingscheibe ist ein messingner Cylinder fg mit einer männlichen Schraube festgeschraubt, welcher zugleich zur Befestigung der Scale dient, auf welcher das Thermometerrohr festliegt. Ueber beides wird ein pafslicher gläserner Cylinder, unten mit einer messingnen Fassung versehn, festgeschraubt, in dessen unterem Ende sich ein aus der Zeichnung ersichtliches Löchelchen befindet, in welches beim Herablassen in tieferes Wasser dieses eindringt und die in dem Cylinder enthaltene Luft comprimirt, um den Druck dieser Luft gegen das im Thermometer enthaltene Quecksilber dem Drucke des Wassers gegen die äufseren Wandungen des Cylinders gleich zu machen.

Fig. 114.

Fig. 115.

Der Gebrauch des Instrumentes ist leicht zu übersehn. Steht das Quecksilber im Röhrchen so hoch, dafs auf jeden Fall bei der höchsten zu messenden Temperatur noch irgend ein Theil aus der Spitze desselben ausläuft, so wird es in verticaler Lage in die Tiefe hinabgesenkt und an der zur Messung bestimmten Stelle so lange, etwa 15 Minuten, ruhig gehalten, bis es die dortige Temperatur angenommen hat. Hierbei wird so viel Quecksilber aus der Spitze des Röhr-

1 Poggendorff Ann. XL. 139.

chens dringen, als die höhere Temperatur heraustreibt; Heraufziehn und Erkalten desselben zieht sich das Quec wieder zusammen, und sein Stand, mit dem des Norm mometers verglichen, was am besten durch Eintauchen in ein Gefäfs mit Wasser geschieht, giebt die beste Temperatur. Werden dann beide Thermometer langsam mäfsig erwärmt, bis das Quecksilber aus der feinen Spi Geothermometers zu dringen beginnt, mindestens bis äufserste Ende derselben wirklich erreicht, so zeigt in d Momente das Normalthermometer genau diejenige Ten tur, welcher das Geothermometer an der untersuchten im Maximum ausgesetzt war, oder man findet die Temp in der gemessenen Tiefe, vorausgesetzt, dafs das Thermo beim Herablassen bis an diese Stelle oder beim H ziehn durch keinen Raum passirte, wo eine gröfsere W herrschte.

Wird das Instrument bis zu bedeutenden Tiefen im ser der Bohrlöcher herabgelassen, so drückt letzteres gege äufseren Wandungen des Thermometers und durch Com sion der Luft in der umgebenden Röhre gleich stark das Quecksilber im Thermometer, so dafs der richtige desselben dadurch nicht gestört wird; allein wegen ver nifsmäfsig grofser Zusammendrückbarkeit des Quecksilbers von diesem nur eine geringere Menge aus der feinen S auslaufen, mithin die Zahl der gemessenen Grade kleiner den, als die eigentliche Temperatur, die x heifsen möge. diese daher zu finden, ist eine Correction erforderlich, die MAGNUS durch folgende Betrachtung erhalten wird. Es das ursprüngliche Volumen des Quecksilbers, womit dass bis 0° gefüllt ist, bei 0° Temperatur = V, dasjenige V men, welches nach dem Versuche darin enthalten ist, gleicher Temperatur = V', die Temperatur, in welche Thermometer nach dem Versuche gebracht wird, wenn dasselbe mit dem Normalthermometer vergleicht, heifse t, Zahl der Grade, welche das Instrument bei dieser Temp tur einnimmt, heifse t' und die Ausdehnung des Quecksil für 1 Grad der Scale, wonach das Instrument getheilt $\frac{1}{\delta}$, so hat man

$$V'\left(1+\frac{t}{\delta}\right)=V\left(1+\frac{t'}{\delta}\right).$$

...gleich aber hat man

$$V'\left(1+\frac{x}{\delta}\right)=V\left(1+\frac{T}{\delta}\right),$$

...enn V' hatte sich bei der Temperatur x so ausgedehnt, dafs ... das ganze Instrument erfüllte, also den nämlichen Raum ...nnahm, welchen V bei der Temperatur T einnahm, wenn ... diejenige Temperatur bezeichnet, bei welcher das ganz ge...llte Instrument mit dem Normalthermometer verglichen wur...e, ehe man den Nullpunct desselben durch Eintauchen in ...chmelzenden Schnee bestimmte. Beide Gleichungen zur Fort...chaffung von V und V' dividirt geben

$$\frac{1+\frac{t}{\delta}}{1+\frac{x}{\delta}}=\frac{1+\frac{t'}{\delta}}{1+\frac{T}{\delta}} \text{ oder } \frac{\delta+t}{\delta+x}=\frac{\delta+t'}{\delta+T},$$

...oraus

$$x=\frac{\delta+T}{\delta+t'}(\delta+t)-\delta=\frac{(t-t'+T)\delta+tT}{\delta+t'}$$

...efunden wird. Nach Colladon und Sturm[1] beträgt der ...nterschied der Zusammendrückung des Quecksilbers und des ...lases durch eine Atmosphäre oder 0,76 Met. Quecksilberhöhe ...der 10,32 Meter Wasserhöhe $\frac{1,73}{1000000}$ seines Volumens und ...ie *Menge* des in Folge eines gleichen Druckes weniger aus ...er *Spitze* des Thermometers ausgelaufenen Quecksilbers be...ägt also

$$\frac{1,73}{1000000}V'=\frac{1,73\,V'}{1000000}\cdot\frac{\delta}{V}$$

...n Graden des Instrumentes ausgedrückt, wofür man bei dem ...ringen Unterschiede zwischen V und V' ohne merklichen ...ehler

$$\frac{1,73}{1000000}\cdot\delta$$

1 Ann. Chim. et Phys. T. XXXV. p. 113. Poggendorff Ann. II. 61.

setzen kann. Bezeichnet dann h die Höhe der Wass
bis zu deren Tiefe das Instrument herabgelassen word
p aber die Höhe einer Wassersäule, deren Druck de
Atmosphäre gleich ist (10,32 Meter, 31,77 Par. Fuſs, 33,
Fuſs, 32,8 rhein. Fuſs), so ist

$$\frac{1,73}{1000000} \cdot \frac{\delta h}{p}$$

die Anzahl von Graden, um welche sich das Quecksil
niger ausgedehnt hat und die man also der gefundenen
peratur noch hinzusetzen muſs. Hiernach ist

$$x = \frac{(t - t' + T)\,\delta + t\,T}{\delta + t'} + \frac{1,73}{1000000} \cdot \frac{\delta h}{p}.$$

Da aber δ sehr groſs ist in Vergleich mit t, t' und
sind die nicht mit δ multiplicirten Glieder verhältni
klein, können also weggelassen werden, und man
nach

$$x = t - t' + T + \frac{1,73}{1000000} \cdot \frac{\delta h}{p}.$$

70) Die nicht zweifelhafte Zweckmäſsigkeit des s
beschriebenen Apparates macht es überflüssig, ein zu
zum Messen der Temperaturen in tiefen Seeen besti
Maximum- und Minimumthermometer, welches Bella
gegeben hat, ausführlich zu beschreiben, da es genügt
die Idee dem Wesen nach anzugeben. Ein Weingeistther
ter mit dem Gefäſse A und einer feinen Röhre von ein
chen Weite, daſs sie nur etwa 20 Grade nach Reau
ihrer ganzen Länge zeigen würde, ist oben mit einem
ten Gefäſse B versehn, an welchem sich der kleine Beh
befindet, um ein Quecksilberkügelchen von geeigneter
aufzunehmen. Das obere Gefäſs B ist theils mit Wei
theils mit Luft erfüllt, und man findet die Gröſse der
welche der Apparat angiebt, indem man ihn in Wasse
etwa 10° bis 15° Temperatur eintaucht und zugleich
Quecksilberkügelchen über die Oeffnung der Röhre bei z b
dann denselben in Eiswasser einsenkt, damit der sich zu
menziehende Weingeist das Quecksilber in Gestalt eines
nen Cylinders bis etwa nach p herabdrückt, wodurch ma

Fig. 116.

1 Brugnatelli Giornale di Fisica etc. Dec. 1. T. IV. p. 89.

l von Graden erhält, die dem Intervalle pz zugehören, iernach die Scale zeichnen kann. Wird dann das Thermometer bei niedrigerer Temperatur an einen Ort herabge-, wo eine höhere Temperatur herrscht, so dehnt sich Weingeist aus, entweicht neben dem bei z befindlichen Silberkügelchen, drückt dieses aber beim Uebergange in höhere Temperatur im Röhrchen herab, und der Punct, sich dann befindet, zeigt die Anzahl von Graden, um das Thermometer vorher höher stand. Um als Minimumthermometer gebraucht zu werden, wird der Apparat bloſs Fig. kehrt, auf eine hinlänglich höhere Temperatur gebracht, 117. welcher das Quecksilberkügelchen sich im untern Theile Cylinders A bei z befindet; durch gröſsere Kälte zieht sich Weingeist zusammen, entweicht neben dem Quecksilberchen in das Gefäſs A bis zum Maximum der Kälte, aber bei nachheriger wiederkehrender Wärme dasselbe Röhrchen hinab, und die Grade der Scale zeigen den Unterschied beider Temperaturen. BELLANI giebt selbst an, ihm ein Vorschlag zur Construction selbstregistrirender Thermometer von LANDRIANI bekannt geworden sey, und es auffallend, daſs das von Letzterem später beschriebene Thermometer, dessen Erfindung er sich selbst zueignet[1], mit seinem überraschende Aehnlichkeit hat. Die Verfertigungsart der Thermometer ist genau so, als bei demjenigen, welches zum Messen kleiner Wärmedifferenzen bestimmt, später beschrieben werden soll; auch dient eben jenes, jedoch mit einer Scale, zum Messen des Maximums der Temperatur. Das Minimumthermometer genügt es zu bemerken, daſs Fig. in die enge Röhre einen kleinen Quecksilbercylinder, 118. in die Gegend von M, bringt; ein anderer oder vielleicht das daraus gebildete Quecksilberkügelchen liegt bei O. Die Temperatur, so steigt das erstere in die Höhe, bis Maximum erreicht worden ist, und die von oben herab bis Cylinder M gezählten Grade weniger der vom zweiten geben die geringste statt gefundene Temperatur an.

1) Bei Gelegenheit der Versammlung der Naturforscher und Aerzte in Prag im Jahre 1837 zeigte daselbst MOR-

---

1 Brugnatelli Giornale di Fisica. Dec. II. T. I. p. 413.
Bd.

STADT[1] ein ganz eigentlich selbstregistrirendes Thermomete
von ihm *Thermograph* genannt, vor, welches der Idee un
seinen Zweck völlig erfüllen würde, wären nur nicht alle In-
strumente dieser Art so manchen, nicht wohl zu beseitige
den Zufälligkeiten unterworfen. Dasselbe bestand aus eine
Kasten von Stahlblech, ungefähr 8 Zoll breit, 6 Z. hoch u
0,75 Z. tief, dessen beide gröſsere Seitenflächen durch etlid
durchgehende Streben bleibend in ihrer Entfernung von ei
ander erhalten wurden. Aus der einen schmalen Seite gi
ein Rohr etwa 0,5 Z. weit und 4 Z. hoch, lothrecht in d
Höhe, und communicirte mit dem innern Raume des Gefäſs
welches nebst der Röhre bis etwa in ihre Mitte bei mittler
Wärme mit reinem Quecksilber gefüllt war. In der Röh
schwimmt ein eiserner Cylinder auf dem Quecksilber und tr
einen hinlänglich starken Eisendraht, durch dessen oberes En
horizontal ein Bleistift gesteckt ist. Vor der Spitze des le
teren wird ein mit Papier überzogener Cylinder durch e
Uhrwerk binnen 24 Stunden einmal um seine Axe gedreh
und man übersieht leicht, daſs beim Sinken oder Steigen d
Quecksilbers im Gefäſse und somit auch in der Röhre dur
Temperaturwechsel der Schwimmer in ungleiche Höhe geh
ben werden muſs und auf der Papierhülle des Cylinders d
die Thermometergrade aufschreiben kann, deren Gröſsen
voraus auf jenen Papierhüllen durch Linien gezeichnet sin
wobei man bloſs nöthig hat, beim Anstecken einer neuen Pa
pierhülle die Spitze des Bleistiftes auf den gerade dann st
findenden Thermometergrad einzustellen. Durch die groſ
Masse des enthaltenen Quecksilbers wird der Apparat zwar f
schnell wechselnde Temperaturen unempfindlich, jedoch ni
in dem Grade, daſs hierdurch seiner Brauchbarkeit für me
teorologische Beobachtungen Abbruch geschähe. Diesem se
ähnlich ist der von KLINGERT[2] erfundene *Thermometrograp*
welcher zugleich bestimmt ist, von Blinden durch das Gefü
abgelesen zu werden. Er besteht aus einer hohlen, 1 Pa
Fuſs langen, 4 Pfd. Quecksilber enthaltenden eisernen Säul

1 Bericht über die Vers. deutscher Naturf. und Aerzte in Pra
1837. S. 105.

2 Anzeige eines neu erfundenen Thermometers für Blinde. Bre
lau 1823. G. LXXV. 435.

f einem Fuſsbrete und mit einem luftdicht aufgeschraubten, rizontal liegenden, eisernen Balken, an dessen beiden Enden h 6 Zoll lange verticale Röhren befinden. Die eine von esen communicirt mit der Säule und ist gleichfalls bis zur älfte mit Quecksilber gefüllt. An einem verticalen Träger, der Mitte des Querbalkens, ist ein 7 Par. Zoll im Durchesser haltender Kreis befestigt, auf welchem Grade nach R. zeichnet sind und in dessen Mitte sich eine um feine Zaen drehbare Rolle befindet. Ueber diese geht eine Schnur, ren eines Ende an einem Schwimmer befestigt ist, weler auf dem Quecksilber in der einen genannten Röhre hwimmt, während das andere ein in die zweite Röhre rabhängendes Gegengewicht trägt; beide Röhren sind mit ckeln versehn, in denen feine Löchelchen zum Durchnge für die Fäden sich befinden. Durch das Steigen und llen des Quecksilbers in der einen Röhre in Folge seiner echselnden Ausdehnung durch Wärme steigt und sinkt der hwimmer, die daran befindliche Schnur dreht die Rolle in r Mitte der getheilten Scheibe und zugleich den an ihr festigten Zeiger, welcher auf der kreisförmigen Scale die ermometergrade angiebt. Am Rande derselben sind Zähne d Stifte zum Fühlen für Blinde eingeschnitten, in welche leichtes, vom Zeiger vorwärts zu schiebendes, aber nicht eder zurückfallendes Messingblech eingreift, wodurch das strument zugleich ein Thermometrograph wird; ein geöhnliches Thermometer dient dann zur Controle der gezeign Grade. Das Instrument soll wegen der groſsen Oberfläe und geringen Wärmecapacität, auch guten Wärmeleitung s Eisens hinlänglich empfindlich seyn, es ist aber, aus cht begreiflichen Gründen, nicht unter die Zahl der gebräuchhen Apparate aufgenommen worden.

72) d. Die Metalle sind wegen ihrer geringen Wärmecacität, der Gleichmäſsigkeit ihrer Ausdehnung und, mindens die meisten, wegen ihres Widerstandes gegen die Einrkung höherer Temperaturen zur Thermometrie vorzugsise geeignet, allein die Vermehrung ihres Volumens durch ärme ist nicht groſs und bei der Mehrzahl sehr gering, sie ıſs daher durch künstliche Mechanismen stark vergröſsert erden, um hinlänglich bemerkbar zu seyn. Aus dieser Urhe hat man sie nur wenig zur Construction der Thermo-

meter verwandt, mehr für *Pyrometer*, wovon bereits die Rede war; es giebt jedoch einige Apparate, welc Messen höherer Temperaturen durchaus nicht anwendb und daher hier erwähnt werden müssen. Das bekannte ter diesen ist von so vielen verschiedenen Künstlern au worden, ohne von den gleichen Bemühungen anderer K zu haben, weil das dabei zum Grunde liegende Princ wegen seiner Einfachheit sehr leicht darbietet, dafs es That schwer ist, den ersten Erfinder bestimmt anz Schon im letzten Decennium des vorigen Jahrhundert ich ein vom Uhrmacher Ahrens in Hannover ver Thermometer dieser Art gesehn, meistens nennt man de macher Jörgensen[2] in Kopenhagen als den Erfinder ben, Scholz[3] dagegen beschreibt dasselbe als eine Er des Uhrmachers Holzmann in Wien, und auch dasjenig ches Wrench[4] unter dem Namen *Taschenthermometer* ihm erfunden bekannt gemacht hat, ist ganz auf dieselbe construirt. Alle diese Thermometer haben die äufser einer Taschenuhr, auf deren Zifferblatte die Thermomet gezeichnet sind, die durch einen Uhrzeiger angegeben den. Im Innern dieser Uhr ist auf dem Boden oder m an der Seite das eine Ende a eines Bügels a b aus zusan gelötheten Blechen von Stahl und Messing unverrückbar schraubt, und da die beiden vereinten Metalle sich Wärme ungleich ausdehnen, so mufs dieser Bügel, w auch nach der ersten Krümmung umgebogen und mit parallel laufend rückwärts wieder bis zum Anfangspunct führt seyn kann[5], sich abwechselnd erweitern und vere Am andern freien Ende desselben befindet sich daher e serner Fortsatz, welcher gegen den kurzen Arm eines kelhebels drückt, dessen längerer Arm vermittelst eines

Fig. 119.

1 S. Art. *Pyrometer*. Bd. VII. S. 978.

2 Gehlen N. Journ. Th. VI. S. 500.

3 Anfangsgründe der Physik u. s. w. 3te Aufl. Wien 18 439. Jahrbücher des polytechnischen Institutes zu Wien. T S. 203.

4 Dingler polyt. Journ. Th. XLI. S. 102.

5 Auf diese Weise sind diejenigen Instrumente construirt, w F. Houriet zu Paris verfertigt. S. Library of useful knowl Hft. II. p. 33.

den gezahnten Sextanten oder Octanten $\alpha\beta$ bewegt, der seinen Zähnen in die Welle γ eingreift und diese um ihre dreht. Auf letztere ist der Zeiger aufgesteckt und zeigt auf die Thermometergrade, die nach einem richtigen meter auf dem getheilten Kreise gezeichnet sind, welzwei Linien breit an der Innenseite des Instrumenbefestigt ist und in der Zeichnung nicht sichtbar seyn weil er sich auf der entgegengesetzten Seite von derjebefindet, an welcher man den innern Mechanismus sieht. der stählerne Fortsatz des Bügels ohne Schlottern mit Arme des Hebels fest verbunden, hätte der längere Arm keinen Spielraum zwischen den Stiften, durch den Sextanten bewegt, und wäre jeder todte Gang den Zähnen und dem Getriebe vermieden, so würde Veränderung der Temperatur durch Vorgang oder Rückdes Zeigers angegeben werden. Da jene Bedingungen aber statt zu finden pflegen, so versieht man das Getriebe einer Spiralfeder, welche bewirkt, dafs die einzelnen stets dicht an einander liegen und somit jede Ausoder Zusammenziehung des Bügels durch den Zeiger wird. Neuerdings hat Winnerl[1] in Kopenhagen Thermometer wesentlich verbessert, indem vermittelst Schiebers zwei Zeiger ausgelöst werden, deren einer das , der andere aber das Minimum angiebt, wobei jeder Hauptzeiger, welcher zur Angabe der jederzeit be- Temperatur dient, unausgesetzt in Thätigkeit bleibt. entgegengesetzte Bewegung des Schiebers bewirkt, dafs sich allein bewegt, und so dient also der Apparat Thermometer, im Ganzen aber ist derselbe in dieglichen Ausführung so vortrefflich, dafs Schumaihn für den vollkommensten unter allen ihm bekannten [2].

Mit allgemeinem und grofsem Beifall wurde das durch

---

[1] Astronom. Nachr. Th. VII. 1829. N. 157. S. 218.

[2] Eine detaillirte Beschreibung dieses Apparates, welcher die der Meteorologen im hohen Grade verdient, wenn seine barkeit als Maximum- und Minimumthermometer wirklich ausnet ist, würde eine Menge von Zeichnungen erfordern und nur zunächst die ausübenden Künstler interessiren, weswegen sie hier weglasse und auf die angegebene Quelle verweise.

den berühmten Uhrmacher Breguet[1] zu Paris erfundene u
von ihm zugleich verfertigte Metallthermometer (*Thermom*
metallique, Thermomètre de Breguet) aufgenommen. Di
Fig. 120. selbe besteht aus einer spiralförmig aufgewundenen, etwa
bis 0,8 Millim. breiten Lamelle von Platin, Gold und Silb
von denen die beiden äuſseren für sich genügen würden, d
Gold aber dient als Mittel, um beide zusammenzulöthen. D
drei Lamellen sind ursprünglich von meſsbarer Dicke, we
den aber nach der Vereinigung bis zur Dünne von etwa 0
Millimeter ausgewalzt, dann zu einem schmalen Streifen
geschnitten und in dieser Gestalt zu einem etwa 1,5 Lin.
Durchmesser haltenden Cylinder von dicht neben einander li
genden Windungen schraubenförmig zur Länge von 2 bi
Zoll aufgewickelt, welcher mit dem oberen Ende an
Bügel ff befestigt ist, am unteren aber den sehr feinen
ger $\alpha\beta$ trägt. Letzterer schwebt frei über dem horizont
in Grade getheilten Kreise cc, welcher auf drei kurzen
ſsen ruht, die in ein hölzernes Fuſsbret ein wenig ein
lassen sind, und das Ganze ist dann mit einer Glasglo
überdeckt, die man beim Gebrauche abnimmt. Um den
ten Windungen mehr Haltung zu geben, wird durch die
ben ein geeigneter Messingstift gesteckt, dessen Knopf oben
δ sichtbar ist. Durch ungleiche Ausdehnung der beiden äuſse
Metalle wickelt sich die schraubenförmige Windung mehr
oder mehr zusammen und bewegt hierdurch den Zeiger
daſs er auf wachsende Grade der Kälte oder der Wärme ze
Das Instrument ist allerdings, hauptsächlich wegen der ger
gen Wärmecapacität und der auſserordentlichen Feinheit d
Lamelle, sehr empfindlich, jedoch bei weitem nicht so sehr
gewisse Arten des Differentialthermometers, seine Empfi
lichkeit zeigt sich aber vorzüglich dadurch, daſs es unter
Campane gestellt bei jeder Verdichtung und Verdünnung d
Luft sofort Ausscheidung oder Bindung von Wärme ze
wenn auch kein anderes Thermoskop dadurch afficirt wi
Andere Künstler, z. B. Oechsle in Pforzheim, wickeln d
Lamelle spiralförmig auf und verfertigen auf diese Weise
feine Thermometer in Form von Taschenuhren, Uhrschlüs

---

1 Ann. de Chim. et Phys. T. V. p. 312. Schweigg. Journ. XXX
p. 497.

w. LECHEVALLIER[1] hat vorgeschlagen, zu beiden Seiten des Hauptzeigers noch einen beweglichen Zeiger anzubringen, deren einer dann auf das Maximum, der andere auf das Minimum der Temperatur geschoben würde; allein nach dem Exemplare zu schliefsen, welches ich von BREGUET verfertigt besitze, ist hierzu die Spirale zu schwach.

4) Es wurde bereits oben[2] ein von A. NEUMANN in Vorschlag gebrachtes *Pyrometer* erwähnt, dessen nähere Beschreibung aber hierher verwiesen, weil es selbst die tiefsten Grade unter dem Gefrierpuncte zu messen dienen könnte und zur Classe der eigentlichen Thermometer gehört. Zunächst tadelt er an den von HOLZMANN und BREGUET angegebenen Thermometern, dafs die nach den veränderlichen Bogen gemessenen Grade nicht gleich seyn können, weil sich die Lamellen durch die Krümmung, selbst bei mefsbarer Dicke der beiden Metalle, verändern. Es ist aber hierbei zu berücksichtigen, dafs bei BREGUET's Thermometer die Lamellen höchst dünn sind und das zwischenliegende Gold blofs als Bindungsmittel dient, was NEUMANN übersehn hat, beide Thermometer aber werden, so wie das von CHRICHTON angegebene, nach einem genauen Quecksilberthermometer graduirt, wodurch die etwa statt findenden Ungleichheiten der Grade bis auf eine unmerkliche Gröfse verschwinden. NEUMANN bringt dagegen einen langen, schraubenförmig aufgewundenen Platindraht in Vorschlag und nimmt an, dafs dessen ganze Längenausdehnung auf den am einen Ende desselben befestigten Zeiger, wodurch das Zeigerwerk bewegt werden soll, wirken würde, was jedoch nicht der Fall seyn kann, weil die Ausdehnung vielmehr dazu dient, die Radien der einzelnen Windungen zu vergröfsern; denn wollte man einen solchen Draht schraubenförmig um einen unveränderlichen Cylinder winden, so würde derselbe nach der Erhitzung in Folge einer seiner Erweiterung vom Cylinder herabgleiten, ohne Vermehrung der Zahl seiner Windungen um ganze oder nur einen Theil derselben. Das Instrument könnte aber die demselben oben irrthümlich beigelegten Vorzüge wirklich erhalten, wenn man den feinen Platindraht um einen durch Wärme sich

---

[1] Bulletin univ. des Sc. math. et phys.

[2] S. Art. *Pyrometer*. Bd. VII. S. 994.

nur unmerklich ausdehnenden Cylinder, etwa von P
oder noch besser von Graphit, wickelte und ihn du
geeignetes Gegengewicht stets straff angezogen erhielte,
also die statt findende Verlängerung des Drahtes bei sei
deutenden absoluten Länge als ein vorzügliches Mitt
Messen hoher Temperaturen dienen könnte. Von die
schaffenheit hatte ich mir den Apparat gedacht, den i
her irrthümlich für sehr zweckmäfsig erklärte, da er v
nach der ursprünglichen Angabe gar nicht thermoskopisc
ken kann. Ohne Zweifel würden aber die vielen W
gen selbst bei einem sehr feinen Drahte auf der Oberflä
Cylinders zu viel Reibung erleiden und dadurch die
tung desselben in gespanntem Zustande bei wechselnden
peraturen unmöglich werden.

Bei dem entschiedenen Bedürfnifs guter Pyromete
es aber nicht unnütz seyn, folgende Construction eine
fachen und leicht ausführbaren Apparates hier in Vorsch
bringen. Graphit ist wegen seiner Unschmelzbarkeit un
geringen Ausdehnung durch Wärme bereits von Brong
und Daniell zu den Gestellen der Pyrometer gewählt w
bei dem nächstfolgenden kommt aufserdem die geringe Re
auf seiner glatten Oberfläche noch vortheilhaft zu statten.
Fig. 121. ist ein Fufsbret von Graphit, welches nebst den drei T
$\alpha\beta$, $\gamma\delta$ und λ aus einem soliden Stücke von solchen Di
sionen verfertigt ist, als das gehörige Verhältnifs zu
Haupttheile, dem Cylinder, erfordert. Auf den Träger
und $\gamma\delta$ ruht die mit ihren sehr feinen Spitzen in den
eingesteckte, bei dem zweiten in einen Einschnitt herab
sene, aus Platin bestehende Axe des Graphitcylinders a
dessen Umfange eine nur zweimal umlaufende Schrauben
dung unmerklich tief eingeschnitten ist. In dieser lie
grofse Hitzegrade ein feiner Platindraht, für geringere, nur bis
500° C. steigende, ein reiner Silberdraht, dessen unteres
s auf dem Fufsbrete befestigt, das andere aber um die Ze
axe l geschlungen, am kleinen Stiftchen o festgeknüpft
endlich mit dem Platingewichte p beschwert ist. S
hieraus wird die Wirkungsart des Apparates klar. Alle T
desselben bestehn aus Platin und Graphit, doch können
Faden und die Scale für geringere zu messende Temperat
auch von Silber seyn; dafs die Axe des Graphitcylinders,

welchen der thermoskopische Draht geschlungen ist, um ihre einen Spitzen leicht beweglich sey, ist zwar nicht nothwendig, weil der verlängerte oder verkürzte Draht ohnehin leicht über die glatte Fläche des Graphits hingleiten würde, indefs wird die Sicherheit und Empfindlichkeit des Apparates hierdurch auf jeden Fall vermehrt. Die allgemeine Beschreibung schliefst noch keine Dimensionen der einzelnen Theile in sich, die jedoch nothwendig angegeben werden müssen, weil sich danach die Brauchbarkeit im Ganzen ermessen läfst. Wir wollen daher annehmen, dafs die Ausdehnung des Platins nach Dulong und Petit[1] 0,0009839 seiner Länge für 100° C. betrage, und sonach läfst sich der Unterschied seiner Ausdehnung und der des Graphits in genähertem Werthe füglich = 0,0009 seiner Einheit annehmen. Der Umfang des Cylinders, um welchen der Draht gewunden ist, seinen Durchmesser zu 2 Par. Zoll angenommen, beträgt 6,28 Z., eine Gröfse, die füglich als eine mittlere und für die meisten Zwecke als am besten geeignet gelten kann, obgleich man auch nach Umständen gröfsere oder kleinere Dimensionen des ganzen Instrumentes wählen könnte. Hiernach geben zwei Umwindungen des Platindrahtes 12,54 Zoll, und wenn wir für die beiden Enden, das eine bis zum Puncte seiner Anknüpfung auf dem Fufsbrete, das andere bis an den Stift seiner Befestigung auf der Welle, noch 1,46 Zoll rechnen, um eine runde Zahl zu erhalten, so beträgt die ganze Länge des die Temperatur durch seine Ausdehnung oder Zusammenziehung messenden Drahtes 14 Zoll und seine Verlängerung durch eine Temperaturvermehrung von 100° C. $14 \times 0,0009 = 0,0126$ Z. oder 0,1512 Par. Linien. Setzen wir den Umfang der Platinwelle, um welche das letzte Ende des Drahtes geschlungen ist, deren eigene Ausdehnung durch die des umgeschlungenen Drahtes compensirt wird, in runder Zahl = 3 Linien, so wird diese durch einen Temperaturwechsel von 100° C. um ihren 20sten Theil oder um 18 Grade im Bogen umgedreht, mithin durch 1000° C. um 180 Grade oder einen Halbkreis, und wenn dann die Länge des Zeigers zu nahe 4 Zoll, also die des Bogens, welchen seine Spitze durchläuft, zu 12 Zoll angenommen wird, so ergiebt sich die Gröfse eines Grades der

1 S. Art. *Ausdehnung.* Bd. I. S. 532.

Centesimalscale = 0,072 Par. Linien und die Scale kann a
so füglich von zwei zu zwei Centesimalgraden abgelesen we
den. Wäre statt eines Platindrahtes ein Silberdraht gewä
dessen Ausdehnung = 0,0017 gesetzt werden kann, so wü
den die angegebenen Gröfsen im Verhältnifs von 17 : 9 wa
sen und also die Längen der einzelnen Grade 0,136 Lini
betragen.

In dieser einfachen Gestalt dürfte der Apparat am zwec
mäfsigsten seyn, und ich berühre nur kurz einige sonsti
Bedingungen, die sich von selbst darbieten. Dahin geh
zuerst, dafs der Zeiger genau in seinem Schwerpuncte bala
cirt seyn müsse, damit für seine Bewegung blofs die Re
bung, die sein eigenes Gewicht und das der Welle und d
kleinen Platinkugel p erzeugen, zu überwinden wäre, welc
bei der Feinheit der Spitzen, um die sich die Welle dr
der Glätte der Graphitflächen und dem geringen absoluten G
wichte aller dazu gehörigen Theile nur unbedeutend se
kann, so dafs die geringste Spannung des Drahtes sie leic
überwinden wird. Ferner mufs der Zeiger blofs aufgest
seyn, um ihn gehörig zu richten, sowohl anfänglich bei A
findung der festen Puncte, als auch später, wenn etwas a
Apparate verrückt seyn sollte oder ein neuer Draht einge
gen werden müfste. In der angenommenen Form liefse si
das Instrument auf ein Klötzchen von Graphit oder ei
sonstige geeignete Unterlage stellen, unter gegebenen Umstä
den könnte dieses unnöthig seyn, auch übersieht man bal
dafs sich die Welle des Zeigers willkürlich verlängern las
um die Scale entfernt von der Wärmequelle zu beobacht
und ebenso bietet sich von selbst dar, dafs man die W
mit einem gezahnten Rade oder einem gezahnten Bogenth
versehn könne, um durch Eingreifen in ein kleineres Getri
die zu messenden Grade mehrfach zu vergröfsern.

75) e. In einem besondern Artikel[1] wurden bereits d
verschiedenen Constructionen von Leslie's Differentialtherm
meter beschrieben. Diese haben zwar seit der Entdeck
der thermomagnetischen Apparate ihren Werth als Mefswe
zeuge sehr geringer Wärmegrade verloren, allein ihr G
brauch als Photometer ist noch durch keine andere Vorric

1 S. Art. *Differentialthermometer*. Bd. II. S. 535.

ng ersetzt worden, und es wird daher nicht überflüssig seyn, e spätere Construction derselben, die ohnehin wenig bekannt t[1], hier noch nachträglich zu beschreiben. Hauptsächlich esteht der Unterschied dieser Instrumente und der einen Art er bekannten Differentialthermometer in ihrer Kleinheit, denn ie Kugeln b und c, die eine, in der Regel die obere, von schwarzem, die andere von durchsichtigem Glase, haben nur ,5 bis 2, höchstens 2,5 Linien im Durchmesser, die Röhre, oran sie befestigt sind, ist dünn und von der Weite, als ie bei gewöhnlichen Weingeistthermometern, und die ganze änge von der unteren Biegung bis zur oberen Kugel beträgt nicht mehr als 2,5 bis 5 Zoll. Die Röhre wird mit gefärbtem, sehr reinem Weingeiste oder Schwefeläther gefüllt[2] und nach hinlänglichem Sieden zur Entfernung der Luft zugeschmolzen, wenn gerade so viel der Flüssigkeit noch zurückgeblieben ist, als hinreicht, die kürzere Röhre von der Kugel bis durch die Krümmung gefüllt zu erhalten, eine Bedingung, welche die Verfertigung sehr erschwert[3]. Zur Montirung dient ein hölzerner Fuſs mit einem verticalen Cylinder, welcher bei a a zur Hälfte weggeschnitten ist. Auf die hierdurch gegebene Fläche, worauf die in feine willkürliche Theile getheilte Scale gezeichnet ist, wird das Photometer befestigt, dessen untere Krümmung in den hölzernen Cylinder eingesenkt ist; am untern Theile dieses Cylinders bei d d befindet sich eine Schraube, um einen hohlen hölzernen Cylinder A aufzuschrauben. Hierdurch wird das Instrument im völligen Dunkel erhalten, bei der Wegnahme des Deckels aber wirkt das verschieden intensive Licht auf die beiden Kugeln und bewirkt eine ungleiche Höhe oder eine Veränderung des Standes der Flüssigkeit in beiden Schenkeln.

Fig. 122.

Fig. 123.

1 Ich finde sie bloſs in Library of useful knowledge. Lond. 1828. Part II. p. 42. beschrieben, habe sie aber zu Edinburg in ihren verschiedenen Modificationen gesehn.

2 Welche von beiden Flüssigkeiten empfindlicher sey, habe ich an meinen Exemplaren noch nicht aufgefunden. Ein leicht wahrnehmbarer Unterschied scheint mir nicht vorhanden zu seyn, doch fand Landriani die Empfindlichkeit des absoluten Alkohols und des Schwefeläthers wie 11:15. S. Brugnatelli Giornale di Fis. Dec. II. T. I. p. 342.

3 Sie werden vom Mechanicus Loos in Darmstadt sehr gut verfertigt.

76) Rumford[1] construirte ein Instrument, bestimmt um sehr geringe Wärmemengen, zugleich auch den Unterschied zweier Wärmequellen zu messen, wodurch es Aehnlichkeit mit Leslie's Differentialthermometer erhält, und nannte es *Thermoskop*. Eine horizontale, 17 Zoll lange Glasröhre de, an einem Brete befestigt, an beiden Enden rechtwinklig aufwärts gebogen, ist mit den 10 Zoll langen, vertical aufstehenden Theilen ad, a'e verbunden, welche oben mit einer Kugel von 1,5 Zoll Durchmesser versehn sind. Die Weite der Röhre soll so seyn, dafs 1 Z. Länge derselben 15 Gran Quecksilber fafst. Durch die offene Spitze b wird ein Tropfen gefärbten Weingeists hineingebracht, welcher in der Röhre ungefähr die Länge von 0,75 Zoll einnimmt, dann wird die Oeffnung der Spitze b an der Lampe zugeschmolzen und Sorge getragen, dafs bei gleicher Temperatur beider Kugeln der Weingeist sich genau in der Mitte der horizontalen Röhre befindet. Wirken gleiche Wärmequellen auf beide Kugeln, so bleibt der Weingeist unbeweglich, ungleiche aber dehnen die Luft verschieden aus, und diese treibt den Weingeist nach derjenigen Seite hin, deren Kugel am wenigsten erwärmt ist, wobei Rumford zu finden glaubte, dafs die Intensitäten der Wärme den Quadraten der Entfernung umgekehrt proportional seyen. Will man die Wirkung der einen Wärmequelle oder die nach einer Seite hin sich äufsernde aufheben, so geschieht dieses leicht durch einen Schirm von Goldpapier, auch kann man die Kugeln gegen gewisse Einflüsse empfindlicher machen, wenn man sie mit schwarzem Tusch überzieht. Dieser Apparat, sofern er als sehr empfindliches Luftthermoskop dient, ist für den jedesmaligen speciellen Gebrauch vielfach abgeändert worden, indem man statt der Kugeln flache Cylinder mit grofsen Oberflächen anbrachte, die Röhre bedeutend verlängerte, zuweilen auch nur einen einzigen Luftbehälter mit einer langen Glasröhre wählte u. s. w. Rumford wufste bei der Construction dieses Apparates schwerlich, dafs ein ähnlicher und obendrein weit empfindlicherer, *Mikrocalorimeter* (aus dem griechischen Worte *μικρὸς* klein, dem lateinischen *calor* Wärme und dem griechischen *μετρέω* ich messe, nicht

Fig. 124.

1 Philosoph. Trans. 1804. P. I. p. 99. Mém. de l'Inst. T. V p. 71.

[...]en beifallswerth, zusammengesetzt) genannt, durch G. G. [Sch]midt[1] erfunden und von Ciarcy ausgeführt worden war. [D]ieses besteht aus einer horizontalen, drei Fuſs langen oder [se]lbst noch längeren Glasröhre c d, welche an beiden Enden [zu]erst etwas aufwärts, dann gekrümmt herabwärts gebogen [u]nd mit zwei Kugeln a, b versehn wird. Durch die feine Spitze der einen Kugel bringt man etwas gefärbten Weingeist in den Apparat, schafft alle darin enthaltene Luft durch Siedenlassen des Weingeistes fort, verschlieſst sogleich die Spitze und schmelzt diese an der Lampe zu. Von dem Weingeiste bleibt ungefähr so viel in den Kugeln zurück, daſs nicht mehr als 0,25 bis 0,2 ihres Inhalts damit gefüllt und er in beiden gleichmäſsig vertheilt ist; es wird dann dafür gesorgt, daſs bei gleicher Wärme beider Kugeln ein Faden Weingeist von etwa 1 Zoll Länge sich in der Mitte der Röhre bei α befindet, welcher bei ungleicher Temperatur der Kugeln durch die mehr elastischen Weingeistdämpfe der einen nach der Seite der andern hingetrieben wird. Weingeistdämpfe sind ausnehmend empfindlich gegen Wärme, und um so mehr, [j]e höher die Temperatur derselben ist; im Allgemeinen wächst [d]ie Empfindlichkeit mit der Gröſse der Kugeln und der [L]änge der Röhre, weswegen die erstere eine Weite von 1,5 Zoll, die letztere von nicht mehr als 0,5 Linie innerem Durchmesser haben müssen, auch ist erforderlich, daſs die Füllung mit sehr reinem Alkohol oder mit Schwefeläther geschehe. Eine eigentliche genaue Messung der Wärme nach Thermometergraden ist zwar mit diesem Apparate nicht wohl möglich, wenn man aber beobachtet, durch was für lange Räume der Weingeist in der Röhre in Folge einer geringen Temperaturerhöhung der einen Kugel getrieben wird, so kann man [b]egreiflich finden, daſs Schmidt die Empfindlichkeit dieses Thermoskopes zu $\frac{1}{1000}$ eines Grades nach R. angiebt.

Fig. 125.

Alle frühere, zum Messen geringer Wärmeunterschiede bestimmte Apparate werden bei weitem durch die neuesten ther[m]oelektrischen oder thermomagnetischen übertroffen. Sobald die [E]ntdeckung gemacht worden war, daſs durch Erwärmen der Löth[st]ellen verschiedener Metalle ein elektrischer Strom entstehe,

1 Handbuch der Naturlehre. Gieſsen 1801. 2te Auflage. 1813. [I.] 319.

welcher die Magnetnadel ablenke, lag der Gedanke seh
diese Abweichung der Magnetnadel zum Messen der Wä
benutzen, und durch weiteres Verfolgen dieser Idee g
man allmälig zur Construction der jetzt bekannten f
thermomagnetischen Thermoskope und Thermometer, d
vollem Rechte *Mikrothermoskope* und *Mikrothermomet*
fsen können. Die Hauptmomente der allmäligen Verbes
dieser Instrumente sind folgende.

77) f. Von unerwartet grofsem Einflusse auf die Th
metrie war die Erfindung der Nobili'schen Doppelnad
die Vervollkommnung des *Multiplicators* oder *Galvano*
weil beide vereint die geringsten elektrischen Ström
durch Ablenkung der Magnetnadel sichtbar machen. So
der oben beschriebene Apparat[1] schon ein höchst emp
ches Thermoskop, Becquerel[2] ging aber sogleich bei
Wiederholung der durch Seebeck angegebenen thermoel
schen Versuche zur eigentlichen Thermometrie über, *ind*
vermittelst zweier aus verschiedenem Platin verfertigten
ihren einen Enden vereinten Drähte die Hitze der versch
nen Theile einer Weingeistflamme mafs, wobei er von
durch spätere Versuche bestätigten Satze ausging, dafs di
zeugten Ablenkungen der Magnetnadel den Intensitäten
Hitze um so mehr direct proportional sind, je höher
Schmelzpuncte der gewählten Metalle liegen. Seitdem ist
Aufgabe im Allgemeinen aufgefafst, Becquerel auf dieser
mal von ihm betretenen Bahn, die Temperaturen durch
zwei vereinte Metalle, also durch Anwendung der einfa
thermomagnetischen Kette zu messen, fortgeschritten, No
dagegen bemühte sich, die Kraft durch Verbindung meh
abwechselnd vereinter Metalle zu verstärken oder die
sammengesetzte thermoelektrische Kette anzuwenden, Beide
sind zu gleich wichtigen, höchst interessanten Resultaten
langt. Nobili[3] entdeckte sofort nach der Erfindung der D

---

1 S. Art. *Thermomagnetismus.* Fig. 50.

2 Ann. Chim. et Phys. T. XXXI. p. 371. Poggendorff A
IX. 357.

3 Biblioth. univ. T. XXIX. p. 124. Vergl. Dublin Journ. N
p. 227.

nadel und mit Anwendung des Multiplicators, dafs geringe mperaturunterschiede in der Löthstelle zweier verbundener talle einen elektrischen Strom erzeugen, welcher der in nem Multiplicator an einem Coconfaden aufgehangenen Doppelnadel eine sehr beträchtliche Abweichung gab. Durch weiteres Verfolgen des ganzen Problems gelangte er einige Jahre päter zur Construction seines ersten *Thermomultiplicators ler elektrischen Thermoskopes*, eines Apparates, welcher wohl a zweckmäfsigsten der Analogie nach die *zusammengesetzte ermoelektrische Säule* oder *Kette* genannt werden könnte, die Bezeichnung *Multiplicator* schon für einen andern Apparat in Anspruch genommen ist. Dieser sehr empfindliche ermoskopische Apparat[1], welchen Nobili *Pila a Scatola* nnt, besteht aus sechs geeigneten Stücken Antimon und ismuth, die mit ihren Enden zusammengelöthet und in einer gemeinschaftlichen verticalen Ebene liegend die 11 Löthllen und die beiden Pole A und B zeigen. Um die Wirngen der ungleichen Erwärmung auf die eine Reihe der thstellen mehr zu concentriren, werden diese 6 Combinanen in einen Kreis zusammengebogen und in eine Büchse SS bracht, aus welcher die beiden etwas verlängerten Enden er Pole A′, B′ hervorragen, um sie mit den beiden Drahtden des Multiplicators in Verbindung zu bringen. Man ht bei dieser Vorrichtung nur die eine ungerade Reihe der thstellen, 1, 3, 5, 7, 9, 11, die geraden sind durch die ichse verdeckt und zugleich in Gyps eingeschlossen, indem e Büchse nach dem Einsetzen der 6 Combinationen mit Gyps ler Harzkitt ausgefüllt wurde, um dadurch zu bewirken, dafs Metalle an keiner andern Stelle, als wo sie zusammengehet sind, mit einander in Berührung kommen. Dieser Apat zeigte sich sofort sehr empfindlich, gab unter der Camne augenblicklich die Bindung der Wärme durch Verdünng der Luft an, und selbst nach den verschiedenen Seiten es Zimmers hin gerichtet machte er den Einflufs der unichen Zurückwerfung der Wärme von den Wänden sicht-. Um das Hindernifs zu beseitigen, welches gegen die htere Aufnahme der Wärme aus der Blänke der Metallflä-

Fig. 126.

Fig. 127.

1 Bibliothèque univ. T. XLIV. p. 225. Poggendorff Ann. XX. . Schweigger's Journ. Th. LX. S. 433.

chen entspringt, pflegt man diese mit einem schwarzen zuge zu bedecken.

78) Nobili erwähnt bei der Beschreibung dieses rates, dafs Melloni sich einen solchen verschafft, ihn einigen Stücken verbessert, hauptsächlich durch verm Gröfse der vereinten Elemente verfeinert habe, und na Beschreibung ist dieses abgeänderte Thermoskop kein als dasjenige, welches später durch beide Gelehrte g schaftlich bekannt gemacht, von Letzterem aber zu wichtigen Untersuchungen über das Verhalten der Wär braucht wurde. Nobili brachte es sofort dahin, dafs diese, sogleich näher zu beschreibende Weise 40 Ele nach beiden Seiten symmetrisch geordnet und also au durch Wärme afficirbar, mit einander vereinigte und d ein Thermoskop von wahrhaft erstaunenswürdiger Em lichkeit erhielt. Rücksichtlich seiner Bemühungen, dies parate weiter zu vervollkommnen, bezieht er sich selb die Sammlung seiner Memoiren[1], die ich jedoch nic Hand habe; inzwischen sind zwei eigenthümliche Constr nen von ihm bekannt geworden[2], die ich theils aus Ac gegen das Andenken des berühmten Erfinders, theils wei vielleicht neue Ideen daran knüpfen lassen, hier kurz e ne. Der eine Apparat, den er *Pila a Raggi* nennt, b aus einer möglichst grofsen Menge vereinter dünner St oder nadelartiger Stäbchen von Wismuth und Antimon, auf einer Kreisfläche so zusammengelegt sind, dafs die Reihe ihrer Löthstellen sich um ein Centrum in einem von etwa nur zwei Linien im Durchmesser vereinigt. I Kreis der von der Mitte aus strahlenartig aus einander la den Elemente wird in eine Dose gelegt, deren Mitte an den Seiten ein Loch hat, um die Wärmestrahlen eindri zu lassen, die sonach die eine Reihe der Löthstellen tr und auf die eine dieser Oeffnungen ist ein etwa 2 Zoll l Rohr gesetzt, welches am andern Ende mit einem D verschlossen wird, um durch ein veränderlich grofses Lö

1 Memorie cet. Del Cav. Prof. L. Nobili. Firenze 1834. T p. 47.

2 Descrizione di due nuove pile termoelettriche cet. Firen 24 Settembre 1834.

-gen in letzterem Licht einzulassen, wenn man dessen Wär-
-meerregung prüfen will. Der zweite Apparat, welchen No-
-bili in Vorschlag gebracht hat, wird von ihm *Pila a fessura*
-genannt; die verbundenen Elemente der thermoelektrischen
-Kette liegen dabei in derselben Ebene und die eine Reihe
-der Löthstellen liegt in einer diese schneidenden Linie. Die
-Construction wird völlig klar durch die Zeichnung, worin a
-und b die Elemente Antimon und Wismuth, A und B die
-beiden Pole und die Zahlen 1, 3, 5, 7 die eine Reihe der
-in gerader Linie liegenden Löthstellen, die geraden Zahlen 2,
-4, 6 aber die andern Löthstellen bezeichnen. Die Lage der
-Löthstellen in einer Linie ist für viele Versuche wichtig, wo
-nur ein einzelner Wärmestreifen zur Untersuchung kommt,
-namentlich wenn es sich um die Auffindung der Wärmeinter-
-ferenzen handelt. Nobili hatte daher schon vorher[1] einen
-hierzu geeigneten Apparat ersonnen und *pila a pettine* ge-
-nannt, weil die eine Reihe der Löthstellen nach Art der Zin-
-ken eines Kammes über einander liegt.

Fig. 128.

79) Das Hauptinstrument, welches allen späteren zum
-Grunde liegt und durch beide Gelehrte, Nobili und Mel-
-loni, gemeinschaftlich erfunden wurde[2], besteht aus einer ther-
-moelektrischen Säule und einem hierfür geeigneten Galvano-
-meter oder Multiplicator. Die Säule besteht, wie die Zeich-
-nung sie und ihre Fassung im verticalen Durchschnitte zeigt,
-aus 38 Paaren Wismuth und Antimon mit zwei Drähten a
-und b, die von den äufsersten Stücken diese Metalle, also den
-Polen ausgehn und den elektrischen Strom zum Multiplicator
-führen. Die Stücke, welche als Elemente der Säule dienen,
-sind von abgeplatteter prismatischer Gestalt, an den Enden
-keilförmig verjüngt und unter sehr spitzen Winkeln zusam-
-mengelöthet, wie man dieses bei einigen derselben, nach der
-Seitenansicht gezeichnet, wahrnimmt. Die einzelnen Verbin-
-dungen der hieraus entstandenen zusammenhängenden Metall-
-stäbe sind so geordnet, dafs sie sich etwa in ihrer Mitte
-sämmtlich in einen Ring vereinigen lassen, wobei sich von
-selbst versteht, dafs sie von dem metallenen Ringe elektrisch
-isolirt seyn müssen, so wie es erforderlich ist, dafs die zu-

Fig. 129.

Fig. 130.

1 Memorie cet. T. II. p. 48.
2 Poggendorff Ann. XXVII. 440.

sammengelötheten Stücke bloſs an diesen Löthstellen, aber nirgends, unter sich und mit andern in Berührun men dürfen. Die beiden Metalle sind durch die ge Buchstaben a, b (Antimon, Wismuth) bezeichnet, Reihe der Löthstellen, die der ungeraden, liegt in d vorderen Ebene, parallel mit dem Ringe, die andere, geraden, in der andern hinteren; zwei von den Polen hende, durch den Ring hindurchgeführte Drähte c, c' zugespitzt, daſs sich die Hülsen F, F', welche mit d den des Multiplicatordrahtes in Verbindung stehn, m genau berührend darauf stecken lassen. Es ergiebt sic nach von selbst, daſs bei Erwärmung oder Erkältung nen Reihe von Löthstellen, während die andere die hende Temperatur behält, ein elektrischer Strom den nometerdraht durchläuft und die Magnetnadel nach de oder andern Seite ablenkt. Am Binge endlich ist ein Z mit einer Schraube befestigt, um den Apparat auf eine stelle festzuschrauben, welches eine Drehung desselbe einer beliebigen Gegend hin gestattet. Die Erfinder ken mit Recht, daſs dieses Thermoskop durch die leicht nahme der Wärmestrahlen einen groſsen Vorzug vor Wärmemessern hat, bei denen die Glashülle hindernd weswegen dasselbe sich bei den ersten Versuchen s weit empfindlicher zeigte, als ein Rumford'sches Therm Um die Wärmestrahlen, insbesondere wenn sie von entf Orten herkommen, besser aufzufangen, wird auf die V seite des Instrumentes eine kegelförmige Hülle R aufge auf die hintere aber ein Cylinder T, um die entgegeng ten Löthstellen gegen den Einfluſs aller äuſsern Wärm len zu schützen; beide sind inwendig geschwärzt und n nem Deckel versehn, den man nach Umständen schlieſsen öffnen kann.

Fig. 131. 132.

80) Die hier beschriebene Construction der durch ganz auſserordentliche Empfindlichkeit so ausgezeichneten *moelektrischen Thermometer* hat man seitdem im Wes chen beibehalten, und insbesondere sind sie von Mello seinen wichtigen Untersuchungen über das Verhalten der W angewandt worden, wovon seiner Zeit die Rede seyn wird[1].

---

1 S. Art. *Wärme, strahlende.*

werden von GOURJON in Paris zugleich mit den übrigen, von MELLONI gebrauchten Apparaten verfertigt, man erhält sie aber sehr fein und höchst sauber gearbeitet von OERTLING in Berlin, zugleich mit einem geeigneten Multiplicator, für 32 Thaler, und nach einem solchen Exemplare ist die Zeichnung entworfen. Man erkennt darin bald das messingne Stativ mit einem Fuſse AB und dem Träger ab, welcher hohl und mit einer in ihm beweglichen massiven Stange versehn ist, um das Instrument vermittelst einer Klemmschraube bei b höher oder niedriger zu stellen. In dem messingnen Cylinder ss befinden sich 28 an ihren Enden zusammengelöthete Paare von Wismuth und Antimon[1], welche vorn in 4 Reihen, jede mit 7 Elementen so geordnet sind, daſs die flachen, scharf keilförmig zugespitzten Enden eine mit der vordern Grundfläche des sie einschlieſsenden hohlen Cylinders ss parallele, um 0,5 bis 1 Linie zurücktretende Ebene bilden, der Cylinder hat vorn einen aufgesteckten und hinten einen aufgeschraubten Deckel, ist vermittelst des Scharnieres g in verticaler und vermittelst des in dem hohlen Träger ab steckenden Stabes in horizontaler Ebene drehbar, wobei er jedoch durch Reibung in jeder ihm gegebenen Lage ruht. An beiden Seiten des Cylinders, einander gegenüber, sind messingne Säulchen α, α angeschraubt (wovon nur eins in der Zeichnung sichtbar ist), die mit den Polen der Säule in leitender Verbindung stehn, in welche dann die zum Multiplicator führenden Leitungsdrähte vermittelst kleiner Schrauben festgeklemmt werden. Letztere müssen von angemessener Dicke, ungefähr 0,1 Lin. stark seyn und stehn mit den Windungen des Multiplicators in unmittelbarer Verbindung, dessen Construction bereits beschrieben worden ist[2]. Bei den von GOURJON verfertigten Apparaten haben die Nadeln 53 Millim. Länge, der Multiplicatordraht hat 0,76 Millim. Dicke und ist 30mal umgewunden.

Fig. 133.

Wie schon erwähnt worden, ist BECQUEREL[3] der anfänglichen Construction thermoelektrischer Säulen treu geblieben

1 MELLONI's Säule enthält 50 Paare. S. BECQUEREL Traité expérimental de l'Électricité. T. III. p. 425.
2 S. Art. *Multiplicator*. Bd. VI. S. 2281.
3 Traité expérimental de l'Électricité. T. IV. p. 1 ff.

und hat durch Verbesserung dieser Combinationen zwe
mente für die Thermometrie wohl unzweifelhaft eben
genützt, als NOBILI und MELLONI durch die zusam
setzte Säule, hauptsächlich insofern es ihm gelungen i
gentliche Thermometer zu erhalten, statt dafs die letzt
ten Gelehrten nur Thermoskope, allerdings von ganz
warteter Feinheit, geliefert haben. Das Princip, wor
Messung der Wärme beruht, besteht ganz einfach dari
zwei Löthstellen der Apparate in Anwendung kommen,
eine auf einer genau bestimmten Temperatur erhalten,
dere der zu messenden ausgesetzt wird, und die dan
der einen oder andern Seite statt findende Abweichu
Magnetnadel des Multiplicators giebt den Unterschied
Temperaturen, nachdem man vorher durch genaue Ve
ausgemittelt hat, welches Verhältnifs zwischen der Men
von der Nadel durchlaufenen Bogentheile zu der Zah
Thermometergrade statt findet.

81) BECQUEREL unterscheidet diejenigen thermoe
schen Apparate, die bestimmt sind, höhere Temperatu
messen, von denen, die für mittlere, etwa von — 5
+ 100° C., in Anwendung kommen. Ein solcher der erste
ist bereits[1] erwähnt worden und besteht aus zwei Drähte
verschiedenartigem Platin. Man wählt für hohe Temper
absichtlich zwei in der thermoelektrischen Reihe nicht
von einander abstehende Metalle, damit die Abweichung
Magnetnadel nicht zu stark ist, also auch Platin und
dium, ungefähr 0,3 Millim. dick, die man mit ihren
Enden nur durch einen Knoten zusammenschürzt. Diese
den vereinten Metalle haben, ebenso wie zwei versch
Arten Platin, die Eigenschaft, dafs bis mindestens 350° C
Abweichungen der Magnetnadel in Folge des elektrischen
mes, welcher entsteht, wenn man eine der Löthstellen a
C. oder auf einer sonstigen constanten niedrigen Tempe
erhält, die andere aber der Hitze aussetzt, den Graden
Wärme fortwährend proportional bleiben. Mit einem A
rate aus zwei Platindrähten mafs BECQUEREL in Verbin
mit BRONGNIART die Hitze eines Porzellanofens zu Sè
und fand sie bei einer Abweichung der Magnetnadel von 2

---

1 S. Art. *Thermomagnetismus*, am Ende.

ch dem vorher ausgemittelten Verhältnisse = 2542°,8 C., wonach also die höchsten Temperaturen hierdurch mefsbar sind.

82) Sollen geringere Temperaturen unter 100° C. gemessen werden, so müssen die Metalle zu den besser leitenden gehören, damit der durch geringe Wärmeunterschiede erregte elektrische Strom die Magnetnadel genügend zur Abweichung bringt, und BECQUEREL giebt daher einer Verbindung von Kupfer und Eisen den Vorzug. Dahin gehört dann auch der Apparat, womit er selbst und BRESCHET die Temperaturen in verschiedenen Tiefen des Genfersees untersucht haben[1] und den man überhaupt bei unzugänglichen oder mit sonstigen Thermometern nicht wohl erreichbaren Orten anwendet. Senkt man die Drähte ins Wasser oder ist ein nachtheiliger Einflufs von Säuren zu fürchten, so müssen sie verzinnt, mit Seide umwickelt und mit Pech oder Harzfirnifs überzogen werden. Man windet dann die vereinten Drähte um eine Rolle, die sich mit einer Handhabe umdrehn läfst, und senkt die beiden zusammengelötheten Enden bis an den Ort hinab, dessen Temperatur man messen will. Auf diese Weise kann die Wärme in gröfseren Tiefen, z. B. in Bohrlöchern, gefunden werden, sobald sie von derjenigen der Oberfläche, wo sich die andere der Löthstellen befindet, verschieden ist, und wenn der Doppelfaden der Metalldrähte nicht länger als etwa 20 Meter ist, so sollen sogar Bruchtheile eines Centesimalgrades mefsbar seyn. Will man die Temperaturen der Wasserschichten in Seeen bis 150 oder 200 Meter Tiefe messen, so senkt man die zusammengelötheten Enden, nachdem sie mit einem Gewichte von etwa zwei Kilogrammen beschwert worden sind, langsam hinab, und gewahrt sogleich, durch die beobachtete Ablenkung der Magnetnadel, ob die Temperatur sich ändert, was selbst ein Registerthermometer nicht leistet. Für geringere Tiefen ist eine Dicke der Drähte von 1 Millim. hinreichend, müssen sie aber bis 400 Fufs lang oder länger seyn, so werden Temperaturunterschiede von 10° bis 15° nur schwer angezeigt, und man müfste dickere Drähte nehmen, wenn dadurch der Apparat nicht zu unbehülflich würde. Fig. 134.

83) Von gröfster Wichtigkeit ist die Anwendung dieser

1 S. Art. *Temperatur*. S. 270.

Gattung von Apparaten zur Erforschung der Temperaturen i
den Organen lebender Pflanzen und Thiere, wohin man selb
mit den kleinsten Thermometern entweder überhaupt oder oh
nachtheilige und die Versuche selbst störende Verletzung
nicht dringen kann, nicht zu gedenken, dafs andere Therm
meter stets eine Menge Wärme absorbiren, ehe sie nach Ve
lauf einiger Zeit die Temperatur der Umgebung anzeig
weswegen sich schnell vorübergehende Wechsel mit ihn
nicht messen lassen. Bei den thermoelektrischen Apparat
genügen Nadeln aus zwei zusammengelötheten Metalldräht
von nicht mehr als 0,5 Millim. Dicke und einem Decimet
Länge, zuweilen blofs mit ihren Spitzen zusammengelöth
und übrigens durch eine feine Membrane getrennt; die ande
beiden Enden werden dann mit den Drahtenden eines em
pfindlichen Thermomultiplicators oder Galvanometers verbun
den. Kupfer und Stahl eignen sich vorzüglich zu solche
Apparaten, die Becquerel wegen ihrer Bestimmung zum Me
sen der Wärme in Pflanzen und Thieren *thermophysiologisc*
nennt und deren Empfindlichkeit so grofs seyn soll, dafs s
0^{0},01 C. angeben. Dabei ist erforderlich, dafs die and
Löthstelle in einer constanten, von der zu untersuchend
wenig verschiedenen Temperatur erhalten werde. – Für die
Zweck hat Sorel einen eigenen Apparat ersonnen, es sche
mir aber nicht nöthig, die Beschreibung desselben hier m
zutheilen, da sich leicht geeignete Vorrichtungen hierfür h
stellen lassen. Um zu wissen, welche Temperatur die Spi
der thermoelektrischen Nadel beim Einstechen in einen veg
tabilischen oder animalischen Körper gehabt habe, darf m
sie nur in ein Gefäfs mit Wasser tauchen und dessen Tem
peratur so lange erhöhn, bis die Magnetnadel eine gleiche A
weichung erreicht; aufserdem aber giebt die Abweichung d
Magnetnadel bei einem gemessenen Unterschiede der Wär
dieses Wassers und der Umgebung das Verhältnifs derjeni
Wärmegrade an, die eine gewisse Abweichung der Mag
nadel bewirken. Es ist bei diesen Apparaten nicht nöth
die Enden der Drähte an die des Multiplicators zu löth
sondern es genügt, sie mehrmals so umzuschlingen, wie
Zeichnung angiebt, da es genugsam erwiesen ist, dafs gen
Berührung blanker Metallflächen zur Fortführung des elek
schen Stromes hinreicht. Solche Windungen kann man m

Fig. 135.

leben aufstecken und abziehn, dann ist es aber räthlich, ihre
nen Flächen zuweilen mit einer kleinen runden Feile oder
m geeigneten Ausräumer wieder blank zu machen. Beim
en der Löthstelle zweier Drähte in einen lebenden
abilischen oder animalischen Körper kann es sich ereig-
n, dafs die beiden Metalle mit der vorhandenen Feuchtig-
t eine hydroelektrische Kette bilden, deren Wirkungen
n von den thermoelektrischen nicht leicht zu unterschei-
n sind. Man vermeidet dieses, wenn man die einzuste-
nden Drähte mit Schellackfirnifs überzieht und diesen Ue-
zug von Zeit zu Zeit erneuert, was jedoch den Schmerz
im Einstechen vergröfsert. Endlich ist aber noch zu bemer-
n, dafs man die Leitungsdrähte, welche von den zusam-
ngelötheten Nadeln zum Multiplicator führen, nicht beträcht-
h verlängern oder verkürzen darf, weil sonst das Verhält-
is der Abweichungen der Magnetnadel zu den Unterschie-
n der Temperaturen verändert wird. Im Allgemeinen ist
s gleichgültig, ob die mit ihren einen Enden zusammenge-
ten Drähte (am zweckmäfsigsten von Eisen und Kupfer)
ne gerade Linie bilden, oder beliebig gegen einander ge- Fig. 136.
gt sind, in den meisten Fällen aber wird man am zweck-
äfsigsten die Form von Lancetten wählen, die am Ende, da
wo sich die Löthstelle befindet, zugespitzt oder schwach ab-
gerundet, gerade oder gebogen sind. Die Länge der Löth-
stelle, welche beide Enden der Drähte verbindet, beträgt nur
twa eine Linie, und da sie sich aufserdem nirgends metallisch
berühren dürfen, so wird der Rest mit einem feinen Häut-
chen (Ammiumhäutchen, nach Becquerel die feine Haut,
welche den Kiel der Gänsefedern zu umgeben pflegt) über-
zogen, die man mittelst etwas Firnifs aufklebt und diesen
Firnifs von Zeit zu Zeit erneuert. Um zu erfahren, ob aufser
den thermoelektrischen Wirkungen noch hydroelektrische er-
zeugt werden, wie man stets fürchten mufs, taucht man die
gelöthete Spitze in Wasser, dessen Schichten eine durchaus
gleichmäfsige Temperatur haben, und senkt sie dann mehrere
Centimeter tiefer ein. Wenn hierdurch die Abweichung der
Magnetnadel sich nicht ändert, so ist man gegen den Ein-
flufs hydroelektrischer Strömungen gesichert. Ebenso müssen
die sämmtlichen Nadeln, wenn man deren mehrere zu dem
nämlichen Versuche gebrauchen und die erzeugten Abwei-

chungen der Magnetnadel auf gleiche Weise berechne
aus ganz gleichen Metallen, also aus den nämlichen D
verfertigt seyn, weil eine Verschiedenheit der im Ganze
chen Metalle ein anderes Verhältnifs der magnetischen
kungen und der diese bedingenden Wärmegrade herbe
Um eine Vorstellung von der Methode zu erzeugen, di
bei Versuchen dieser Art anwendet, möge die Zeichnun
jenigen Apparate dienen, vermittelst deren Becquere
Breschet die Temperaturen der verschiedenen Theil
thierischen Körpers und die Wärmeentwickelung durch
traction der Muskeln untersuchten. Hierin sind die in der
kel gebrachte Löthstelle, die zweite Löthstelle und das
fäfs mit Wasser, worin letztere stets auf der Temperatu
mittleren thierischen Wärme erhalten wurde, der Multi
tor und die Verbindung desselben mit dem thermoelektri
Apparate von selbst klar[1]. Eine Mittheilung der Res
die zunächst der Physiologie angehören, würde hier nic
rechten Orte seyn, wichtig aber ist zu bemerken, da
Wärmeunterschied von 1° C. eine Ablenkung der Magn
del von 10 Graden bewirkte und man daher sehr gu
Temperaturunterschied messen konnte.

Fig. 137.

84) Auch Pouillet[2] hat thermoelektrische Apparate
Messen sehr hoher und sehr tiefer Temperaturen benutzt,
bereits erwähnt worden ist[3], weswegen es hier genügt, zu be
ken, dafs die von ihm angewandte einfache thermoelektr
Säule aus Eisen und Platin bestand, indem in die Schw
schraube eines Flintenlaufes ein Platindraht mit genauer
tallischer Berührung eingesenkt und festgeklemmt war,
Fortsetzung desselben aber durch eingebrachte Magnesia
Asbest von den Wandungen des Eisens getrennt geh
wurde, ohne auch die Ränder des Loches in einer am an

---

1 Am schönsten und vollständigsten findet man Zeichnung
Beschreibung dieses Apparates und der Versuche in Annales
Sciences naturelles cet. Sec. Sér. T. III. Zoolog. Par. 1835. p.

2 Aus Compte rendu 1836. II. p. 782. in Poggendorff Ann. XX
574.

3 S. Art. *Thermomagnetismus*. Der dort beschriebene und
wieder erwähnte Apparat besteht im Wesentlichen aus einem an
nen beiden Enden mit Eisen metallisch verbundenen Platindrahte,
die Wahl des Flintenlaufes ist dabei nicht zweckmäfsig.

des Laufes eingebrachten Schraube, durch welches der
draht hervorragte, zu berühren. Zum Messen hoher
grade, namentlich der durch Verdampfung fester Kohlen-
Thilorier's erzeugten[1], gebrauchte Pouillet[2] eine
Kette aus Kupfer und Wismuth. Um die Thermo-
grade zu bestimmen, welche bei diesem speciellen Ap-
den Ablenkungen der Magnetnadel[3] zugehören, wurde
eine Löthstelle in einer constanten Temperatur von 0° C.
ten, die andere wachsenden Temperaturen ausgesetzt,
durch ein gewöhnliches Quecksilberthermometer genau be-
waren, und die so erhaltenen Abweichungen der Ma-
nadel gaben dann das Maſs der Temperaturen. Diese Ver-
lieferten folgende Resultate:

Versuch	Temperatur der ersten Löthstelle	Temperatur der zweiten Löthstelle	Beobachtete Ablenkung	Sinus der Ablenkung	Mittlere Intensität für 1° C.
Nr. 1	0°	17°,6	11°,30	0,1994	0,01134
— 2	0	21,0	13,45	0,2377	0,01132
— 3	0	30,0	20,00	0,3420	0,01140
— 4	0	40,0	26,45	0,4500	0,01125
— 5	0	50,0	34,30	0,5664	0,01133
— 6	0	60,0	42,40	0,6777	0,01128
— 7	0	66,0	48,00	0,7489	0,01134
— 8	0	77,0	61,30	0,8788	0,01141
				Mittel	0,01134

Aus dieser Tabelle ergiebt sich, daſs die thermoelektrische
Kette aus Kupfer und Wismuth eine den Temperaturen von

---

1 Vergl. *Wärme, künstliche Kälte.*

2 Aus Compte rendu 1837. T. I. p. 513. in Poggendorff's Ann. XLI. 147.

3 Es ist nicht überflüssig, zu bemerken, daſs bei allen Apparaten dieser Art nicht die Nobili'sche Doppelnadel, die zu empfindlich und minder genaue Messungen verstattet, sondern die einfache Nadel angewandt wird, wobei man den aus einem dünnen Kupferblechstreifen gewundenen Multiplicator so drehn muſs, daſs die Länge seiner Windungen mit der Axe der Magnetnadel stets in die gleiche verticale Ebene fällt. Vergl. *Thermomagnetismus.* Abschn. II. 1. 6.

17° bis 77° C. proportionale Intensität besitzt[1], un
man diesemnach annehmen darf, dafs dieses nämliche
ten auch von 0° bis — 80° oder — 100° statt findet,
dieser Apparat zum Messen hoher Kältegrade sehr g
Die durch Verflüchtigung der Kohlensäure erzeugte Käl
de damit = — 78°,75 C. und der Gefrierpunct des Q
bers = — 40°,5, letzterer nur wenig tiefer, als ande
suche ergeben, gefunden.

85) g. Verschiedene sonstige Thermometer, die zu
thümlichen Zwecken bestimmt sind oder sich durch
ihrer Construction auszeichnen, darf ich hier nur kurz
ren, da die Abweichungen derselben von den gewöh
leicht verstanden werden und ihr Werth nicht bedeute
nug ist, um in ausführliche Erörterungen darüber ein
Dahin gehört das Thermometer, welches MARSHALL
vorgeschlagen hat, um kleine Unterschiede der Tempe
zu messen, dessen Bedürfnifs er fühlte, als er die V
einzelner Theile des thierischen Körpers genauer zu er
sich bemühte. Als Mittel, um diesen Zweck zu erre
wählte er Verlängerung der Scale; allein dieses führt b
einer nicht weiter zu überschreitenden Grenze, und er
sich daher entschliefsen, die ungebührlich lange Scale
Beschränkung auf wenige Grade gehörig zu verkürzen.
Fig. 138. wegen wählte er ein Quecksilberthermometer mit einem
linder und einem sehr engen Rohre, deren Verhältnifs zu
ander so seyn soll, dafs Zehntel eines Fahrenheit'schen
des noch eine beträchtliche Länge auf der Scale erhalten.
dabei das Thermometer, welches nicht zum absoluten M
der Wärme dienen, sondern nur kleine Unterschiede an
soll, auf jede erforderliche Temperatur einzustellen, ist
selbe oben mit einer Kugel versehn, welche das überflü
Quecksilber aufnimmt. Wenn also die ganze Länge der
nicht mehr als etwa 10 Grade nach F. beträgt, so bringt
aus der obern Kugel so viel Quecksilber in die Röhre,

1 Bei der von POUILLET angewandten Kette aus Eisen und
tin war dieses nicht der Fall, s. a. a. O. BECQUEREL's Kette aus
gleichen Platindrähten dürfte daher, auch wegen ihrer bequem
und einfacheren Construction, den Vorzug verdienen.

2 London and Edinburgh Phil. Mag. N. XLIV. p. 56.

s Ende des daraus gebildeten Fadens bei einer von der zu
ntersuchenden nur wenig verschiedenen Temperatur ungefähr
s in die Mitte der Scale reicht, reducirt diesen Stand auf
en eines andern genauen Thermometers und bestimmt hier-
ach die gemessene Temperatur. Die Regulirung des Instru-
ientes geschieht in den meisten Fällen am leichtesten da-
urch, dafs man das Gefäfs so lange erwärmt, bis das Queck-
lber des Fadens mit dem in der obern Kugel in Verbindung
ommt; man läfst dann dasselbe bis wenige Grade über der zu
ntersuchenden Temperatur erkalten und in diesem Momente
as überflüssige Quecksilber in die Kugel herabfallen, worauf
ich das Ende des Fadens bis ungefähr in die Mitte der Scale
urückzieht. Das Thermometer ist viel leichter zu handhaben,
ls der oben beschriebene thermoelektrische Apparat, aber bei
nvermeidlicher Gröfse des Gefäfses und aufserordentlicher Fein-
eit des Fadens ungleich weniger empfindlich, auch nicht in
lle Theile des thierischen Körpers mit solcher Leichtigkeit
nd Feinheit hineinzubringen, als jener, dessen Vorzüge eben
ierauf beruhn.

86) Ein anderes Thermometer, um sehr geringe Unter-
chiede der Wärme zu messen, ein eigentliches *Mikrothermome-
er*, ist von Landriani[1] erfunden worden. Das Princip seiner
Construction ist gleichfalls kein anderes, als aufserordentliche
Feinheit der Röhre bei grofsem Inhalte der Kugel und da-
durch erreichte ungewöhnliche Länge der einzelnen Grade.
Dem Weingeiste wird hierbei im Allgemeinen als thermosko-
pischer Substanz der Vorzug vor allen andern Flüssigkeiten
eingeräumt, namentlich auch vor dem Quecksilber, aus Grün-
en, die wohl nicht durchaus haltbar sind; inzwischen kön-
en diese individuellen Thermometer nicht füglich mit Queck-
lber gefüllt werden, und dann bleibt allerdings nur der
Weingeist übrig, da Schwefeläther von ihm weniger geeignet
efunden wurde, ungeachtet directe Versuche seine Ausdeh-
ung im Verhältnifs von 15:11 gröfser gaben, sonstige ther-
oskopische, noch mehr geeignete Flüssigkeiten scheint aber
Landriani damals nicht beachtet zu haben. Diese wirklich
erfertigten und beim Gebrauche vortrefflich befundenen Ther-
ometer hatten eine Kugel von nur 3,5 Lin. Durchmesser

1 Brugnatelli Giorn. di Fisica. Dec. II. T. I. p. 338.

und waren an 4 Fuſs und darüber lange sehr dicke G
ren angeblasen, von einer so feinen Oeffnung im Inne
jeder Grad 10 bis 12 Zoll lang war, mithin füglich
$\frac{1}{600}$ eines Grades geschätzt werden konnte. Dicke
wurden gewählt, theils um weniger zerbrechlich zu seyn,
weil sie das Bild des abzulesenden Fadens vergröſser
naues Caliber, bei solcher Länge unmöglich, verlang
DRIANI nicht, weil die geringen Unterschiede der Weit
die Länge der einzelnen Grade verschwinden, und auſ
können die ganzen Grade nach einem genauen Queck
thermometer bestimmt werden und dann erhalten die
der Grade eine hinlängliche Genauigkeit. Wesentlich b
Fig. 139. sem Thermometer ist, daſs auſser der eigentlichen Ku
obern Theile der Röhre noch zwei Erweiterungen ang
sind, wovon die untere D stets mit Weingeist gefü
die obere E aber nur zur Hälfte, indem sich in der a
Hälfte Luft befindet, über welcher das Rohr zugeschm
ist. Es würde sehr schwierig seyn, einen so feinen
Weingeist zu erkennen, selbst wenn er gefärbt wäre, a
dem aber legt LANDRIANI einen groſsen Werth darauf,
von der Flüssigkeitssäule kein Theil an den Wänden h
bleibe und jede hieraus erwachsende Unrichtigkeit verm
werde (obgleich man diese bei Weingeistthermometern
wahrgenommen hat); inzwischen ist die ganze Einric
des Instruments von der Art, daſs die Grade nicht durc
Ende der darin enthaltenen Flüssigkeitssäule, sondern
einen kleinen in der Röhre befindlichen, bei N sichtbaren
linder von Quecksilber angezeigt werden. Ehe das The
meter oben zugeschmolzen wird, erweitert man die Oeff
der Röhre oben ein wenig, bringt ein geeignet groſses Qu
silberkügelchen auf die Oeffnung und erwärmt das Thermom
bis von dem noch überflüssig im Thermometer enthalt
Weingeiste ein Tropfen herausdringt; beim Abkühlen t
die Luft das Quecksilberkügelchen in die obere Erweiteru
von wo es weiter in D herabsinkt. Naah dem jedesma
Bedürfniſs, wenn man eine kleine Differenz der zuneh
den oder abnehmenden Temperatur messen will, bringt
den Cylinder an die geeignete Stelle in der Röhre, und s
Bewegung giebt dann die Veränderung der Temperatur an,
der Zusammenhang der Quecksilbertheilchen und der We

eisttheilchen unter sich zu stark ist, als daſs sie in dem engen Röhrchen neben einander vorbeigehn sollten. Bei diesem Thermometer ist auſser der Gröſse des Gefäſses noch obenrein die übermäſsige Länge desselben ein abschreckendes Hinderniſs seiner Brauchbarkeit.

87) Fourier giebt ein *Contactthermometer* an, dessen Beschreibung man hier suchen könnte, allein es ist kein eigenthümliches Instrument und der Gegenstand wird im Art. *Wärme* berührt werden. Anders verhält es sich mit Collardeau's *Thermomanometer*[1], einem Quecksilberthermometer mit einer zum Messen der Elasticitäten des Wasserdampfes bestimmten Scale. Hierbei kommt es also darauf an, diejenigen Elasticitäten des Wasserdampfes genau zu kennen, welche gewissen Wärmegraden zugehören, und es ist dann ein Leichtes, diese Elasticitäten statt der Temperaturen auf die Scale zu zeichnen, wie bei dem vorliegenden Instrumente durch Aetzen auf die Glasröhre selbst geschehn ist. Zur Bestimmung dieser Elasticitäten wird das Thermomanometer zugleich mit einem richtigen Thermometer in ein Oelbad gesenkt und hiernach werden dann die Grade empirisch aufgetragen. Collardeau nimmt folgende einander zugehörige Gröſsen an:

Temperatur des Dampfes		Atmosphären.	Temperatur des Dampfes		Atmosphären
100° C.	80°,0 R.	1	154°,0 C.	123°,2 R.	5
122,0	97,6	2	161,5	129,2	6
135,0	108,0	3	168,0	134,4	7
145,2	116,2	4	173,0	138,4	8

Inwiefern diese Bestimmungen mit den genauesten über die Elasticität der Dämpfe übereinkommen, muſs eine Vergleichung ergeben, da aber fortgesetzte Versuche stets genauere Resultate hierüber erwarten lassen, so würde bei einer etwas bedeutenderen Aenderung der Apparat seine Brauchbarkeit verlieren, und man ersieht hieraus, daſs es allezeit besser ist, mit genauen Thermometern die Temperaturen zu messen und

---

[1] Jahrbücher des polytechnischen Instituts. Th. XVI. S. 341. Aus Bulletin de la Soc. d'Encouragement cet. XXVI. Année. 1827.

von diesen auf die Elasticitäten zu schliefsen. Das T
manometer hat übrigens zur niedrigsten Zahl 10, oder 10
theile eines atmosphärischen Druckes von 0,76 Meter
silberhöhe, welche also die Einheiten der Scale bilde
jedoch nicht gleich sind, indem die Röhre konisch, v
Kugel an nach oben abnehmend, verjüngt ist, damit d
ren Grade oder Theile gröfser werden. Ein Instrumen
lich, welches WALTER R. JOHNSON[1] erfunden und
pyrometer (*Steam Pyrometer*) genannt hat, womit die
gegebener Körper aus dem Gewichte des durch sie in
gestalt entfernten Wassers bestimmt werden soll, würd
für den davon zu erwartenden Nutzen zu weitläufti
schreibung erfordern, als dafs ich diese hier aufnehmen
da ohnehin ein Jeder, welcher sich dieses Mittels be
wollte, leicht einen geeigneten Apparat auffinden würde

88) Wichtiger, als die Nachweisung solcher, unte
vielen vorhandenen nicht durch vorzügliche Brauchbark
gezeichneter Werkzeuge, dürfte ein kurzer Nachtrag zu
rometrie seyn. In dem diesem Gegenstande gewidmeten A
ist das von POUILLET erfundene *Luftpyrometer* beschrieben
den[2]; seitdem hat dieser Gelehrte selbst eine Beschreibun
eine Anweisung zum Gebrauche desselben nebst *einigen*
interessanten, mit demselben erhaltenen Resultaten geli
woraus ich noch Folgendes entnehme. Soll die Wärm
der Ausdehnung der in der Kugel und dem Leitungsrohr
Platin enthaltenen Luft gefunden werden (welches le
übrigens einen so engen Canal haben mufs, dafs das Lu
lumen in demselben im Verhältnifs zu dem in der Kug
verschwindende Gröfse gelten und der Einflufs seiner un
chen Erhitzung vernachlässigt werden kann), so ist dazu
gende Berechnung erforderlich. Heifst der Rauminhalt
Platinkugel c, der Rauminhalt des zuleitenden Rohres bis
Nullpuncte der zum Messen bestimmten getheilten Glasröh
die Anzahl der in dieser graduirten Glasröhre unter dem
schiedenen Drucke p und p' befindlichen Kubikcentimeter
n und n', so ist

1 Amer. Journ. of Science and Arts. T. XXII. p. 96.
2 S. Art. *Pyrometer*. Bd. VII. S. 999.
3 Aus Compte rendu 1836. T. II. p. 782. in Poggendorff's
XXXIX. 567.

$$c+z=\frac{p'n'-pn}{p-p'} \;\ldots\ldots\; 1)$$

man V das Volumen, welches die Luft im Apparate Temperatur und unter 0,76 Meter Luftdruck einnehwürde, t und p die bestehende Temperatur und den eten Luftdruck, n′ die unter diesen Umständen in der Glasröhre enthaltene Menge von Kubikcentimetern a den Ausdehnungscoefficienten der Luft, so ist

$$V=\frac{p}{0{,}76}\cdot\frac{(c+z+n')}{1+at} \;\ldots\ldots\; 2)$$

wird dann n oder die Anzahl von Kubikcentimeter in der graduirten Glasröhre bei der Temperatur 0 dem Luftdrucke p

$$n=\frac{0{,}76\,V}{p}-(c+z) \;\ldots\ldots\; 3)$$

sey N das Volumen Luft, auf die Temperatur 0° C. und Luftdruck p reducirt, welches aus der Platinkugel durch Temperatur x in die graduirte Röhre getrieben wird, wenn Anzahl von Kubikcentimetern Luft bezeichnet, die in beobachtet werden, so ist

$$N=\frac{N'-zat}{1+at}-n \;\ldots\ldots\; 4)$$

l′ der Ausdehnungscoefficient des Platins durch so ist auch

$$V=\frac{p}{0{,}76}\left[\frac{N'+z}{1+at}+\frac{c(1+l'x)}{1+ax}\right] \;\ldots\ldots\; 5)$$

erhält dann

$$x=\frac{N}{c(a-l')-aN} \;\ldots\ldots\; 6)$$

in voraus berechnen, welche Anzahl N′ von Kumetern Luft in der graduirten Röhre bei der Tempet und dem Luftdrucke p vorhanden seyn wird, wenn Platinkugel bis zur Temperatur x erhitzt wird, so hat

$$=\left[\frac{cx(a-l')}{1+ax}+\frac{0{,}76\,V}{p}\right]-(c+z)(1+at)+zat \;\ldots\; 7)$$

sich ergiebt, dafs die Werthe von N′, welche zu 1000° zu 1200° C. gehören, um fast ein Kubikcentimeter ver-

schieden sind, und dafs an dieser Stelle der Scale da
vall von 100° C. auf der graduirten Röhre eine Län
13 bis 14 Millimetern einnimmt, obgleich diese Interv
zunehmenden Temperaturen kleiner werden. Pouil
bei seinen Versuchen die auffallende Erfahrung gemach
die durch die Formel 2 gefundenen Werthe von V nic
stant sind, wie sie seyn müfsten, sondern zunehmen,
der Druck abnimmt. Auch die durch die Formel 5 g
nen Werthe von V sind nicht constant, sondern wach
wie die Temperatur der Platinkugel steigt, jedoch
120° C., indem sie von da an bis 300° C. vollkomme
stant sind. Pouillet folgert hieraus, dafs unterhalb
die Luft in der Platinkugel weder dem Mariotte'schen
dem von Gay-Lussac für die Ausdehnung derselben
fundenen Gesetze folge, ungeachtet letzteres für Luft
nem Glasgefäfse von Dulong und Petit bis 360° C. als
befunden worden ist. Man wird veranlafst, diese Unregelm
keit von einer Art Verdichtung der Luft an der Obe
des Metalls herzuleiten, derjenigen analog, welche de
sure bei verschiedenen porösen Körpern gefunden hat[1].

89) Pouillet[2] hat sein Pyrometer auch zum Messen
hoher Kältegrade angewandt, was zwar einen Wider
zu enthalten scheint, aber doch buchstäblich wahr is
obendrein zu dem Resultate führt, dafs dieser Appar
Grade einer tiefen Temperatur noch genauer mifst, als d
ner hohen, so dafs man ihn mit Recht *Universaltherm*
nennen könnte. Die Kugel bestand bei dem ersten ang
ten Versuche aus Glas, und wurde in einen durch T
rier bereiteten Brei aus fester Kohlensäure und Schwefe
getaucht. Nach 15 bis 20 Minuten hörte die Zusamme
hung der Luft auf, und sie blieb dann noch eine halbe S
unverändert, woraus man schliefsen konnte, dafs der A
rat die Temperatur dieses Breies genau messe. Es war
das vorher bestimmte, auf 0° C. und 0,76 Met. Luft

1 Da der Apparat schwerlich mit absolut trockner Luft g
war, so fragt sich, welchen Antheil die darin enthaltene Feuc
keit an den beobachteten Abnormitäten gehabt habe.

2 Aus Compt. rend. 1837. T. I. p. 513. in Poggendorff's
XLI. 144. L'Institut 1837. N. 199. p. 81.

-ducirte Volumen der im Apparate enthaltenen Luft $V=91{,}57$;
er Rauminhalt der Kugel $c=56{,}825$ und des Rohrs $z=2{,}415$
ubikcentimeter. Im Augenblicke der Beobachtung fand sich
$N'=8{,}78$ Kubikcentimeter; $t=11^\circ{,}3$ C.; $p=0{,}76465$ Meter,
nd das Thermometer am Barometer zeigte $13^\circ{,}3$ C., wobei N'
lie Zahl der in der graduirten Röhre befindlichen Kubikcen-
imeter Luft bezeichnet. Diese Werthe substituirt geben

$$n=\frac{0{,}76\,V}{p}-(c+z);\; N=\frac{N'-zat}{1+at}-n;$$

$$x=\frac{N}{c(a-l')-aN}=-78^\circ{,}85\ \text{C.}$$

Der Versuch wurde darauf mit einer Platinkugel wiederholt,
wobei $V=92{,}595$; $c=56{,}73$; $z=2{,}64$ waren. Es fand sich
ann $N'=9{,}8$; $t=11^\circ{,}3$; $p=0{,}76465$ Met. und das Ther-
ometer am Barometer $=13^\circ{,}3$. Diese Werthe substituirt
aben

$$x=-78^\circ{,}87\ \text{C.}$$

Hieraus ergiebt sich also, dafs das Luftpyrometer sich sehr
ut zum Messen tiefer Kältegrade anwenden läfst und zwi-
hen 10° C. bis -80° C. keine Verdichtung der Luft an
n Wandungen des Platins statt findet.

90) Das von Pouillet angegebene Pyrometer oder Uni-
ersalthermometer zeigt sich als ein sehr genaues Mefswerk-
ug; allein die Versuche damit erfordern einen zu grofsen
ufwand von Zeit und Mühe, als dafs man es ein prakti-
ches nennen könnte, und sein Gebrauch erstreckt sich daher
auptsächlich nur darauf, dasselbe als einen Normalapparat zu
brauchen, um andere danach zu prüfen, zu graduiren und
reguliren. Pouillet, hiervon selbst überzeugt, bringt da-
r noch andere Mittel zur Messung hoher Temperaturen in
orschlag, namentlich das oben erwähnte thermomagnetische
rometer. Aufserdem erwähnt er[1], dafs die Wärme stark
hitzter Körper, namentlich des Platins, zum Messen hoher
tzegrade benutzt werden könne, weswegen er die specifi-
he Wärme dieses Metalls mittelst seines Luftpyrometers ge-
u bestimmte. Arago[2] empfiehlt dieses Mittel, jedoch nur

1 Poggendorff Ann. XXXIX. 571.
2 Ann. Chim. et Phys. T. LXIV. p. 334.

als ein nicht absolut genaues, weswegen er bei der Aufste
der zur Berechnung erforderlichen Formel die Correcti
wegläfst. Hat man nämlich zwei ungleiche Massen, an
sten von Metall, M und M', welche in einer zu un
chenden Wärmequelle die Temperatur x erhalten haben,
wirft man sie nach einander in zwei Massen Wasser m
m' (worin das Gefäfs zugleich mit begriffen seyn möge
der Temperatur = t, die alsdann nach dem Hineinwerfe
M und M' die Temperaturen Θ und Θ' erhalten, s
wenn die specifische Wärme von M und M' durch c be
net wird:

$$Mc(x-\Theta) = m(\Theta-t),$$
$$M'c(x-\Theta') = m'(\Theta'-t),$$

woraus man erhält:

$$x = \frac{h\,\Theta'(\Theta-t) - n(\Theta'-t)}{h(\Theta-t) - n(\Theta'-t)},$$

wenn h und n die Gröfsen M'm und Mm' bezeichnen.
GENDORFF[1] giebt an, dafs auch LAMÉ[2] dasselbe Verfa
jedoch nur als ein erstes annäherndes, empfehle, weil die
mecapacitäten der Körper sich mit den Temperaturen ä
zugleich aber erwähnt er, dafs dasselbe Verfahren scho
her durch SCHWARZ[3] angewandt worden sey, welcher
Platinwürfel in Quecksilber erkalten zu lassen vorschlug, ob
auch hierbei aus dem Wärmeverluste des Würfels vo
Eintauchen in Quecksilber und durch einige Verdampfu
letzteren Metalles Fehler entstehn müssen. Durch das
che Verfahren bestimmte COULOMB die zum Härten de
gnete erforderliche Hitze und LAROCHE die Wärme de
pfers, welches er in den Focus des einen Brennspiege
der Untersuchung der strahlenden Wärme brachte. Die
mel, deren sich LAMÉ bedient, ist übrigens noch einf
Ist nämlich die Wassermasse = M, ihre anfängliche Te
ratur = t und ihre Temperatur nach dem Hineinwerfen
ist die hineingeworfene Metallmasse = m, ihre specifische
me = c und ihre Temperatur = T, so erhält man

$$M(\Theta-t) = mc\,(T-\Theta).$$

1 Dessen Annalen XXXIX. 518. Vergl. XIV. 530.
2 In dessen Traité de Phys. p. 417.
3 Bullet. des Sciences technol. T. IX. p. 289.

ine vorläufige Beobachtung vereinfacht die Rechnung. Denn
enn für diese die Bezeichnungen M, m, c, t', Θ', T' ge-
tzt werden, so ist

$$M(\Theta'-t')=mc(T'-\Theta')$$

nd man erhält

$$\frac{T-\Theta}{T'-\Theta'}=\frac{\Theta-t}{\Theta'-t'},$$

oraus T gefunden wird.

Endlich möge noch bemerkt werden, dafs M'. Sweeny[1]
orgeschlagen hat, die Hitze der Oefen aus der Temperatur
u messen, welche die von einem Hohlspiegel gegen ein Ther-
mometer reflectirten Strahlen desselben erzeugen.

M.

Thermoroskope.

So nennt Dutrochet[2] ein Instrument, bestehend aus ei-
r Röhre, in welcher eine Flüssigkeit an der einen Seite
rch von aufsen angebrachte Wärme steigt, an der andern
ikt. Der Name ist abgeleitet von *θερμός* heifs, *ῥόος* das
iefsen und *σκοπέω* ich sehe; indefs finde ich nicht, dafs es
ne weitere Aufnahme unter die physikalischen Apparate ge-
nden hat.

M.

Thermosiphon.

Dieses ist ein von Fowler[3] erfundener und patentisirter
parat, welcher wegen vielfacher nützlicher Anwendbarkeit
htet zu werden verdient. Der Name, von *θερμός* heifs
d *σίφων* der Heber abgeleitet, bezeichnet genau die sinn-
he Idee, welche dabei zum Grunde liegt. In seiner ein-
sten, mehrere Veränderungen gestattenden Gestalt bezeich-

1 Aus Gill's technic. Reposit. T. III. p. 239. in Poggendorff's
. XIV. 530.
2 Ann. de Chim. et Phys. T. XLVIII. p. 268.
3 Edinburgh Journ. of Sc. New Ser. N. II. p. 345.

Fig. 140. nen A und B zwei metallene Gefäfse, von denen das auf einem heizbaren Herde steht, das andere in mäfsig fernung an demjenigen Orte, dem man die Wärme z will, beide in gleichem Niveau durch eine horizontale E verbunden, in welcher sich an irgend einer ge Stelle ein Hahn befindet. Beide Gefäfse werden mi Flüssigkeit angefüllt, welche das Metall nicht angreift, sten und wohl ohne Ausnahme mit Wasser. Aufserde eine heberförmig gebogene Röhre vom einen Gefäfs ins mit ihren Enden bis unter den Spiegel des Wassers mit zwei Hähnen F und F′ und einem Trichter zum G versehn, welcher oben durch einen Kork oder ein stige Vorrichtung sich luftdicht verschliefsen läfst; auch im Gefäfse A befindliche Schenkel etwas aufwärts gebog mit die durch die Hitze aus dem Wasser entwickelten blasen nicht eindringen. Der Erfinder hat durch V ausgemittelt, dafs G bis 20 F. Höhe über dem Wasser in den Gefäfsen haben kann und dafs dann die Entf des Gefäfses B bis 60 Fufs, die Weite der Röhren ab Durchmesser betragen kann. Es braucht kaum bemerkt z den, dafs zuerst die Gefäfse bis zur gehörigen Höhe werden müssen; dann verschliefst man F und F′, öf und giefst Wasser bis zum Ueberfliefsen ein, öffnet F u damit die unterhalb der Hahnen befindlichen Luftblase steigen, verschliefst F und F′, öffnet G und füllt de standenen Raum abermals aus, worauf G verschlossen, F′ aber für immer geöffnet werden. Beim Gebrauche de schine mufs auch E offen seyn, und wird dann das W im Gefäfse A erhitzt, so steigt das wärmere im Heb und fliefst in das zweite Gefäfs B, dessen abgekühltes ser durch das untere Rohr nach A strömt. Durch die wird zuweilen Luft aus dem Wasser entwickelt, welch Heber zum Stillstande bringt und erfordert, dafs ma aufs Neue füllt, doch versichert der Erfinder, dafs diese nur selten eintritt; er zeigt dann ferner, wie dieser Ap mit Vortheil zum Heizen, insbesondere der Orangerie- Pflanzenhäuser, anwendbar sey, wo man ohnehin gern fe Luft hat. Es ist mir aber auffallend, dafs der Erfinder, mentlich für den genannten Zweck, den Heber beibehält, nicht eine weit einfachere Vorrichtung in Vorschlag bringt

bendrein so nahe liegt. Wählt man nämlich für die Röhre F′ statt des Hebers eine horizontale gerade Röhre, oder selbst ur eine offene Rinne, die in beiden Gefäfsen bis unter den piegel des Wassers herabgeht, so steht das Wasser im Geäfse A wegen seiner Ausdehnung durch Wärme höher, als m Gefäfse B, und das Strömen aus A in B durch das obere Rohr und des kälteren Wassers rückwärts von B nach A durch as untere Rohr erfolgt von selbst, auch kann man nach Beeben in jedes dieser Gefäfse nachfüllen, um den Spiegel leich hoch zu erhalten.

M.

Thermostat

ennt Heeren[1] diejenigen Apparate, deren sich die Chemiter vielfach bedienen, um Gläser, Tiegel und sonstige Geäfse mit Flüssigkeiten oder sonstigen Substanzen über der Weingeistlampe bequem zu erhitzen. Sie bestehn aus einem metallenen Fufse mit einer metallenen Säule, auf welcher sich ohle Cylinder mit einem horizontalen Arme und einem an essen Ende befindlichen Drahtringe auf- und abwärts schieen lassen, um die im Ringe festgehaltenen Gefäfse der Flamme näher zu bringen oder weiter davon zu entfernen.

M.

Thorium,

in höchstseltenes Erdmetall, von Berzelius im *Thorit* entdeckt und als dunkelbleigraues, schweres Pulver dargestellt.

Sein Oxyd, die *Thorerde* (59,6 Thorium auf 8 Sauerstoff) ist weifs, von 9,402 spec. Gewicht, erzeugt mit Wasser ein weifses Hydrat, mit Säuren Salze von rein und stark zusammenziehendem Geschmacke und löst sich nach der Fällung us der sauren Auflösung nicht in ätzenden, aber in kohlensauren Alkalien.

G.

---

1 Journ. für prakt. Chemie. Th. II. S. 1. 1834. Nr. 9.

Trabanten.

Satelliten, Monde; *Satellites;* Satel *Satellites.*

Trabanten oder Monde der Planeten sind kleinere melskörper, welche sich um die Planeten unsers Soni stems und mit diesen gemeinschaftlich um die Sonne gen. Die Erde hat bekanntlich nur einen solchen Sat den Mond[1], Jupiter hat vier, Saturn sieben und Uranu lich wenigstens zwei, vielleicht aber sechs solcher Sat Auch bei der Venus haben einige Astronomen einen s Nebenplaneten bemerken wollen, wie wir weiter unte werden. Wir wollen das Merkwürdigste, was über Monde bisher bekannt geworden und was durch eine vorhergehenden Artikel (*Nebenplaneten*) nur sehr unvollk und nach bereits veralteten Angaben mitgetheilt word hier kurz zusammenstellen und mit der näheren Betrac der Jupitersmonde beginnen.

A. Satelliten Jupiters.

I. Entfernung und Umlaufszeit.

Gleich nach der Entdeckung der Fernröhre bemerkte um Jupiter vier kleine Gestirne, die ihn auf seinem Lau die Sonne zu begleiten schienen. Die Stellung dieser M gegen ihren Hauptplaneten, in dessen Nähe sie sich stets hielten, änderte sich so schnell, dafs man ihre Bewe schon in einer einzigen Nacht deutlich erkennen konnte. erblickte sie bald vor, bald hinter ihrem Hauptplaneten, so sie zu beiden Seiten desselben, einem Pendel gleich, hin wieder zu gehn schienen. Doch bemerkte man zugleich, die Oscillationen dieses Pendels oder dafs die Entfernu dieser Monde vom Jupiter nicht bei allen vieren dies sind. Der erste unter ihnen, wie man den dem Jupiter n

1 S. Art. *Mond.* Bd. VI. S. 2342.

ten zu nennen pflegte, entfernt sich vom Mittelpuncte seines Hauptplaneten, wenn der letzte selbst in seiner mittleren Distanz von der Sonne ist, im Mittel nur um 111″,11 oder um 1° 1′ 51″,11, der zweite, nächstentfernte, um 176″,78, der dritte um 282″,00 und der vierte oder der am weitesten von Jupiter abstehende um 495″,98. Nimmt man den Halbmesser Jupiters (eigentlich des Aequators dieses Planeten) für seine mittlere Distanz von der Sonne gleich 18″,3714, so findet man für die genannten mittlern Entfernungen der Satelliten vom Mittelpuncte ihres Hauptplaneten:

	Mittlere Distanz in Halbmessern Jupiters	in geogr. Meilen
I Satellit . . .	6,0485	56500
II — . . .	9,6235	89940
III — . . .	15,3502	143500
IV — . . .	26,9983	252300

so dafs also der erste dieser Satelliten nahe ebenso weit vom Jupiter, als unser Mond von der Erde absteht, während diese Entfernung beim vierten Satelliten nahe fünfmal gröfser ist. Die fortgesetzte Beobachtung dieser gröfsten Ausweichungen oder Elongationen, wie man sie zu nennen pflegt, liefsen auch bald die Dauer der Umlaufszeiten dieser Monde um ihren Hauptplaneten erkennen, obschon andere Erscheinungen, von welchen wir bald reden werden, noch viel genauere Mittel zu diesem Zwecke angeboten haben. Nach den neuesten Bestimmungen sind die siderischen Revolutionen dieser Satelliten in mittleren Sonnentagen ausgedrückt

des I	1,7691378	Tage
II	3,5511810	
III	7,1545528	
IV	16,6890190.	

Bemerken wir noch, dafs die vorhergehenden Angaben aus der *Expos. du syst. du monde* von Laplace (letzte Ausgabe) genommen sind und dafs seitdem Struve[1] mit seinem grofsen

1 S. Schumacher Astronom. Nachr. N. 97 u. 139.

Refractor von FRAUNHOFER den Jupiter neuen, sehr genau Messungen unterworfen hat, aus welchen hervorgeht

Jupiters Aequatorialhalbmesser	A . . .	19″,163
— Polarhalbmesser	B . . .	17,769

für die mittlere Distanz (5,20279) des Planeten. Daraus fo die Abplattung α Jupiters

$$\alpha = \frac{A - B}{A} = 0{,}0728 = \frac{1}{13{,}71}.$$

SCHRÖTER in Lilienthal hat diese Abplattung gleich $\frac{1}{11}$, a gegen STRUVE zu grofs, ARAGO[1] aber hat $\alpha = \frac{1}{17{,}7}$, a gegen STRUVE viel zu klein gefunden.

II. Gröfse und Massen dieser Satelliten

Die scheinbaren Halbmesser dieser Monde, wie sie w der Erde, zur Zeit der mittlern Entfernung Jupiters, gese werden, sind

	nach STRUVE	. . .	nach SCHRÖTER
I	0″,507	. . . .	0″,531
II	0,455		0,435
III	0,744		0,771
IV	0,636		0,537

bis auf den IV. Trabanten wohl übereinstimmend. Werd STRUVE's Zahlen durch 508,69 multiplicirt, so erhält man den Halbmesser diesen Trabanten in geogr. Meilen:

I	. . .	259 Meilen
II	. . .	230
III	. . .	379
IV	. . .	324.

Der Halbmesser unseres Erdmonds beträgt nahe 230 Meil ist also an Gröfse dem zweiten Jupitersmonde gleich, wä rend der dritte und vierte bedeutend gröfser sind.

So kleine und überdiefs so lichtschwache Scheibch deren Durchmesser kaum 1,5 Secunde beträgt, können w von keinem unbewaffneten menschlichen Auge gesehn werd

1 LAPLACE Exposition du Système du monde. T. I. p. 68. heifst daselbst: *par des mesures très précises.*

Auch haben die Alten, bis zur Entdeckung des Fernrohrs, nichts von ihrer Existenz gewufst. Inzwischen haben sie den Jupiter oft und aufmerksam genug betrachtet, wie die Beobachtungen zeigen, die wir im Almagest des Ptolemäus und in den Schriften der arabischen Astronomen finden, der ungemeinen, ans Unglaubliche grenzenden Nachrichten von der Virtuosität des Gesichts nicht zu gedenken, die uns z. B. Plinius in seiner Naturgeschichte erhalten hat. Dessenungeachtet fehlt es nicht an Erzählungen, wo man diese Satelliten mit blofsen Augen gesehn haben will. So beruft sich auch Uckert[1] auf das Zeugnifs Musschenbroek's, der dasselbe nicht von sich selbst, aber doch von Andern behauptet haben soll. Allein alle diese Nachrichten werden wohl ihre beste Erklärung darin finden, dafs der Sache unkundige Zuschauer dem Jupiter nahe stehende Fixsterne für jene Trabanten genommen haben.

Aus den vorhergehenden Angaben kann man leicht finden, unter welchem Winkel diese Monde einem Beobachter im Mittelpuncte Jupiters erscheinen würden. Dieser scheinbare Halbmesser beträgt nämlich

für I	...	0°	16′	38″
II	...	0	8	36
III	...	0	9	29
IV	...	0	3	46.

Der erste Satellit erscheint daher den Jupitersbewohnern nahe so grofs, wie unser Mond uns, während der vierte Satellit im Durchmesser nur den 5ten und in der Oberfläche den 25sten Theil unseres Monds beträgt.

Wie endlich unmittelbare Beobachtungen die *Gröfse*, so haben auch theoretische Untersuchungen die *Masse* dieser vier Himmelskörper kennen gelehrt. Nach den neuesten Angaben von Laplace[2] hat man, wenn die Masse Jupiters als Einheit angenommen wird,

Masse von	I	....	0,00001733
	II	....	0,00002324
	III	....	0,00008850
	IV	....	0,00004266.

1 V. Zach monatl. Correspond. Th. XXIV. S. 392.
2 Exposition du Syst. du Monde. T. II. p. 104.

Vergleicht man aber diese Massen mit den bekannten M
der Erde und ihres Monds, so erhält man

Masse von		der Erdmasse		unserer M
I	... 0,0054	der Erdmasse ...		0,373
II	... 0,0072	—	—	0,497 —
III	... 0,0273	—	—	1,884 —
IV	... 0,0132	—	—	0,911 —

so dafs also der Satellit I noch nicht die Hälfte, der III.
nahe das Doppelte unserer Mondmasse hat.

Ist aber Volumen und Masse eines Himmelskörpers
kannt, so läfst sich auch leicht die *Dichtigkeit* desselben
die *Fallhöhe* der Körper auf seiner Oberfläche bestimmen.
dem Vorhergehenden findet man

Dichte von	der Dichte Jupiters	der Dichte der Erde	d. Di d. W
I	0,69	0,16	0,77
II	1,72 — —	0,40 — —	1,94 - -
III	1,22 — —	0,30 — —	1,38 - -
IV	1,68 — —	0,40 — —	1,90 - -

und die Fallhöhe der auf der Oberfläche dieser Satelliten
selbst überlassenen Körper, die bei uns 15,092 Par. Fufs
2173 Linien beträgt, ist

auf I	nur	0,78 Par. Fufs
II	—	1,59
III	—	1,98
IV	—	1,91.

III. Lage der Bahnen der Satelliten.

Aus den oben gegebenen siderischen Revolutionen d
Satelliten findet man sofort auch die tropischen und sy
schen Umlaufszeiten derselben. Ist nämlich T und T′ d
derische und tropische Revolution Jupiters und t, t′ u
die siderische, tropische und synodische Revolution eines
telliten dieses Planeten, so hat man, wenn T, T′ und t
kannt sind, die Gröfsen t′ und s durch folgende Gleichung

$$s = \frac{Tt}{T - t},$$

$$t' = \frac{TT't}{TT' + (T - T')t},$$

obei noch bemerkt werden kann, dafs die Gröfse T' aus T
rch die Gleichung gegeben wird

$$T' = \frac{T}{1 - \frac{T m'}{360}},$$

ro m = — 0,0000382 die tägliche Präcession der Aequinoc-
ien in Graden ausgedrückt bezeichnet. Man findet so

	synodische		tropische	
		Revolution		
I ...	1,769864	....	1,769138	Tage
II ...	3,554093	....	3,551180	—
III ...	7,166385	....	7,154547	—
IV ...	16,753553	....	16,688989	—

Ian sieht, dafs zwischen den oben angeführten siderischen
Imlaufszeiten und zwischen den mittleren Abständen der Sa-
elliten vom Mittelpuncte ihres Hauptplaneten das merkwür-
lige, von Kepler entdeckte Verhältnifs besteht, nach wel-
hem die Quadrate der Revolutionen sich wie die Würfel der
lbstände verhalten, ein, wie es scheint, allgemeines Gesetz
er Natur, da nicht nur die Planeten und Satelliten unseres
onnensystems demselben gehorchen, sondern da man dasselbe
uch jenseit unseres Sonnensystems, bei den Doppelsternen,
vieder findet.

Die *Bahnen* dieser Satelliten sind ohne Zweifel elliptisch,
bschon es schwer ist, die geringe Abweichung derselben von
ler Kreisform in dieser grofsen Entfernung von mehr als hun-
lert Millionen geographische Meilen durch Beobachtungen zu
estimmen. Etwas Näheres hat man über die *Lagen* dieser
ahnen erfahren. Man bemerkte bald, dafs sie sämmtlich nur
ehr wenig gegen den Aequator Jupiters geneigt sind und
afs überdiefs die Knotenlinien dieser Bahnen durchaus mit der
Knotenlinie des Aequators Jupiters in der Bahn dieses Plane-
en zusammenfallen. Man fand für diese Neigungen der Sa-
ellitenbahnen gegen den Jupitersäquator

I Satellit ...	0°,002
II	0,0184
III	0,0842
IV	0,4092.

Allein die Lage des Jupitersäquators ist selbst veränderlich am

Himmel. Im Anfange dieses Jahrhunderts oder am erste
nuar 1801 war die jovicentrische Länge des aufsteig
Knotens dieses Aequators in der Jupitersbahn gleich 31·
und die jährliche retrograde Bewegung dieses Knotens
0°,000074. Die Neigung des Aequators gegen die Juj
bahn ist für dieselbe Epoche 3°,0920 mit der jährlichen
nahme von 0°,0000063. Bezeichnet also t die Anzahl
die seit dem Anfange des Jahres 1801 verflossen ist,
die Länge des aufsteigenden Knotens des Jupitersäquat
seiner Bahn

$$314^0{,}465 - 0^0{,}000074\,t + 0^0{,}013917\,t$$

oder

$$314^0{,}465 + 0^0{,}013843\,t,$$

wobei die jährliche Präcession der Aequinoctien 51",1012
0°,013917 angenommen wurde und die Neigung des A
tors gegen die Bahn Jupiters

$$3^\circ{,}0920 + 0^\circ{,}0000063\,t.$$

Da nun die eben angeführten Neigungen der Satellite
nen gegen den Jupitersäquator constant sind, so erhält ma
mittleren Neigungen dieser Satellitenbahnen gegen die
tersbahn, wenn man diese Neigungen gegen den Aequato
3°,0920 subtrahirt, so dafs daher die Neigungen der Satel
bahnen gegen die Jupitersbahn sind

I Satellit . . .	3°,090
II	3,074
III	3,008
IV	2,683.

Die *periodischen Aenderungen* dieser Neigungen
lassen sich am einfachsten so darstellen. Die wahre Bah
nes jeden Satelliten bewegt sich gleichförmig und mit
constanten Neigung gegen seine mittlere Bahn so, daſ
wahre Länge der Bahn durch ihren Neigungswinkel gege
mittlere Bahn und durch die Länge ihres auf diese mi
Bahn sich beziehenden aufsteigenden Knotens gegeben
Diese Neigungen und Knotenlängen der wahren Bahnen
ihren mittleren sind, wenn t die vorige Bedeutung hat,
gende:

	Der wahren Bahnen		
	Neigung gegen die mittl. Bahn		Knotenlänge in der mitteren Bahn
Sat. I . . .		unmerklich	
II . . .	0°,437	. . .	12°,880 — 12°,048 t
III . . .	0,206	. . .	222,979 — 2,554 t
IV . . .	0,249	. . .	70,479 — 0,691 t

[U]nd zu diesen Knotenlängen mufs noch die Präcession = 0°,013917 t addirt werden, um diese Längen von dem wah[r]en Frühlingspuncte der Erdbahn zu haben.

Ist daher n und k die Neigung und die Länge des auf[s]teigenden Knotens der Satellitenbahn gegen die Jupitersbahn [u]nd bezeichnet v die jovicentrische Länge des Satelliten in [s]einer Bahn, so hat man für die jovicentrische Breite s des [S]atelliten über der Jupitersbahn:

$$\text{Sin. } s = \text{Sin. } n \text{ Sin. } (v - k)$$

[o]der, da n, also auch s nur klein ist,

$$s = n \text{ Sin. } (v - k).$$

[N]ach dem Vorhergehenden ist aber für das Jahr 1801 + t [d]ie Länge des mittleren Knotens aller Satellitenbahnen, von [d]em Frühlingsnachtgleichenpuncte der Erde gezählt, gleich [3]14°,465 + 0°,013843 t, also hat man auch für den Satelliten I [d]ie jovicentrische Breite

$$s = 3°{,}090 \text{ Sin. } (v - 314°{,}465 - 0°{,}013843\, t)$$

[u]nd ebenso für den zweiten

$$s' = 3°{,}074 \text{ Sin. } (v' - 314°{,}465 - 0°{,}013843\, t).$$

[D]a aber die Länge des aufsteigenden Knotens der wahren [B]ahn von II auf der mittleren Bahn gleich

$$12°{,}8805 - 12°{,}0483\, t + 0°{,}013917\, t$$
$$= 12°{,}8805 - 12°{,}03438\, t$$

[is]t, so folgt daraus die Vermehrung der Breite dieses Satel[li]ten

$$\Delta s' = 0°{,}4636 \text{ Sin. } (v' - 12°{,}8805 - 12°{,}03438\, t),$$

[so] dafs daher die wahre Breite $s' + \Delta s'$ dieses zweiten Satel[li]ten seyn wird

$$3°{,}074 \text{ Sin. } (v' - 314°{,}465 - 0°{,}0138\, t)$$
$$+ 0°{,}464 \text{ Sin. } (v' - 12°{,}880 + 12°{,}0344\, t).$$

Ebenso erhält man für die wahre jovicentrische Breite d
ten Satelliten

$$3^\circ{,}008 \operatorname{Sin.}(v'' - 314^\circ{,}465 - 0^\circ{,}0138\ t)$$
$$+ 0^\circ{,}206 \operatorname{Sin.}(v'' - 222^\circ{,}979 + 2^\circ{,}5538\ t)$$

und endlich für die des vierten Satelliten

$$2^0{,}683 \operatorname{Sin.}(v''' - 314^0{,}465 - 0^0{,}0138\ t)$$
$$+ 0^0{,}249 \operatorname{Sin.}(v''' - 70^0{,}479 + 0^0{,}6914\ t).$$

Da nämlich die hier betrachteten Neigungen säm
nur klein sind, so kann man sie ohne merklichen Fehler
folgende einfache Gleichungen unter einander verbinde
zum Beispiel N und K die Neigung und Länge des a
genden Knotens der Jupitersbahn gegen die Ekliptik, n
die Neigung und Länge des aufsteigenden Knotens der
litenbahn gegen die Jupitersbahn, und endlich ν und
Neigung und Länge des Knotens der Satellitenbahn gege
Ekliptik, so hat man durch die sphärische Trigonometri
völlig strengen Formeln

$$\operatorname{Cos.} \nu = \operatorname{Cos.} n \operatorname{Cos.} N - \operatorname{Sin.} n \operatorname{Sin.} N \operatorname{Cos.} (k - K),$$

$$\operatorname{Tang.} (\varkappa - K) = \frac{\operatorname{Sin.} n \operatorname{Sin.} (k - K)}{\operatorname{Cos.} n \operatorname{Sin.} N + \operatorname{Sin.} n \operatorname{Cos.} N \operatorname{Cos.} (k - K}$$

woraus man, wenn N, n und ν nur klein sind, leicht
gende abgekürzte Ausdrücke ableitet:

$$\left.\begin{array}{l} \nu \operatorname{Cos.} \varkappa = n \operatorname{Cos.} k + N \operatorname{Cos.} K \\ \nu \operatorname{Sin.} \varkappa = n \operatorname{Sin.} k + N \operatorname{Sin.} K \end{array}\right\}.$$

Aus den vorhergehenden Angaben erhält man auch sofort
tropischen Umlaufszeiten der Knoten der wahren Bahnen
ihren mittleren in Beziehung auf den Frühlingspunct
Erde. So ist für den zweiten Satelliten die jährliche si
sche Bewegung 12°,048, also die jährliche tropische Be
gung 12°,048 — 0°,0139 = 12°,0341, und daher die gesu
tropische Umlaufszeit dieses Knotens

$$\frac{360}{12{,}0341} = 29{,}914 \text{ Julian. Jahre.}$$

Ebenso erhält man für den Knoten des dritten Satelliten
tropische Umlaufszeit 141,739 und für den des vierten 531,3
Jahre.

Die *Neigungen* werden am gröfsten, wenn diese aufst
genden Knoten der Bahnen mit dem aufsteigenden Knoten d

pitersäquators zusammenfallen, und am kleinsten, wenn sie t dem niedersteigenden Knoten dieses Aequators coincidiren. n die Perioden dieser Aenderungen der Neigungen zu finn, hat man z. B. für den zweiten Satelliten die jährliche opische Bewegung der Knoten der wahren Bahn auf der ittleren, nach dem Vorhergehenden,

$$-12^{\circ},0483 + 0^{\circ},0139 = -12^{\circ},0344,$$

ährend die jährliche tropische Bewegung der Knoten des Juteräquators ist

$$+0^{\circ},0138,$$

o ist auch die jährliche Bewegung der Knoten der wahren ahn auf der mittleren in Beziehung auf den Knoten des Juteräquators gleich $12^{\circ},0482$ und daher die Periode der Aenrung der Neigung des zweiten Satelliten

$$\frac{360}{12,0482} = 29,88 \text{ Jahre.}$$

enso findet man für den dritten 140,97 und für den vierten 0,71 Jahre.

Um endlich die Epochen dieser gröfsten Neigungen der tellitenbahnen zu finden, so werden diese Epochen dann tt haben, wenn die aufsteigenden Knoten der Satellitenbahn, z. B. für den zweiten, oder wenn die Gröfse

$$12^{\circ},880 - 12^{\circ},0344\, t$$

t dem aufsteigenden Knoten des Jupiteräquators, das heifst, t

$$314^{\circ},465 + 0^{\circ},01384\, t$$

sammenfällt.

Setzt man also diese beiden Ausdrücke einander gleich, erhält man

$$t = -25,0315 \text{ Jahre,}$$

da, nach dem eben Gesagten, die Periode der gröfsten gungen bei diesem Satelliten 29,88 Jahre beträgt, so sind Epochen der gröfsten Neigungen

1835,73	1746,09
1805,85	1716,21
1775,97	1686,33 u. s. w.

ebenso für den dritten

1906,15
1765,17
1624,20,

so wie für den vierten

1968,80

1448,09 u. s. w.

Diefs stimmt genau genug mit denjenigen Resultaten i die MARALDI aus seinen unmittelbaren Beobachtungen größsten Neigungen gefunden hat, indem er diese Epochen zweiten Satelliten auf die Jahre 1747, 1717 und 168 den dritten aber auf 1765 und 1633 bestimmt hat.

IV. Ellipticität dieser Bahnen.

Die Abweichung der Bahn der zwei ersten Satelli einem Kreise oder die Ellipticität dieser zwei Bahnen gering, um von uns bemerkt zu werden. Wir nehm her dieselben als vollkommen kreisförmig an. Die Ba dritten Monds aber hat eine bemerkbare Excentricität. WARGENTIN, der sich zuerst mit diesen Nebenplanete haltend beschäftigte und ihre Bewegungen zu erforschen s fand, dafs die Excentricität dieses Satelliten veränderli Um das Jahr 1682 hatte nämlich die Mittelpunctsgleichun ser Bahn ihren gröfsten Werth 0°,221 und im J. 1777 kleinsten 0°,085.

Die Bahn des vierten Satelliten hat die gröfste Exc cität, da sie in ihrem gröfsten Werthe auf 0°,854 steigt. sie ist veränderlich, jedoch weniger als jene, da sie in i Minimum nur auf 0°,814 herabsinkt.

Die Ursache dieser Aenderungen der elliptischen Forn Bahnen der beiden äufsersten Satelliten entdeckte LA durch seine theoretischen Untersuchungen und fand, dafs dieser zwei Monde gleichsam eine doppelte Mittelpunct chung habe, von welchen die eine von der Lage seiner nen, die zweite aber von der Lage der grofsen Axe de deren Bahn abhängt. Um die Lagen dieser grofsen Axe bestimmen, hat man für die *jovicentrische Länge des rijoviums* (d. h. des dem Jupiter nächsten Endes dieser fsen Axe), von dem Frühlingspuncte der Erde gezählt, dem dritten Monde

$$309^0{,}439 + 2^0{,}6248\,t$$

und bei dem vierten

$$180^0{,}343 + 0^0{,}7302\,t,$$

o t die Anzahl julianischer Jahre seit 1750 bezeichnet. Fü-
n wir diesen Angaben noch die *Epochen* dieser vier Satel-
en oder ihre mittleren jovicentrischen Längen bei, die durch
lgende Ausdrücke gegeben werden:

	Jovicentr. Länge für 1750 + t.
I Sat. . . .	15°,0128 + 74324°,35467 t
II — . . .	311,8404 + 37027,13231 t
III — . . .	10,2541 + 18378,52114 t
IV — . . .	72,5512 + 7878,84714 t.

Da die grofsen Axen dieser vier Bahnen schon oben ge-
ben wurden, so reicht das Vorhergehende hin, den Ort
eser Satelliten in ihren Bahnen oder auch in Beziehung auf
e Ekliptik für jede gegebene Zeit durch Rechnung zu be-
nmen, so lange man nämlich auf die *Störungen*, welche
se Himmelskörper erleiden, keine Rücksicht nimmt.

V. Störungen der Satelliten.

Da die Masse Jupiters gegen die seiner vier Satelliten so
s und da überdiefs seine Entfernung von der Sonne so
eutend ist, so wird diejenige Störung, welche die Sonne
ler Bewegung dieser Satelliten erzeugt, nur sehr gering
n können. Dadurch fällt die grofse Schwierigkeit ganz
;, die bei der Bestimmung der Bewegung unsers Mondes,
welchen die so viel nähere Sonne noch sehr bedeutend
wirkt, den Geometern so viele Mühe gemacht hat. Wenn
daher hier, wo es blofs um eine allgemeine Ansicht
Gegenstandes zu thun ist, von dieser Einwirkung der
ne, so wie von der noch viel kleinern des Saturn, ganz
ahirt, so bleibt blofs die Betrachtung derjenigen Störun-
übrig, welche diese Monde von einander selbst erleiden.
Berechnung dieser Störungen ist aber dann sehr einfach[1],
es wird hier genügen, nur die Resultate ausführlicherer
rsuchungen, und zwar blofs für die Zeit der Finsternisse
r Monde, mitzutheilen, da diese letzten vorzüglich der
nstand unserer Beobachtungen sind. Nennt man l die
re und λ die wahre, durch die Störungen veränderte,

[1] Vergl. Littrow Elemente der phys. Astronomie. Wien 1827.

jovicentrische Länge des Mondes, ω das Perijovium Bahn, so wie m die mittlere Anomalie Jupiters vom P gezählt, und bezeichnet man diese Gröſsen l, λ und den II., III., IVten Satelliten mit 1, 2, 3 Accenten, hält man für die wahren Längen dieser Monde die folg Ausdrücke[1]:

$$\begin{aligned}\lambda = l &- 0°{,}45\,\text{Sin.}\,2(l-l')\\ &- 0{,}02\,\text{Sin.}\,(l-2l'+\omega'')\\ &- 0{,}01\,\text{Sin.}\,(l-2l'+\omega''').\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda' = l' &- 0°{,}01\,\text{Sin.}\,(l'-l'')\\ &+ 1{,}07\,\text{Sin.}\,2(l'-l'')\\ &+ 0{,}01\,\text{Sin.}\,4(l'-l'')\\ &+ 0{,}03\,\text{Sin.}\,(l'-\omega'')\\ &+ 0{,}01\,\text{Sin.}\,(l'-\omega''')\\ &+ 0{,}05\,\text{Sin.}\,(l-2l'+\omega'')\\ &+ 0{,}02\,\text{Sin.}\,(l'-2l''+\omega'')\\ &- 0{,}01\,\text{Sin.}\,m.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda'' = l'' &- 0°{,}07\,\text{Sin.}\,(l'-l'')\\ &+ 0{,}01\,\text{Sin.}\,2(l''-l''')\\ &+ 0{,}15\,\text{Sin.}\,(l''-\omega'')\\ &+ 0{,}07\,\text{Sin.}\,(l''-\omega''')\\ &+ 0{,}01\,\text{Sin.}\,(l'-2l''+\omega'')\\ &- 0{,}01\,\text{Sin.}\,m.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lambda''' = l''' &- 0°{,}02\,\text{Sin.}\,(l'''-\omega'')\\ &+ 0{,}83\,\text{Sin.}\,(l'''-\omega''')\\ &- 0{,}03\,\text{Sin.}\,m.\end{aligned}$$

Mit diesen Ausdrücken erhält man also für die Zeit Finsternisse aus den mittleren jovicentrischen Längen Monde die wahren Längen derselben. Da man abe sowohl die Correction der mittleren Längen, sondern vi die Correction der mittleren jovicentrischen Conjunctione Oppositionen dieser Monde mit der Sonne sucht, s man nur die Coefficienten der vorhergehenden Sinus die synodischen Revolutionen, in Secunden ausgedrückt tipliciren und das Product durch 360 dividiren, um d die gesuchte Correction der mittleren Conjunction od

1 Vergl. Littrow Elemente d. phys. Astron. Wien 1827. S

röfse λ — 1 in Zeitsecunden ausgedrückt zu erhalten. Für en ersten Mond z. B. hat man diesen Factor:

$$\frac{1{,}769864 \times 86400}{360} = 425,$$

o dafs man daher folgende Factoren erhält

für den I	Sat. . .	425
II		853
III		1720
IV		4021.

uf diese Weise umgestaltet geben die vier vorhergehenden leichungen die Zeiten der wahren Conjunctionen dieser Sa- elliten, die als Hauptelement der Berechnung ihrer *Finster- isse* zu betrachten sind.

VI. Finsternisse der Satelliten im Allgemeinen.

Der Schatten, welchen Jupiter als ein dunkler Körper nter sich wirft, wenn er von der Sonne beschienen wird, die Ursache, dafs uns die Satelliten desselben oft plötzlich d zu einer Zeit verschwinden, wo sie noch weit von dem nde ihres Hauptplaneten entfernt sind. Der dritte und vierte scheinen oft ebenso plötzlich wieder nach ihrer Verschwin- ng und zwar auf derselben Seite Jupiters. Diese Erschei- ngen sind ganz unsern Mondfinsternissen ähnlich, auch las- n die sie begleitenden Umstände keinen Zweifel über die entität beider Phänomene. Diese Monde verschwinden näm- h immer auf der der Sonne gegenüberstehenden Seite Jupi- oder dort, wohin der Schattenkegel dieses Planeten ge- itet ist; sie verschwinden näher am Jupiter, wenn dieser net selbst näher zu seiner Opposition mit der Sonne kommt, die Dauer ihrer Verschwindung stimmt ganz mit der Zei tein, die sie, den astronomischen Rechnungen gemäfs, be- en, um den von ihnen beschriebenen Weg in jenem Schat- egel zurückzulegen.

Zuweilen sieht man auch diese Monde vor der Scheibe iters, wo sie sich durch ihre Farbe von dem Licht dieser eibe unterscheiden lassen. Gute Fernröhre zeigen dann r den Schatten, welchen die Monde auf den Jupiter wer-

fen und welcher sie auf ihrem Wege über die Scheib
Hauptplaneten begleitet. Diese Erscheinungen sind d
wahre Sonnenfinsternisse für Jupiter, da denjenigen Or
Oberfläche dieses Planeten, die eben von jenen Schat
troffen werden, der Anblick der Sonne ganz ebenso e
wird, wie auch wir die Sonne verfinstert sehn, wenn de
zur Zeit seines Neulichts zwischen uns und die Son
Bei diesen Vorübergängen der Satelliten vor der Jupiters
erscheinen die Satelliten zuweilen nicht als helle, sond
dunkle Flecken, und zwar von beträchtlich kleinerer
sion, als die sie begleitenden Schatten. SCHRÖTER und
DING, welche diese dunklen Flecken öfter gesehn habe
ren der Meinung, dafs diese Monde auf ihrer Ob
grofse dunkle Stellen haben, die kein Licht reflectiren.

Fig. 141. Sey S der Mittelpunct der Sonne und I der J
wie $\alpha\beta\gamma\delta$ die Bahn eines seiner Monde. Die Erde
sich in ihrer Bahn ABCDE von A nach D oder von
gen Ost, so wie auch der Mond in derselben Richtu
α nach β geht. Zieht man die zwei geraden Linien,
die Oberfläche der Sonne und Jupiters auf derselben
berühren, so erhält man die Begrenzung mNn des Sc
kegels, den Jupiter auf der von der Sonne abgewendete
hinter sich wirft.

Wenn der Mond in der Gegend $\alpha\beta$ seiner Bahn ankom
wenn er in den Schattenkegel Jupiters tritt, so verliert
durch sein von der Sonne geborgtes Licht und wird u
her unsichtbar, weil er eben eine Mondfinsternifs hat.
aber der Satellit in der Gegend $\gamma\delta$ seiner Bahn oder w
vor dem Jupiter, zwischen ihm und der Sonne steht, s
er seinen eignen Schatten auf Jupiter und dieser letzte
dann eine Sonnenfinsternifs. Da der Durchmesser des
Satelliten den Bewohnern Jupiters nach dem Vorhergeh
(N. II) unter dem Winkel von 33′ 16″, der Durchmess
Sonne aber nur unter dem Winkel von 6 Minuten, als
fünfmal kleiner erscheint, so wird dieser Mond den Be
nern Jupiters bei ihren totalen Finsternissen die Sonne
längere Zeit ganz bedecken können. Da ferner weg
ungemeinen Gröfse Jupiters die Basis seines Schatten
ebenfalls sehr grofs, im Gegentheil aber jene Satelliten
ihren Hauptplaneten sehr klein sind, und da endlich die

en dieser Monde gegen die Bahn Jupiters, in welcher die
chattenaxe IN liegt, nur sehr wenig geneigt sind, so wer-
en diese Monde, wenigstens die drei ersten, bei jeder Op-
osition durch diesen Schattenkegel gehn oder verfinstert wer-
en, so dafs daher auf Jupiter die Finsternisse selbst eines
nd desselben Mondes viel häufiger seyn werden, als auf der
rde.

Bei unsern Mond- und Sonnenfinsternissen liegen Mond,
onne und Erde stets in derselben geraden Linie. Da wir
er die Bewegung der Jupitersmonde nicht aus dem Mittel-
uncte I ihrer kreisförmigen Bahnen, sondern aus irgend ei-
em Puncte A, B, C.. der Erdbahn betrachten, der im All-
emeinen aufser der geraden Linie, welche die Sonne mit
em Jupiter und seinem Monde verbindet, also aufser der
hattenlinie IN liegt, so wird es auf diese Stelle der Erde
gen jene Schattenlinie IN ankommen, ob die Finsternisse,
elche jene Monde erleiden, uns sichtbar oder unsichtbar
nd. Der Mond wird nämlich in dem Augenblicke verfin-
rt, wo er in dem Puncte α seiner Bahn in den Schatten-
gel mNn tritt. Steht die Erde in der Gegend AB auf der
estseite der Schattenaxe IN, so wird ihr die Finsternifs
n sichtbar seyn, steht sie aber irgendwo in DE auf der Ost-
ite, so wird ihr der Ort α, wo der Mond in den Schatten tritt,
n der Scheibe mn des Jupiter selbst verdeckt seyn und sie
rd daher den Eintritt des Monds in den Schatten nicht sehn.
dem Puncte C, oder wenn die Erde in der Schattenaxe
lbst liegt, ist Jupiter für sie in Opposition mit der Sonne.
r dieser Opposition werden also die Eintritte der Monde
den Schatten von der Erde aus sichbar, nach der Oppo-
on aber werden sie unsichtbar seyn. Je näher übrigens
Erde auf ihrem Wege von A nach B diesem Puncte C
mt, desto näher kommt auch die Gesichtslinie Aα, Bα,..
Schattenaxe IN oder desto näher an dem westlichen Ran-
n des Jupiter werden sich diese Eintritte der Monde er-
en. Aus dem Puncte B z. B. sieht die Erde den Ein-
des Monds in α unter der Entfernung oder unter dem
nkel IBα von Jupiters Mittelpunct und den Austritt in β
Monds aus dem Schatten unter dem Winkel IBβ. Wenn
er diese Gesichtslinie Bβ den westlichen Rand Jupiters in
ben berührt, so sieht die Erde diesen Austritt des Monds

gar nicht, weil der Mond in dem Augenblicke, wo
Schatten Jupiters in β verläfst, sofort hinter die Scheib
ses Planeten tritt und uns daher noch immer unsichtbar
da er jetzt vom Jupiter selbst für uns verdeckt wird.
darauf, wenn die Erde von B gegen b hin vorrückt, v
diese Austritte ganz hinter der Scheibe Jupiters statt
und noch einige Zeit später in b' wird man von der
auch nicht einmal die Eintritte in α mehr sehn könne
auch diese schon von der Scheibe des Planeten verdeckt
den.

Vor der Opposition Jupiters also, oder zu der Zeit
dieser Planet nach Mitternacht in den ersten Morge
den durch den Meridian geht, fällt der Schattenkegel d
ben für uns auf die westliche Seite, nach der Oppositio
auf die östliche, daher wir auch dort die Eintritte der M
auf der westlichen, hier aber die Austritte auf der östl
Seite Jupiters sehn, während uns dort die Austritte au
östlichen und hier die Eintritte auf der westlichen Sei
Allgemeinen unsichtbar sind, indem uns beide von der Sc
des Planeten verdeckt werden. In der Mitte zwischen
position und Conjunction aber, in den sogenannten Qu
turen, wo Jupiter volle 90 Grade östlich oder westlich
der Sonne steht und daher um 6 Uhr Morgens oder Ab
durch den Meridian geht, zu dieser Zeit fällt auch sein S
ten am stärksten östlich oder westlich, und zwar so sehr,
die vom Jupiter ferneren Theile dieses Schattens ganz
der einen oder auf der andern Seite der Planetenscheibe
gen, daher wir auch dann die Eintritte und die Austritte
den Anfang und das Ende derselben Finsternifs auf einer
derselben Seite Jupiters sehn können. Diefs ist in der T
sehr oft der Fall bei dem dritten und vierten Satelliten, d
Entfernung vom Jupiter schon so bedeutend ist. Die z
ersten aber stehn ihren Hauptplaneten immer so nahe,
man vor der Opposition blofs ihre Eintritte und nach der
position blofs ihre Austritte, nie aber beide zugleich sehn k

Wenn aber der Satellit in die Gegend $\gamma\delta$ seiner B
kommt, die zwischen dem Planeten und der Erde liegt,
sieht man ihn von der Erde über die Scheibe Jupiters zie
und da hier der Satellit seinen eigenen Schatten auf die Sche
Jupiters wirft, so entstehn dadurch auf der Oberfläche die

lneten wahre Verdeckungen der Sonne oder wahre Sonnenusternisse, wie bereits oben gesagt worden ist.

VII. Bestimmung des Schattenkegels.

Um die Finsternisse der Satelliten Jupiters zu bestimmen, muſs man vor Allem die Gröſse, Gestalt und Lage des chattens kennen, den Jupiter hinter sich wirft, wenn er von r Sonne beschienen wird. Es sey A' der Mittelpunct und M' = a der Halbmesser einer leuchtenden, ferner A der Mitlpunct, so wie AM = b der Halbmesser einer dunklen Kuel, und endlich AA' = c die Entfernung der Mittelpuncte ieser zwei Kugeln. Zieht man zu den beiden Kreisen, wele hier die zwei Kugeln vorstellen, die äuſseren Tangenten, e sich in T, und die inneren Tangenten, die sich in t schneim, so wird die Grenze des vollen Schattens durch MTN d die des Halbmessers durch MtN bezeichnet. Beide hatten sind Kegel, von welchen der erste seinen Scheitel T und seine Basis MN an der dunklen Kugel hat, wähd der zweite oder der Halbschattenkegel seinen Scheitel t, zwischen den beiden Kugeln, und seine Basis jenseit r dunkeln Kugel in einer unendlichen Entfernung hat. Man ehe aus den Mittelpuncten A' und A der beiden Kugeln ch den Berührungspuncten M' und M derselben die beiden albmesser A'M' und AM und fälle von den Puncten M' d M die Lothe M'a' und Ma auf die Linie A'AT der iden Mittelpuncte. Nennt man α den Winkel ATM an m Scheitel T des vollen Schattens und x die Entfernung T des leuchtenden Körpers von dem Scheitel dieses Schatkegels, so hat man

Fig. 142.

$$a = M'T \,\text{Tang.}\,\alpha$$

$$M'T = \sqrt{x^2 - a^2},$$

wie

$$\sqrt{(x-c)^2 - b^2} = b \,.\, \text{Cotg.}\,\alpha.$$

minirt man aus diesen drei Gleichungen die Gröſsen M'T l Tang. α, so erhält man

$$x - c = \pm \frac{bx}{a},$$

wo hier und in der Folge das obere Zeichen für den voll
das untere aber für den Halbschatten gehört.

Die letzte Gleichung giebt

$$x = A'T = \frac{ac}{a \mp b},$$

also auch

$$AT = x - c = \frac{\pm bc}{a \mp b},$$

und diefs sind die beiden Entfernungen A'T und AT d
Scheitels T und t von den Mittelpuncten beider Kug
Ebenso findet man für die zwei Gröfsen A'a' und Aa d
Werthe

$$A'a' = \frac{a}{c}(a \mp b)$$

und

$$Aa = \frac{b}{c}(a \mp b).$$

Die krummen Linien, in welchen die beiden Kugeln von d
zwei Schattenkegeln berührt werden, sind Kreise, deren M
telpuncte a' und a und deren Halbmesser die Lothe a'
und aM auf die Axe A'AT sind. Es ist aber

$$a'M' = \sqrt{a^2 - (A'a')^2} \text{ und } aM = \sqrt{a^2 - (Aa)^2},$$

also sind auch, wenn man die vorhergehenden Werthe v
A'a' und Aa substituirt, die Halbmesser der erwäh
Kreise

$$a'M' = \frac{a}{c}\sqrt{c^2 - (a \mp b)^2},$$

$$aM = \frac{b}{c}\sqrt{c^2 - (a \mp b)^2}.$$

Um noch den Halbmesser BC des kreisförmigen Schnitts
finden, der durch eine Ebene entsteht, die in der Entfern
AB = r von dem Mittelpuncte der dunklen Kugel senkre
auf der Axe A'AT steht, hat man, wenn der Win
ATM = α ist,

$$\text{Tang.}\,\alpha = \frac{BC}{BT} \text{ oder } \text{Tang.}\,\alpha = \frac{BC}{AT - r}.$$

Es war aber

$$AT = \frac{bc}{a \mp b} \text{ und } \text{Sin.}\,\alpha = \frac{a \mp b}{c},$$

lso ist auch, wenn man diese Werthe von AT und α in der orhergehenden Gleichung substituirt,

$$BC = \frac{\pm b(c+r) - ar}{\sqrt{c^2 - (a \mp b)^2}}.$$

Setzt man endlich die Gröfse $A'B = c + r = x$ oder $r = x - c$ und $BC = \sqrt{y^2 + z^2}$ und substituirt man diese Werthe von und BC in der letzten Gleichung, so erhält man

$$(y^2 + z^2)\,[c^2 - (a \mp b)^2] = [ac - x(a \mp b)]^2,$$

ür die Gleichung der Oberfläche des Schattenkegels zwischen den drei unter sich senkrechten Coordinaten x, y, z, wo wieder das obere Zeichen für den vollen, das untere aber für den *Halbschatten* gehört.

Zusammengesetzter wird die Auflösung dieser Aufgabe, oder die Bestimmung derjenigen Fläche, welche zwei ihrer Gestalt und Lage nach gegebene Flächen ringsum berührt, wenn diese zwei gegebenen Flächen nicht mehr Kugeln, wie n dem Vorhergehenden, sondern z. B. Ellipsoide sind[1]. Bei upiter sollte auf diese Abweichung von der Kugelgestalt allerdings Rücksicht genommen werden, da die Abplattung dieses Planeten sehr grofs ist und nahe $\frac{1}{14}$ beträgt. Allein wegen der geringen Neigung des Aequators dieses Planeten gegen seine Bahn, welche Neigung nur 3,092 Grade beträgt, wird man die grofse Axe Jupiters als in der Bahn desselben liegend und die kleine darauf senkrecht annehmen können. Dann wird also auch der Schnitt des Schattenkegels mit einer Ebene, die auf der Axe dieses Schattens senkrecht steht, eine Ellipse seyn, deren grofse Axe in der Jupitersbahn und den kleine darauf senkrecht ist. Heifst dann A der Winkel, unter welchem aus dem Mittelpuncte Jupiters die halbe grofse Axe dieses elliptischen Schattenschnitts gesehn wird, und ist $\alpha = \frac{1}{14}$ die Abplattung Jupiters, so ist die halbe kleine Axe des Schattenschnitts gleich $A(1-\alpha)$ und daher die Gleichung des Schattenschnitts selbst

$$\frac{y^2}{A^2} + \frac{z^2}{A^2(1-\alpha)^2} = 1 \quad \ldots \quad (A)$$

Wenden wir das Vorhergehende auf die Körper unsers Son-

1 Vergl. Littrow analytische Geometrie. Wien 1823.

nensystems an, so hat man, wenn man bloſs den vo[llen]
Schatten berücksichtigt, für die Länge des Schattens

$$AT = \frac{bc}{a-b} \text{ und } A'T = AT + c = \frac{ac}{a-b}$$

und für die Entfernungen der Mittelpuncte der beiden Ku[geln]
von den Mittelpuncten der Kreise, in welchen sie von [dem]
Schattenkegel berührt werden,

$$Aa = \frac{b}{c}(a-b) \text{ und } A'a' = \frac{a}{b}.(Aa) = \frac{a}{c}(a-b).$$

Ist ferner $AB = r$, so erhält man für den Halbmesser BC [des]
Schattenschnitts, der durch eine auf AT senkrecht steh[ende]
und durch den Punct B gehende Ebene entsteht,

$$BC = \frac{bc - (a-b)r}{c \operatorname{Cos}. \varphi},$$

$$\text{wo } \operatorname{Sin}. \varphi = \frac{a-b}{c} \text{ ist,}$$

und statt des letzten Ausdrucks wird man auch, da für [die]
meisten Planeten c sehr groſs gegen a und b ist, die ab[ge]kürzte Gleichung nehmen können

$$BC = b - \frac{(a-b)}{c} r.$$

So hat man für den vollen Schatten bei unseren *Mondfinst[er]nissen*

a = 96238	geogr. Meilen	Halbmesser der Sonne,
b = 859,44	— —	Halbmesser der Erde,
c = 20665800	—	mittlere Entfernung der E[rde] von der Sonne,

woraus daher folgt

A T	= 186216	geogr. Meilen
A' T	= 20852016	
A a	= 3,97	
A' a'	= 444,17	
BC	= 859,44 — 0,004615 r.	

Für unsere *Sonnenfinsternisse* aber ist der Halbmesser [des]
Monds b = 233 Meilen und die mittlere Entfernung des Mo[nds]
von der Sonne

$$c = 20665800 - 51600 = 20614200 \text{ Meilen,}$$

während wieder a = 96238 ist. Daraus folgt

$$A\,T = 50030 \text{ Meilen}$$
$$A'T = 20664230$$
$$A\,a = 1{,}08$$
$$A'a' = 448{,}20$$
$$B\,C = 233 - 0{,}004657\,r.$$

ir die Verfinsterung der Jupiterssatelliten endlich ist der
lbmesser Jupiters $b = 9990$ Meilen und die mittlere Ent-
nung dieses Planeten von der Sonne

$$5{,}20278 \times 20665800 = 107519600$$

d, wie zuvor, $a = 96238$, so dafs man daher erhält

$$A\,T = 12453870 \text{ Meilen}$$
$$A'T = 119913470$$
$$A\,a = 8{,}013$$
$$A'a' = 77{,}198$$
$$B\,C = 9990 - 0{,}00080217\,r.$$

n sieht daraus, dafs der Schattenkegel des Monds zur Zeit
s Neumonds, wenn dieser Nebenplanet in seiner mittleren
tfernung von 51600 Meilen von der Erde ist, nur die Länge
1 50030 M. hat, also noch nicht die Oberfläche der Erde
eicht. Wegen der verschiedenen Entfernung des Mondes
n der Erde ist auch die Länge seines Schattenkegels ver-
ieden. Der möglich gröfste und kleinste hat die Länge von
110 und 49400 Meilen. Auch der Schattenkegel der Erde
wegen der Excentricität der Erdbahn verschieden und im-
r zwischen den beiden Extremen 188640 und 182410 Mei-
1 enthalten. Beim Jupiter aber ist die Länge seines Schat-
kegels so grofs, dafs er selbst über den vierten Satelliten
selben noch mehr als 12 Millionen Meilen hinausreicht,
er auch diese Satelliten viel öfter verfinstert werden, als
er Mond.

III. Bestimmung der Dauer der Finsternisse der Jupitersmonde.

Sey C der Mittelpunct und AmB der Umkreis des oben
VII) bestimmten elliptischen Schattenschnitts, cm ein Theil
Wegs des Satelliten und cC, so wie mM senkrecht auf
Jupitersäquator AB. Nennt man β die Breite und λ die
icentrische Länge des Satelliten im Augenblick der Oppo-

Fig. 143.

sition desselben mit der Sonne, und ist m der Winkel, w chen der Satellit von dem Augenblicke der Immersion in den Schatten bis zur Conjunction in c zurücklegt, so also

$$Cc = \beta \text{ und } CM = m,$$

so wie

$$mM = \beta - m \,.\, \frac{\partial \beta}{\partial \lambda},$$

wo $m.\frac{\partial \beta}{\partial \lambda}$ die Aenderung der Breite des Satelliten in der Z schenzeit von der Immersion bis zur Opposition ist.

Wendet man diefs auf die Gleichung (A Nr. VII) an, hat man, da

$$y = m \text{ und } z = \beta - \frac{m \partial \beta}{\partial \lambda}$$

ist, für die Gleichung des elliptischen Schattenschnitts

$$\frac{m^2}{A^2} + \frac{\left(\beta - \frac{m \partial \beta}{\partial \lambda}\right)^2}{A^2 (1-\alpha)^2} = 1,$$

woraus man, da α nur klein ist, annähernd erhält

$$m = \frac{\beta \partial \beta}{(1-\alpha)^2 \partial \lambda} \pm \frac{\sqrt{A^2 (1-\alpha)^2 - \beta^2}}{1-\alpha},$$

das obere Zeichen für die Immersion und das untere für die Em sion. Daraus folgt, dafs der ganze Winkel, welchen der Sat um den Mittelpunct Jupiters während der ganzen Dauer Finsternifs beschreibt, gleich

$$\frac{2\sqrt{A^2 (1-\alpha)^2 - \beta^2}}{1-\alpha}$$

seyn wird. Nennt man also S die synodische Bewegung Satelliten, in der Einheit der Zeit A ausgedrückt, und zeichnet man durch T die ganze Dauer der Finsternifs, so i

$$T = \frac{2\sqrt{A^2 (1-\alpha)^2 - \beta^2}}{(1-\alpha) . S} \quad \ldots \quad (B)$$

und diese Gleichung giebt die gesuchte Dauer der Finstern wenn die Breite β des Satelliten in der Opposition beka ist, also auch umgekehrt diese Breite β, wenn die Daue durch unmittelbare Beobachtung der Finsternifs bekannt gew den ist.

Will man dann auch die Länge des Satelliten zur Zeit
er Mitte der Finsternifs so hat man aus dem Vorhergehen-
en die Länge desselben für die Zeit der Immersion oder
mersion

$$\lambda - \frac{\beta \partial \beta}{\partial \lambda} \mp \frac{\sqrt{A^2(1-\alpha)^2 - \beta^2}}{1-\alpha},$$

voraus daher sofort folgt, dafs die jovicentrische Länge zur
eit der Mitte der Finsternifs seyn wird

$$\lambda - \frac{\beta \partial \beta}{\partial \lambda}.$$

Jm noch den Werth von $\frac{\partial \beta}{\partial \lambda}$ zu eliminiren, hat man, wenn
die *Neigung* und x die Länge des Knotens der Satelliten-
ahn mit der Jupitersbahn bezeichnet, durch sphärische Tri-
onometrie

$$\text{Tang.}\,\beta = \text{Tang.}\,n\,\text{Sin.}\,(\lambda - x),$$

lso auch

$$\frac{\partial \beta}{\partial \lambda} = \text{Tang.}\,n\,\text{Cos.}\,(\lambda - x)\;\text{Cos.}^2\beta,$$

dafs daher die jovicentrische Länge des Satelliten zur Zeit
er Mitte der Finsternifs

$$\lambda - \text{Tang.}^2 n\,.\,\text{Cos.}\,(\lambda - x)\,\text{Cos.}^2\beta$$

eyn wird.

Diese jovicentrische Länge des Satelliten kann auch auf
lgende Weise gefunden werden. Ist nämlich L die Länge
er Sonne S, fenner l, b die geocentrische Länge und Breite
upiters P zur Zeit der Mitte der Finsternifs, so wie TS = R
e *Entfernung* der Erde T von der Sonne und TP = ϱ vom
piter, V der Frühlingspunct, so hat man, da diese Gröfsen
s den astronomischen Tafeln oder aus den Beobachtungen
kannt sind,

Fig. 144.

$$VTS = L,\; VTp = l,\; PTp = b \text{ und } STp = l - L,$$

$$\text{Cos.}\,\psi = \text{Cos.}\,b\;\text{Cos.}\,(l - L)$$

d

$$\text{Cotg.}\,\pi = \frac{\varrho - R\,\text{Cos.}\,\psi}{R\,\text{Sin.}\,\psi},$$

o ψ gleich dem Winkel STp und π gleich PTS oder die
genannte jährliche Parallaxe Jupiters bezeichnet. Ist dann
die heliocentrische Länge Jupiters, die ebenfalls durch die

man diese Bewegungen durch ∂l, $\partial l'$ und $\partial l''$ bezeich
ebenfalls

$$\partial l + 2\partial l'' = 3\partial l' \quad \ldots \quad (C).$$

Ein anderes, nicht weniger merkwürdiges Verhältnifs be
auch zwischen den *Epochen* dieser drei Satelliten oder
schen den mittleren Längen derselben für irgend eine g
bene Zeit. Heifst nämlich l, l' und l'' diese Länge des I.
und III. Satelliten für irgend eine Zeit, so ist immer
nahe

$$l + 2l'' = 3l' + 180^\circ \quad \ldots \quad (D).$$

Die sämmtlichen Beobachtungen dieser Satelliten sei
Zeit ihrer Entdeckung haben gezeigt, dafs diese beiden
chungen (C) und (D) sehr nahe erfüllt werden. Die Ab
chungen sind immer nur sehr gering und innerhalb der G
zen der möglichen Beobachtungsfehler gefunden worden.
Theorie endlich hat gezeigt, dafs diese beiden Gleichu
in vollkommener Schärfe existiren. Es ist in der That
unwahrscheinlich, dafs diese drei Monde durch einen bl
Zufall in diejenigen Entfernungen von Jupiter gesetzt wo
sind, welche für jene Verhältnisse nothwendig sind, ab
kann angenommen werden, dafs dieser Zufall jene Monde
nigstens nahe dorthin gesetzt habe, wo sie diesen Verhäl
sen entsprechen. Unter dieser Voraussetzung zeigte abe
Theorie, dafs dann blofs durch die gegenseitige Einwir
dieser drei Satelliten auf einander jene anfänglich nur
herten Verhältnisse in der Folge der Zeit ganz genau we
mufsten und dafs sie, einmal genau hergestellt, auch i
in diesem Zustande verbleiben werden, so lange das Sy
selbst durch keine gewaltsame äufsere Einwirkung, wie
durch einen Kometen, gestört wird. Auch die seculären
chungen, welchen die mittleren Bewegungen dieser Sate
unterworfen und die der seculären Beschleunigung u
Mondes ähnlich sind[1], werden jene Verhältnisse nich
stören im Stande seyn, so wenig als etwa ein wide
hendes Mittel, in welchem sich diese Monde bewegen
gen, oder sonst eine andere Ursache, deren Einwirkung
nach und nach merklich wird. Denn dieselbe gegenseitige A
hung dieser drei Monde wird auch jene seculären Gleichu

---

1 S. Art. *Mond*. Bd. VI. S. 2379.

er Monde denselben Verhältnissen unterwerfen, so dafs die :culäre Gleichung des ersten, mehr der doppelten des dritten, ieder gleich der dreifachen des zweiten Satelliten seyn wird. elbst jetzt schon sieht man diejenigen ihrer Ungleichheiten, ie erst in vielen Jahren wiederkehren, den erwähnten Verältnissen sich coordiniren und zwar desto inniger anschliefsen, : gröfser die Perioden dieser Ungleichheiten selbst sind. Diese igenschaft, durch welche jene drei ersten Monde Jupiters leichsam ein isolirtes System geworden sind, das sich selbst n Himmelsraume das Gleichgewicht hält, mufs sich selbst if die Rotationen derselben erstrecken, wenn diese, wie die eobachtungen zu bestätigen scheinen, ihren Revolutionen um en Hauptplaneten gleich sind, wie diefs auch beim Monde er Erde der Fall ist. Die Anziehung dieses gröfsten aller auptplaneten ist stark genug, diese Erscheinung hervorzuingen und der Umdrehung seiner Monde dieselben seculären ngleichheiten mitzutheilen, von welchen ihre Umlaufszeiten ficirt sind.

Dafs übrigens der merkwürdige Komet, der im Jahre '70 mitten durch das System dieser Satelliten gegangen ist, ie Verhältnisse nicht gestört und überhaupt keine einzige rkbare Veränderung in denselben hervorgebracht hat, ist ohl ein neuer Beweis, dafs die Masse dieses, wie vielleicht ler Kometen, nur äufserst gering seyn kann. Die Rechnung igt, dafs dieser Komet, wenn seine Masse nur den hundertusendsten Theil der Masse der Erde betragen hätte, schon ıs bemerkbare Aenderungen in jenem Systeme hätte herrbringen müssen. Dasselbe schöne Verhältnifs, welches rischen den siderischen Bewegungen statt hat, mufs auch ischen den synodischen bestehn, da die synodische Bewe- ng nur die Differenz der siderischen Bewegung des Satelli- ı und der seines Hauptplaneten ist. Wenn man in der eichung (C) statt der siderischen Bewegung die synodische stituirt, so verschwindet die Bewegung Jupiters ganz aus Gleichung, so dafs also dieselbe ungeändert bleibt.

Eine merkwürdige Folge dieses Verhältnisses ist, dafs die i ersten Monde Jupiters nie zu gleicher Zeit eine Verfinmng erleiden können. Denn wenn z. B. der zweite und dritte zugleich verfinstert werden, so wird der erste immer Jupiter in Conjunction seyn oder vor ihm stehn, und wenn

der zweite und dritte Mond zugleich vor der Jupitersschei-
stehn oder auf dem Jupiter eine Sonnenfinsternifs verursachen,
so wird der erste in Opposition oder hinter der Scheibe Ju-
piters stehn. Auch ist, so viel mir bekannt, der Fall nur
ein einziges Mal vorgekommen, wo man Jupiter ganz ohne Sa-
telliten gesehn hat. Diese Beobachtung ist von Molyneux
am 2ten Nov. 1681 alten Styls gemacht worden[1].

X. Entdeckung der Satelliten und Bestimmung der Masse Jupiters durch dieselben.

Was die Geschichte der Entdeckung der Jupiterstrabanten
und der allmäligen Ausbildung ihrer Theorie, so wie die Be-
obachtung ihrer Rotation und endlich den Gebrauch derselben
zu Längenbestimmungen betrifft, so enthält der bereits er-
wähnte Art. *Nebenplaneten* das Vorzüglichste, was darüber
hier angeführt werden könnte. Wir beschliefsen daher diesen
Gegenstand blofs durch einige nachträgliche zerstreute Bemer-
kungen.

Es scheint keinem Zweifel unterworfen zu seyn, daß
Simon Marius zu Ansbach von Allen zuerst, und zwar im
November 1609, die vier Satelliten Jupiters gesehn habe.
Nach ihm erblickte sie Galilei zu Padua am 7. Jan. 1610.
Fast zu gleicher Zeit sah sie Thomas Harriot am 16. Jan.
1610 zu London und am Ende desselben Jahres, nämlich im
November 1610, bemerkten sie auch Peyresc, Gautier und
Gassendi zu Aix in Frankreich[2]. Bemerkenswerth ist dabei,
wie Marius auf diese Entdeckung kam. Im Jahre 1608 näm-
lich fand der brandenburgische geheime Rath J. Ph. Fuchs
von Bimbach in Mähren auf der Messe zu Frankfurt a. M.
eines der damals noch wenig bekannten Fernröhre, das ein
Niederländer zum Verkaufe dahin gebracht hatte. Er bezeigte
Lust, dasselbe zu kaufen, stand aber wieder davon ab, weil
ihm der gesetzte Preis zu hoch schien. Bei seiner Rückkunft
nach Ansbach erzählte Fuchs diese Begebenheit mit ih-

1 Molyneux, Optics. p. 271.

2 V. Zach Mon. Corr. Bd. VIII. S. 43. XV. 435.

ständen dem SIMON MARIUS, dem er auch das Werkzeug genau beschrieb, daſs MARIUS sogleich ein solches, obschon noch unvollkommenes Fernrohr zusammensetzen konnte. Im folgenden Jahre 1609 erhielt FUCHS aus den Niederlanden und auch aus Venedig bessere Gläser, mit welchen MARIUS schon bessere Fernröhre zusammensetzte, und mit diesen letzten entdeckte er die Jupiterssatelliten. Dieses wäre demnach ohngefähr dieselbe Geschichte, die man auch von GALILEI erzählt, der im J. 1609 auf die bloſse Nachricht von der Existenz dieses Werkzeuges dasselbe ebenfalls selbst erfunden haben soll. Wenn wir diese Geschichte bemerkenswerth genannt haben, so ist es nicht sowohl wegen ihrer selbst, als wegen der *Zeit*, in welcher sie vorgefallen ist. Also im Jahre 1608 waren *die* neu erfundenen Fernröhre schon so verbreitet, daſs man sie auf die Messe nach Frankfurt bringen konnte. Auch in England waren im J. 1610 die Fernröhre schon sehr bekannt. So führt v. ZACH einen Brief von Sir CHRISTOPHER HEYDON, London 6. Jul. 1610 datirt, an, in welchem es heiſst: *Of my own experience with one of our ordinary Trunks I have seen eleven stars in the Pleiades, whereas no eye ever remembers above seven*, d. h. mit einem unserer *gewöhnlichen Guckkasten (Trunks)*, wie HEYDON die ersten Fernröhre seiner Zeit nennt, weil sie vermuthlich die Gestalt von viereckigen Prismen, von kastenförmigen Parallelepipeden hatten. Der oben erwähnte HARRIOT nennt sie schon *Perspective-Cylinder*, weil sie wahrscheinlich schon in metallenen Röhren gefaſst waren. Bekanntlich giebt BORELLI[1] den ZACHARIAS JAHNSEN oder JOHANNIDES als denjenigen an, der das Fernrohr im J. 1590 zu Middelburg in Zeeland erfunden hat. JAHNSEN war Glasschleifer und Brillenmacher in Middelburg und soll durch ein Spiel seiner Kinder mit Gläsern auf die Entdeckung geleitet worden seyn. BORELLI belegt diese seine Aussagen mit Zeugnissen des Magistrats der Stadt. Man hat diese Entdeckung auch einem gewissen LIPPERSHEIM oder dem JACOB METIUS oder dem CORNELIUS DREBEL u. A. zuschreiben wollen. Von diesen wird besonders der Letzte von BOSSUT und von MONTUCLA in ihren Geschichten der Mathematik in Schutz genommen, indem sie ihm ein

1 De vero telescopii inventore. Hag. Com. 1655.

ausgezeichnetes Talent und eine seltene gelehrte Bild
schreiben. Allein ADELUNG in seiner „Geschichte der
lichen Narrheit" stellt diesen DREBBEL geradezu al
Charlatan dar, der nur ein Paar ganz unbedeutende
chen hinterlassen habe, die durch ihren Styl schon
wissenden Marktschreier verriethen. Auch soll er nic
doch so oft gesagt wurde, der Erfinder des Thermome
wenig wie der des Fernrohrs seyn, obschon er sic
beiden und mehrerer andern Erfindungen auf eine gr
cherische Weise selbst gerühmt haben soll.

Was die Benennung dieser Satelliten Jupiters bet
wurden sie von SIMON MARIUS, seinem Markgrafen vo
denburg zu Ehren, *Sidera Brandenburgica* und von
LEI, seinem Herzog MEDICI zu Liebe, *sidera Medicea* g
Der Letzte oder einer seiner Schüler benannte selbst d
zelnen Satelliten mit den Familiennamen der Medica
hiefs der erste Satellit CATHARINA oder auch FRANCISC
zweite MARIA oder FERDINANDUS, der dritte COSMUS
und der vierte COSMUS *minor*. Allein diese Schmei
wurden bald vergessen und heutzutage sind sie sel
Hofe jener Fürsten nicht mehr bekannt.

In den neuesten Zeiten ist besonders der vierte
Satelliten der Gegenstand anhaltender Beschäftigung der
nomen geworden. Bekanntlich läfst sich die Masse
gen Hauptplaneten, die mit Satelliten versehn sind,
men, wenn man die Halbmesser der Bahnen und di
laufszeiten der beiden Körper kennt. Ist nämlich a di
grofse Axe und T die siderische Umlaufszeit eines Pl
so wie M die Masse der Sonne und m die Masse des
ten, und bezeichnet man analog die halbe Axe der Sat
bahn durch a′ und die siderische Umlaufszeit des Sa
durch T′, so hat man

$$\frac{M}{m} = \left(\frac{a}{a'}\right)^3 \cdot \left(\frac{T'}{T}\right)^2.$$

Für Jupiter ist a = 5,20279 Halbmesser der Erdbah
T = 4332,59631 Tage, für seinen vierten Satelliten a
T′ = 16,6890 Tage und a′ = 26,998 Halbmesser Jupiter
aber der Halbmesser Jupiters in seiner mittleren Entfe
von der Sonne aus dem Mittelpuncte der Sonne unter

Vinkel von 18″,371 gesehn wird, so ist der Halbmesser Jupiters gleich a. Tang. 18″,371 Halbmesser der Erdbahn, und aher auch die mittlere Entfernung des vierten Satelliten von em Mittelpuncte Jupiters oder der hier anzuwendende Werth ler Gröſse a′ gleich

$$a' = 26{,}998 \, . \, a \, . \, \text{Tang.} \; 18'',371$$

der

$$a' = 0{,}0125105 \text{ Halbmesser der Erdbahn.}$$

ubstituirt man diese Werthe von a, a′ uud T, T′ in der vorergehenden Gleichung, so erhält man

$$\frac{M}{m} = 1067$$

der die Masse m des Jupiter ist gleich $\frac{1}{1067}$, wenn man e Masse M der Sonne gleich der Einheit annimmt. Von ieser Gröſse hatte schon Newton[1] die Masse Jupiters gefunen, indem er die Beobachtungen der gröſsten Digression zu runde legte, die sein Zeitgenosse Pound an diesem vierten atelliten beobachtet hatte, und ganz ebenso groſs giebt sie ich noch Laplace[2] an. Bekanntlich lassen sich aber diese assen der Planeten auch aus den Störungen schlieſsen, welche sie auf die andern Planeten ausüben. Da nun die drei enannten Planeten die gröſsten unsers Sonnensystems und daer ihre gegenseitigen Störungen sehr beträchtlich sind, so urde dadurch Laplace verursacht, die Massen dieser Planeten auch auf diesem neuen Wege zu suchen. Bouvard, er die hierher gehörenden Rechnungen auf Laplace's Verlassung übernahm, fand dadurch folgende Massen:

für Jupiter . . $\frac{1}{1070}$,
- Saturn . . $\frac{1}{3512}$,
- Uranus . . $\frac{1}{17918}$.

azu macht Laplace die Bemerkung, daſs man die Differenz wischen diesen und den älteren Angaben ungemein klein nden wird, wenn man die Schwierigkeiten bedenkt, die sich

1 In seinen Principien. Lib. III.

2 Mécan. céleste und Exposit. du Système du Monde. Liv. IV. hap. III. Am letzten Orte findet Laplace auf demselben Wege die asse Saturns $= \frac{1}{3359}$ und des Uranus $= \frac{1}{19500}$.

der Messung der Elongation des Satelliten und der Ellipt
seiner Bahn entgegensetzen. Er sagt hierüber[1]: „Inde
meine Wahrscheinlichkeitsrechnung an die Calcüls anbr
die Bouvard ausgeführt hat, so habe ich gefunden, daſs
eine Million gegen Eins wetten kann, daſs die von Bou
gefundene Masse Jupiters noch nicht um den hundertsten
ihres Werthes fehlerhaft ist.“ Ebenso will er Elftausen
gen Eins wetten, daſs die neue Masse Saturns um kein
dertstel ihres Werthes irrig ist, und endlich nur 2500
Eins, daſs die neue Masse des Uranus noch bis auf
vierten Theil richtig ist. Diese Ungewiſsheit für U
kommt daher, daſs die Masse dieses Planeten gegen di
Saturn sehr klein, daſs also auch die Störung, welche S
von Uranus erfährt, nur gering ist, und daſs man dah
diesen Störungen nicht mehr so sicher auf die wahre Ur
derselben, d. h. auf die Masse des Uranus, zurückschl
kann. Hierbei blieb es bis auf unsere Tage. Allein i
letzten Zeiten bemerkte man, daſs die Störungen, welch
piter auf die vier neuen Planeten ausübte, noch viel g
und daher auch noch viel geschickter seyn müssen, die
dieses Planeten zu bestimmen. Nicolai in Mannheim
nahm zuerst diese Untersuchungen, indem er die von
entwickelten allgemeinen Störungsgleichungen auf die Jun
wendete, woraus er für die Jupitersmasse $\frac{1}{1053,9}$ fand.
so leitete Encke aus den Störungen, die Jupiter in de
stabahn hervorbringt, diese Masse gleich $\frac{1}{1050,1}$ und e
auch aus dem von ihm benannten Kometen gleich $\frac{1}{\ldots}$
ab, sämmtlich gröſsere Werthe, als sie früher Newto
funden hatte. Die Masse Jupiters war nämlich

$$\text{nach Newton} \;..\; \frac{1}{1067},$$
$$\text{— Bouvard} \;..\; \frac{1}{1070},$$
$$\text{nach Nicolai u. Encke} \;..\; \frac{1}{1052,8},$$

1 A. a. O. S. 47.

so dafs also die letzte die gröfste und die von Bouvard die
deinste Masse giebt.

Es schien nicht leicht, diese Differenzen zu vereinigen,
obschon sie in der That grofs genug waren, um die Astronomen
aufmerksam zu machen. Diese Differenz war weit entfernt,
in so enge Grenzen eingeschlossen zu seyn, für die oben
Laplace eine Million zu wetten keinen Anstand nahm, und
sie ging auf volle Zweihundertstel des Ganzen. Wenn z. B.
die Störung, welche einer der neuen Planeten von Jupiter
leidet, im Allgemeinen zwei Grade beträgt, und sie kann be-
trächtlich höher steigen, so beträgt der zweihundertste Theil
derselben schon 144 Secunden, also über 2,5 Minuten, und so
grofse Abweichungen der Theorie von der Beobachtung mufs-
en den neuern Astronomen zu sehr auffallen, um nicht den
Grund dieser Discordanz mit allem Eifer zu erforschen. Allein
nachdem sie lange genug vergebens gesucht hatten, blieb ih-
nen, wie es schien, nichts übrig, als beide Resultate, bis auf
bessere Einsicht, neben einander bestehn zu lassen. Viele ka-
men sogar auf die Ansicht, dafs bei der gegenseitigen Wir-
kung der Planeten auf einander nicht blofs das Gesetz der
allgemeinen Schwere, sondern auch eine gewisse chemische
Wahlverwandtschaft dieser Himmelskörper berücksichtigt wer-
den müsse, und dafs, wegen einer solchen Verwandtschaft,
Jupiter z. B. auf die Masse seiner Monde ganz anders ein-
wirken müsse, als auf die Masse der neuen Planeten, die
von jener der Monde wesentlich unterschieden seyn könne.
Eine solche Ansicht wäre, wie im vorigen Jahrhundert die
von Clairaut, durch welche er einer ähnlichen Schwierig-
keit begegnen wollte, sehr geeignet gewesen, unsere Rech-
nungen und Theorieen so zu verwirren und die Schwierig-
keiten derselben so zu vermehren, dafs man nur wenig Hoff-
nung hegen könnte, je damit zu einem einfachen und befriedi-
genden Resultate zu gelangen.

Aber wie es in der Geschichte der Menschheit und auch
in der Geschichte der Wissenschaft schon so oft gegangen ist,
so ging es auch hier. Man sucht lange in der Tiefe, was
ganz oben, was oft unmittelbar vor Augen liegt. Jene erste
Bestimmung der Masse Jupiters von Newton gründete sich
auf die Messungen Pound's und diese wurden durch eine

stillschweigende Uebereinkunft unter den Astronomen a
lerfrei, als ganz zuverlässig angenommen, obschon m
wohl wufste, dafs die Instrumente, deren sich Pou
diente, nicht die besten ihrer Art und dafs die Beob
gen, um die es sich hier handelte, nicht die leichtesten

Endlich kam Airy, damals noch (im J. 1832) Profe
Astronomie in Cambridge, zuerst auf den Einfall, die
Elongation dieses vierten Satelliten noch einmal mi
Schärfe, die seine trefflichen Instrumente und die j
sehr vervollkommnete Beobachtungskunst erlaubten, *zu*
suchen, und er fand im Mittel aus sehr vielen und se
unter einander übereinstimmenden Beobachtungen *dar*
Masse Jupiters gleich $\frac{1}{1048,9}$ der Sonne, also nahe mi
jenigen Resultaten übereinstimmend, die Nicolai und
auf ganz andern Wegen gefunden haben. Später *nah*
Prof. Santini[1] in Padua dieselben Beobachtungen des
ten Satelliten noch einmal vor und fand diese Masse
$\frac{1}{1049}$, übereinstimmend mit Airy. Nennt man Pound'
stimmung $a = \frac{1}{1067}$ und die neue $a' = \frac{1}{1049}$, so hat m

$$\frac{a'}{a} = \frac{1067}{1049} = 1,017,$$

so dafs also die alte Bestimmung um nahe $\frac{2}{100}$ ihrer (
fehlerhaft ist, allerdings unvereinbar mit dem Resultate,
ches Laplace mit Hülfe der Wahrscheinlichkeitsrechnun
funden haben wollte.

XI Bestimmung der Entfernung Jupit von der Sonne durch Beobachtung *sei* Satelliten.

Wenn die Alten diese Satelliten mit unbewaffnetem A
hätten sehn können, so würde ihnen das einfache *Mittel*,
aus die Entfernung Jupiters von der Sonne zu finden, o
Zweifel nicht entgangen seyn und sie würden dann ganz

1 Memorie della Società Italiana in Modena. T. XXI. Scha
cher's astron. Nachr. Th. XII. S. 285.

Ansichten von der Gröſse und der innern Organisation
es Planetensystems erhalten haben. Nehmen wir an, man
die ganze Dauer des Umlaufs des 3ten oder des 4ten
en beobachtet. Zur Zeit der Mitte der Finsterniſs ist
Satellit, aus dem Mittelpuncte Jupiters betrachtet, sehr
in seiner Opposition mit der Sonne, also ist dann auch
jovicentrische Lage am Himmel dieselbe mit der helio-
ischen Lage seines Hauptplaneten. Die unmittelbare Be-
ung oder, was dasselbe ist, die Sonnentafel giebt für
Zeit auch die heliocentrische Lage der Erde. Man
in dem Dreiecke, das die Mittelpuncte der Sonne,
Erde und des Jupiter verbindet, den Winkel an der
und durch eine directe Beobachtung auch den Winkel
der Erde oder die Elongation Jupiters von der Sonne.
nach hat man also auch, da in jedem Dreiecke die Seiten
verhalten, wie die Sinus der ihnen entgegenstehenden
Winkel, für die Zeit dieser Mitte der Finsterniſs das Verhält-
der drei Seiten dieses Dreiecks, oder man erhält die Ent-
ung Jupiters von der Sonne und von der Erde in Theilen
Entfernung der Erde von der Sonne. Man findet dadurch,
Jupiter in seiner mittleren Entfernung von der Sonne
5,2 Mal weiter von der Sonne absteht, als die Erde, oder
diese Entfernung Jupiters von der Sonne über 107 Mil-
deutsche Meilen beträgt.

XII. Entdeckung der Geschwindigkeit des Lichts durch diese Satelliten.

Daſs die Verfinsterungen dieser Satelliten zur *Bestimmung*
geographischen Längen sehr geeignet sind, wurde bereits
[1] bemerkt. Am einfachsten ist das Verfahren, wenn man
Finsternisse an zwei verschiedenen Orten in der That
beobachtet. Hat man z. B. den Eintritt eines solchen Mon-
in den Schatten seines Hauptplaneten zu Paris um 8^h
24″ und zu Wien um $9^h\ 26'\ 34''$ beobachtet, so ist die
Differenz dieser Zeiten oder so ist $0^h\ 56'\ 10''$ auch sofort die
Differenz der geographischen Längen dieser beiden Beobach-
tungsorte. Allein es ist schwer, viele solche correspondirende

[1] S. Art. *Nebenplaneten.* Bd. VII. S. 67.

Beobachtungspaare zu erhalten, und was noch wichti[g]
zur See, wo diese Beobachtungen von vorzüglicher A[nwen-]
dung sind, kann man die Nachricht von der zweiten, [viel-]
leicht mehrere Hunderte von Meilen entfernten Beob[achtung]
nicht abwarten, da man die Länge des Orts, an welche[m sich]
das Schiff eben aufhält, sogleich kennen mufs, um si[ch vor]
den Klippen und Untiefen der See zu schützen. Diese[m Um-]
stande zu begegnen, suchte man ein Mittel, aus einer ei[nzigen]
isolirten Beobachtung einer solchen Finsternifs die geog[raphi-]
sche Länge dieses Ortes abzuleiten. Eine lange fortg[esetzte]
Reihe von Beobachtungen dieser Art lehrte uns die Um[laufs-]
zeiten und die übrigen Elemente dieser Monde kenne[n und]
setzte uns dadurch in den Stand, diese Finsternisse, w[elche]
sich künftig ereignen werden, durch Rechnung zu besti[mmen.]
Die ersten Tafeln dieser Art wurden von dem berü[hmten]
Astronomen DOMINICUS CASSINI im J. 1668 gegeben[, und]
man fand aus ihnen durch ziemlich einfache Rechnunge[n die]
Zeiten der Finsternisse in Pariser Zeit ausgedrückt. Vie[l ge-]
nauer sind die neuesten, von DELAMBRE nach der Th[eorie]
LAPLACE's gegebenen Tafeln dieser Art. Nehmen wir an, [man]
hätte den Anfang einer solchen Finsternifs zu Tobolsk an i[rgend]
einem Tage um $2^h\ 40'\ 52''$ nach Mitternacht beobachte[t, und]
man hätte aus jenen Tafeln gefunden, dafs diese Finst[ernifs]
zu Paris um $10^h\ 17'\ 48''$ statt haben sollte, so würde d[araus]
wieder die Länge der Stadt Tobolsk von Paris gleich 4[h 23']
4″ oder im Bogen 65° 46′ 0″ von Paris oder endlich 85[° 46′]
0″ von dem eingebildeten Meridiane von Ferro folgen, [wenn]
man 20 Grade westlich von Paris annimmt. Diese Länge[nbe-]
stimmung würde ebenso genau seyn, als eine aus zwei [Be-]
obachtungen erhaltene, wenn nur die erwähnten Tafeln e[ben]
so verläfslich sind, als es gewöhnlich eine einzige dieser [Be-]
obachtungen selbst zu seyn pflegt. Auf diesem Wege nun [be-]
merkte der grofse dänische Astronom OLAUS RÖMER, der [sich]
mit der Construction solcher Tafeln eifrig beschäftigte, sc[hon]
im Jahre 1675, dafs es, zur wahren Brauchbarkeit dieser [Ta-]
feln, keineswegs hinreiche, die Umlaufszeiten und die ü[bri-]
gen Elemente der Satelliten Jupiters zu kennen, sondern [dafs]
man auch auf den jedesmaligen Stand Jupiters gegen die S[on-]
ne Rücksicht nehmen müsse. RÖMER fand nämlich, dafs [die]
Finsternisse alle um nahe 8 Min. 13 Sec. früher eintraten,

die Rechnung forderte, wenn Jupiter in A und die Erde in T, die Sonne aber in S ist, und ebenso viel später, wenn Jupiter in B, Erde und Sonne aber in T und S sind, oder allgemein, dafs zur Zeit der Opposition Jupiters mit der Sonne alle Finsternisse um 8 Min. 13 Sec. zu früh und zur Zeit der Conjunction um ebenso viel zu spät eintrafen. Nennt man aber R = ST den Halbmesser der Erdbahn und r = SA den Halbmesser der Jupitersbahn, so ist die Entfernung Jupiters von der Erde

Fig. 146.

in der Opposition $TA = r - R$

und in der Conjunction $TB = r + R$.

Die Differenz dieser beiden Entfernungen ist gleich 2r oder gleich dem Durchmesser der Erdbahn. In der Opposition sind wir demnach dem Jupiter um den ganzen Durchmesser der Erdbahn näher, als in der Conjunction, und dort sehn wir zugleich alle Finsternisse um 16 Min. 26 Sec. früher, als hier. Diese einfache Zusammenstellung beider Erscheinungen reichte für den Scharfsinn Römer's hin, die wahre Ursache derselben zu finden. In der gröfsern Entfernung Jupiters nämlich bedarf das Licht auch eine gröfsere Zeit, als in der kürzeren Distanz, und zwar 16 Min. 26 Sec., um den Durchmesser der Erde, d.h., um den Weg von 41331600 deutschen Meilen zurückzulegen. Sonach wurde denn die Geschwindigkeit des Lichtes gemessen, das in jeder Secunde 41918 deutsche Meilen zurücklegt, vorausgesetzt, dafs es von seinem Ausgange bis zur Ankunft auf der Erde stets dieselbe Geschwindigkeit beibehält. Ein halbes Jahrhundert später benutzte der englische Astronom Bradley diese Entdeckung Römer's, um darauf seine nicht minder glänzende Entdeckung der Aberration [1] zu gründen.

XIII. Lichtgleichung der Satelliten.

Nachdem man auf diese Weise die Geschwindigkeit des Lichtes kennen gelernt hatte, war es nothwendig, zu finden, wie viel dadurch die Zeit der Finsternifs in jeder Lage Jupiters verändert werde. Zu diesem Zwecke mufs man also die Distanz D Jupiters von der Erde für jede gegebene Zeit kennen. Ist diese Distanz bekannt, so wird das Product

1 S. Art. *Abirrung des Lichtes.* Bd. I. S.15.

$$0^h\ 8'\ 13'' \times D$$

oder, in Stunden und deren Theilen ausgedrückt,

$$0{,}137\ D$$

die gesuchte Zeit T seyn, um welche die Finsternifs in dieser Distanz durch die Geschwindigkeit des Lichtes verändert worden ist. Um D zu finden, sey Θ die Länge der Sonne weniger der heliocentrischen Länge Jupiters für die gegebene Zeit und R die Entfernung der Sonne von der Erde, so wie r von Jupiter, wodurch man sofort erhält

$$D = \sqrt{r^2 + R^2 - 2\,r\,R\ \text{Cos.}\,\Theta}.$$

Da nun R gegen r nur klein ist, so hat man, wenn man die dritten und höhern Potenzen von $\frac{1}{r}$ vernachlässigt und die Wurzelgröfse der letzten Gleichung auflöst,

$$D = r - R\ \text{Cos.}\,\Theta + \frac{R^2}{4r}(1 - \text{Cos.}\,2\,\Theta) + \frac{R^3}{8r^2}(\text{Cos.}\,\Theta - \text{Cos.}\,3\,\Theta).$$

Ist nun, um auf die Ellipticität der beiden Planetenbahnen Rücksicht zu nehmen, a die halbe grofse Axe, a e die Excentricität der Jupitersbahn und m die mittlere Anomalie dieses Planeten, und nennt man dieselben Dinge für die Erdbahn A, AE und M, so hat man

$$r = a\,(1 - e\ \text{Cos.}\,m)$$

und

$$R = A\,(1 - E\ \text{Cos.}\,M).$$

Substituirt man diese Werthe von r und R in dem vorhergehenden Ausdrucke und setzt man der Kürze wegen die Gröfse A gleich der Einheit, so hat man

$$D = a + \frac{1}{4a} - e\left(a - \frac{1}{4a}\right)\text{Cos.}\,m - \left(1 - \frac{1}{8a^2}\right)\text{Cos.}\,\Theta$$

$$- \frac{1}{4a}\,\text{Cos.}\,2\,\Theta - \frac{1}{8a^2}\,\text{Cos.}\,3\,\Theta + E\ \text{Cos.}\,M\ \text{Cos.}\,\Theta$$

Es ist aber $a = 5{,}202776$; $e = 0{,}048162$ und $E = 0{,}01679$. Substituirt man diese numerischen Werthe in der vorhergehenden Gleichung, nachdem man die letzte durch 0,137 multiplicirt hat, so erhält man

$$T = 0^h{,}719 - 0^h{,}034\ \text{Cos.}\,m - 0^h{,}136\ \text{Cos.}\,\Theta$$

$$- 0^h{,}007\ \text{Cos.}\,2\,\Theta - 0^h{,}001\ \text{Cos.}\,3\,\Theta + 0^h{,}002\ \text{Cos.}\,M\ \text{Cos.}\,\Theta$$

und dieses ist die gesuchte Zeit T, in Stunden ausgedrückt

um welche die Finsternisse der Satelliten in der Distanz D später gesehn werden, als wenn die Geschwindigkeit des Lichts unendlich groſs wäre. Der letzte Ausdruck für T wird die *Lichtgleichung* genannt.

XIV. Vorausbestimmung der Finsternisse dieser Satelliten.

Wenn die Bahn, die Jupiter um die Sonne beschreibt, ein Kreis wäre, so würde die Vorausbestimmung der Finsternisse, wenn man einmal nur eine derselben beobachtet hat, sehr leicht seyn. Man würde nämlich bloſs zu der gegebenen Zeit der beobachteten Finsterniſs die synodische Revolution des Satelliten 1-, 2-, 3mal . . . addiren, um sofort die Zeiten aller nächstfolgenden Finsternisse zu erhalten. Da aber wegen der Ellipticität der Bahn die Geschwindigkeit Jupiters in derselben veränderlich ist, so erleidet dadurch diese einfache Vorschrift eine Aenderung, die sehr beträchtlich ist und bei dem vierten Satelliten selbst über sechs volle Stunden gehn kann. Nehmen wir an, daſs man die Finsterniſs eines Satelliten beobachtet habe zu der Zeit, wo Jupiter eben in seinem Perihelium war. Da die Bewegung dieses Planeten in seiner Sonnennähe gröſser ist, als die mittlere[1], so wird die nächstfolgende Finsterniſs später eintreten, und zwar um die Zeit Θ, welche der Satellit gebraucht, um mit seiner mittleren synodischen Bewegung einen Bogen zu durchlaufen, welcher der Mittelpunctsgleichung Jupiters für diesen Ort seiner Bahn gleich ist. Nennt man nämlich t die periodische und T die synodische Umlaufszeit des Satelliten und ω den Bogen, welchen Jupiter in seiner Bahn während der Zeit T zurücklegt, so beschreibt der Satellit während der Zeit t den Bogen 360° und während der Zeit T den Bogen $360° + \omega$, also ist

$$T = \frac{360 + \omega}{360} . t$$

oder T ist um so gröſser, je gröſser ω ist. Nennt man daher h die Mittelpunctsgleichung Jupiters oder die Differenz seiner wahren und seiner mittleren Anomalie, so ist

---

1 Vergl. Art. *Mittlerer Planet*. Bd. VI. S. 2310.

$$\Theta = \frac{T}{360} . h.$$

Ist aber e = 0,048162 die Excentricität der Jupitersbahn und m seine mittlere Anomalie, vom Perihel gezählt, so hat man bekanntlich

$$h = \frac{2e}{Sin. 1''} Sin.m + \frac{5 e^2}{4 Sin. 1''} Sin. 2m + \ldots\ldots$$

Substituirt man daher für T die oben gegebenen synodische Revolutionen der vier Satelliten, so erhält man für die gesuchten Correctionen Θ jeder nächstfolgenden Finsternifs

bei dem I Satelliten	Θ =	0^h,650 Sin. m
II	. . . . . .	1,305 Sin. m
III	. . . . . .	2,640 Sin. m
IV	. . . . . .	6,156 Sin. m.

B. Satelliten des Saturn.

Ueber die sieben Satelliten, welche den Planeten Satu umgeben, ist bereits im Artikel *Nebenplaneten* das Vorzü lichste von dem, was uns von ihnen bekannt ist, gesagt wo den, daher wir hier nur einige dort übersehene Bemerkung nachträglich mittheilen wollen.

Die zwei dem Saturn nächsten dieser Satelliten schei ungemein klein zu seyn, besonders der dem Ringe zunäc stehende oder der sogenannte erste Satellit, der wohl kleinste der uns bekannten Himmelskörper seyn mag. Be streifen, selbst in ihren gröfsten Elongationen, beinahe den äufsersten Rand des Rings und sind daher auch w wegen dieser Nähe des viel lichtstärkeren Rings so schwer sehn. Auch Herschel und Schröter haben mit ihren g fsen Spiegelteleskopen die Durchmesser dieser zwei klei und äufserst lichtschwachen Monde, die man aufserdem dem Festlande noch nicht gesehn hat, nicht zu messen g wagt. Von den fünf weiter entfernten aber geben sie Durchmesser wie folgt, an:

		nach Schröter			nach Herschel
Satellit	III ...	100 deutsche Meilen		...	140
	IV ...	100	—	— ...	140
	V ...	260	—	— ...	360
	VI ...	680	—	— ...	1050
	VII ...	390	—	— ...	620

welche Zahlen aber mehr als Schätzungen, denn als eigentliche scharfe Messungen zu betrachten sind.

Wegen der grofsen Neigung ihrer Bahnen gegen die Bahn des Saturn, die bei den sechs ersten gegen 30 und bei dem siebenten 23 Grade beträgt, werden diese Monde nur selten verfinstert, da sie gewöhnlich über oder unter der Schattenkegel ihres Hauptplaneten vorübergehn. Vergleicht man die oben[1] angeführten Umlaufszeiten dieser Monde mit ihren Entfernungen vom Saturn, so sieht man, dafs auch hier das bekannte dritte Gesetz Kepler's in Anwendung kommt. Die ersten drei dieser Satelliten haben sehr kleine Bahnen und sind ihrem Hauptplaneten durchaus näher, als unser Mond der Erde. Ihre mittleren Entfernungen betragen in der That $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ der Entfernung unsers Mondes von der Erde; der vierte aber hat nahe dieselbe Entfernung vom Mittelpuncte Saturns, wie der Mond vom Mittelpuncte der Erde. Zwischen dem fünften und sechsten aber, so wie zwischen dem sechsten und siebenten bemerkt man einen sehr grofsen, im übrigen nicht angemessenen Zwischenraum, in welchem vielleicht unsere Nachfolger dermaleinst noch mehrere neue Satelliten entdecken werden.

So wie ferner der erste oder nächste dieser Satelliten durch seine sehr geringe Gröfse ausgezeichnet ist, so ist auch seine Bahn die kleinste, die wir in unserm Planetensysteme kennen, da ihr Halbmesser nur ein Drittel gröfser ist, als der Durchmesser Jupiters.

Man hat öfter an der Existenz der zwei innersten Trabanten gezweifelt, da sie bisher nur von Herschel gesehn worden sind. Allein Mädler und Beer[2] haben die sämmtlichen Beobachtungen des älteren Herschel vom Jahre 1789

[1] S. Art. *Nebenplaneten*. Bd. VII. S. 74.
[2] Astronomische Nachrichten. Th. XIII. S. 73.

discutirt und die erwartete Uebereinstimmung unter ihn
funden, ja selbst die ersten genäherten Elemente ihrer
daraus abgeleitet. Sie fanden nämlich für den zweiten
Satelliten

Umlaufszeit 32ʰ 53′ 2″,728
Distanz vom
Mittelp. ♄ ... 34″,38

Epoche 1789 Sept. 14 .. 11ʰ 53′ mittl. Zeit von Sloug
welche die saturnicentrische Länge dieses Satelliten glei
56′ 25″,5 ist. Für den ersten oder dem Hauptplaneten
sten Satelliten aber fanden sie

Umlaufszeit . . 22ʰ 36′ 17″,705
Distanz vom
Mittelp. ♄ . . 26″,7779

Epoche 1789 Sept. 14 . . . 13ʰ 26′ mittl. Zeit von Sloug
welche Zeit die saturnicentrische Länge dieses Satelliten
34′ 36″ ist. Bei diesem letzten Satelliten glaubten sie
die elliptischen Elemente seiner Bahn, wenn gleich nu
nahe, bestimmen zu können, und fanden durch die da
angestellten Rechnungen

Umlaufszeit . . . 22ʰ 36′ 17″,705
Halbe grofse Axe . . . 2,46820 Halbmesser Satu
Excentricität 0,0689
Perisaturnium . . . 104° 42′

Epoche 1789 Sept. 14 . . 13ʰ 26′ mit der mittleren sat
centrischen Länge 264° 16′ 36″.

Bemerken wir noch, dafs auch Herschel der Jün
diese zwei innersten Satelliten Saturns durch die grofsen S
gelteleskope seines Vaters gesehn zu haben versichert, und
diese Instrumente auch wohl die einzigen sind, durch we
sie gesehn werden können. Näher theoretisch untersucht
von diesen Satelliten nur der vierte und der sechste,
zwar beide von Bessel[1], der die sämmtlichen älteren Be

1 Man findet diese Untersuchungen und die daraus erha
nen Resultate zusammengestellt in v. Zach's Mon. Correspont.
XXIV. S. 197. für den vierten und in den astron. Nachrichten
Schumacher Th. IX. S. 1. und 381. und Th. XI. S. 17. für den se
sten Satelliten. Der letzte scheint in seiner Theorie am meis
ausgebildet, auch findet man in Astron. Nachr. Th. IX. S. 49.

en derselben sammelte und mit seinen eigenen ver-

C. Satelliten des Uranus.

Wenige, was uns von diesen Himmelskörpern blofs
ERSCHEL sen. bekannt geworden ist, findet man be-
a[1] gesammelt. Wir fügen nur noch bei, was HER-
jun. darüber sagt, nicht sowohl, um die in dem erwähnten
vielleicht etwas zu positiv aufgestellten Behauptungen
tigen, als vielmehr, um dieselben hier wieder auf ih-
ren Werth zurückzuführen.

it Ausnahme der zwei innersten Satelliten des Saturn
die des Uranus zu denjenigen Gegenständen unseres
ystems, die man am schwersten nicht blofs beobach-
ndern auch nur zu Gesicht bekommen kann. Zwei
existiren unbezweifelt, die vier anderen aber sind
ahnet, als wirklich gesehn worden. Jene zwei zei-
indefs eine merkwürdige und unerwartete Eigenschaft,
wir bisher in unserem Systeme noch kein Beispiel
Alle Körper dieses Systems, so weit wir sie kennen,
pt- und Nebenplaneten ohne Ausnahme, bewegen sich
st gen Ost und in solchen Bahnen, die von der Ebene
tik nicht weit abstehn. Die Bahnen jener zwei Ura-
banten aber stehn nahe senkrecht auf der Ekliptik,
Neigungen gegen diese Ebene gegen 79 Grade betra-
nd die Bewegung der Satelliten in diesen Bahnen
grad, d. h. ihre auf einander folgenden Orte, auf die
reducirt, gehn von Ost gen West. Diese Bahnen sind
nahe kreisförmig und die Bewegung ihrer Knoten
ehr langsam zu seyn, so wie auch ihre Neigungen seit
eckung derselben im J. 1787 keine merkbare Aende-
itten haben. Diese sonderbaren Abweichungen an der
n Grenze unserer Planetenwelt scheinen uns gleichsam

---

nomischen Tafeln desselben, aus welchen bereits MÄDLER
. 294. die Finsternisse dieses sechsten Satelliten für mehrere
ans berechnet hat.

. Art. *Nebenplaneten*. Bd. VII. S. 79.
reatise of Astronomy, Lond. 1833. p. 299.
l.

vorzubereiten auf ganz andere und neue Anordnunge
sich uns in den benachbarten Systemen, wenn sie ei
unserer Kenntnifs kommen, aufschliefsen werden. Ue
wurde die Nachricht von diesen, jenen entfernten
ganz eigenthümlichen Anomalieen bisher blofs auf das Z
ihres ersten Entdeckers, meines Vaters, angenommen,
meines Wissens noch keinem andern Astronomen sicht
worden sind. Ich bin daher erfreut, hinzusetzen zu
dafs ich jenes Zeugnifs durch meine eigenen Beobach
seit dem Jahre 1828 bis 1833 auf das Vollständigste
stätigen im Stande bin."

D. Satellit der Venus.

Auch um die Venus wollten frühere Astronomen
Mond gesehn haben. Fontana bemerkte ihn im J.
Dominicus Cassini 1672 und wieder 1686, Sho
England im J. 1740. Auch Montaigne, Horrebo
Andere sprechen von ihren Beobachtungen dieses Hin
körpers. Da man ihn aber seitdem nicht mehr geseh
nicht einmal bei den zwei Durchgängen der Venus v
Sonne in den Jahren 1761 und 1769, wo er doch vor
hätte sichtbar seyn sollen, und da überhaupt alle weiter
mühungen, ihn zu Gesichte zu bekommen, fruchtlos ge
sind, so suchte man jene ersten sogenannten Beobacht
durch blofse optische Täuschungen zu erklären. Das
der Venus ist zuweilen so stark, dafs die polirten Glas
unserer Fernröhre eine Art von Spiegelung erzeugen, w
dann ein zweites, schwächeres Bild des Planeten im
des Fernrohrs erblickt, das man, wie man glaubt, für
Begleiter, für einen Mond des Planeten gehalten hat.
Wargentin in Stockholm sah einmal, als er eben die
beobachtete, einen solchen scheinbaren Nebenplaneten,
als er, um sich vor Täuschung zu verwahren, das Fernro
dessen eigene Axe drehte, drehte sich jener Mond mi
den Planeten, ganz ebenso, wie sich ein Flecken auf
Oculare des Fernrohrs, wenn dieses Ocular gedreht w
hätte bewegen müssen. Indefs war doch der treffliche L
bert in Berlin von der Wahrheit jener frühern Beobachtu

o überzeugt, dafs er aus den Angaben jener Astronomen die :lemente, ja sogar die Tafeln dieses Satelliten der Venus zu estimmen suchte[1]. Aus diesen Elementen fand LAMBERT, lafs der Satellit bei den erwähnten Durchgängen der Venus m Jahr 1761 und 1769 eine zu grofse Breite hatte, um auf ler Sonnenscheibe gesehn zu werden, dafs er aber wohl bei ler damals nahe bevorstehenden Conjunction der Venus mit ler Sonne am 1. Junius 1777 sich auf der Sonnenscheibe pro-iciren werde. Allein die Astronomen haben ihn auch zu die-er Zeit vergebens gesucht, und man ist jetzt, vielleicht nicht ;anz aus hinreichenden Gründen, beinahe allgemein dahin überein-;ekommen, dafs dieser Satellit gar nicht existire. Es scheint nit ihm zu gehn, wie es mit den 30 Satelliten der Sonne ge-angen ist, die das Dictionnaire de Trévoux so pomphaft an-ekündigt und die man bald darauf als blofse Sonnenflecken rkannt hat, oder wie mit dem neuen Planeten, weit jenseit es Uranus, der seiner entsetzlichen Gröfse wegen HERCULES enannt und dessen Elemente im Hamburger unpart. Corre-ondenten, als aus unmittelbaren astronomischen Beobachtun-n entnommen, angezeigt und, wie es scheint, auch so lange f Treu und Glauben angenommen wurden, bis in denselben lättern ein Widerruf erschien, wodurch die ganze Ankündi-ung als eine Mystification und als ein Spiel eines müssigen opfes dargestellt wurde. Uebrigens schien König Friedrich II. cht weniger fest, als sein Akademiker LAMBERT, an die xistenz jenes Venusmondes zu glauben und er wollte ihn : Ehren seines gelehrten Freundes D'ALEMBERT genannt issen. Dieser aber verbat sich die zweifelhafte Ehre und ; sich von dem königlichen Ansinnen mit den Worten zu-k: *Je ne suis ni assez grand pour devenir au ciel le ellite de Venus, ni assez jeune pour l'être sur la terre, je me trouve trop bien du peu de place, que je tiens de bas monde, pour en ambitionner une autre au firma-nt.*"

---

1 Berliner astronomisches Jahrbuch f. d. J. 1777.

E. Bemerkungen über die Satellite überhaupt.

Die Entdeckung der Satelliten Jupiters durch Simon rius am 29. Dec. 1609 und unabhängig von diesem Galilei am 7. Januar 1610, welcher Entdeckung erst die der Satelliten des Saturn und Uranus folgten, bildet der wichtigsten Perioden in der Geschichte der Astron Die erste wahre Auflösung des Problems, die geograph Länge zu bestimmen, eines Problems, das für die Schif und für die gesammte mathematische Geographie von der ten Wichtigkeit ist, ist die unmittelbare Frucht dieser deckung gewesen, da schon Galilei selbst die Beobach der Finsternisse der Jupiterssatelliten zu diesem Zwecke sehr geeignet anerkannt hat. Auch die endliche, defin Bestätigung der Wahrheit des *Copernicanischen* und *Ke schen Systems* verdanken wir diesen Himmelskörpern, d uns die bekannten drei Gesetze Kepler's, besonders das ihm aufgestellte der Verhältnisse zwischen den Umlaufsz und der grofsen Axe der Bahnen, auf das Deutlichste gleichsam wie in einem Miniaturbilde des grofsen Plan systems am Himmel erkennen liefsen. Jene Entdecku nur erst vor 228 Jahren gemacht worden; die ersten T der Jupitersmonde von Cassini sind vor 147 Jahren he gekommen, und erst zu Ende des vorhergehenden Jah derts hat Lagrange die erste umfassende Theorie ihrer rungen durch die Kraft seiner Analyse aufgestellt[1]. U diesem kurzen Zeitraume haben uns diese Monde, durc Schnelligkeit ihrer Revolutionen, beinahe alle die grofsen änderungen aufgeführt und vor unsern Augen entwickelt in dem viel gröfseren Systeme der Hauptplaneten viele hunderte, ja Jahrtausende zu ihrer vollständigen Entfaltun dürfen. Die Störungen, welche sie von der Sonne erl sind ungleich geringer, als die unseres Erdmondes,

---

1 Die hierher gehörende Arbeit Lagrange's, die Antwo eine im Jahre 1766 gegebene Preisfrage der Akademie zu Pari eine der schönsten, die je über die innere, nur durch die I Theorie zu erforschende Organisation unseres Weltsystems er nen ist.

ler groſsen Distanz, welche sie von diesem Centralkörper un-
eres Systemes trennt, aber desto bedeutender sind die Per-
urbationen, welche diese vier Monde unter sich selbst aus-
iben, und diese werden noch gröſser durch die oben erwähn-
ten Verhältnisse, die zwischen den mittleren Bewegungen der
drei ersten derselben bestehn. Wenn man die Totalwirkung
dieser gegenseitigen Störungen betrachtet, so findet man, daſs
dieselbe für die Finsternisse eine allen Satelliten gemein-
schaftliche Periode von 437,659 Tagen habe, eine Periode, die
schon WARGENTIN sehr früh durch seine Beobachtungen er-
kannte und die man auch später durch die Theorie bestätigt
gefunden hat.

Denselben Satelliten sind wir auch die Kenntniſs der *Ge-
schwindigkeit des Lichtes* schuldig, die gröſste genau meſs-
are Geschwindigkeit, die wir bisher in der Natur gefunden
haben, und durch ebendiese Kenntniſs sind wir auf eine an-
dere, noch wichtigere und interessantere Entdeckung, auf die
der *Aberration*, geführt worden, die uns den besten Beweis
und gleichsam den Schluſsstein des Copernicanischen Systems
gegeben hat und ohne die es ganz unmöglich gewesen wäre,
n unsere neueren Beobachtungen diejenige Genauigkeit zu brin-
gen, deren sie sich jetzt erfreuen. So scheint die Natur an
die Entdeckung dieser vier kleinen Sternchen des Himmels,
die sich so viele Jahrtausende hindurch dem menschlichen
Auge entzogen haben, eine ganze Reihe anderer, wichtiger
und interessanter Wahrheiten geknüpft zu haben, die uns
durch jene mit einem Male geoffenbart werden sollten.

Wenn aber diese Monde schon für uns, die wir so weit
von ihnen entfernt sind, so interessant geworden sind, in wie
viel höherem Grade müssen sie erst die Aufmerksamkeit der
ihnen so nahen Bewohner ihres Hauptplaneten erregen! Schon
durch die geringe Schiefe der Ekliptik dieses Planeten, die kaum
drei volle Grade beträgt, und durch die äuſserst schnelle Ro-
tation dieses gröſsten aller Planeten, die noch nicht zehn un-
serer Stunden beträgt, muſs der Aufenthalt auf seiner Ober-
fläche von dem auf unserer Erde sehr verschieden seyn. We-
gen jener geringen Schiefe wird nämlich der Unterschied der
Jahreszeiten oder der Wechsel der Temperatur im Sommer und
Winter ebenfalls sehr gering seyn, da für jeden bestimmten
Ort dieser Oberfläche die mittägige Höhe der Sonne in einem

Jupiterjahre, d. h. in nahe zwölf unserer Erdjahre, si
um sechs Grade ändert, während diese Aenderung b
in einer 12mal kürzern Zeit schon 47 Grade beträgt.
merklicher aber wird im Gegentheile die Verschiedenh
Klima's für die nahe und fern von dem Aequator woh
Bewohner Jupiters seyn. Unter dem Aequator steht d
die Sonne beinahe immer im Zenith, während die Bev
der Polargegenden durch volle sechs unserer Jahre die
gar nicht sehn oder in einer ebenso langen Nacht be
liegen und die folgenden sechs Jahre die Sonne zwar
über ihrem Horizont, aber nur in einer Höhe von hö
drei Graden erblicken. Mit Ausnahme dieser von e
Schnee und Eis bedeckten Polarländer haben die übrige
genden beinahe immerwährende Tag- und Nachtgleich
für sie jeder Tag, so wie jede Nacht, nahe fünf unserer
den dauert. Welche Aenderungen in der Lebensart u
der Betreibung aller Geschäfte müssen nur diese kurzen
allein erzeugen und wie wenige unserer Erdbewohner
den sich mit einer so kurzen Nacht von nur fünf Stunde
frieden stellen!

Desto zufriedner aber werden dafür mit dieser Ein
tung die Astronomen Jupiters seyn, wenn anders dieser g
Weltkörper auch solche Wesen auf seiner Oberfläche en
die an der Beobachtung des Himmels und seiner Wunde
teresse fühlen. In der That würden sie dort manche g
Vortheile geniefsen, nach denen wir uns hier vergebens
nen. Die wichtigsten und auffallendsten Beobachtungen,
der Finsternisse der Sonne und des Monds, die bei un
selten sind, gehören dort beinahe zu den täglichen Ersc
nungen, und da alle vier Satelliten die Sonne an scheinb
Gröfse weit übertreffen und ihre Bahnen mit der Bahn Jup
nahe zusammenfallen, so sind beinahe alle diese Finstern
total und überdiefs wegen der schnellen Rotation Jupiters auf
ganzen Planeten sichtbar. Um die Entfernungen dieser Satell
von der Oberfläche Jupiters zu messen, haben die Astronomen
ses Planeten an dem Durchmesser desselben eine Basis, die sc
den dritten Theil der Entfernung des ersten Satelliten beträgt,
dafs daher diese Entfernung daselbst mit der gröfsten Sch
gefunden werden kann. Ist dann auch dort das Verhältn
der Umlaufszeiten zu der grofsen Axe der Bahnen bekannt,

erden dadurch auch die Entfernungen der drei andern Satel-
en gegeben seyn. Die schnelle Rotation dieses Planeten
id die schnelleren Schwingungen der Pendel auf der Ober-
iche desselben geben den Bewohnern ein Mittel, das wich-
gste Element aller Beobachtungen, die Zeit, mit viel gröſse-
r Schärfe zu bestimmen, als dieses bei uns möglich ist. In
er That würde unser Secundenpendel von ungefähr drei Fuſs
änge auf der Oberfläche Jupiters in einer unserer Secunden
hon fast zwei Schwingungen vollenden und ein Pendel,
elches dort seine Schwingungen während einer unserer Se-
unden macht, müſste die Länge von nahe acht Par. Fuſs
aben.

Wir haben bereits den Nutzen und die wohlthätigen Ein-
üsse erwähnt, welche diese Monde Jupiters, ihrer groſsen
ntfernung von der Erde ungeachtet, auf uns haben. Noch
el gröſser werden diese Einflüsse ohne Zweifel auf dem
upiter selbst seyn, für den sie doch eigentlich bestimmt sind.
icht minder wichtig endlich werden die Einwirkungen seyn,
e Jupiter selbst, gleichsam zum Ersatze von jenen, auf diese
onde ausübt. Wenn der einzige Mond der Erde unsern
ächten schon so viel Reize giebt, wie viel schöner mögen
ne Nächte seyn, die von vier oder bei Saturn sogar von
eben Monden erleuchtet werden, des Ringes dieses letzten
aneten nicht zu gedenken, der sich wie ein breites Licht-
nd um den ganzen Himmel schlingt. Aber auch umge-
ehrt, welches Schauspiel mag den Bewohnern des ersten Sa-
lliten Jupiters dieser groſse und ihnen so nahe stehende Pla-
t gewähren! Sie werden diesen Planeten zur Zeit des Voll-
hts als eine der Sonne ähnliche feurige Scheibe, aber 1400-
l gröſser, als uns die Sonne erscheint, erblicken und diese
heibe wird, wie wir oben[1] für unsern Erdmond gesehn ha-
n, immer unverrückt an derselben Stelle des Himmels be-
stigt bleiben, während die Sonne, die Planeten und alle
xsterne binnen zehn Stunden hinter ihr vorüber ziehn. Die
wohner der Mitte der dem Jupiter zugewendeten Hälfte die-
Monde werden diesen ihren Hauptplaneten immerwährend
ihrem Zenithe erblicken, aber schon eine Reise von 400
eilen, die ein Bewohner des ersten Mondes macht, würde

1 S. Art. *Mond*. Bd. VI. S. 2402.

jene grofse Scheibe aus dem Zenith in den Horizont v
ken. Mit welcher Verwunderung werden die Bewohn
vom Jupiter abgekehrten Hälfte dieses Satelliten, nach
Reise von nur wenigen Meilen, den ihnen bisher unb
ten Lichtkörper erblicken, dessen Oberfläche die Sonne
sie ihnen erscheint, 37000mal übertrifft. Dafür müs
sich aber diese Monde auch gefallen lassen, immer einen
ihrer Mittage in dem Schatten des Planeten zu stehn un
durch der Sonne gerade dann, wenn sie ihnen ihre wä
Strahlen zusendet, beraubt zu werden, während in der
Zeit auch Jupiter nur seine beschattete Seite jenen M
zuwendet und also auch die dunklen Nächte des Hau
neten nicht von den Vollmonden der Satelliten erleuchtet
den können, so dafs die Bewohner Jupiters ihre Monde
stens nur im zunehmenden oder abnehmenden Lichte sehn kö

Aehnliche Betrachtungen, nur nach den verschie
Verhältnissen modificirt, werden sich auch für die Sate
des Saturn und Uranus ergeben, daher wir uns hier nicht l
dabei aufhalten und diesen Gegenstand nach Mädler's
nographie mit einigen Bemerkungen beschliefsen wollen,
sich auf die Verschiedenheit der Verhältnisse unseres Mo
von denen der drei äufsersten Planeten beziehn.

Zuerst finden wir, dafs die Störungen, welche der M
von der Sonne erleidet, viel gröfser sind, als die aller an
Satelliten, von denen die Sonne viel weiter entfernt ist
deren Hauptplaneten sämmtlich viel gröfser sind, als die Erde
scheint, dafs unser Mond schon nahe an der Grenze st
an welcher es einem Planeten noch möglich ist, einen S
liten in einer geregelten Bahn um sich zu erhalten. Ein M
dessen Umlaufszeit gleich oder kleiner als die Rotations
seines Planeten ist, würde sich nicht einmal bilden kön
Der Erdmond kommt aber diesem Verhältnisse näher, als
gend einer der siebzehn anderen Monde unseres Sonnen
stems. Wäre aber seine Umlaufszeit gleich oder gröfser
die Umlaufszeit seines Planeten ist, so würde er nicht m
ein Mond geblieben, sondern ein selbstständiger, für s
selbst die Sonne umkreisender Hauptplanet geworden se
Die übrigen Monde vollenden mehrere hundert, ja der i
nerste Saturnsmond sogar 11000 Umläufe um ihren Planet
in der Zeit, in welcher der Planet selbst nur einen einzi

mlauf um die Sonne zurücklegt, während im Gegentheile unser
lond nur 13 Umläufe um die Erde in einem Jahre hat. Für
ie Bewohner jener andern Monde zeigt sich ihr Hauptplanet
nter einem 400- bis 800mal gröſseren Durchmesser, als die
onne, während den Bewohnern unsers Mondes die Erde nur
1½mal gröſser als die Sonne erscheint.

Die Bahnen der andern Satelliten sind durchaus sehr we-
ig gegen die Ebene des Aequators ihres Hauptplaneten und
ehr stark gegen seine Bahn geneigt, während bei unserm
londe gerade das Gegentheil statt hat, da für den Mond jene
leigung 24, diese aber nur 5 Grade beträgt. Die groſse Axe des
sten oder Huyghens'schen Saturnsmonds vollendet ihren Um-
auf um den Himmel erst in 710 Jahren und die Knoten sei-
er Bahn sogar in der langen Periode von 36500 Jahren,
ährend bei unserm Monde diese zwei Perioden nur $8\frac{4}{5}$ und
$8\frac{1}{5}$ Jahre betragen. Jupiter sieht im Laufe eines seiner Jahre
ast 4500 Mondfinsternisse und nahe ebenso viele Sonnenfinster-
isse, während die Erde im Jahre nur zwei oder drei solcher
rscheinungen hat.

Diese Bemerkungen lieſsen sich ohne Mühe noch mit vie-
n andern nicht minder auffallenden vermehren. Aber auch
e werden genügen, auf die groſsen Verschiedenheiten der
osmischen Verhältnisse aufmerksam zu machen, die selbst bei
en Satelliten, bei diesen untergeordneten Körpern unseres
onnensystems, statt haben.

L.

Trägheit.

Inertia; Inertie; *Inertia.*

So wird diejenige Eigenschaft der Körper genannt, nach
elcher sie in ihrem Zustande, der Ruhe oder der Bewegung,
eiben, so lange keine äuſsere Ursache da ist, welche diesen
istand ändert. Wenn daher ein Kürper z. B. in Ruhe ist, so wird
, so lange nichts Aeuſseres auf ihn einwirkt, auch in Ruhe
eiben, weil nichts da ist, was ihn aus dieser Ruhe bringen,
as ihn in Bewegung setzen könnte. Aber auch, wenn ein
örper in Bewegung ist und wenn die Ursache, die ihm
ese Bewegung gegeben hat, plötzlich aufhört, so wird er

sich in derselben Richtung und mit derselben Geschwin
die er zuletzt unmittelbar vor dem Aufhören jener Ursac
weiter und zwar ohne Ende fortbewegen, weil näml
Voraussetzung gemäfs, wieder nichts da ist, was dies
Bewegung, was die Richtung oder Geschwindigkeit d
ändern könnte. So ausgedrückt ist also der Satz von de
heit der Körper nichts Anderes, als der Satz des zurei
Grundes, auf die Veränderung des Zustandes der Körpe
wendet, wo unter diesem Worte *Zustand* des Körp
Ruhe verstanden wird, wenn er ruht, und die *Richtu*
Geschwindigkeit, wenn er sich bewegt. Die erwähnte
che aber, welche diesen Zustand des Körpers, wenn
anderer wird, ändert, wird *Kraft* genannt. Das Ge
Trägheit kann demnach auch so ausgedrückt werden
Zustand eines Körpers kann nur durch eine Kraft ve
werden. Wo daher keine Veränderung dieser Art b
wird, ist auch keine Kraft da, die auf den Körper ei
wenn nicht etwa mehrere Kräfte vorhanden sind, d
aber gegenseitig aufheben. Wenn ein Körper ruht, s
er so lange ruhn, als er von keiner Kraft getrieben
Wenn aber ein Körper in gerader Linie und mit gle
miger Geschwindigkeit sich bewegt, so kann er dieses
Folge einer früheren Kraft, deren Wirkung aber aufgeh
wie z. B. dieses ein augenblicklicher Stofs thun wird.
endlich ein Körper sich in einer krummen Linie oder m
ner ungleichförmigen Geschwindigkeit bewegt, so ist
nur dann möglich, wenn eine stets thätige Kraft imme
rend auf ihn wirkt und dadurch jeden Augenblick
Richtung oder seine Geschwindigkeit oder beide zu
ändert.

So verstanden bildet diese Eigenschaft der Körpe
bekannte *Princip der Trägheit*, das als das erste Axiom
Mechanik angenommen wird. In früheren Zeiten hat
darüber, wie über so manches andere, viel gestritten,
eben die Sache dadurch zu fördern. Man wurde dazu g
tentheils durch die sonderbare Benennung veranlafst, die
dieser Eigenschaft der Körper beilegte und die man, da
ihre Ursache in einem inneren Bestreben der Körper su
die *Kraft der Trägheit* (*vis inertiae, force d'inertie*) gehe

at, worin vorzüglich DESCARTES[1] vorausgegangen ist. HUY-
GENS stellte zuerst den Begriff gehörig fest und NEWTON[2]
rückte ihn schön und bestimmt mit den Worten aus: *Cor-
pus omne perseverat in statu suo quiescendi vel movendi uni-
formiter in directum, nisi quatenus a viribus impressis co-
gatur illum statum mutare.* Was STEWART, HERMANN,
NOLLET, BRISSON, GORDON, KRATZENSTEIN und selbst
FRANKLIN[3] darüber geschrieben haben, ist jetzt gröfstentheils
und nicht mit Unrecht vergessen. Eine Sache, die entweder
als ein Axiom für sich klar ist oder doch nicht weiter be-
wiesen werden kann, soll blofs deutlich und bestimmt ausge-
sprochen, aber nicht zum Gegenstande von inhaltleeren Dis-
cussionen gemacht werden.

Aufser diesem Axiome der Mechanik haben die neueren
französischen Schriftsteller in dieser Wissenschaft nur noch
eines angenommen, dafs nämlich die accelerirenden Kräfte den
Geschwindigkeiten, die sie erzeugen, proportional sind. Auch
dieses Princip ist in den früheren Zeiten viel bestritten wor-
den, wie bereits oben[4] zum Theil angeführt worden ist. Da
aber alle Beweise, die man bisher von diesem Satze zu ge-
ben suchte, mifslungen sind, so wird man besser thun, ihn
ebenfalls als ein Axiom oder als ein Princip zu betrachten,
um von ihm auszugehn und dann blofs zuzusehn, ob die aus
ihm folgenden Resultate mit den Erscheinungen der Natur
übereinstimmen. Von diesen Beweisen sind die neuesten die
von LAPLACE[5] und POISSON[6]. Die englischen Schriftsteller
über Mechanik setzen diesen beiden Axiomen noch ein drit-
tes, das von der Zerlegung der Kräfte und der Geschwindig-
keiten in zwei oder drei andere unter sich senkrechte, hinzu.
Die französischen und deutschen Mechaniker nehmen im Ge-
gentheile diesen Satz als ein Theorem an, dessen strengen Be-
weis sie aufzustellen sich bemühen. Wir werden darüber
weiter unten[7] näher sprechen. *L.*

---

1 Princip. Philos. T. II. §. 37.
2 Principia Philos. Nat. Lib. I.
3 Dessen Miscellaneous Pieces.
4 S. Art. *Kraft.* Bd. V. S. 968.
5 Mécanique céleste. L. I.
6 Traité de Mécanique. 2me éd. §. 116.
7 S. Art. *Zerlegung.*

Tropfen.

Gutta; Goutte; *Drop.*

Eine durchaus vollständige Untersuchung aller di
dung und das Verhalten der Tropfen betreffenden E
heiten würde sehr weitläuftig und schwierig, zugleic
für die Physik von einem dieser Mühe nicht entsprec
Nutzen seyn, weswegen ich mich beschränke, nur das
sentlichste hier zu betrachten.

Man nennt Tropfen jede für sich bestehende od
solche betrachtete, kleinere oder unbestimmt gröſsere
irgend einer Flüssigkeit, deren Verhalten nach den vor
nen ungleichen Bedingungen sehr verschieden ist, und
muſs daher die einzelnen Erscheinungen ordnen, um das
besser zu übersehn. Hiernach lassen sich die Tropfen
trachten zuerst, wenn sie im freien Zustande sich selbst
lassen sind, zweitens, wenn sie auf einer gegebenen F
ruhn, und drittens, wenn sie von einem Körper herabhän

1) Die sich selbst überlassenen, für sich bestehe
Tropfen aller Flüssigkeiten, als ruhend gedacht, nehmen
vollkommene Kugelgestalt an und ihre Gröſse kann ins
bestimmte wachsen, denn selbst die Gesammtmasse un
Erde, von der wir annehmen, daſs sie ursprünglich fl
war und in Folge hiervon die Kugelgestalt erhalten habe,
sich als ein Tropfen von unermeſslicher Gröſse betrac
Ehemals suchte man die Ursache dieser Form, die sich
bei den *Luftblasen*[1] findet, im Drucke der Luft; als sich
die Tropfen im luftleeren Raume gleichfalls rund zei
sollte sie nach der Ansicht der Cartesianer im Drucke der
tilen Materie oder des Aethers liegen, bis NEWTON[2] die
gentliche Ursache auffand und sehr bestimmt ausdrück

1 S. Art. *Luftblasen.* Bd. VI. S. 458.

2 Optice. Qu. 23. p. m. 338.

3 A. a. O. heiſst es: Guttae corporis cujusque fluidi, ut fig
globosam induere conentur, facit mutua partium suarum attrac
eodem modo, quo terra mariaque in rotunditatem undique conglo
tur, partium suarum attractione mutua, quae est gravitas.

uf als ein Axiom gelten, dafs jede gegebene Masse einer
gkeit die Kugelgestalt annehmen müsse, weil alle ein-
n Molecüle derselben, wenn sie insgesammt gleichen Ge-
n der Anziehung folgen, ihre alles mefsbaren Widerstan-
ler Reibung entbehrende Beweglichkeit vorausgesetzt, nur
in den Zustand des Gleichgewichts kommen können,
sie mit allen andern, vom Centrum gleich weit ent-
n, einen gleichen hydrostatischen Druck erleiden, was
unter Voraussetzung einer vollständigen Sphäricität der
seyn kann. Nachdem NEWTON diesen Satz aufgestellt
begründet hatte, schlossen sich hieran alle die unmittel-
damit zusammenhängenden Untersuchungen über die Ge-
welche die Erde unter Voraussetzung einer statt finden-
Rotation annehmen mufste, worüber an einem anderen
bereits geredet worden ist. In der Erfahrung gewahrt man
Menge Anwendungen dieses Gesetzes, wovon es genügt,
die Methode des Schrotgiefsens[2] anzuführen, wobei man
geschmolzene Metall durch ein Sieb von einer beträchtli-
Höhe in ein Gefäfs mit Wasser herabfallen läfst, damit
getheilten einzelnen Massen im freien Falle die voll-
ene Kugelgestalt annehmen.

Wenn die Tropfen sich bewegen, so geschieht dieses
eder im leeren Raume oder in einem widerstehenden
l. Im ersten Falle ist kein Grund vorhanden, warum die
henden Gesetze eine Abänderung erleiden sollten, und sie
en daher die vollkommene Kugelgestalt beibehalten, im
ten Falle müssen sie aber den vorhandenen Widerstand
winden, und da dieser nicht gegen alle Theile der Ober-
gleichmäfsig wirkt, an einigen Stellen sogar negativ
, so mufs sich hierdurch die vollkommene Kugelgestalt
rn. Dieses kommt namentlich in Betrachtung bei den Re-
opfen, die wegen ihres Falles durch den lufterfüllten
n die vollkommene Kugelgestalt nicht beibehalten kön-
, sondern eine solche Gestalt annehmen, dafs die verticale
chschnittsebene durch ihr Centrum von der *Curve des*
isten Widerstandes begrenzt ist. Es würde indefs keinen,

---

1 S. Art. *Erde*. Bd. III. S. 920.

2 S. d. Lehrbücher der Technologie.

der Schwierigkeit angemessenen Nutzen für den Physiker die Gleichung für diese Krümmungen aufzusuchen[1].

2) Liegen die Tropfen auf irgend einer Unterlage, s auf ihre Gestalt nicht bloſs die gegenseitige Anziehun Molecüle unter sich, sondern zugleich die Adhäsion de an die Oberfläche der Unterlage, wie nicht minder der lot Druck gegen diese, und wenn daher die erstere die Kugelf zeugt, so werden die beiden letzteren, dieser entgegenw eine Abplattung herbeiführen; die Form der Tropfen daher durch das Verhältniſs dieser drei Kräfte unter ei bedingt. Unter diesen drei einander entgegenwirkenden ten ist das Gewicht oder die Schwere, vermöge welch Molecüle des Tropfens dem Mittelpuncte der Erde s nähern streben, bei weitem die kleinste, man pflegt sie gewöhnlich zu vernachlässigen und bloſs den Conflict d den andern zu betrachten. Hierbei muſs aber berücks werden, daſs die erstere, die gegenseitige Anziehung de lecüle einer Flüssigkeit, bei jeder gegebenen Masse d ben sofort in ganzer Stärke auftritt, die Adhäsionskraft a Unterlage aber, als eine in unmeſsbare Ferne wirkende[2], die mit der Oberfläche der unterstützenden festen Körp unmittelbarer Berührung befindlichen Theile afficirt. Faſs das Problem bloſs im Allgemeinen auf, so folgt einfach, die Tropfen der Flüssigkeiten auf den Unterlagen um so zerflieſsen und ihre genaue Kugelform durch Abplattun so vollständiger verlieren werden, je gröſser die Kraft der häsion ihrer Molecüle gegen die sie tragende Oberfläch Verhältniſs zu der Anziehungskraft dieser Molecüle unter ist, worüber sich jedoch keine bestimmten Gesetze aufst lassen, weil die Stärke der Adhäsion der Flüssigkeiten a ste Körper sich durch kaum oder gar nicht wahrnehm Veränderungen der Oberflächen dieser Körper bedeutend dert. So wird unter andern Wasser auf Glas an einigen S len völlig zerflieſsen, aber an andern oder unter verände Umständen sich von der Oberfläche scheinbar zurückzi

1 Eine vor einigen Jahren, wenn ich nicht irre, in Breslau, schienene Dissertation: De forma guttae in medio resistente ca tis, habe ich nicht zur Hand.

2 Vergl. *Capillarität*. Bd. II. S. 39. und *Adhäsion*. I. 186.

hne dafs sich die Ursache dieses verschiedenen Verhaltens estimmt angeben läfst. Hierzu kommt dann noch der wichge Umstand, dafs sich die Stärke der Adhäsion der Moleüle sowohl unter sich als auch gegen die Oberflächen der feten Körper durch die Temperatur bedeutend ändert. Aus lem Unterschiede der Stärke jener beiden genannten Kräfte, rerbunden mit der Wirkung der Schwere, wird erklärlich, lafs Quecksilber auf Glas Kugeln bildet, deren Abplattung ait ihrer Gröfse zunimmt, Wasser dagegen auf demselben aehr oder weniger vollständig zerfliefst, statt dafs es auf den ait einem wachsartigen Ueberzuge bedeckten Oberflächen der Pflanzenblätter eine mehr oder minder kugelförmige Gestalt nnimmt, wie das bekannte Phänomen der Thautropfen oder ler Regentropfen, namentlich auf Kohlblättern, zeigt. Sind ie Quecksilberkügelchen oder die Wassermassen klein, so lasen sich die Körper, denen sie adhäriren, umkehren, ohne dafs ene herabfallen, ungeachtet dann ihr ganzes Gewicht auf sie rirkt, woraus hervorgeht, dafs die Schwere und der dadurch rzeugte Druck eine sehr geringe Kraft im Verhältnisse zu en andern beiden Attractionskräften seyn mufs und dafs daer die Abplattung der kugelförmigen Tropfen zum gröfsten heile eine Wirkung der Adhäsion ist.

Versuche zur Bestätigung und Erläuterung dieser Gesetze iebt es verhältnifsmäfsig nur wenige, weil sie für die Naturhre im ganzen Umfange nur geringen Nutzen gewähren. Am ekanntesten sind diejenigen, welche Musschenbroek[1] angeellt hat. Hierbei fand er, dafs Wassertropfen von einer in. Durchmesser auf polirtem Eisen die Gestalt einer Halbgel annahmen, welche Bestimmung jedoch auf keiner absot scharfen Messung beruht; mehr zerflossen sie auf Elfenin, Guajakholz und Buchsbaum, noch mehr auf Quecksilber d Glas, ungleich weniger, und fast volle Kugelgestalt beihaltend, auf Blättern. Auch auf glühendem oder sehr heim Eisen blieben sie anscheinend vollkommen rund, eine scheinung, welche später unter der Benennung des *Leidenst'schen Versuches*[2] die Physiker so vielfach beschäftigt hat. i kleinen Quecksilbertropfen auf Glas kann die geringe

1 Introd. ad phil. nat. T. I. §. 1018 ff.
2 Hierüber s. Art. *Wärme.*

Abplattung derselben wahrgenommen, auch leicht gezeigt
den, daſs sie beim Umkehren des Glases dennoch daran
gen bleiben und also ihre Adhäsion ungleich gröſser
muſs, als ihr Gewicht. Musschenbroek fand Quecksil
tropfen von 0,01 Z. Durchmesser nur unmerklich abgep
und dennoch fielen sie von Buchsbaum-, Granadillen-
Guajakholz u. s. w. beim völligen Umkehren nicht herab,
ihre Gröſse aber bis 2,5 Z. Durchmesser, so betrug ihre
plattung dennoch nur 0,15 Zoll. Wenn zwei Tropfen
derselben Flüssigkeit auf einer Fläche, von welcher sie
wenig angezogen werden, mit einander zur Berührung k
men, so flieſsen sie augenblicklich in einen einzigen zu
men, wie sich am deutlichsten bei Quecksilberkügelchen
reinem glatten Papiere oder Glase zeigt; werden sie aber
ker von den sie tragenden Flächen angezogen, so verein
sie sich nicht vollkommen, sondern nehmen eine läng
Figur an, welche in der Mitte am schmalsten ist[1]. Tr
von geschmolzenem Zinn, Blei oder Wismuth auf streng
sigern Metallen verhalten sich wie Quecksilbertropfen, e
denn, daſs man durch Salmiak, Colophonium, Salzsäure u.
das Zerflieſsen wie beim Löthen bewirkt.

Auch diese Erscheinungen wollte man vom Luftd
und den Wirkungen des Aethers ableiten, allein schon
schenbroek widerlegt diese Ansicht und bemerkt dabei,
würde ohne Schwierigkeit die richtige Erklärung, wonac
Ursache in der Wechselwirkung der verschiedenen Adh
nen zu suchen sey, aufgefunden haben, wenn man ge
naue Versuche angestellt und dabei die Phänomene de
beobachtet hätte. Diese Gesetze der Anziehung in unm
geringe Fernen, wonach die Molecüle der Flüssigkeiten
sich und von den Oberflächen fester Körper angezogen
den, legte Laplace[2] bei seiner Theorie der Capillarität
Grunde und bestimmte hiernach die Gestalt eines g
Quecksilbertropfens auf einer Glasplatte so, daſs die Res
mit den Ergebnissen der Erfahrung genau übereinstim

1 Bei der Anstellung dieser Versuche vereinigt man die
pfen dadurch, daſs der eine oder beide so lange vergröſsert w
bis die Berührung erfolgt.

2 G. XXXIII. 328.

e stark aber die Kraft der Adhäsion der Molecüle einer ssigkeit unter sich sey, zeigt der von verschiedenen, namentlich englischen Physikern angegebene Versuch, dafs man auf eine Spiegelplatte eine Menge möglichst gleicher Quecksilbertropfen ausbreiten, dann eine andere Spiegelplatte darauf legen kann, ohne die Tropfen bedeutend flach zu drükken, selbst wenn man die obere Spiegelplatte mit Gewichten beschwert. Ist die letztere durch gröfsere Gewichte merklich beschwert und sind die Kugeln dadurch stark platt gedrückt, o werden sie zur ursprünglichen Form zurückkehren, wenn man die Lasten von der oberen Platte entfernt.

3) Am häufigsten kommen die Tropfen unter der Bedingung vor, dafs sie von festen Körpern herabhängen, und in dieser Beziehung sind sie auch am meisten untersucht worden, auptsächlich weil bei der Bereitung und dem Gebrauche der rzneien häufig die Tropfen als eine gewisse gemessene Gröfse ienen. Eigentlich wissenschaftliche Untersuchungen über die röfse und Gestalt der Tropfen auch in dieser Beziehung, so ie überhaupt über ihre Bildung, hat wohl zuerst Musschenbroek[1] angestellt, indem er die verschiedenen Flüssigkeiten rch einen Trichter, welcher sich unten in ein Haarröhren endigte, ablaufen liefs und dabei die Höhe und den urchmesser der so gebildeten, auf eine Glasplatte herabfalnden Tropfen mafs. Nicht minder schätzbar sind die Verche von Weitbrecht[2], welcher das Phänomen der Troenbildung mit denen der Capillarität in Verbindung brachte id somit in den bedeutenden, über letzteres Problem später kannt gewordenen Untersuchungen voranging, unter denen von Thom. Young[3] hier noch besonders genannt werden gen, weil sie über Tropfen von Wasser und Weingeist, er von Kugeln herabfallen liefs, Versuche enthalten.

Young glaubt, es sey nicht unmöglich, die Gröfse der Tron, wie sie von gegebenen Substanzen abfliefsen, aus der e zu berechnen, bis zu welcher die Flüssigkeiten, worsie bestehn, in einem Haarröhrchen von der nämlichen

---

1 A. a. O.

2 Comment. Petrop. T. VIII. p. 261. T. IX. p. 275.

3 Philos. Trans. 1805. p. 65. Auch in dessen Lectures. T. II. 49.

Substanz aufsteigen. Die linearen Dimensionen der T
verschiedener Flüssigkeiten, welche von einer horiz
Fläche herabhängen, müssen sich nämlich verhalten, w
Höhen, bis zu welchen diese Flüssigkeiten an der hori
len Fläche aufsteigen, oder wie die Quadratwurzeln de
hen in einem Haarröhrchen, wonach also ihre Gröfse
verhalten müssen wie die Cubi der Quadratwurzeln
Höhen. In einem diesemnach angestellten Versuche war
Höhen von Wasser und verdünntem Weingeiste = 1
das Gewicht eines von einer grofsen Glaskugel fallende
pfens Wasser betrug 1,8 Grains, das eines Tropfens We
0,85 Grains, statt dessen die Rechnung sehr annähern
gab. Am bekanntesten ist die Abhandlung von SEGNER [1]
che aufser Versuchen auch theoretische Betrachtungen e
Von den späteren Arbeiten über diesen Gegenstand ver
vorzüglich die von LINK [2], GAY-LUSSAC [3] und FRANKEN
genannt zu werden.

Nach den Resultaten der gesammten Untersuch
wird die Gröfse und Gestalt der Tropfen bedingt zuerst
die Fluidität und das specifische Gewicht der Flüss
ten, zweitens durch die Gröfse, Gestalt und Adhä
kraft [5] der Fläche oder des Körpers, an welchem sie h
und von welchem sie sich losreifsend herabfallen, und
tens durch die Temperatur sowohl der Flüssigkeit als au
Körpers, woran sie hängen. Als Apparate zur Bildun
Tropfen bediente sich MUSSCHENBROEK kleiner Trichte
haarröhrenförmigen Oeffnungen, LINK gebrauchte massive
ten abgerundete Glasstäbchen, FRANKENHEIM verwandte
Röhren, Pipetten, Retorten von verschiedener Gröfse, a
nen die Flüssigkeit herabflofs und sich unten zum T
vereinigte, poröse Zeuge, die um einen durchlöcherten
tallboden gewunden waren, und vorzüglich ein Glasgefä

1 Comm. Soc. Reg. Gott. T. I. p. 301.
2 G. XLVII. 17.
3 POISSON nouvelle Théorie de l'action capillaire. Par.
p. 125.
4 Die Lehre von der Cohäsion. Bresl. 1835. S. 95.
5 FRANKENHEIM nennt diese *Synaphie* vom griechischen Worte
ἁφεια, Zusammenhang.

inem engen Loche in seinem ziemlich dicken Boden. Letzteres fand er am brauchbarsten, insbesondere wenn der Boden twas sphärisch gekrümmt war, indem dann die Tropfen an jeler Stelle der Fläche vor dem Herabfallen eine gleiche Gröfse erhielten. Ich selbst bediene mich eines kleinen Hebers aus einer engen Glasröhre[1], an dessen nicht eingetauchtem Ende man leicht einen Tropfen entstehn lassen, vergröfsern und verkleinern und zugleich alle Veränderungen seiner Gröfse und Gestalt eine beliebige Zeit hindurch beobachten kann.

Sind die übrigen Bedingungen gleich, so zeigt sich zuerst der Einflufs der Fluidität, welche im Ganzen wohl mit der Molecularattraction oder der Adhäsion der Elemente jeder gegebenen Flüssigkeit unter sich zusammenfällt, durch die ungleiche Gröfse der Tropfen, wie sie durch das Gewicht derselben gefunden zu werden pflegt. Man nimmt das Gewicht eines Tropfens reinen Wassers meistens zu einem Gran an, und dieses stimmt mit den Resultaten nahe genug überein, welche Link aus seinen Wägungen erhielt, wonach 8 Tropfen, die von einem Glasstabe herabfielen, bei 8° R. Temperatur 7 Gran wogen. Nimmt man die Gröfse dieses Tropfens als Einheit und berücksichtigt man, dafs die Volumina gefunden werden, wenn man die absoluten Gewichte durch die specifischen dividirt, so geben seine sämmtlich bei 8° R. angestellten Versuche mit Tropfen, die durch gleich tiefes Eintauchen derselben Glasröhre genommen worden waren, folgende vergleichbare Resultate:

Flüssigkeiten	spec. Gew.	Gewicht von 8 Tropfen	Gröfse der Tropfen
Wasser	1,000	7 Gran	1,000
Schwefelsäure . . .	1,803	8 —	0,633
Schwefels. Kupfer .	1,015	8 —	1,125
Mandelöl		6,5 —	1,055

War die Temperatur des Wassers = 34° R., so war dessen spec. Gewicht = 0,948, und da 8 Tropfen nur 4,5 Gran wogen, so betrug ihr Volumen 0,678. Frankenheim fand, dafs Tropfen von Weingeist und Aether kleiner sind, als von Was-

1 Vergl. *Capillarität.* Bd. II. S. 45. Fig. 25.

ser, und das Verhältnifs bei Weingeist und Wasser soll dem der Höhe dieser Flüssigkeiten in Haarröhrchen gleich seyn

Die Wirkung der *Adhäsion* der Flüssigkeiten an die festen Körper ist bei der Tropfenbildung nicht zu verkennen, denn wenn keine Benetzung statt findet, fällt auch die hier zu erörternde Tropfenbildung weg[1], Frankenheim aber hat bestimmt gefunden, dafs die Körper, an denen sich Tropfen bilden und die normale Gröfse erhalten sollen, nothwendig benetzt seyn müssen, und dafs sie namentlich bei Wasser kleiner werden, wenn die Flächen etwas fettig sind. Aufserdem kommt die Gröfse und Gestalt der Flächen, denen die Flüssigkeiten adhäriren, bis sich eine gehörige Menge derselben vereinigt, um als Tropfen herabzufallen, sehr in Betrachtung, und eine sehr feine Spitze mufs sonach die kleinsten, eine ausgedehnte ebene Fläche die gröfsten Tropfen geben, ohne dafs es sich jedoch der Mühe lohnt, hierüber bestimmte Zahlengröfsen aufzusuchen. Nach Frankenheim bewirkte die sphärische Krümmung der Fläche von 20 bis 30 Millim. Radius eine merkliche Verminderung der Gröfse der Tropfen, und selbst bei 50 Millim. Radius war der vermindernde Einflufs der Krümmung noch nicht ganz verschwunden.

Ueber den Einflufs der Temperatur auf die Gröfse der Tropfen sind die wenigsten Bestimmungen vorhanden. Im Allgemeinen ist nicht zu verkennen, dafs die Adhäsion durch Vermehrung der Wärme vermindert wird und dafs daher das Volumen des Tropfens, der sich nur dann von dem festen Körper losreifst, wenn sein Gewicht die Kraft der Adhäsion überwindet, durch Temperaturerhöhung vermindert werden mufs; in welchem Verhältnisse aber diese Verminderung mit der Wärmezunahme stehe, kann vorläufig nur durch Versuche ausgemittelt werden, die bis jetzt noch fehlen, obgleich Link[2] bereits auf ihren Nutzen aufmerksam machte. Von ihm selbst haben wir blofs das bereits erwähnte Resultat, wonach die Gröfse der Wassertropfen durch eine Wärmezunahme von 34 — 8 = 26° Reaum. von 1 auf 0,678 herabging. Frankenheim aber fand diese Gröfse für 40 — 20 = 20° C.

---

1 So läfst sich bekanntlich Quecksilber nicht aus gläsernen oder irdenen Gefäfsen abtröpfeln.

2 G. XLVII. 18.

nur 0,8 bis 0,9, ohne die Aufgabe weiter zu verfolgen. Letzterer hat dagegen auf eine andere Bedingung aufmerksam gemacht, die nicht sowohl für wissenschaftliche Untersuchungen, als vielmehr für die praktische Anwendung wichtig ist, nämlich dafs die Gröfse der Tropfen mit der Geschwindigkeit des Abfliefsens derselben wächst. Dieses Resultat kann nicht wohl paradox scheinen, vielmehr folgt es nothwendig aus den Bedingungen; denn wenn der Tropfen sich bildet und zunehmend tiefer herabsinkt, bis die oberen Theile desselben durch das Gewicht der unteren getrennt werden, so mufs die Masse der unteren nothwendig zunehmen, wenn während der Zeit des Losreifsens noch andere hinzufliefsende Theile hinzukommen. In seinen Versuchen fand Frankenheim, dafs durch eine Verminderung der Zeit von 3,76 bis 0,79 die Gröfse der Tropfen bei Wasser von 1 bis 1,55 und bei Weingeist durch eine Verminderung der Zeit von 1,67 bis 0,37 die Gröfse von 1 bis 1,76 zunahm.

Ueber das Verhalten der Tropfen vom Anfange ihres Entstehens an und über die Veränderung ihrer Form bis zum Augenblicke, wo sie sich losreifsen und herabfallen, will ich nichts hinzusetzen, da mir keine erschöpfenden Untersuchungen hierüber bekannt sind, das Phänomen aber leicht mit dem oben vorgeschlagenen Heber beobachtet werden kann, insofern man die allmälige Bildung derselben, ihre Vergröfserung und Verminderung, kurz alle verschiedene Modificationen der Gröfse und Gestalt in willkürlich langer Zeit und im beliebigen Wechsel leicht zu erzeugen und wahrzunehmen vermag. Die bisherigen Untersuchungen über die Tropfen unter der zuletzt betrachteten Bedingung ihres Anhängens an feste Körper bis zum Herabfallen derselben sind aber wichtig, insofern sie zur Erläuterung der Adhäsionsgesetze dienen. Die Tropfenbildung ist nur dann möglich, wenn die Flüssigkeit den gegebenen festen Körper benetzt und also die Adhäsion ihrer Molecüle unter einander schwächer ist, als die an den festen Körper, wie sich daraus deutlich ergiebt, dafs der Tropfen bei erreichter hinlänglicher Gröfse durch sein Gewicht nicht von der Fläche des Körpers, woran er hängt, abgerissen wird, sondern allmälig sich der Gestalt eines Cylinders mit unterer Halbkugelfläche nähert, worauf sofort der obere Theil dünner wird, bis er abreifst und der zur Kugel umge-

staltete Tropfen herabfällt, der zurückbleibende Rest aber wieder in die Höhe zieht, um einen Theil des neu en henden Tropfens zu bilden. Hieraus geht hervor, dafs vermittelst der unter gleichen Bedingungen erzeugten Tr verschiedener Flüssigkeiten die Stärke ihrer Adhäsion m könne, es würde aber unrichtig seyn, wenn man aus Abreifsen des Tropfens schliefsen wollte, diese Messung strecke sich blofs auf den Zusammenhang der Theile Flüssigkeiten unter sich, da vielmehr auch die Adhäsion selben an die festen Körper dabei in Betracht kommt, i hierdurch die Gröfse der Fläche bedingt wird, welche di sis des Tropfens einnimmt, denn die Bildung desselben ruht darauf, dafs die Molecüle der Flüssigkeit von der C fläche der festen Körper angezogen werden, wodurch je nur eine dünne Lage derselben gebildet werden könnte, die Entstehung des Tropfens ist daher zugleich auch Folge der gegenseitigen Anziehung der Molecüle des flüs Körpers. In praktischer Beziehung ist es aber wichtig zu merken, dafs die Tropfen nicht als bestimmte Gröfsen g können, wie in der Pharmacie angenommen wird, da ih lumen unter verschiedenen Bedingungen sehr ungleich FRANKENHEIM[1] versichert, dafs er Wassertropfen, deren males Gewicht zu einem Gran angenommen wird, 240 ligramme oder 4 Gran schwer erhalten habe, welches s den ungeheuren Unterschied vom Einfachen bis zum Vierf begründen würde. Wenn auch angenommen wird, da der Bereitung und dem Geben der Arzneien die Bedi zu grofser Geschwindigkeit des Abtröpfelns und der Ei der Wärme, Ersteres durch nöthige Vorsicht und Let durch die Wahl einer mittleren Temperatur, leicht zu be gen wären, so hängt doch aufserdem die Gröfse der Tr von der Beschaffenheit des Gefäfses, ob von Glas oder zellan u. s. w., von der Dicke und Krümmung des R und anderen Bedingungen sehr ab, weswegen mindesten Pharmaceuten eigene, bestimmt gestaltete *Tropfengläse* entbehrlich sind. Solche hat man daher, namentlich für wirkende Arzneien, verschiedentlich in Vorschlag gebr

---

1 A. a. O. S. 100.

2 Scherer's allgem. nordische Ann. Th. I. S. 215.

möge hier aber genügen, ein von Meissner[1] angegebenes
gen seiner Zweckmäſsigkeit als Probe näher zu beschreiben.
seiner Form nach hierzu geeignetes Medicinglas wird mit Fig. 147.
i durch einen Kork gesteckten Glasröhren α und β
hn, deren eine β dazu dient, die im Glase enthaltene
keit tropfenweise abflieſsen zu lassen, weswegen ihr
Ende gehörig gebogen ist, und es müssen dann die
en wegen der eine halbe Linie kaum erreichenden ge-
n Weite der Röhre nur langsam abflieſsen, können aber
en der Unveränderlichkeit der rein zu erhaltenden Fläche,
sie sich bilden, von ihrer normalen Gröſse nicht we-
lich abweichen. Die zweite α hat den Zweck, wieder
in das Glas eindringen zu lassen, und sie ist daher so
gen, daſs dieses bei einer geneigten Lage des Glases
geschieht, auch geht sie nicht so tief herab, daſs die
keit in ihr aufsteigt, woraus ein Hinderniſs gegen das
ngen der Luft erwachsen würde. Zweckmäſsiger, ob-
etwas kostbarer, ist ein anderes von Schuster[2] ange-
es Tropfenglas, dessen Vorzüge darin bestehn, daſs die
keiten nicht mit einem allmälig zerstörbaren Korke in
rung kommen und die Luft nicht durch zwei offene
leichter communiciren kann. Die Gestalt des Ganzen Fig. 148.
aus der Zeichnung kenntlich, auch sieht man bald, daſs
Glasstöpsel a geöffnet wird, wenn man das Gefäſs füllen
Tropfen aus der Spitze b erhalten will, die bis zur
vom Durchmesser etwa einer mäſsig dicken Nähnadel
gt ist. Auf diese Weise erhält man allezeit unter sich
grofse Tropfen derselben Flüssigkeit, auch findet we-
der Engigkeit der Spitze eine nur geringe Verdunstung
ein unbedeutender Einfluſs der eindringenden Luft statt,
hen Mängeln ohnehin begegnet werden kann, wenn die
e b mit einer aufgeschliffenen gläsernen Kapsel bedeckt
t.

M.

---

[1] Vorschläge zu einigen neuen Verbesserungen pharmazeutischer
ationen. Wien 1814. S. 278.

[2] Buchner's Repertorium. Th. VI. S. 369.

Turmalin.

Turnamal, Trip, Aschenzieher, Asc[h]trecker, elektrischer Stangenschörl, [Cey]lonscher Magnet; *Turmalinum, Lapis el[ectri]cus*; Tourmaline; *Tourmaline*.

Der Turmalin erregte im Anfange des vorigen Jah[rhun]derts durch seine vorzügliche krystall-elektrische oder [ther]moelektrische Eigenschaft, durch Erhitzung stark elektri[sch zu] werden, sehr grofses Aufsehn und auch später ist er in [die]ser Beziehung Gegenstand vielfacher Untersuchungen ge[wor]den. Die Mineralogen[1] unterscheiden den *wasserhellen* [Tur]malin, den *rothen* (*Siberit*, *Daourit*, *rothen Schörl*), [den] *blauen* (*Indicolit*), den *grünen*, den *gelben*, den *b[rau]nen* (*elektrischen Schörl*) und den *schwarzen* (*geme[inen] Schörl*), unter denen vorzugsweise der braune wegen [sei]ner vorzüglichen elektrischen Eigenschaft hier in Betrach[t] kommt. Von geringem Werthe sind die Bemühungen, Spuren der Kenntnifs dieses Steines bei den Alten au[fzu]suchen, da die älteren Schriftsteller allerdings von sol[chen] Fossilien reden, welche leichte Körper anziehn, ohne [daſs] jedoch die ungenaue Beschreibung darüber zu entscheiden [ge]stattet, ob wirklich vom Turmaline die Rede sey, weil a[uch] andere Fossilien diese Eigenschaft zeigen. Dahin gehört [das] *Lyncurium* des Theophrast[2], welches die Römer nicht m[ehr] kannten[3], der *Theamedes* des Plinius[4], welcher alles E[isen] abstofsen soll, und eine Art *Carbunculus* dieses nämlic[hen] Schriftstellers[5], welcher von der Sonne erwärmt oder mit [...]

---

1 S. v. Leonhard Handbuch der Oryktognosie. Heidelb. 1[8..] S. 446. Daselbst findet man die ausführliche Literatur über die[s] Fossil.

2 De Lapidibus, ed. Heinsii. L. B. 1613. fol. p. 395.

3 Plinius Hist. Nat. Lib. XXXVII. c. 3.

4 Ebend. Lib. XXVI. c. 16.

5 Ebend. Lib. XXXVII. c. 7.

und gerieben Spreu und Papierschnitzeln anziehn soll. Noch eniger einer bestimmten Deutung fähig ist die Angabe des rabers SERAPION[1] von einem Steine, *Hager Albuzedi* geannt, welcher aus dem Oriente kommend an Haaren gerieen Spreu anziehe.

Die erste bestimmte Nachricht von der elektrischen Eienschaft des Turmalins findet sich nach BECKMANN[2] in eiem alten Buche[3], worin die von einem gewissen DAUNIUS ündlich erhaltene Angabe mitgetheilt wird, dafs die Holnder im J. 1703 einen pomeranzrothen Edelstein, Turmalin, urmale und Trip genannt, aus Ceilon mitgebracht und weer seiner merkwürdigen Eigenschaft Aschentrecker genannt ätten. LEMERY[4] zeigte der französ. Akademie einen solchen tein unter dem Namen eines ceilonschen Magnets, welcher e sonderbare Eigenschaft habe, die Körper erst anzuziehn nd dann abzustofsen; aus dem Naturlexikon[5] geht aber heror, dafs man sich auch in Deutschland mit diesem Steine eschäftigte. LINNÉ[6] muthmafste zuerst richtig, obgleich er en Turmalin selbst noch nicht gesehn hatte, dafs die beunderte Eigenschaft desselben auf Elektricität beruhe, wesegen er ihn *Lapis electricus* nannte, eine Ansicht, welche urch die genauen Untersuchungen von WILKE[7] und vorzüglich on AEPINUS[8] volle Bestätigung erhielt. Letzterer prüfte die igenschaften dieses Fossils genau und machte die Resultate ebst den früheren Nachrichten über dasselbe bekannt[9]; in rankreich stellte der Herzog von NOYA CARAFFA[10] mit DAU-

---

1 De simplicibus medicinis.

2 Beiträge zur Geschichte der Erfindungen. Leipz. 1782. Th. I. . 2. N. 5. S. 241.

3 Curiöse Speculationes bei schlaflosen Nächten; von einem iebhaber, der IMMER GERN speculirt. Chemnitz und Leipz. 1707. 8.

4 Hist. de l'Acad. 1717. p. 7. Vergl. MUSSCHENBROEK Diss. de lagnete. L. B. 1729. 4. praef.

5 Mehrmals mit HÜBNER's Vorrede aufgelegt. Ausgabe von 1727 d 1741.

6 Flora Ceilonica Holm. 1747. 8. p. 8.

7 Schwed. Abhandl. Th. XXVIII. S. 95. Th. XXX. S. 1 u. 105.

8 Mém. de l'Acad. de Berlin. 1756. p. 110.

9 Recueil de différens mémoires sur la Tourmaline. St. Petersb. 762. 8.

10 Lettre sur la Tourmaline à Mr. de Buffon. Paris 1759. 4.

benton und Adanson schätzbare Versuche an, wodu
von Aepinus gefundenen Erscheinungen bestätigt w
ebendieses geschah in England durch Wilson[1], welche
Turmaline durch Heberden aus Holland erhielt, und noch
licher durch Canton[2], mehrerer anderer Versuche nicht
denken, die von Wilke[3], Priestley[4] und Bergman
wähnt werden. In den neueren Zeiten haben die Ch
den Turmalin analysirt und die Mineralogen denselben,
zu Ceilon, noch an vielen andern Orten aufgefunden
aber hier nicht zunächst zur Sache gehört[6]. Beiläufi
dagegen erwähnt werden, dafs ein ähnliches elektrische
halten schon im J. 1760 beim brasilianischen Topase
Canton, im J. 1761 am sogenannten brasilianischen Sa
durch Wilson wahrgenommen wurde, welchen letzteren
Aepinus[7] jedoch für einen Chrysolith hielt. Vermuthlich
ren diese Steine sämmtlich Turmaline von verschiedener
und Krystallform.

Für unseren Zweck kommt zunächst nur das elekt
Verhalten des Turmalins in Betrachtung. So lange man
die Erregung der Elektricität durch Reibung kannte, d
es im hohen Grade auffallen, den Turmalin durch
Aenderungen der Temperatur elektrisch werden zu sehn,
hieraus erklärt sich leicht das grofse Aufsehn, welches
Erscheinung allgemein erregte. Als man später die Volt
Säule kennen lernte, suchte man jenes Verhalten hierm
Verbindung zu setzen, und da weitere Erfahrungen eine
che Eigenschaft auch bei sonstigen ¡vollkommen krystal
ten Körpern nachwiesen, nahm man eine eigene sogen
Krystallelektricität an. Nach dem gegenwärtigen Standpu
auf welchem sich die Elektricitätslehre befindet, unterliegt es

---

1 Philos. Trans. T. LI. P. I. p. 308.

2 Ebend. T. LII. P. II. p. 443.

3 Schwed. Abhandl. a. o. a. O.

4 Geschichte der Elektricität. Deutsche Ueb. S. 456.

5 Comm. de Indole electr. Turmalini. In Phil. Trans. T.
p. 236. Schwed. Abh. T. XXVIII.

6 Wegen der ausführlichen Literatur, die zum Theil in de
ten Ausgabe des Wörterbuches enthalten ist, verweise ich auf
Oxyktognosie von v. Leonhard a. a. O.

7 Nov. Comm. Petrop. T. XII. p. 351.

n Zweifel, dafs diese speciellen Erscheinungen zur *Ther-*
ricität gehören; allein wie zahlreich auch die zu letz-
gehörigen Thatsachen seyn mögen und obgleich diese be-
ebenso vielseitig als gründlich untersucht worden sind[1], so
dennoch das eigentliche Wesen und die Aetiologie dieser Phä-
e noch keineswegs ergründet. Als solche krystallisirte
, welche die thermoelektrische Eigenschaft zeigen,
HAUY[2] den Turmalin, den Boracit, den Topas, den
(WERNER's strahligen und faserigen Zeolith), den
und das oxydirte Zink (krystallisirten Galmei); allein
ser Gelehrte die Anwesenheit der Elektricität blofs aus
echanischen Wirkung erkannte, wobei er sich des Con-
bediente, so unterliegt es wohl keinem Zweifel, dafs
viele andere Körper thermoelektrische Wirkungen zeigen
, sobald man sich zur Wahrnehmung derselben feine-
Meſswerkzeuge, namentlich der Magnetnadel, bedient, wie
nach eigenen Versuchen überzeugt bin, dafs alle
, wenn auch nur in sehr geringem Grade, thermoelek-
werden können[3]. Inzwischen ist unverkennbar, dafs
genannten Fossilien und unter diesen namentlich der Tur-
die angegebene Eigenschaft in einem vorzüglichen
e besitzen und überhaupt in dieser Beziehung ein auffal-
und merkwürdiges Verhalten zeigen, indem sie nicht
überhaupt thermoelektrisch werden, sondern zugleich
che Gegensätze beider Elektricitäten wahrnehmen las-
AMPERE[4] führt daher den Turmalin als Beispiel ei-
Nichtleiters an, in welchem sich beide Elektricitäten durch
Wechsel der Temperatur trennen und bleibend an ver-
denen Stellen anhäufen.

Das elektrische Verhalten des Turmalins ist untersucht wor-
von WILKE und AEPINUS, die bereits genannt sind, ferner
WILSON[5], BERGMANN[6], den Herzog von NOYA CARAF-
HAUY[7] und Andere; später sehr ausführlich und gründ-

1 Vergl. diesen Art.
2 Ann. du Mus. d'Hist. Nat. T. III. p. 309. G. XVII. 441.
3 S. Art. *Temperatur*. Bd. IX. S. 547.
4 G. LXVII. 115.
5 Philos. Trans. 1759. T. LI. p. 315.
6 Schwed. Abhandlungen. Deutsche Ueb. Th. XXVIII. S. 65.
7 Traité de Minéralogie. T. III. p. 50.

lich von Jäger[1], welcher denselben mit der trocknen ele
schen Säule vergleicht und seine elektrischen Aeufseru
denen der letzteren gleich setzt. Beide Apparate gleichen
in der äufseren Form und der Lage ihrer Pole an den En
mit so genauer Uebereinstimmung, dafs selbst einzelne S
ter des Steins nach der Seite hin, wo der + Pol des
zen sich befand, die nämliche Polarität zeigen. Der Tu
lin scheint hiernach und nach der Leichtigkeit seines Zer
tens aus ähnlichen übereinander gelagerten Lamellen zu
stehn, als die trockne Säule, wofür noch aufserdem die
schiedenheit des äufseren Ansehns seiner Bruchflächen,
man ihn spaltet, als Argument angeführt wird. Rücksich
des elektrischen Verhaltens beider Apparate bieten sich ei
Aehnlichkeiten als nahe liegend von selbst dar, andere lie
entfernter. Unter die letzteren gehört, dafs der Turmalin se
elektrische Eigenschaft verliert, wenn er bis zum Verluste
ner Farbe oder bis zum Schmelzen erhitzt wird, dage
nach sonstigem starkem Erhitzen sich wieder elektrisch zu
gen beginnt, wenn er vorher auf eine niedrige Tempe
zurückgebracht ist; ganz von dem Verhalten der Säule
weichend ist aber die Bedingung, dafs der Stein zur Er
gung einer elektrischen Polarität einer Temperaturverände
bedarf, die trockne Säule aber auch ganz ohne diese Be
gung sich elektrisch wirksam zeigt. Beide Apparate kom
darin überein, dafs ihre Pole nicht vollkommen leitend
bunden und auch nicht völlig isolirt seyn dürfen, wel
Letztere Jäger durch seine Versuche für erwiesen hält,
gleich Wilke und Wilson die Sache anders gefunden
haben angeben, wobei jedoch wohl berücksichtigt zu
den verdient, dafs nach Jäger vollkommene Isolirung nur
grofser Schwierigkeit zu erlangen ist. So soll man es
andern als eine Wirkung der elektrischen Atmosphären be
Pole ansehn, dafs zwei Elektrometer, auf welche man
entgegengesetzten Pole eines Turmalins oder einer trock
Säule (Letzteres nach Bohnenberger[2]) gelegt hat, beide
handene Elektricität zeigen. Beim Turmaline ist ferner
merkenswerth, dafs seine durch Erhitzung erzeugte Elektri

1 G. LV. 369 ff.

2 Tübinger Blätter. Th. II. S. 71. G. LIII. 347.

Abkühlen in die entgegengesetzte übergeht, und zwar in dafs der ganze Stein, wenn man ihn in beiden Zu- am einen Ende leitend berührt, in seiner ganzen Länge dieselbe Elektricität zeigt, sind aber beide Enden unvollkommenen Leiter verbunden, so zeigen sie Hälften entgegengesetzte Elektricitäten. Es folgt ferner, dafs der Turmalin, wenn sein eines Ende wird und das andere in Abkühlung begriffen ist, an Enden gleiche Polarität erhalten mufs, indem er hier- mit ihren gleichen Polen vereinten trocknen Säu- wird, eine Erscheinung, die WILSON bereits wahr- hat; auch fand WILKE, dafs dann in der Mitte die entgegengesetzte Polarität zum Vorschein kam. der Intensität der Elektricität zeigen sich die Tur- schieden, was als Folge ihrer ungleichen Bestand- oder Aggregatformen zu betrachten seyn dürfte. Als die nennt JÄGER die nelkenbraunen von Ceilon; ih- die grünen brasilianischen, dann die braunen spa- demnächst die rosenrothen, angeblich gleichfalls cei- hiernach die braunen schweizerischen, dann die welche muthmafslich auch aus Ceilon herstammen, endlich die undurchsichtigen schwarzen tyroler Schörle. Luft und die Nähe einer Lichtflamme schwächen die ohne Zweifel wegen Ableitung der Elektricität, erschöpft sich die Kraft des Steines, wie die der Säule, anhaltende Ableitung, indem es lange dauert, bis der durch Abkühlung elektrisch wird, wenn er auf ei- platte liegend erhitzt wurde. Uebrigens wächst die der Elektricität mit der Länge der Turmaline, jedoch einfachen Verhältnisse, anscheinend nur den Qua- der Axenlänge proportional; auch fand JÄGER die Intensität an den Polen selbst, der Behauptung von zuwider, wonach in einiger Entfernung von den Polen , die er Mittelpuncte der Wirkung nennt, die stärk- Elektricität wahrgenommen werden soll. Dafs die Stärke Elektricität dem Unterschiede der Temperatur, welchem Stein ausgesetzt wird, proportional seyn solle, scheint statt zu finden, jedoch mufs man bei vergleichenden auch für gleiche Erwärmung und Erkältung sorgen. Turmalin theilt seine Elektricität zwar zum Theil wie ein

leitender Körper mit, und zwar mehr, wenn der Pol de
mit einem Metallblättchen überzogen ist, zugleich ze
aber auch Atmosphärenwirkung; denn wenn der Pol
Zeit mit einem Elektrometer in Berührung war, so fie
Goldblättchen nach der Wegnahme des Steines zus
divergirten dann aber sofort wieder mit entgegengesetzte
tricität. Ferner dauert es eine geraume Zeit, bis der T
lin seine Elektricität abgiebt, und zwar eine längere, al
seiner Abkühlung bedarf, weswegen die Divergenz
Strohhälmchen des Elektrometers zunahmen, wenn de
wiederholt aufs neue erhitzt war und bei der Abkühlun
Elektrometer wieder genähert wurde. Die Mittheilung
zugleich aber schneller, wenn die Flächen der Pole
sind und der Wechsel der Temperatur kürzere Zeit
und geschieht zugleich um so vollständiger, je vollkom
ableitend der andere Pol berührt wird.

Die ihrem wesentlichen Inhalte nach hier mitge
deutsche Abhandlung scheint den Ausländern, die *sich*
mit demselben Gegenstande beschäftigten, nicht bekann
worden zu seyn, wie man dieses auch sonst häufig zu
pflegt. Von diesen spätern Untersuchungen des Verhalte
Turmalins oder der sogenannten *Pyroelektricität* ist die
Brewster[1] die umfassendste, sofern sie sich nicht aussc
lich auf den Turmalin beschränkt, sondern auch auf so
Körper erstreckt, welche dieselbe Eigenschaft im höheren
geringeren Grade zeigen, ohne jedoch die Abweichungen
verschiedenen Körper von dem allgemeinen Gesetze d
Verhaltens einzeln nachzuweisen. Zur Auffindung und
sung der vorhandenen Elektricität bediente sich Brew
der inneren Haut aus der *arundo phragmitis*, die in k
Stückchen geschnitten und getrocknet von den pyroel
schen Körpern angezogen wurde, oder eines kleinen Ele
meters, welches aus einer mittelst eines Achathütchens au
ner Stahlspitze balancirten messingnen Nadel bestand, b
Mittel keineswegs fein genug, um die geringsten Spuren v
handener Elektricität anzugeben. Hiermit fand er folge
Fossilien thermoelektrisch:

---

1 Edinburgh Journ. of Science. N. II. p. 208.

	Diamant
	gelbes Auripigment
ischer Mesotyp	Analcim
h	Amethyst
yll	Quarz aus der Dauphiné
path	Idocras
aurer Srontian	Mellit?
res Blei	natürlicher Schwefel
	Granat
d blauer Flufsspath	Dichroit.

er fand, übereinstimmend mit früher erhaltenen
, dafs selbst kleine Splitter des Turmalins, insbesondere
uf die Axe geschnittene Blättchen, elektrisch wer-
n wenn sie auf einer Glasscheibe liegend erhitzt
hängen sie am Glase so fest, dafs sie selbst beim
nicht herabfallen und also ihr ganzes Gewicht
Kraft der elektrischen Anziehung überwunden wird,
rdem behielten sie diese Eigenschaft 6 bis 8 Stunden
Keiner der früheren Forscher, selbst nicht Haüy,
sucht, ob auch aus wässerigen Lösungen gebildete
sich pyroelektrisch zeigen. Brewster suchte auch
ge zu beantworten und fand diese Eigenschaft bei
Krystallen:

saures Kali-Natron	schwefelsaure Magnesia
säure	blausaures Eisen-Kali
Ammonium	Zucker
s Kali	Bleizucker
aure Natron-Magnesia	kohlensaures Kali
aures Ammonium	Citronensäure
aures Eisen	Quecksilbersublimat.

iesen Salzen zeigte sich das weinsteinsaure Kali-Natron
Weinsteinsäure stark, die übrigen zeigten sich ver-
äfsig schwach pyroelektrisch.

on Canton hatte als auffallend bemerkt, dafs beide
eines zerbrochenen Turmalins elektrische Polarität zei-

Eins oder das andere dieser beiden Fossilien hält Brewster
scheinlich identisch mit Haüy's Mesotyp.

gen, und Haüy schloſs hieraus, daſs ein jedes Theilchen d
selben auf gleiche Weise ein polarisch elektrischer Kör
seyn müsse, als Coulomb jedes einzelne Theilchen ei
Magnetes für magnetisch hielt. Inzwischen sind die du
Feilen oder Zerstoſsen erhaltenen kleinen Partikeln eines M
gnetes, eben in Folge dieser Zerkleinerung, nicht mehr mag
tisch, und diesemnach, meint Brewster, müsse man erw
ten, daſs auch das Pulver eines zerstoſsenen Turmalins ni
mehr pyroelektrisch seyn könne, allein selbst feines Pulv
welches im gewöhnlichen kalten Zustande von einer Glasp
herabfiel, hing an derselben fest an, wenn das Glas geh
erhitzt war, und ballte sich beim Aufrühren mit einem fes
Körper zu einem Haufen zusammen, verlor jedoch diese E
genschaft einige Zeit nach dem Erkalten. Brewster f
det eine Analogie dieses Verhaltens mit der doppelten Stra
lenbrechung in Krystallen, indem das kleinste Stück isländ
schen Kalkspaths stets noch doppelte Strahlenbrechung ze
während schnell gekühltes Glas nach dem Zerstoſsen se
optischen Eigenschaften verliert; er will daher hierauf eine
Beachtung und weiteren Untersuchung werthe Aehnlichk
zwischen Elektricität, Magnetismus und Licht gründen[1]. P
ver von zerstoſsenem und seines Krystallwassers beraubt
Scolezit und Mesolit behielt gleichfalls seine pyroelektris
Eigenschaft bei, hing an einer erhitzten Glasplatte fest u
lieſs sich durch Aufrühren mit einem festen Körper zus
menballen; diese Eigenschaft der genannten Fossilien muſs
her den kleinsten Bestandtheilen derselben angehören u
nicht von der Krystallform abhängen, wozu das Krystallw
ser unentbehrlich ist[2].

---

1 Die über diesen Gegenstand versprochene Abhandlung i
so viel mir bekannt, nicht erschienen. Die Sache erklärt sich ü
gens leicht, wenn man annimmt, daſs zum feinsten Pulver zersto
ner Turmalin und Kalkspath stets noch ihr krystallinisches Ge
die Bedingung ihrer Wirkungsweise, beibehalten, statt daſs der Mag
tismus des Stahls und die Fähigkeit des Glases, auf den polaris
Lichtstrahl zu wirken, aus der Aggregationsart ihrer Theilchen
stehn und den ganzen Körpern daher ebensowohl gegeben als
genommen werden können.

2 Dieser Umstand ist zwar nicht absolut entscheidend, spr
aber für Haüy's Ansicht von den Grundformen der Krystalle.

Becquerel[1], dem die Elektricitätslehre so äufserst zahl-
eiche Versuche verdankt, fand sich zur Prüfung der beim
Turmaline gemachten Erfahrungen deswegen bewogen, weil
nanche Physiker den Atomen der Körper ähnliche elektrische
Eigenschaften als Ursache der chemischen Anziehung beile-
gen, fand aber diese Hypothese nicht bestätigt, und glaubt
daher das chemische Verhalten aus dem elektrischen nicht ab-
eiten zu können, weil die Aeufserung der Elektricität beim
Turmaline verschwindet, sobald er zur gewöhnlichen Tempe-
atur zurückkehrt. Verstehe ich die Sache recht, so ist da-
nit der Satz gemeint, dafs der chemischen Anziehung das
elektrische Verhalten der Atome zum Grunde liege, sofern die
positiv elektrischen das Bestreben haben sollen, sich mit den
negativen, der Stärke der elektrischen Spannung proportional,
u verbinden. In diesem Falle würde aber das Argument nicht
ntscheidend seyn, da sich von selbst versteht, dafs sich in
ler Verbindung eines + und eines — elektrischen Atoms
beide Elektricitäten zu 0 ausgleichen müssen. Abgesehn hier-
on kommen hier nur die Resultate der Versuche in Betrach-
ung, aus denen sich ergab, dafs der Turmalin bei gleich-
äfsiger Erwärmung seiner ganzen Masse an beiden Enden
ntgegengesetzt elektrisch wird, dafs die Pole wechseln, wenn
r wieder erkaltet, und dafs er diese Elektricität weder von
ufsen annimmt, noch dahin wieder abgiebt, sondern aus sich
lbst entwickelt.

Diese Resultate sind bekannt und übereinstimmend mit
em, was frühere Versuche ergeben haben; abweichend hier-
on, namentlich von dem, was auch Brewster beobachtet
tte, war das Ergebnifs, dafs die Elektricität des Turmalins
t seinem Erkalten sofort gänzlich verschwand. Um das
rhältnifs zwischen der Abkühlung und der elektrischen Er-
gung kennen zu lernen, hing Becquerel den zu prüfenden
rmalin in einem zusammengebogenen Papierbehälter an ei-
n Seidenfaden in einem Glasgefäfse auf, welches in Queck-
ber stand, dessen Temperatur durch eine Weingeistlampe
höht werden konnte. Jedem Ende des Krystalls in geringer
tfernung gegenüber war ein Eisenstab angebracht, welcher

1 Ann. de Chim. et Phys. T. XXXVII. p. 5. 355. Poggen-
rff's Ann. XIII. 628.

mit dem einen Pole einer trocknen Säule in Verbindun
deren Wirkung als constant gelten konnte, weil sie d
änderung der Temperatur nicht zugleich mit ausgeset
Wurde der Turmalin elektrisch, so stellte er sich z
die Enden der Eisendrähte mit den diesen entgegeng
Polen ein, und wurde er dann abgelenkt, so gab d
seiner Oscillationen ein Mittel zur Messung der relati
tensitäten. Der Turmalin wurde bis 115° C. erwär
zeigte bei 105° die ersten, bei 15° die letzten Spur
Elektricität, die den zwischenliegenden Graden zuge
Schwingungszahlen waren aber folgende:

Temp.	100°;	90°;	80°;	70°;	60°;	50°;	40°;	30°;
Schwing.	6;	10;	13;	15;	15;	15;	14;	13;

woraus sich ergiebt, dafs weder eine gleichmäfsige Zu
noch Abnahme der elektrischen Intensität mit der Abna
Temperatur statt findet. Beim Erwärmen des Turmalins
ten sich die ersten Spuren der Elektricität bei 30°, u
150° waren sie noch nicht verschwunden; das Verhält
rer Intensitäten zu den Temperaturen zu messen konnte
QUEREL nicht in Ausführung bringen. Was WILKE, W
und JÄGER bereits wahrgenommen hatten, nämlich dafs ei
malin auch zu einer Säule mit zwei gleichen Polen un
entgegengesetzten in der Mitte werden kann, fand auch
QUEREL, jedoch durch ein von dem früheren verschie
Verfahren. Er hing nämlich einen Krystall in der M
einem Platindrahte auf, welcher oben an einer Glasröhre
gebunden war, steckte jedes Ende des Steins in eine
anschliefsende Glasröhre, und erhitzte das eine der E
während die Temperatur des andern unverändert blieb.
durch wurde dann blofs das eine erhitzte Ende elektrisc
er konnte auf diese Weise sogar die einzelnen Abtheil
des Steines elektrisch machen, wovon er sich durch An
dung der Coulomb'schen Waage überzeugte. Die Elekt
war übrigens positiv oder negativ, je nachdem das eine
das andere Ende einseitig erwärmt war, jedoch giebt BEC
REL nicht an, welches von den beiden Enden des Tu
lins, die einander nicht gleich sind, beim Abkühlen nach
Erwärmen positiv oder negativ wird, und POGGENDORFF

1 Dessen Annalen a. a. O. S. 629. Anm.

mit Recht, dafs dieser Umstand noch von niemand er-
fend untersucht worden ist. Endlich fand Becquerel, dafs
aline, welche stark elektrisch werden, diese Eigenschaft
durch langsames als auch durch rasches Erhitzen an-
, statt dafs die weniger erregbaren einer schnellen Er-
g bedürfen. Ebendaher werden kurze Turmaline leicht
elektrisch, bis 5 oder 6 Centimeter lange aber nur bei
er Erhitzung, und hieraus, in Verbindung mit einer
von Ajasson, dafs die Stücke eines zufällig zerbro-
Turmalins leicht elektrisch wurden, obgleich der ganze
in diesen Zustand zu versetzen gewesen war, wird die
abgeleitet, die Molecüle dieses Steines müfsten auch
schwache Erwärmung eine starke elektrische Polarität
en fähig seyn.

Die bisher zusammengestellten, durch vielfache Versuche
er Gelehrten gefundenen Resultate über das elektrische
en des Turmalins stimmen in allen wesentlichen Puncten
ander überein, mit Ausnahme der einzigen Thatsache,
nach Becquerel die Polarität dieses Fossils mit der
kehr zur äufsern Temperatur verschwinden soll, statt dafs
ein mehrere Stunden anhaltendes Anhängen desselben
Glasscheibe gefunden hatten. Hauptsächlich aus dieser
benutzte Forbes[1], welcher so eifrig bemüht ist, die über
physikalischen Gesetze noch obschwebenden Dunkelheiten
llen, den Besitz mehrerer geeigneter Turmaline, um die
zweifelhaften Thatsachen durch neue Versuche besser zu
en. Hierzu bediente er sich eines Apparates, welcher
von Becquerel gebrauchten an Zweckmäfsigkeit min-
gleichkommt. Dieser besteht aus einer unten sehr
Flasche AB mit einem hinlänglich weiten Tubulus C
ner in ihren Hals gesteckten Röhre D. In das obere
der letzteren ist ein Kork F mit einem Drahte f gesteckt,
dessen unterem Häkchen ein Coconfaden mit einem Cou-
schen Waagebalken ge herabhängt, welcher am einen
das Scheibchen g von Goldpapier trägt. Die unten an-
chte Kreistheilung ik ist für sich klar, die obere H aber

Fig. 149.

[1] An Account of some Experiments on the Electricity of Tour-
and other Minerals, when exposed to Heat. Edinb. 1834. 4.
Edinb. Phil. Trans. T. XIII.

dient dazu, durch Umdrehung des Korkes F um seine verticale Axe das Goldpapierblättchen in jede beliebige Lage zu bringen und den Torsionswinkel des Coconfadens zu messen. Für den Versuch wird das Scheibchen mit einer bestimmten Elektricität geladen, die Anziehung oder Abstofsung zeigt dann die Art der Elektricität, und aus der Gröfse des Abstofsungswinkels läfst sich die Stärke der Elektricität mindestens annähernd bestimmen.

Ohne Temperaturänderung zeigte der Turmalin gar keine Elektricität, obgleich er bedeutend erhitzt war; sobald er aber einen Theil seiner Wärme verloren hatte, wurde das Goldblättchen abgestofsen, seine Entfernung nahm zu, erreichte ein Maximum, wobei es einige Zeit stationär blieb, dann aber zurückkehrte, indem der Turmalin sofort nach wiedererlangter Temperatur der Umgebung keine weitere Spur von Elektricität zeigte, obgleich er in eine Glasröhre gesteckt fortwährend isolirt erhalten wurde. Dieses stimmt vollkommen mit den von Becquerel erhaltenen Resultaten überein, streitet aber gegen Brewster (und Anderer) Beobachtungen, wonach dünne Blättchen von Turmalin 6 bis 8 Stunden lang an der Glasscheibe durch elektrische Anziehung hängen bleiben. Da sich die Richtigkeit dieser letzteren Thatsache nicht wohl bezweifeln läfst, so suchte Forbes den Grund dieser Anomalie theoretisch zu bestimmen, was jedoch sehr nahe liegt; das Glas wird nämlich elektrisch geladen und das Turmalinblättchen dient als Belegung. Obgleich dieses sich als höchst wahrscheinlich von selbst darbietet, so mufs man doch sehr billigen, dafs Forbes die Richtigkeit dieser Ansicht durch den Versuch darthat und diesen obendrein etwas anders modificirte, als von seinen Vorgängern geschehn war, indem er das Turmalinstückchen nicht auf der Glasscheibe liegend erhitzte, sondern für sich allein, dann auf die Glasscheibe legte und, als es durch elektrische Anziehung daran festhing, mit einem Probeblättchen die auf der entgegengesetzten Seite des Glases angehäufte Elektricität prüfte.

Die Turmaline, deren sich Forbes bediente, gröfstentheils schwarze von Van-Diemens-Land, waren meistens sehr lang und gestatten daher eine Prüfung des von Becquerel aufgestellten Satzes, dafs die elektrische Kraft mit der Länge abnimmt und bei sehr langen verschwindet. Der Stein, dessen

...g zu diesem Schlusse führte, war 3,2 engl. Zoll lang
... hatte ungefähr 0,08 Z. Durchmesser; der längste, womit
... seine Versuche anstellte, mafs 3,25 engl. Zoll bei
... Dicke mit jenem, zeigte sich aber stets und vollstän-
...ärisch-elektrisch. Dieses veranlafste ihn, den Einflufs
... Länge und der Durchmesser der Turmaline näher zu prü-
... Sechs Turmaline, alle 1,3 Z. lang, deren Querschnitts-
... sich verhielten wie 14, 11, 7, 6, 4, gaben als stärkste
...ungen 1, 2, 5, 3, 4. Gleiche Unregelmäfsigkeiten
... sich, als Krystalle von 1,2 und 1,8 Zoll Länge, aber
... verschiedener Dicke geprüft wurden, und man kann da-
... als Hauptresultat betrachten, dafs unter übrigens glei-
... Verhältnissen die dickeren Krystalle mit einer gröfseren
... Intensität verbunden zu seyn pflegen. Interessant
... folgender Versuch. Ein 1,25 Z. langer Krystall gab im
... aus drei Versuchen 45° als stärkste Repulsion. Nach-
... sofort in zwei Theile zerbrochen war, deren Länge
... wie 1 zu 3 verhielt, zeigten diese Theile gleichfalls im
... 43° und 47°, zwischen welchen Gröfsen jene frühere
... in der Mitte liegt. Sechs Krystalle, sämmtlich von
... 0,1 Z. Durchmesser, aber verschiedener Länge, gaben in
...holten genauen Versuchen folgende aus den Abstofsun-
... gemessene Intensitäten.

Nr.	Länge	Zoll	Intensität
Nr. 1	Länge	3,25 Zoll,	Intensität 79,5
— 2	—	2,10	— 82,0
— 3	—	1,60	— 60,0
— 4	—	1,55	— 60,0
— 5	—	1,35	— 89,0
— 6	—	1,19	— 68,0.

... diesemnach BECQUEREL's Resultat, dafs lange Kry-
... gar nicht elektrisch werden, genügend widerlegt worden
... mufs eine andere von FORBES wahrgenommene Thatsache,
... fast auf gleiche Weise isolirt steht, um so gröfsere
...merksamkeit erregen. Einer von seinen Krystallen nämlich
... beim Erkalten an beiden Enden positive Elektricität,
... dagegen mit dem Probeblättchen in seiner Mitte nega-
... und es ist daher möglich, dafs der in BECQUEREL's
...suche sich neutral zeigende Krystall ein solcher gewesen
...

Die übrigen Krystalle, auf welche Forbes seine Ve
che ausdehnte, waren zuerst der Topas, welcher von
gröfsten Stärke seiner elektrischen Spannung nur langsam
abkam und sie nach mehreren Stunden noch merklich z
Es scheint hiernach, als ob Krystalle von gröfserer Masse
ger in diesem Zustande bleiben, und daraus liefse sich
leicht die Behauptung von Aepinus erklären, dafs auc
Turmalin lange elektrisch bleibe, vermuthlich weil dessen
suche mit grofsen Exemplaren angestellt wurden. Krys
sirter Borazit zeigte eine beträchtlich starke elektrische S
nung und die Dauer derselben war auch bei diesem la
wenn die Krystalle eine bedeutendere Gröfse hatten. Der
sotyp dagegen war leicht elektrisch erregbar, das Maxi
der Spannung trat fast sofort bei beginnender Abkühlung
ging aber auch sehr schnell wieder zurück.

Das Thatsächliche über das Verhalten des Turmalin
nach dem Vorhergehenden so vollständig festgestellt, als
ses bei einer einzelnen Thatsache nur zu erwarten steht, a
die Theorie dieser Phänomene ist noch gar nicht ins I
gesetzt. Zur Zeit, als Jäger seine Untersuchungen anst
waren die thermoelektrischen Erscheinungen noch nicht
kannt, und hieraus erklärt sich leicht, dafs er den Turm
mit einer trocknen Säule verglich. Dabei erklärte er l
den auffallenden Umstand, dafs geschliffene Krystalle von k
zwei Linien Axenlänge am Volta'schen Elektrometer eine
lenkung von 60° bewirkten, während eine Papiersäule, v
Fufs Länge und aus 4000 der feinsten Elektromotoren von
pier bestehend, nur eine von 40° erzeugte, aus der unerr
lichen Feinheit der Lagen im Turmaline; wenn er aber
Wirksamkeit beider Apparate auf Reibung zurückzufü
sucht, die dann im Turmaline durch die ungleiche Aus
nung der Lagen entstehn soll, woraus er zusammengesetzt
so fühlt er zugleich selbst, dafs diese Hypothese auf
trockne Säule keine Anwendung leide. Die Wirkung der l
teren läfst sich zwar einfach auf die Contact-Elektricität
rückführen, allein bei der Vergleichung beider Apparate ko
sich dann Jäger nicht verbergen, dafs die Eigenthümlich
des Turmalins, durch Wärme elektrisch zu werden und ob
drein beim Uebergange vom Erhitztseyn zum Erkalten s
vorher durch Erwärmung angenommene Polarität zu änd

r trocknen Säule durchaus keine Spur von einer Ana-
fode. Die allerdings statt findende und in einzelnen
en wahrhaft überraschende Aehnlichkeit zwischen der
en Säule und dem Turmaline vermag daher bei so gro-
obwaltenden Verschiedenheiten die Theorie der soge-
n Krystallelektricität durchaus nicht weiter zu fördern.
ns[1] bemerkt, es sey bekannt, dafs der Turmalin am be-
künstlich nachgebildet werden könne durch eine Reihe
r, einander paralleler, gehörig belegter und an den
mengehörigen Belegungen durch Zinnfolie verbundener
cheiben. Dieses ist offenbar wieder eine trockne Säule,
n findet dann, dafs bei einer Zusammensetzung dersel-
us sehr zahlreichen Platten eine Verkürzung keinen Un-
hied der Intensität hervorbringen könne, welcher dagegen
i Vergröfserung der Platten oder des Querschnittes der Säule
endig entstehn müsse, und da die elektrische Spannung
m Durchmesser der Turmaline zunehme, so sey in beiden
en allerdings eine Aehnlichkeit dieser zwei Apparate vor-
n, obgleich von der andern Seite der Umstand, dafs
Turmaline von grofsem Querschnitte die gröfste Span-
zeigen, mit der Ladung der trocknen Säule nicht im
ang stehe. Man sieht aus diesen Bemerkungen, dafs der
sche Physiker, so sehr er auch seinen Scharfsinn ander-
ig beurkundet hat, dennoch nicht wagte, eine Enträthse-
dieser Phänomene zu versuchen. Nach dem gegenwär-
i Standpuncte der Elektricitätslehre müssen wir wohl das
alten des Turmalins und somit die gesammte sogenannte
tallelektricität auf die *Thermoelektricität* zurückführen,
o mehr, als die Erzeugung einer elektrischen Polarität in
en Stangen von Wismuth, Zink und Antimon, also in
llen von vorzüglich krystallinischem Gefüge, nach v. Ye-
s[2] Entdeckung zwischen beiden gleichsam ein Mittelglied
t. Es liegt also vor Augen, dafs die Aufhellung der
orie über die verschiedenen Arten der Hervorrufung freier
tricität künftigen Zeiten vorbehalten bleiben mufs[3].

M.

---

[1] A. a. O. p. 10.

[2] G. LXXIII. 434.

[3] Da hier zum letzten Male in unserem Werke von elektrischen
orieen die Rede war, die gerade in diesem Augenblicke einen Ge-

genstand angestrengter, mitunter in Leidenschaft ausartender, F
schungen bilden, so dürften folgende kurze Bemerkungen nicht g
überflüssig erscheinen. Soll das Wesen der elektrischen Erscheinun
näher nachgewiesen werden, so muſs eine genügende Theorie sie
unter ein übereinstimmendes Gesetz bringen und die Aeuſserun
des elektrischen Fluidums oder der elektrischen Thätigkeit insgesam
aus einer allen gemeinsamen Quelle ableiten. Der scharfsinnige Vo
hat in dieser Beziehung den richtigen, seitdem stets verfolgten W
eingeschlagen, indem er vor allen Dingen untersuchte, ob die Elek
cität, ungeachtet der ungleichen Arten ihrer Hervorrufung und ih
Wirkungen, dennoch dem Wesen nach stets eine und dieselbe
Wird dann in Folge allgemein bekannter Thatsachen angenom
daſs beide Elektricitäten in ihrer Vereinigung das indifferente 0
geben, alle elektrische Thätigkeiten aber aus der Trennung und W
dervereinigung, so wie aus den Strömungen des + E. und des —
zu erklären sind, so dürfte es nahe liegen, zu folgern, daſs beide El
tricitäten an die Molecüle der Körper gebunden seyen und dur
jede Veränderung des Zusammenhanges dieser Molecüle im Zustand
ihres stabilen Gleichgewichts, sey es beginnende Trennung oder Ve
einigung, gleichfalls bald frei gemacht, bald wieder vereint würde
wobei dann die gröſsere oder geringere Leitungsfähigkeit der versch
denen Körper als hauptsächlich bedingend auf die hieraus herv
gehenden Erscheinungen wirken müſste. Sind beide Elektricitäten
einem gegebenen Körper einmal getrennt, so muſs durch dieses
entgegengesetzte Trennung beider Elektricitäten in anderen genäh
ten Körpern nach Affinitätsgesetzen hervorgerufen werden. Früh
kannte man in dieser Beziehung bloſs die sogenannte Vertheil
Oersted's und Faraday's glänzende Entdeckungen haben aber au
dem die Wechselwirkung zwischen Elektricität und Magnetismus n
gewiesen, wonach die Trennung des 0 E. in seine beiden Constitu
ten durch Magnetismus auf ähnliche Weise, als nach der höchst w
tigen Entdeckung von Seebeck und v. Yelin, durch Wärme bewirkt w
Die Inductionserscheinungen beruhn auf einem secundären Erregung
processe, insofern schon freie Elektricitat oder thätiger Magnetism
vorhanden seyn muſs, wenn diese Elektricität zum Vorschein ko
men soll. Vereinigung und Trennung zweier ganzer Körper ist
einfachste, die Molecüle beider einander nahe bringende oder
einander entfernende Proceſs, und wir könnten also sagen: es g
nur *Contact-Elektricität*, mag dieser Contact durch bloſse Berühr
der Körper, durch Reibung, durch chemische Action derselben a
einander oder durch Temperaturwechsel bewirkt oder modificirt w
den. Hierdurch wären dann die sämmtlichen elektrischen Phänom
auf ein allgemeines Gesetz gebracht, ohne jedoch das eigentliche W
sen des elektrischen Fluidums und die Aetiologie seines Freiwerden
durch diesen Contact erklären zu wollen, die vielleicht für imm
ebenso dunkel bleiben werden, als die Attractions- und Repulsions
kraft der Molecüle, die zur Erzeugung des stabilen Gleichgewicht
vereint wirken.

U.

Ualopanopsique

nnt Wallet[1] ein von ihm erfundenes Instrument, vermitlst dessen alten Personen das Lesen erleichtert werden soll. ie Physiker haben bisher keine weitere Rücksicht darauf gemmen, und so dürfen wir uns mit der bloſsen Angabe desben begnügen.

M.

Uhr.

Horologium; Pendule, Montre; *Clock*, *Watch*, *imekeeper*.

Mit diesen Benennungen werden verschiedene Instrumente, ren Bestimmung die *Eintheilung der Zeit* ist, bezeichnet. n denjenigen, die nicht als eigentliche Rädermaschinen zu rachten sind, erwähnen wir hier bloſs der *Sonnenuhren*, ren schon oben[2] gedacht worden ist, und der *Wasseruhn* (*Clepsydra*, von κλέπτειν stehlen, entziehn, und ὕδωρ asser), die wir als sehr unvollkommene und jetzt beinahe nz auſser Gebrauch gekommene Zeitmesser hier nur kurz beichten wollen.

Schon die alten Chaldäer sollen sich der Wasseruhren zu ren astronomischen oder, wie Sextus Empiricus[3] sagt, zu en astrologischen Bestimmungen bedient haben, wobei sie in dem Gefäſse enthaltene Wassermasse in zwölf Theile ilten, so daſs jeder Theil während derjenigen Zeit ablau sollte, während welcher jedes der zwölf Zeichen des Thierises durch den Meridian ging. Derselbe Schriftsteller tat auch schon den gänzlichen Mangel an Genauigkeit sol r Uhren, der, nach ihm, vorzüglich von dem ungleichför gen Ablaufen des Wassers zu verschiedenen Zeiten und bei

1 L'Institut. 1834. N. 69.
2 S. Art. *Sonnenuhr*. Bd. VIII. S. 887.
3 Advers. Math. Cap. XXI.

verschiedenen Temperaturen desselben statt haben müsse. D
ältere Plinius erzählt, dafs Scipio Nasica zuerst solc
Wasseruhren in Rom eingeführt habe. In Indien waren d
Wasseruhren wahrscheinlich schon sehr früh in Gebrauch, w
man aus dem arithmetischen Werke von Bhascaru[1] sieh
das im 12ten Jahrhunderte nach unserer Zeitrechnung geschri
ben wurde. In der Nachricht, die Vitruv[2] von diesen I
strumenten giebt, wird die Erfindung derselben dem Cte
sius zugeschrieben, aber diese von Vitruv beschrieben
Uhr ist so complicirt, dafs sie wohl nicht die erste ihrer A
nicht einmal die erste der in der alexandrinischen Schule e
wa zu Beobachtungen gebrauchten Uhren gewesen seyn kan
Aus meheren Stellen in den Reden des Demosthenes sieh
man, dafs ein, obschon noch unvollkommener und roher, Ge
brauch der Wasseruhren in Athen schon vor den Zeiten des
Ctesibius bekannt war. Das von Vitruv beschriebene In
strument dieser Art zeigte nicht blofs die einzelnen Stunden
des Tags, sondern auch den Monatstag selbst, den Monat de
Jahrs und noch das Himmelszeichen, in welchem sich z
den verschiedenen Jahreszeiten die Sonne aufhält. Ptole
mäus verwirft in seinem Almagest die Wasseruhren mit Rech
als zu unvollkommen für astronomische Beobachtungen. In
defs wurden sie zum gemeinen Hausgebrauche bis zu Ende
des 17ten Jahrhunderts angewendet; vorzüglich sollen die Pre
diger sich derselben bedient haben, indem sie sie auf der
Kanzel neben sich aufstellten, wahrscheinlich um ihrer oft z
grofsen Redseligkeit ein heilsames Ziel zu setzen und ihr
gläubigen Zuhörer nicht über das gesetzliche Mafs zu ermüden.

Nimmt man die Wasseruhr als einen Cylinder an, i
dessen Boden eine kleine Oeffnung ist, so wird das in d
sem Cylinder befindliche Wasser nicht gleichmäfsig (gleich
Wasser in denselben Zwischenzeiten) durch die Oeffnung a
fliefsen. Wenn das Wasser ganz rein und die Oeffnung seh

---

1 Die artige Geschichte seiner Tochter Liliwati, die als k
eine Perle aus ihrem Kopfschmuck in die Wasseruhr fallen liefs, w
durch der Ablauf des Wassers gehindert und eben dadurch das
durch Zauberer vorhergesagte Schicksal erfüllt wurde, liest m
Taylor's Liliwati. Bombay 1816.

2 De Architectura. Lib. IX.

in ist, so wird das Gesetz des Abfliefsens folgendes seyn. t die Zeit, in welcher der ganze Cylinder sich leert, so rd in der Zeit $\frac{1}{m}$t der $\frac{1}{m}(2-\frac{1}{m})$ te Theil der ganzen Wasmasse ausfliefsen oder der Wasserspiegel wird um den $(2-\frac{1}{m})$ten Theil seiner Höhe sinken. So wird in der älfte der ganzen Zeit t der ½ (2 — ½) Theil oder ¾ des dem Cylinder ursprünglich enthaltenen Wassers ausfliefsen; dem vierten Theil der Zeit t wird ¼ (2 — ¼) oder $\frac{7}{16}$ er ganzen Wassermasse ausfliefsen u. s. w. Wenn man ber durch eine eigene Vorrichtung den Cylinder immer mit Vasser *ganz gefüllt* voraussetzt, so wird, wenigstens sehr ahe, in gleichen Zwischenzeiten auch gleichviel Wasser abiefsen, es ist aber ungewifs, ob die Alten eine solche Vorchtung angewendet haben, und nur darüber ist man wohl etzt allgemein einverstanden, dafs diese Art die Zeit zu mesen immer nur eine höchst unvollkommene war, und dafs sie etzt, wo man viel bessere Mittel zu diesem Zwecke kennt, einer weiteren Beachtung mehr würdig ist. In noch höherem rade gilt dasselbe von den *Sanduhren*, die noch unvollkomener sind, als jene.

Noch wollen wir, ehe wir zu den eigentlichen Uhren der eueren Zeit übergehn, das unter diesem Namen bekannte *Sternbild* erwähnen. Die *Uhr* oder die *Pendeluhr* ist ein von Lacaille an den südlichen Himmel gesetztes Sternbild. Eine gerade Linie oder ein gröfster Kreis durch den Stern Canopus der ersten Gröfse) und durch den südlichen Theil des Eridanus eht durch dieses Sternbild. Es besteht nur aus kleineren Fixternen, von welchen die vorzüglichsten sind α und β, und 34 Piazzi's, so wie 229 in Lacaille's Kataloge.

Unter *Uhr*, im neueren Sinne des Worts, verstehn wir ine zur Abmessung der Zeit bestimmte, mit Rädern versehene Maschine. Die Zeit geht, nach dem uns inwohnenden Begriffe erselben, gleichförmig fort. Kann man daher eine Maschine erfertigen, deren Bewegungen ebenfalls gleichförmig fortgehn, o wird man eine solche Maschine als ein *Mafs der Zeit* gebrauchen können. Ehe man aber bei dem noch unvollkomenen Culturzustande der ersten Völker an solche Maschinen lenken konnte, mufste man zusehn, ob nicht vielleicht die

Natur selbst uns schon eine solche gleichförmig fort
Maschine ohne unser Dazuthun aufgestellt habe. A
himmlischen Körpern, besonders aber an der Sonne, d
zu diesem Zwecke gleichsam von selbst darbietet, glau
diese gleichförmige Bewegung zu erkennen, und so h
denn schon in den ältesten Zeiten, in die unsere Mens
schichte zurückreicht, das Intervall zwischen dem Au
Untergange der Sonne den *Tag* und das darauf folgen
tervall zwischen dem Unter- und Aufgange dieses G
die *Nacht* genannt. Auch die Eintheilung jedes dieser
valle in zwölf gleiche Theile oder *Stunden* scheint
den ältesten Zeiten anzugehören. Da aber diese Tage
auch diese Stunden in den verschiedenen Jahreszeiten vo
schiedener Länge und sonach für ein *Maſs der Zeit*
geeignet waren, und da man bemerkte, daſs die Ta
den Jahreszeiten genau ebenso viel zunahmen, als die N
kürzer wurden, und umgekehrt, so wurden endlich die b
erwähnten Intervalle zusammengenommen unter der B
nung des *Tags* begriffen und derselbe in 24 gleiche T
oder *Stunden* getheilt. Sonach hieſs nun *Tag* die Zeit
schen zwei nächsten Aufgängen oder die zwischen zwei
sten Untergängen der Sonne. Es schien am natürlichsten
Tag (in dieser zweiten Bedeutung des Worts) mit dem
genblicke der Sichtbarkeit der Sonne über dem Horizonte
dem *Aufgange* der Sonne, anzufangen. Von den Babylo
wissen wir dieses mit Gewiſsheit[1]. Die Athenienser und
Juden aber begannen ihren Tag mit dem *Untergange*
Sonne, wie dieses die Italiener noch jetzt thun. Allein b
Arten den Tag anzufangen führten auf groſse Unbequem
keiten im bürgerlichen Leben, wenn man auch die Ein
lung in 24 Stunden beibehielt. In Italien z. B. fällt in
Mitte des Julius der Aufgang der Sonne in die 8te und
Mittag in die 16te italienische Stunde, während in der M
des März oder des September der Aufgang in die 12te und
Mittag in die 18te ital. Stunde fällt, weswegen denn die F
chen des Schlafengehns, des Aufstehens, des Mittagsess
die der Amts- und anderer Arbeitszeiten während des La
eines Jahres immer in andere Stunden fallen. Dieses mag

---

1 S. Plinius Hist. Nat. L. II. cap. 77.

sache gewesen seyn, warum die alten römischen Priester[1]
re Tage von 24 Stunden mit der Mitternacht anfingen, eine
nrichtung, die nun in der bürgerlichen Zeitrechnung durch
nz Europa (Italien ausgenommen) eingeführt ist. Blofs die
stronomen sind davon abgegangen, indem sie ihre Tage mit
em Mittag beginnen und daher immer hinter der bürgerli-
ten Rechnung um 12 Stunden oder um einen halben Tag
rück sind. Sie haben diese Aenderung vorgenommen, weil
e Sonne, welche sie früher allein zur Zeitbestimmung ge-
auchten, zur Zeit der Mitternacht nicht sichtbar ist und
her auch der Augenblick der Mitternacht nicht durch eine
irkliche Beobachtung der Sonne in dieser Epoche gegeben
erden konnte, während sie im Gegentheil um Mittag, zur
it der Culmination derselben, von jedem Astronomen gesehn
d beobachtet werden kann. Jedoch ist dieser Vortheil, wenn
einer ist, bei unserer neuen Beobachtungsart des gestirnten
immels in der That nicht hinreichend, um dadurch jene oft
rende Abweichung von einer bereits allgemein angenomme-
n Rechnungsart zu begründen.

Allein auch wenn der Tag von Mittag oder Mitternacht
gefangen und bis zum nächstfolgenden Mittag oder Mitter-
cht fortgezählt wird, so hatte man damit doch noch kein
nz schickliches Zeitmafs, da auch der Tag in diesem Sinne
s Worts noch immer eine in den verschiedenen Jahreszeiten
gleiche Länge hatte. Diese Ungleichheit war allerdings
cht mehr so grofs, wie die oben erwähnte, aber sie konnte
ch bei wissenschaftlichen, astronomischen Geschäften nicht
hr übersehn werden und sie macht sich bei vorgerückter
ltur selbst im bürgerlichen Leben bemerkbar. Durch die
rücksichtigung dieser noch übrigen Ungleichheit der Tage
rde man endlich auf den Unterschied zwischen der *wahren*
d der *mittleren Sonnenzeit* geführt, von welchen die letzte
gesuchte, eigentlich nothwendige, gleichförmig fortschrei-
de Zeit ist, die daher auch allein als das Mafs aller Zeiten
raucht wird, wie bereits oben[2] gesagt worden ist.

Die oben erwähnten Räderuhren können in zwei wesent-
von einander verschiedene Arten getheilt werden, je nach-

---

1 S. Plinius Hist. Nat. a. a. O.
2 S. Art. *Mittlerer Planet* und *Sonnenzeit.*

dem sie nämlich durch die Wirkung der Schwere, m
eines Gewichts, oder durch die Kraft der Elasticität, m
einer metallenen Feder, in Bewegung gesetzt werden. Die
Geschichte dieser Uhren ist in grofse Dunkelheit gehüllt
dafs es unmöglich ist, den eigentlichen Erfinder derselbe
Sicherheit anzugeben. Die Benennung *Uhr* oder *horol*
(von ὥρα Zeit und λόγος Wort, Sprache u. s. w.) kommt
schon sehr früh vor, aber nicht mit der Bestimmtheit,
darunter nicht auch Sonnen- oder Wasseruhren verst
seyn könnten. Der erste Schriftsteller, der von einer
schine spricht, welche die Stunden durch Schläge an
Glocke angab, scheint Dante (geb. 1265, gest. 132
seyn, so dafs demnach *Schlaguhren* in Italien schon zu
des 13ten Jahrhunderts bekannt gewesen seyn müfsten.
16. Regierungsjahre Eduard's I. von England, d. h. im J
1288, wurde einem englischen Mechaniker ein Privilegium
die Verfertigung einer Uhr für den berühmten Uhrthurm
Westminster-Hall ertheilt. Unter der Regierung von H
rich VI., die mit 1422 begann, soll der König sein
dem William Warby, Dechant von St. Stephans, zum
heben oder Aufziehn gegen eine bestimmte Besoldung
geben haben. Die Marienkirche in Oxford wurde im J.
mit einer Thurmglocke versehn, die aus einer den Stud
dieser Universität aufgelegten Taxe angeschafft worden
Dafs in Deutschland, besonders in Nürnberg, die Uhrm
rei schon im Anfange des 16ten Jahrhunderts fröhlich
ist bekannt und kann z. B. in Beckmann's Geschichte d
findungen umständlich nachgesehn werden.

Die frühesten verläfslichen Nachrichten von Räde
scheinen die folgenden zu seyn. Die erste Thurmuhr vo
logna soll vom Jahre 1356 seyn. Heinrich von Wyc
von Vic, ein Deutscher, stellte in dem später sogenannten T
des Palastes Carl's V. um das Jahr 1364 eine Uhr au
Rymer's „*Foedera*" wird des Schutzes erwähnt, den Edua
drei holländischen Uhrmachern, die er im J. 1368 aus
nach England berief, angedeihen liefs. Conrad Dasyp
giebt umständliche Nachricht von einer um das Jahr 13
Strafsburg errichteten Uhr. Nach Froissart's Bericht
Courtray gegen dieselbe Zeit (1370) eine Uhr, die bald
auf (im J. 1382) der Herzog von Burgund ihr abgeno

hat. Lehmann erzählt ebenfalls von einer im J. 1395 zu Speier aufgestellten Thurmuhr; eine ähnliche hatte Nürnberg im J. 1462, Auxerre im J. 1483 und Venedig im J. 1497. Nach einem Briefe des Ambrosius Camaldulensis[1] an Nicolaus von Florenz waren gegen das Ende des 15ten Jahrhunderts die Uhren auf dem Continente schon etwas sehr Gewöhnliches, und dasselbe scheint auch von England zu gelten, da wir in dem berühmten engl. Dichter Chaucer (geb. 1328, gest. 1400) folgende Verse finden:

> Full sickerer was his crowing in his loge,
> As is a clock, or any abbey orloge.

Wie es auch mit der Epoche der eigentlichen Erfindung dieser Instrumente sich verhalten mag, so kann man wohl immer der Meinung von Ferd. Berthoud beitreten, eines innigen Kenners und des besten Schriftstellers über diesen Gegenstand, dafs eine solche Uhr, wie die oben erwähnte von Heinrich von Wyck, nicht die Erfindung eines einzigen Menschen seyn kann, sondern dafs sie ein Product mehrerer vorhergehenden, geringeren Erfindungen ist, die zum Theil wenigstens sehr alten Zeiten angehören mögen. So waren z. B. Räderwerke verschiedener Art schon zu des Archimedes Zeiten bekannt; die, wenn gleich nur rohe, Regulirung der durch die Schwere erzeugten Geschwindigkeit durch Hülfe eines Schwungrades, wie sie an Vorrichtungen zu gemeineren Zwecken, z. B. an unseren Bratenwendern, erscheint, ist so einfach, dafs sie einem mäfsig mechanischen Talente nicht lange verborgen bleiben konnte; dasselbe gilt auch wohl von dem sogenannten Aufheber und Gesperre unserer Uhren, das in seinem Principe ebenfalls sehr einfach ist. Die so leicht zu bemerkende accelerirende Bewegung der frei fallenden Körper konnte ein aufmerksames Talent ohne Mühe auf die Idee der Unruhe führen, womit die Entdeckung einer Art Balancier beinahe nothwendig verknüpft scheint. Sind nicht selbst noch in unsern Zeiten, etwa seit den letzten Decennien des 18ten Jahrhunderts, die vielen Verbesserungen unserer Uhren und besonders unserer Chronometer nur nach und nach durch das günstige Zusammenwirken mehrerer, ja sehr vieler der ausgezeichneten Künstler entstanden?

1 Lib. XV. Epist. IV.

Es wird den Lesern nicht uninteressant seyn, di[e Ein-]
richtung kennen zu lernen, die der oben erwähnte [H.]
Wyck so früh schon seiner Unruhe gegeben hat, dur[ch die]
er den Gang seiner Uhr zu reguliren suchte. Die Zäh[ne des]
Fig. 150. Kronrads FG wirkten auf zwei schmale Hebelplatten D [und E]
ein, die an einem Stabe oder an einer geradlinigen S[pindel]
EDC befestigt waren, an welcher Spindel in C die [hori-]
senkrecht stehende Unruhe oder der *Abgleicher* AB au[fsafs,]
welche letztere an ihren Endpuncten A und B mit Gew[ichten]
beschwert war. Um die Uhr schneller oder langsamer
zu machen, durfte er nur diese Gewichte näher zu oder
ter von dem Mittelpuncte C der Unruhe AB schieben.

So unvollkommen diese Uhren auch ohne Zweifel [gewe-]
sen sind, so findet man doch, dafs sie schon um das [Jahr]
1484 von Walther in Nürnberg und bald nach ihm von [dem]
berühmten Wilhelm, Landgrafen von Hessen, zu astron[omi-]
schen Beobachtungen angewendet worden sind, und so
mufs der Nutzen erschienen seyn, den man von diese[n In-]
strumenten ziehn wollte, dafs Gemma Frisius um das [Jahr]
1530 schon den Gebrauch einer ähnlichen, aber tragbaren [Uhr]
zur Bestimmung der geographischen Länge auf dem M[eere]
vorzuschlagen wagen konnte. Der berühmteste praktische A[stro-]
nom seiner Zeit, Tycho de Brahe, besafs vier Räderu[hren,]
die er auf seinem Observatorium aufgestellt hatte und die,
er selbst erzählt, Stunden, Minuten und Secunden ang[aben.]
Die gröfste von ihnen hatte nur drei Räder, aber der D[urch-]
messer eines dieser Räder betrug volle drei Fufs und
1200 Zähne auf seiner Peripherie. Diese Angabe allei[n ist]
schon ein Beweis der grofsen Unvollkommenheit der U[hren]
aus jener Zeit, auch klagt Tycho öfter über die Unve[rläss-]
lichkeit derselben, besonders über solche, die ihm vom W[et-]
ter abzuhängen schienen, ohne, wie es scheint, den näh[eren]
Grund dieser Anomalie angeben zu können, der offenba[r in]
der Temperatur lag. Im Jahre 1577 hatte Möstlin, der L[eh-]
rer Kepler's, eine Uhr, die 2528 Schläge in einer Stu[nde]
machte, und indem er die Anzahl dieser Schläge während [der]
Zeit beobachtete, in welcher die Sonne durch einen Meridi[an-]
faden ging, fand er den Duchmesser dieses Gestirns gle[ich]
0° 34′ 13″. Dieselbe Beobachtungsart dieses Durchmessers hat

die Astronomen bis auf den heutigen Tag als die beste beibehalten.

Einer der ersten Zusätze, welche später diese Instrumente außer ihrer unmittelbaren Zeitbestimmung so häufig erhielten, bestand in dem sogenannten *Wecker*, der auch jetzt noch im Gebrauch ist, obschon nicht zu dem Zwecke, wozu er zuerst gebraucht wurde, nämlich um die Mönche in den Klöstern zu ihren Morgengebeten aufzuwecken.

Der eigentliche Ursprung der tragbaren Uhren ist auch nicht mehr mit Genauigkeit zu bestimmen. Gewiſs ist, daſs ie schon vor dem Jahre 1544 bekannt gewesen sind, da in iesem Jahre die Uhrmachergilde in Paris von Franz I. ein Privilegium erhielt, durch welches allen Andern auſser ihrer unft verboten wurde, solche Uhren zu verfertigen. Der Erndung dieser tragbaren Uhren muſste die Entdeckung der *etallfeder* (statt des Gewichtes) vorhergehn, und diese Feer konnte wieder nicht gut angewendet werden, wenn nicht uch diejenige Einrichtung bekannt war, die wir jetzt mit er Benennung der *Schnecke* bezeichnen. Diese beiden Entckungen, der Feder und der Schnecke, änderten aber die inrichtung und Form und selbst den Gebrauch der Uhren in lchem Maſse, daſs sie als in der Geschichte der Uhrmacherunst Epoche machend angesehn werden müssen. Zwar hat an selbst in den neuesten Zeiten Taschenuhren ohne Schnekn verfertigt, indem man die Schnecke durch eine ungleich cke oder ungleich breite Feder zu ersetzen suchte. Besonrs in Frankreich, wo doch die Uhrmacherkunst unter Breuet so groſse Fortschritte gemacht hat, suchte man häufig ese Schnecke entbehrlich zu machen. Allein man darf nur nig mit der Organisation dieser Instrumente bekannt seyn, einzusehn, daſs es unverständig und thöricht ist, ein so fachen und sicheres Mittel ohne allen Grund verschmähn wollen. *This practice,* sagt der alte Arnold, dessen inung hierüber wohl von groſsem Gewichte ist, *is a arture from the first principles, which can never be toated, where accuracy of performance is required.* Etwas hnliches begegnete auch den französischen Künstlern darin, s sie die Aufhängung ihrer Pendel auf scharfen Stahlschnein allen übrigen Suspensionsarten lange Zeit hartnäckig vorzogen haben, während die Engländer ihre Pendel bekannt-

lich an eine elastische Stahlfeder hängen, deren obere[s]
in einer Klemme an die Wände der Uhr befestigt ist.
berühmte Berthoud in Paris beharrte bei seinen Stahl[fe-]
den bis an seinen Tod, so viel Widersprüche er auc[h des-]
halb zu bekämpfen hatte. Nun ist aber für sich klar[, dass]
ein Pendel, wenn es durch die Einwirkung äufserer, n[icht zu]
vermeidender Kräfte nicht merklich gestört werden sol[l, ein]
beträchtliches Gewicht haben müsse, wie denn Uhren m[it]
leichten Pendeln auf hochgebauten Observatorien beka[nntlich]
ganz unbrauchbar sind, wenn sie auch sonst die beste[r]
Art wären. Für ein so gewichtiges Pendel aber, das [20]
und mehr Pfund wiegen mufs, kann eine feine Stahls[feder]
unmöglich ein angemessener Aufhängeapparat seyn.

Dieses war der Zustand der Uhrmacherkunst zu de[r Zeit,]
als Galilei in einer Kirche zu Florenz die Entdeckung m[achte,]
dafs eine an einer Schnur von dem Dome der Kirche [herab-]
hängende Lampe, wenn diese Schnur aus ihrer senkr[echten]
Lage gebracht wurde, Schwingungen machte, die für [große]
oder kleine Schwingungsbogen nahe in gleichen Zeite[n vor]
sich gingen, d. h. also, dafs die Schwingungen eines Pendels
bei verschiedenen, übrigens geringen Amplitüden, isochro[n sind.]
Er machte diese Entdeckung im J. 1639 zu Paris be[kannt,]
und obschon er selbst sie nicht unmittelbar auf die [Con-]
struction der Uhren anwendete, so machte sie doch Ep[oche in]
der Geschichte der Kunst, indem sie die eigentlichen *P[endel-]*
uhren erzeugte, die in den neueren Zeiten so sehr v[ervoll-]
kommnet wurden und die jetzt noch den Vorzug vor [allen]
andern Uhren haben. Diese Entdeckung führte bald ein[en ge-]
lehrten Kampf zwischen Galilei und Huyghens herbei[, und]
die Frucht dieses Streites war des Letztern berühmtes [Werk]
De Horologio oscillatorio, so wie auch die erste eige[ntliche]
Pendeluhr von diesem Gelehrten noch vor dem Jahr[e 1658]
verfertigt worden ist. Es wird wohl nicht leicht auszu[machen]
seyn, ob der Letzte jene Idee von dem Isochronism[us des]
Pendels selbst gefunden oder von Galilei geborgt hat[, aber]
dafür ist es desto gewisser, dafs Huyghens diese Idee [zuerst]
auf eine meisterhafte und wahrhaft wissenschaftliche [Weise]
angewendet und ins Leben gerufen hat. Bemerken wir [übri-]
gens, dafs, während auf dem Festlande Huyghens all[gemein]
als der Erfinder der Pendeluhren betrachtet wird, die

änder diese Ehre ihrem Landsmann RICHARD HARRIS vindi-
iren, der schon im Jahre 1641 eine Uhr mit einem langen
Pendel verfertigt haben soll.

Bald nach dieser Epoche wurde auch die oben erwähnte
Idee des GEMMA FRISIUS von demselben HUYGHENS wieder
aufgenommen und zur Verfertigung von Feder- oder Seeuh-
ren benutzt. Er war es ferner, der RICHER's bekannte Be-
obachtung, dafs die Pendeluhren am Aequator langsamer gehn,
als in gröfseren Breiten, durch die Abplattung der Erde an
ihren Polen erklärte, wodurch er uns die eigentliche Gestalt
der Erde kennen lehrte. Derselbe zeigte durch sehr scharf-
sinnige geometrische Untersuchungen, dafs GALILEI's Entdek-
kung des Isochronismus der Schwingungen nur sehr kleinen
Kreisbogen, nicht aber, wie jener glaubte, jeder Amplitüde
des Bogens zukomme, dafs sie aber dafür in ganzer Strenge
für jeden Bogen der Cykloide gelte. Indem er zugleich die
Evolute dieser Curve, die bekanntlich wieder eine Cykloide
ist, bestimmte, wendete er dieselbe auf eine sehr sinnreiche
Art auf die Pendeluhren an. In der Folge hat man diese
Anwendung wieder verlassen, weil dadurch andere Fehler-
quellen erzeugt werden, die in praktischer Hinsicht vor Allem
vermieden werden mufsten, und weil es dem Künstler so
leicht ist, das Pendel nur in kleinen Amplitüden schwingen
zu lassen, für welche jener Isochronismus so nahe statt hat,
als es für die Praxis nur immer gefordert werden kann, da
es bei den Uhren ohnehin nur auf stets gleiche Amplitüden
ankommt.

Nachdem auf diese Weise die eigentliche Basis der neuen
Kunst für alle Zeiten gelegt war, glaubte man, schon auf die
gröfsen Verzierungen des Gebäudes selbst, das doch noch
nicht vorhanden war, denken zu müssen. Die Uhrmacher, die
nach HUYGHENS folgten, legten sich auf Künsteleien, wo-
durch die eigentliche Kunst, wenn nicht zurückgesetzt, doch
auf längere Zeit zum Stillstande gebracht wurde. So erfand
BARLOW in London im J. 1676 die im Allgemeinen noch jetzt
gewöhnliche, ziemlich complicirte Maschinerie der *Repetition*,
durch welche man die letztverflossene Stunde mittelst des An-
ziehens einer Schnur wieder schlagen lassen kann. Ihm folgte
in solchen und ähnlichen Dingen der zu seiner Zeit berühmte
Uhrmacher QUARE in London und JULIAN LE ROY, COLLIER,

Larcay, Thiout in Frankreich u. A. Damals entsta
auch viele Uhren, welche die wahre, nicht die mittlere
nenzeit anzeigten. In solchen mehr sonderbaren als ni
chen Beschäftigungen zeichneten sich Sully in England,
Benedictiner Alexander im J. 1698, dann le Roy un
Roy im J. 1717 in Frankreich, ferner L'Admiraud, Pa
mant, Rivar, Graham, Enderlin, Kriegseisen u. A.
Eine andere, viel wichtigere Erfindung für die eigent
Kunst war die der *Ankerhemmung* oder des sogenannten
werkes der Uhr, deren Urheber der Uhrmacher Clemen
London um das Jahr 1680 war, wie selbst Berthoud i
ris bezeugen mufste. Diese wesentliche Verbesserung f
unmittelbar auf die so vortheilhafte Aufhängung des Pe
mittelst einer dünnen Stahlfeder, die ebenfalls von Clem
zuerst angewendet wurde. Beide Entdeckungen sind übrig
auch von dem sinnreichen Dr. Hooke in England für
selbst reclamirt worden. Die Secundenpendel, mit diesen
den Apparaten versehn, wurden damals in England *the*
pendulums genannt.

Mit dem Anfange des achtzehnten Jahrhunderts trat
andere Epoche der Kunst ein, die zu einer sehr wes
chen Verbesserung derselben beitrug. Schon seit funfzig
ren kannte man die starke Aenderung, die alle Metalle
die Einwirkung der Hitze und Kälte erleiden. Das Be
nifs, die Länge des Pendels und dadurch den Gang der
ren von dieser Einwirkung der Temperatur unabhängi
machen, wurde ebenfalls sehr deutlich gefühlt und zum
nomischen Gebrauche besonders waren die bisherigen
noch immer so gut als unnütz. Aber erst im J. 1715
Georg Graham auf ein Mittel, diesem Umstande, d
die ganze Kunst hemmend einwirkte, zu begegnen.
sonderbar, dafs dieses sein Mittel zugleich dasjenige ist
noch jetzt bei Pendeluhren für das beste anerkannt wird
schon man seitdem noch gar viele andere vorgeschlage
Graham substituirte nämlich statt des schweren linsenf
gen Körpers, den man bisher an die Pendelstange zu
stigen pflegte, ein Gefäfs mit Quecksilber gefüllt, wo
er den Suspensions- und Oscillationspunct des Pendel
mer in demselben Abstande von einander zu erhalten s
indem z. B. durch die Wärme die Pendelstange abwärts,

selber im Gefäfse aber aufwärts verlängert wird. Jedoch
es erst dem JOHN HARRISON, die erste Uhr mit einer
mmenen Compensation zu verfertigen, wofür er auch
Parlamente ein Ehrengeschenk von 20000 L. St. er-
die seiner gedrückten häuslichen Lage aufhalfen, ob-
er sie gröfstentheils wieder der weitern Vervollkomm-
einer Kunst zuwendete. Bald darauf trat auch GRA-
mit seinen Compensationspendeln auf, wobei die Pendel-
aus mehrern Stäben von verschiedenen Metallen be-
deren Ausdehnungen durch die Wärme sich gegenseitig
ben sollten, wie wir weiter unten sehn werden.
Außer den erwähnten, wesentlichen und Epoche machen-
Verbesserungen sind im Laufe des vergangenen und selbst
gegenwärtigen Jahrhunderts noch so viele andere, minder
hinzugefügt worden, dafs ihre umständliche Aufzäh-
allein einen bedeutenden Band füllen könnte. Indem wir
dieser kurzen Geschichte der Kunst übergehn, begnü-
wir uns mit der Anführung der vorzüglichsten Künstler,
wir diese Verbesserungen verdanken. Diese sind
ISON, MUDGE, CUMMINS, NICHOLSON, HARDLY, HAR-
in England, JULIAN und PETER LE ROY, SULLY, DU
, BETHUNE, LEPAUTE, REGNAULD, DEPARCIEUX,
, AMANT, ROBIN, BERTHOUD u. A. in Frankreich,
SICE, GRAHAM, ELLICOT, TROUGHTON, SMEATON,
, RITCHIE, WARD, MOLINEUX, KATER u. A.
Die Geschichte der Taschen- oder Federuhren ist innig
der Pendel- oder Gewichtuhren verbunden, und
meisten der Künstler, welche sich um die eine Gattung
Uhren Verdienste erworben haben, sind auch als Be-
der andern anzusehn. In der That sind beide Gat-
von Zeitmessern blofs darin wesentlich verschieden,
die Regulirung des Ganges bei der einen durch das Pen-
bei der andern aber durch den Balancier geschieht und
die bewegende Kraft dort das Gewicht und hier die Fe-
. Es ist schwer, den Künstler anzugeben, der zuerst
Federuhr in einem so kleinen Raume gemacht hat, dafs
sie bequem in der Tasche tragen konnte. Gewifs waren
jenigen kleineren Uhren, die man vor HUYGHENS und HOOKE
, noch sehr unvollkommene Maschinen, da die Unruhe
die Feder für die tragbaren Uhren ebenso wichtig und

unentbehrlich sind, als das Pendel für die Gewichtuhren, wenn sie nur einigermaſsen regelmäſsig gehn sollen. Ein groſses Hinderniſs für Uhren, die längere Zeit mit Genauigkeit gehn sollen, war die Störung, welche diese Maschinen durch das Aufziehn derselben erleiden. Schon Huyghens war darauf bedacht, bei seinen Pendeluhren dieses Hinderniſs zu überwinden. Er gebrauchte dazu eine sogenannte endlose Schnur, mit zwei sehr ungleichen Gewichten beschwert, die sich um zwei Walzen wand. Später wendete man zu diesem Zwecke einen hebelartigen Apparat an, der aber ebenso wenig, als jene Vorrichtung, genügend gefunden wurde. Endlich kam Harrison auf die Einrichtung, die noch jetzt allgemein gebraucht wird, deren nähere Beschreibung aber hier zu umständlich seyn würde und ohne mehrere Zeichnungen nicht gut deutlich gemacht werden kann, während sie jeder Uhrmacher, mit dem Apparate in der Hand, sogleich Jedem deutlich machen wird. Dasselbe gilt in noch viel höherem Grade von dem sogenannten Repetirwerke bei Schlaguhren, durch welches man mittelst einer angezogenen Schnur das Schlagwerk die letztvergangene Stunde mit ihren Vierteln wiederholen läſst, welche Vorrichtung besonders bei Taschenuhren sehr zusammengesetzt und künstlich ist, wo nämlich statt der angezogenen Schnur ein Druck des Gehängezapfens der Uhr auf die Feder derselben substituirt wird.

Nach diesen vorläufigen historischen Notizen wollen wir nun zu der Beschreibung der Einrichtung der Räderuhren selbst übergehn, so weit diese nicht den eigentlichen Uhrmacher, sondern denjenigen angeht, der nicht gewohnt ist, ein Instrument zu gebrauchen, mit dessen Construction er nicht wenigstens im Allgemeinen näher bekannt ist.

Der Zweck jeder guten, zum wirklichen Gebrauche, nicht bloſs zu Tändeleien oder zur Befriedigung unnützer Wünsche bestimmten Uhr ist, eine vollkommen gleichförmige und (durch das Zifferblatt) leicht abzumessende Bewegung hervorzubringen, mittelst welcher Bewegung sich die Zeit, die ebenfalls gleichförmig fortgeht, genau bestimmen läſst. Jedes an einer Schnur, welche um eine bewegliche Walze gewickelt ist, hängende Gewicht wird, indem es vermöge seiner Schwere herabsinkt, diese Walze um ihre Axe drehen und ein an der

Walze befestigter Zeiger, der sich zugleich mit der
dreht, wird auf einem eingetheilten Kreise die Anzahl
aläufe der Walze und die Theile dieser Umläufe an-
. Allein eine solche Vorrichtung wird zu dem Zeit-
welches wir suchen, unbrauchbar seyn. Denn da je-
ewicht in der ersten Secunde durch 15 Fufs, in der
n durch 45, in der dritten durch 75', in der vierten durch
fs u. s. w., kurz da es nicht gleichförmig, sondern mit
sehr beschleunigten Bewegung fällt, so wird auch die
e und ihr Zeiger auf dem Zifferblatte sich nicht gleich-
g, sondern mit der Zeit immer schneller bewegen und
e diese Maschine zu einem Zeitmafse ganz unbrauchbar
. Es müfste daher mit der Walze, die durch das Ge-
bewegt wird, noch eine andere Einrichtung verbunden
n, welche das an sich selbst immer schneller herabfal-
Gewicht zwingt, auf eine gleichförmige Weise, in jeder
e so viel als in der andern, zu sinken. Nun ist bekannt,
ie Körper auf der Oberfläche der Erde, obschon sie,
elbst überlassen, mit der Zeit immer schneller fallen,
im ersten Augenblicke nach der Ruhe alle durch densel-
aum, dafs sie z. B. alle in der ersten Secunde durch
fs fallen. Wenn man daher ein Mittel besäfse, jenes
ht am Ende einer jeden Secunde in seinem Falle einen
blick wieder aufzuhalten, so dafs es gleichsam in jeder
en Secunde aus der vorhergehenden Ruhe in eine neue
gung gesetzt würde, so müfste dieses Gewicht auch in jeder
de wieder durch denselben Raum von 15 Fufs fallen. Der
Körper aber, welcher dieses Aufhalten der Walze nach
geendeten Secunde hervorbringen und sie gleich darauf
r loslassen soll, mufs eine von der eigentlich treibenden
der Uhr (von dem Gewichte) unabhängige und offenbar
selbst gleichförmige Bewegung haben, weil er eben eine
e Bewegung hervorbringen soll. Dazu bietet sich nun
kam auf den ersten Blick das *Pendel*[1] dar, wie denn
, nach dem bereits oben Gesagten, Huyghens gleich auf
Verbindung des Gewichts mit dem Pendel verfiel, so-
die isochrone Bewegung desselben durch Galilei be-
t geworden war. Demnach besteht also jede Pendeluhr

1 Vergl. Art. *Pendel*. Bd. VII. S. 304.

aus zwei von einander unabhängigen Bewegungen, die aus der allgemeinen Kraft der Schwere entspringen. Di ist die unveränderliche, die ganze Maschine treibende oder das *Gewicht* und die zweite ist die jene erste m rende Kraft oder das *Pendel*. Jene ist die Triebkraft d und diese ist der Regulator jener Triebkraft. Die Ver dieser beiden Kräfte aber geschieht durch die *Hemmung* (*é pement*) und durch das *Räderwerk*.

Um uns zuerst den Gegenstand ganz einfach vorzu wollen wir das Räderwerk auf einen Augenblick ganz e nen und blofs Gewicht und Pendel auf irgend eine A unmittelbare Berührung versetzt annehmen, so dafs man zwei (von derselben Kraft der Schwere, aber auf verschi Art) in Bewegung gesetzte Körper hat, die gegenseiti einander wirken. Nimmt man von einer solchen einfa Maschine das Gewicht oder die treibende Kraft weg, so das Pendel zwar noch einige Zeit schwingen, aber durc Reibung und den Widerstand der Luft sehr bald zum stande gelangen. Hängt man aber das Pendel oder die derirende Kraft aus, so wird das Gewicht, wie gesagt, beschleunigter Bewegung herabstürzen und die ganze Uhr ebenfalls nur zu bald still stehn. Demnach wird die dauer der Schwingungen durch den beständigen Druck Gewichts, das gleichförmige Sinken dieses Gewichts aber d das Pendel bewirkt, oder mit andern Worten: das Pe wird von dem Gewichte angetrieben, damit es nicht still s und das Gewicht im Gegentheile wird von dem Pendel im Zaum halten, damit es nicht zu laufen anfange, sondern immer gl förmig tiefer sinke. Das Mittel aber, durch welches die Kraf Gewichtes dem Pendel und die regelmäfsige Bewegung Pendels dem Gewichte mitgetheilt wird, ist die *Hem* (*échappement*). Die Künstler haben verschiedene Arten Hemmungen ausgedacht. Eine der einfachsten ist der s nannte *englische Haken*, den wir nun näher beschre wollen [1].

Durch die beiden Wände, welche das eigentliche werk einschliefsen, geht eine dünne Stange von Stahl, an ren einem Ende, hinter jenen beiden Wänden, das Pendel

---

1 Vergl. Art. *Rad*. Bd. VII. S. 1161.

und an welcher zugleich, zwischen diesen Wänden,
krecht stehender Kreisbogen von Metall befestigt ist,
i in zwei Haken endet, die in die Zähne eines auf
tange senkrecht aufsitzenden Rades (des *Steigrades*)
en. Der erwähnte metallene Bogen ist mit dem Pendel
ber verbunden, so daſs er sich mit diesem zugleich
nieder bewegt und von seinen beiden Endhaken im-
r eine höher als der andere steht, wenn das Pendel
n seinen Oscillationen hin und her geht. Um die er-
metallene, walzenförmige Stange kann man sich zu-
die Schnur aufgewunden denken, welche das Gewicht
Wenn nun das Pendel auf der rechten Seite seine
Höhe erreicht, greift der eben dadurch niedergebogene
Haken der Hemmung in das von dem Gewichte umge-
e Steigrad und hält dadurch einen Zahn, folglich auch
wicht selbst einen Augenblick auf. Wenn aber gleich
das Pendel seiner Natur nach auf die linke Seite geht,
t sich dadurch der linke Haken, der von diesem Ha-
ber ergriffene Zahn wird frei und das sonach befreiete
ingt an sich zu drehn. Allein diese Drehung währt
nge, nicht einmal um einen ganzen Zahn des Steigrades.
während das Pendel auf die linke Seite geht, nähert sich
ber erhobene, nun aber sich wieder senkende rechte
der Hemmung dem ihm gegenüberstehenden Zahne des
des auf halbem Wege und hält dadurch diesen Zahn
lls auf. Nachdem auf diese Weise das Pendel zwei
Schwingungen vollendet und wieder, wie im Anfange,
gröſste Höhe auf der rechten Seite erreicht hat, greift
ke Haken erst in den zweiten Zahn, so daſs also das
l zweimal so viel Schwingungen macht, als das Steig-
ähne hat.

Daſs bei dieser Einrichtung die Gestalt der beiden Haken
die Gestalt der beiden Endpuncte des hemmenden Bo-
nicht gleichgültig sey, ist für sich klar, und die Künst-
ben sich lange bemüht, die beste Gestalt dieser Haken
finden. Man hat sie zuerst so geformt, daſs sie, wäh-
sie den Zahn des Rades aufhielten und sich mit dem
el bewegten, zugleich diesen Zahn etwas zurückschoben,
nan die *rückfallende Hemmung* (*échappement à recul*)
te. Später gab man den Haken die Gestalt, damit sie

und dieser Gleichung läſst sich auf unzählige Arten Gen
thun. So hat man z. B.

$$\frac{30 \cdot 60 \cdot 120}{4 \cdot 6 \cdot 9} = 1000,$$

so daſs also die drei ersten Räder in irgend einer w
kürlichen Ordnung 30, 60, 120, und die Getriebe der
letzten Räder wieder in willkürlicher Ordnung 4, 6, 9 Z
haben können. Ebenso hat man aber auch

$$\frac{20 \cdot 40 \cdot 150}{3 \cdot 5 \cdot 8} = 1000 \text{ und } \frac{30 \cdot 50 \cdot 80}{4 \cdot 5 \cdot 6} = 1000 \text{ u. s. w.}$$

Durch ähnliche Anordnungen kann man auch die Gesch
digkeit des letzten Rades vermindern, wenn man nicht,
zuvor, das erste Rad, welches dort kein Getriebe hat,
das Getriebe des zweiten eingreifen läſst, sondern wen
diesem ersten Rade auch ein Getriebe giebt und dies
Getriebe in die Zähne des zweiten Rades eingreifen läſs
z. B. das erste Rad a Zähne und hat sein Getriebe α Z
hat ferner das zweite Rad b und sein Getriebe β, hat
dritte Rad c und sein Getriebe γ Zähne u. s. w., so wi
zweite Rad $\frac{a}{\alpha}$ mal langsamer gehn als das erste, das
$\frac{b}{\beta}$ mal langsamer als das zweite, also auch $\frac{ab}{\alpha\beta}$ mal lan
als das erste, und ebenso wird das vierte Rad $\frac{c}{\gamma}$ mal l
mer als das dritte, $\frac{bc}{\beta\gamma}$ mal langsamer als das
$\frac{abc}{\alpha\beta\gamma}$ mal langsamer als das erste gehn u. s. w. Jenes
Fall bei unsern *Mühlen* und bei allen den Maschinen, w
eine gegebene Geschwindigkeit vermehren will, bei de
ren aber tritt der zweite Fall ein, da es hier darauf an
die Stärke der bewegenden Kraft des Gewichtes (oder d
der bei den Taschenuhren) zu mäſsigen und daher die
diese Kraft unmittelbar erzeugte Geschwindigkeit zu v
dern.

Da man eine gegebene Geschwindigkeit (wie z. B.
tausendmal gröſsere des letzten Rades als die des ersten
dem vorhergehenden Beispiele) auf unzählig verschied

en erhalten kann, so ist es wichtig, diejenige zu kennen, welche man den vorgelegten Zweck auf die einfachste vortheilhafteste Art, z. B. durch die geringste Anzahl von n und Getrieben, erhalten kann. Diesen Zweck, der auch bei niedern physikalischen Versuchen oft vorkommt, er-man bekanntlich durch die sogenannten *Kettenbrüche*, in der That gelangte auch Huyghens bei einer ähnlichen enheit (bei seiner Verfertigung eines Planetolabiums durch äderwerk) zuerst auf die merkwürdige Theorie dieser e, von welchen wir hier nur das zur Anwendung un-bar Nothwendige kurz mittheilen wollen.

Ein *Kettenbruch* ist ein Bruch, dessen Nenner aus einer n Zahl und einem gewöhnlichen Bruche besteht, welches n Bruches Nenner wieder eine ganze Zahl nebst einem hnlichen Bruche seyn kann u. s. w. Gewöhnlich sind ähler dieser Partialbrüche alle gleich der Einheit. So ist der Bruch

$$\frac{1}{2+\frac{1}{3}} \text{ oder } \frac{3}{7}$$

ettenbruch und zwar von zwei Gliedern. Ebenso ist

$$\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4}}}$$

ettenbruch von drei Gliedern. Um seinen wahren Werth die gewöhnliche Weise auszudrücken, beginnt man seine ction von unten nach oben. So ist, wie zuvor:

$$\frac{1}{3+\frac{1}{4}}=\frac{4}{13},$$

ist auch der gegebene Kettenbruch

$$\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4}}}=\frac{1}{2+\frac{4}{13}}=\frac{13}{30}.$$

dieselbe Weise erhält man für den viergliedrigen Ketten-h

$$\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{1}{4+\frac{1}{5}}}}=\frac{1}{2+\frac{1}{3+\frac{5}{21}}}=\frac{1}{2+\frac{21}{68}}=\frac{68}{157}.$$

Es ist also, wie man sieht, sehr leicht, jeden gegeben
tenbruch in einen gewöhnlichen zu verwandeln. A
ist das umgekehrte Verfahren nothwendig, wo man
einen gegebenen gewöhnlichen Bruch in einen Kett
verwandeln will. Zu diesem Zwecke bedient man si
des bekannten Mittels, durch welches man zwisch
gegebenen ganzen Zahlen den gröfsten gemeinschaftliche
sucht, nämlich der fortgesetzten Division dieser Zahl
ihrer Reste. Wollte man z. B. den letzten gewöh
Bruch $\frac{68}{157}$ in einen Kettenbruch verwandeln, so hat m
schen diesen beiden Zahlen 68 und 157 folgende vier
ander folgende Divisionen

```
68 | 157 | 2
   | 136 |
   |  21 | 68 | 3
         | 63 |
         |  5 | 21 | 4
              | 20 |
              |  1 | 5 | 5
                   | 5 |
                   | 0 |
```

und da die Quotienten dieser vier Divisionen die
2; 3; 4; 5 sind, so hat man auch für den gesuchten K
bruch den Ausdruck

$$\frac{68}{157}=\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\frac{1}{5}}}}$$

wie zuvor. In vielen Fällen gehn auch diese Kettenb
ohne Ende fort. Wollte man z. B. die bekannte
3,14159265358979 . . ., die das Verhältnifs der Peripher
Kreises zu seinem Durchmesser ausdrückt, in einen Ke
bruch verwandeln, so erhielte man durch die fortgesetzte
vision der beiden Zahlen

314159265358979 . . :

und

100000000000000 folgende Quotienten

3; 7; 15; 1; 292; 1; 1; 1; 2; 1; 3 . . .

dafs man daher für die gegebene Zahl den folgenden Kettenbruch erhält:

$$3+\cfrac{1}{7+\cfrac{1}{15+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{292+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}}}} \text{ u. s. w.}$$

mehr Glieder dieses Ausdrucks, von den obern Theilen esselben anfangend, man nimmt, desto mehr nähert man sich ch damit der gegebenen Zahl 3,1415926 . . . ohne Ende. ist z. B. der erste, nur noch sehr wenig genäherte Werth eser Zahl gleich dem ersten Gliede des Kettenbruchs oder eich 3; die zwei ersten Glieder aber geben schon genauer

$$3+\frac{1}{7} \text{ oder } \frac{22}{7},$$

drei ersten Glieder geben noch genauer

$$3+\frac{1}{7+\frac{1}{15}}=3+\frac{15}{106}=\frac{333}{106}$$

d ebenso geben die vier ersten Glieder

$$\frac{355}{113} \text{ u. s. w.}$$

ir haben daher für unsere Zahl die auf einander folgenden mer mehr genäherten Werthe, in der Form von gewöhnlien Brüchen ausgedrückt,

$$\frac{3}{1};\ \frac{22}{7};\ \frac{333}{106};\ \frac{355}{113};\ \frac{103993}{33102} \text{ u. s. w.}$$

d aufser diesen Brüchen, was das Merkwürdigste ist, giebt keine andern, welche einfacher oder mit kleineren Nennern gedrückt wären und doch dem wahren Werthe näher kän, als eben sie. So drückt z. B. der Bruch $\frac{22}{7}$ die gegee Zahl 3,1415926 genauer aus, als jeder andere Bruch, dessen nner kleiner als 106 — 7 oder 99 ist, und der Bruch $\frac{355}{113}$ drückt e Zahl genauer aus, als jeder andere Bruch, dessen Nenner

kleiner als 33102 — 113 oder kleiner als 32989 ist u. s.
Ferner sind von diesen genäherten Brüchen nach der Reihe
erste zu klein, der zweite zu grofs, der dritte wieder zu kl
der vierte zu grofs u. s. w. So ist

$$\text{der erste Bruch } \frac{3}{1} \text{ zu klein,}$$

$$\text{der zweite } \frac{22}{7} = 3{,}1428 \text{ zu grofs,}$$

$$\text{der dritte } \frac{333}{106} = 3{,}141509 \text{ zu klein,}$$

$$\text{der vierte } \frac{355}{113} = 3{,}14159291 \text{ zu grofs u. s. w.,}$$

so dafs demnach der wahre Werth immer zwischen je zw
nächste dieser genäherten Ausdrücke fällt. Man übersieht hi
die Anwendung des Gesagten auf unseren Gegenstand, u
wie man, um z. B. eine gegebene Geschwindigkeit des le
ten Rades zu erreichen, die Anzahl der Zähne bei den m
leren Rädern und Getrieben zu der kleinstmöglichen Zahl
kann, um die verlangte Geschwindigkeit hervorzubringen.

Um den Gebrauch der Kettenbrüche, die überhaupt in
das ganze Gebiet der mathematischen Analysis eine sehr wi
tige Rolle spielen, noch durch ein anderes Beispiel zu er
tern, so beträgt bekanntlich die tropische Umlaufszeit der E
um die Sonne oder das sogenannte *bürgerliche Jahr* der E
365 Tage 5 Stunden 48 Min. 50,832 Sec. oder 365,2
mittlere Sonntage. Da wir nun in unseren Kalendern
Jahr nur in ganzen Tagen zu rechnen gewohnt sind
dasselbe doch auch mehrere kleine Theile oder Brüche
Tages hat, so ist man bekanntlich auf die sogenannte E
schaltung verfallen, indem man z. B. mehrere Jahre n
einander zu gemeinen Jahren von 365 ganzen Tagen a
nommen und, da diese Jahre gegen das wahre zu kl
sind, später von Zeit zu Zeit wieder ein Schaltjahr von
Tagen aufgenommen hat. Es entsteht nun die Frage, w
Art der Einschaltung die beste ist. In dem neuen greg
nischen Kalender, der seit dem Jahre 1582 in Europa (die R
und Türken ausgenommen) allgemein eingeführt ist, soll j
durch 4 ohne Rest theilbare Jahr ein Schaltjahr von 366 T
seyn, mit Ausnahme derjenigen Secularjahre (so werden

genannt, deren zwei letzte Ziffern Nullen sind), die zugleich durch 400 ohne Rest getheilt werden kön- welche letzteren, so wie alle übrige nicht genannte, gemeine Jahre von 365 Tagen seyn sollen. So sind ... die Jahre 1700, 1800, 1900, 2100 . . . in dem ...ischen Kalender nur gemeine, aber die Jahre 1600, 2400 . . . . sind Schaltjahre. Durch diese Einrich- würde also das Gregorianische Kalenderjahr auf $365\frac{97}{400}$ auf 365,2425 Tage gebracht, so dafs daher dieses Ka- ...jahr gegen das wahre Sonnenjahr um 0,000245 Tage zu ... ist. Dieser Unterschied beträgt demnach alle 4082 Jahre ... vollen Tag, ein geringer Fehler allerdings, den man aber ... leicht hätte vermeiden können, wenn man die oben erwähnte ... der Kettenbrüche zu Hülfe gerufen hätte. Da näm- ... das wahre Jahr von 365,242255 Tagen durch eine Pe- ... von Jahren darzustellen ist, welche nur eine Anzahl von ... Tagen enthalten sollen, so wollen wir annehmen, dafs ... solche Periode x gemeine Jahre von 365 und y Schalt- ... von 366 Tagen enthalten soll. Die Anzahl der Tage ... Periode wird seyn

$$365x + 366y$$

... Anzahl der Jahre derselben Periode ist $x + y$, so ... also auch für die Länge des eigentlichen, durch ... Vertheilung entstehenden Jahres den Ausdruck haben

$$\frac{365(x+y)+y}{x+y} = 365 + \frac{y}{x+y},$$

... dieser Ausdruck gleich dem wahren Jahre oder gleich ...242255 Tagen seyn soll, so hat man die Gleichung

$$\frac{y}{x+y} = 0{,}242255$$

... wenn man diesen Bruch umkehrt[1],

$$\frac{x}{y} = \frac{757745}{242255} = 3{,}127881777.$$

... vorausgesetzt giebt die auf einander folgende Division ... beiden Zahlen

---

[1] Nach der vorstehenden Gleichung ist $365 + \frac{y}{x+y} = 365{,}242255$, ... ist $757745\,y = 242255\,x$.

und $\frac{3127881777}{1000000000}$

nach der Ordnung die folgenden Quotienten

3; 7; 1; 4; 1; 1 u. s. w.

und daraus erhält man den Kettenbruch

$$3 + \cfrac{1}{7 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1}}}}} \text{ u. s. w.}$$

Die genäherten Werthe dieses Kettenbruches sind, na Ordnung,

$$\frac{3}{1};\ \frac{22}{7};\ \frac{25}{8};\ \frac{122}{39};\ \frac{147}{47};\ \frac{269}{86}$$

und diese Werthe geben in derselben Ordnung die Fe

Tag
— 0,00774; + 0,00085; - 0,000169; + 0,000020; - 0,000013; + 0,

wo das Zeichen — andeutet, dafs das Jahr dieser Peri die beigeschriebene Zahl zu grofs ist. Der erste die näherten Brüche oder $\frac{3}{1}$ giebt also eine Periode von 4 in welcher auf drei gemeine Jahre ein Schaltjahr kom dieses ist die bekannte von Julius Cäsar aufgestellt theilung unsers alten oder sogenannten *Julianischen* Ka dessen Fehler zu grofs war, um lange beibehalten zu w Der zweite Bruch $\frac{22}{7}$ giebt eine Periode von 29 Jahr welcher 22 gemeine und 7 Schaltjahre enthalten sind. dritte Bruch $\frac{25}{8}$ giebt eine Periode von 33 Jahren mit 2 meinen und 8 Schaltjahren, deren Fehler nur 0,0 Tage, also schon kleiner ist, als der oben erwähnte

T
0,000245 unseres Gregorianischen Kalenders, obschon eine zwölfmal gröfsere Periode von 400 Jahren umfafst. hätte daher diesen letzten Cyclus von 33 Jahren mit 8 S

jahren wählen sollen, und es ist merkwürdig, daſs derselbe Cyclus von den Persern schon in den ältesten Zeiten als der vortheilhafteste erkannt und bei diesem Volke eingeführt worden ist.

Indem wir nach dieser kleinen Ausschweifung wieder zu unserem Gegenstande zurückkehren, wollen wir uns zuerst erinnern, daſs nach dem Vorhergehenden das Pendel einer Uhr zweimal so viele ganze Schwingungen macht, als das Steigrad Zähne hat. Soll daher eine jede Schwingung des Pendels eine Secunde dauern, so muſs man dem Steigrade 30 Zähne geben, dessen Axe durch das Zifferblatt durchführen und darauf einen Zeiger befestigen, der sich im Mittelpuncte eines auf dem Zifferblatte beschriebenen und in 60 Theile getheilten Kreises bewegt. Da nämlich während 60 Schwingungen des Pendels, d. h. während 60 Secunden dieses Rad und auch sein Zeiger sich in seinem Kreise einmal umdreht, so giebt jede Abtheilung dieses Kreises oder jeder Sprung dieses Zeigers eine Secunde, und so erhält man also, bloſs durch ein Rad, eine *Secundenuhr*. Allein eine solche Uhr würde für den täglichen Gebrauch derselben den Nachtheil haben, sehr schnell abzulaufen. Man müſste sie sehr oft aufziehn, ja man müſste beinahe fortwährend neben ihr stehn, um die Anzahl der bereits verflossenen Minuten aufzuzeichnen. Dieses zu vermeiden und an einer längere Zeit ohne Aufziehn fortgehenden Uhr auch die Minuten und Stunden zu erhalten, dient das übrige *Räderwerk* derselben, welches wir nun näher angeben wollen, wie es bei einer gewöhnlichen, in der Zeichnung dargestellten Pendeluhr zu seyn pflegt. Die nachfolgende Tabelle enthält die darin befindlichen Räder und Getriebe: Fig. 151.

der	Zähne des Rades	Getriebe	Zähne des Getriebes
Steigrad	30	a	10
Mittelrad	80	b	12
Minutenrad	90	c	12
Minutenwelle	:	h	12
Wechselrad	36	d	12
Stundenrad	48	:	:
Walzenrad	144	f	10
Monatsrad	100	:	:

Die zwei vordersten Räder D und E ausgenommen sin
andere auf Axen, wie K, L..., zwischen 2 starken Metall
befestigt. Jene zwei aber, die das Zeigerwerk enthalten
durch ihre Axen zwischen der vordern dieser 2 Platten und
parallelen Platte MS befestigt und auf dieser letzten Plat
das Zifferblatt. Die oben horizontal aufliegende Pla
trägt an einem ihrer Enden das Pendel NP und in de
T einen halben Kreisbogen (die oben erwähnte *Hem*
nämlich den *Haken* oder *Anker*, dessen zwei Endpun
den Schwingungen des Pendels wechselsweise steigen u
ken und dadurch in die Zähne des Steigrades A ein
Bei Q geht durch die hintere Platte die um Q bew
Gabel QRr, deren unterer Arm Rr durch eine Oeffn
die Pendelstange XP geht, während ihr oberes Ende
an die Ankerwelle geschraubt ist. Durch diese Gab
die Kraft, welche die Lippen (Endpuncte) des Anke
dem abwärts ziehenden Gewichte erhalten, dem Pende
getheilt, und diese mufs gerade nur hinreichen, um de
derstand zu compensiren, welchen die Bewegung des P
erleidet, und letzteres gegen Stillstand zu sichern.

Da das Steigrad A 30 Zähne hat und da jeder Zahn d
ben zwei Schwingungen, d. h. zwei Secunden giebt, s
A in einer Minute einmal ganz um seinen Mittelpunct,
trägt auch dieses Rad den Secundenzeiger. Das Mitte
geht in $\frac{80}{10} = 8$ Minuten um, und das Minutenrad
$\frac{90}{12}.8 = 60$ Minuten oder in einer Stunde, daher das R
den Minutenzeiger trägt. So wie dieses Rad C, so geh
sein Getriebe c und die Minutenwelle h in einer Stunde
da alle drei auf derselben Welle befestigt sind. Das W
selrad D aber geht in $\frac{36}{12} = 3$ Stunden und das Stund
E in $\frac{48}{12}.3 = 12$ Stunden um, daher auch dieses letzte
den Stundenzeiger trägt, der mittelst einer Röhre auf d
ben Axe V mit dem Minutenzeiger befestigt ist, so dals
de Zeiger concentrisch laufen.

Noch ist der Zusammenhang zwischen dem Steigr
und der bewegenden Kraft des Gewichts näher zu erk
Die Schnur dieses Gewichtes wird um die Welle K ge
den, an welcher das Walzenrad F mit einer willkürlichen
zahl von Zähnen befestigt ist. Diese Zähne greifen in
Getriebe c des Minutenrades C ein. Damit das Gewicht

hon in kurzer Zeit zu tief sinkt (was unbequem wäre, da
an sonst der Uhr eine zu grofse Höhe über dem Boden ge-
en müfste), so kann man z. B. dem Walzenrade F eine An-
ahl von 144 Zähnen geben, während die Walze K, um wel-
e sich die Schnur windet, eine Dicke von drei Zoll im
mfange haben mag. Da nach dem Vorhergehenden das Mi-
utenrad C und sein Getriebe c in einer Stunde umgeht, so
ird das Walzenrad F erst in $\frac{144}{12} = 12$ Stunden, also in ei-
em Tage zweimal umgehn oder das Gewicht wird jeden
ag um 6 Zoll sinken. Hat also die Walze K volle 16 Um-
änge für die Schnur, so kann die Uhr 8 Tage gehn, ohne
afgezogen zu werden, und sie kann in einer Höhe von 48
oll oder 4 Fufs über dem Boden aufgestellt werden. Soll
e noch länger, z. B. volle zwei Monate gehn, so mufs man
och das Monatsrad G hinzufügen, das in das Getriebe f des
sten Walzenrads eingreift, und dann wird die Schnur um
e Walze L dieses Monatsrads gewunden. Giebt man z. B.
em Getriebe f eine Anzahl von 10, dem Rade G aber 100
ähne, so wird, da f in 12 Stunden umgeht, G erst in
$\frac{100}{10} = 120$ Stunden, d. h. in 5 Tagen umgehn. Wenn
her die zweite Walze wieder einen Umfang von 3 Zoll und
Windungen für die Schnur hat, so wird das Gewicht erst
5 Tagen um 3 Zoll fallen und die 36 Zoll über dem Bo-
n stehende Uhr 60 Tage ohne Aufziehn fortgehn.

Bei der Art der Aufhängung des Pendels in X mufs alle
ibung so viel als möglich vermieden werden. Wir haben be-
ts oben von den zwei vorzüglichsten Aufhängemitteln, der
sserschneide und der dünnen Stahlfeder, gesprochen und
r letztern den Vorzug eingeräumt. Am untern Ende P der
ndelstange ist ein schwerer Körper angebracht, der die Form
er Linse hat, um den Widerstand der Luft, in welcher
h das Pendel bewegt, leichter zu überwinden. Unter die-
Linse ist gewöhnlich eine Nufs an die Pendelstange ge-
raubt, auf welcher die Linse ruht. Geht die Uhr zu lang-
n, so schraubt man die Nufs weiter hinauf, wodurch auch
Linse höher gerückt wird, so dafs dann das Pendel
neller schwingt. Dasselbe Verfahren wendet man auch an,

um eine nach mittlerer Zeit gehende Uhr in eine nach St
gehende zu verwandeln.

Nach dieser Erklärung der Pendel- oder Gewich
wird sich nun auch die Einrichtung der *Feder*- oder *Ta*
uhren leicht übersehn lassen. Die bewegende Kraft,
dort die Schwere des Gewichts war, ist hier die Ela
einer dünnen, breiten *Stahlfeder*, welche um die unb
liche Axe der Trommel H aufgewunden wird, indem i
neres Ende an dieser Axe, ihr äufseres aber an der in
Seite der Trommel befestigt ist. Neben ihr steht die *Sc*
KE, ein kegelförmiger Körper, mit schraubenartigen S
windungen an seiner Oberfläche versehn. An der unter
sis der Schnecke befindet sich das *Schneckenrad* E, das
die Kraft der Feder bewegt wird und selbst alle übrig
der in Bewegung setzt. Trommel und Schnecke sind
die Kette I verbunden, von der das eine Ende am o
Theile der Trommel, das andere aber am unteren Theil
Kegels befestigt ist. An der Schnecke ist noch ein soge
tes *Sperrrad* angebracht, so dafs die Trommel, wenn di
aufgezogen wird, sich frei nach derjenigen Richtung
kann, durch welche die Feder dichter um ihre Axe z
mengewunden oder gespannt wird. Durch dieses Auf
vermittelst des vierkantigen Zapfens O dreht man die Sch
so dafs sich die Kette von der Trommel (um welche sie
das Ablaufen der Uhr sich allmälig aufgewunden hat) a
Schnecke bis an die oberste Spitze k derselben aufwi
Wenn dann bei der nun aufgezogenen Uhr die Feder d
ihre Elasticität wieder sich ausdehnt und daher die Tro
nach der entgegengesetzten Richtung zu drehn sich be
so kann diese Drehung der Trommel, wegen des erwä
Sperrrades, nicht vor sich gehn, ohne die Schnecke
das an sie befestigte Schneckenrad E in Bewegung zu se
wodurch sich denn die Kette wieder allmälig von der obe
Spitze der Schnecke bis zu ihrer Basis auf die Trommel
windet.

Fig. 152.

Die Kraft der Feder ist offenbar gleich nach dem A
ziehn der Uhr, wo die Feder am meisten gespannt ist,
stärksten, und diese Kraft wird immer schwächer, je mehr
die Feder aus ihrer ersten gespannten Lage entwickelt. A
da die Kette, während sie von der Schnecke abläuft,

m unteren, dickeren Ende E des Kegels stets näher kommt, wird die Schnecke von der Kette immer an einem länge- Hebelarme (oder in einer gröſseren Entfernung von der e OE des Kegels) gefaſst, und dadurch wird die durch das einandergehn der Feder verlorne Kraft derselben wieder setzt, so daſs die Wirkung der Feder immer dieselbe bleibt. eses Schneckenrad E greift in das Getriebe d des Minuten- des D, das Minutenrad in das Getriebe c des Mittelrades C, Mittelrad in das Getriebe b des Kronrades B und das onrad endlich in das Getriebe a des Steig- oder Hemm- des A ein. Die Axe des Minutenrades D geht durch die tere Uhrplatte durch und trägt auf der andern Seite dieser latte *noch* ein zweites Getriebe d′, welches eine bloſse Röhre , *die* nur durch ihre Reibung auf der Axe des Minutenrads sitzt und bei m den Minutenzeiger trägt. Die Zähne die- Getriebes d′ greifen in das Wechselrad F und die Zähne Getriebes f des Wechselrades greifen in das Stundenrad G . *Die* Welle dieses Stundenrades ist, so wie das Getriebe , eine Röhre, aber weiter und kürzer als d′, so daſs das inutenrohr d′ frei und mit dem gehörigen Spielraume durch Welle des Stundenrades geht, welche letztere Welle den undenzeiger trägt. Hieraus wird klar, warum beim Stellen s Minutenzeigers der Stundenzeiger zugleich der Bewegung sselben folgt,* ferner daſs man diese Zeiger bei den be- hriebenen Uhren ohne weiteren Nachtheil, als eine etwas waltsame Einwirkung auf das Räderwerk und allmälig ver- minderte Festigkeit des aufgesteckten Getriebes d′, sowohl vor- wärts als auch rückwärts stellen könne, daſs aber der Secun- denzeiger nicht gestellt werden dürfe.

Bisher haben wir nur die bewegende Kraft der Uhr oder e Feder und ihr Räderwerk betrachtet. Allein eine solche Uhr würde auf keinen gleichförmigen Gang Anspruch machen können, da ihr noch die *regulirende Kraft* fehlt, die oben bei *den* Gewichtuhren das Pendel war. Diese regulirende Kraft st aber bei den Taschenuhren die *Spiralfeder* np, eine spi- ralartig gewundene haarförmige Feder von Stahl, deren eines Ende an dem Gestelle (oder an der Uhrplatte) befestigt ist, während das andere mit der *Unruhe* NP in unmittelbarer Ver- bindung steht. Diese Unruhe ist ein metallenes, ungezahntes Rad, durch dessen Mittelpunct M die *Spindel* ML geht. Diese

Spindel hat zwei schmale Flügel oder *Spindellappen* n
m', die nahe unter einem rechten Winkel von einander
bogen sind und wechselsweise in die Zähne des S
des A eingreifen. Die Spiralfeder sammt der Unruh
ihrer Spindel bilden die eigentliche *Hemmung* (*échappe*
der Federuhren[1].

Wenn eine gespannte Saite durch irgend eine U
aus ihrer Richtung gebracht wird, so eilt sie bekanntlic
beschleunigter Bewegung, ihre frühere Lage wieder einz
men. Indem sie aber diese Lage erreicht, hat sie ei
grofse Geschwindigkeit, dafs sie nicht sogleich zur Ruhe
men kann, sondern dafs sie sich nach der entgegenges
Seite ebenso weit entfernt, und dann wieder zurückkehr
zu beiden Seiten ihrer ersten Lage ihre Schwingungen
setzt, bis sie endlich durch Reibung und Widerstand
Ruhe gebracht wird. Ganz dieselben Erscheinungen
uns auch die oben erwähnte Spiralfeder dar. Wenn man,
abhängig von allem Räderwerke, die Unruhe NP um e
Grade um ihren Mittelpunct dreht, wodurch die Spiral
(deren inneres Ende an der Unruhe befestigt ist) eben
nach derselben Seite näher zusammengewunden wird,
wenn man dann die Unruhe frei läfst, so wird durch die
sticität der Feder die Unruhe wieder mit beschleunigter
wegung rückwärts geführt, und zwar nicht blofs bis zu ih
früheren Standpuncte, sondern über ihn hinaus auf die en
gengesetzte Seite, und dann wieder auf die andere Seite,
auch diese Schwingungen werden so lange fortgesetzt,
Reibung und Widerstand der Luft ihnen ein Ende mach
Diese Schwingungen werden übrigens, wie oben die der
spannten Saite, stets sehr nahe dieselben Geschwindigkei
haben, obschon ihre Amplitüden mit der Zeit zunehmend kl
ner werden. Da aber diese dünne Spiralfeder zu schw
ist, die von der viel stärkeren Hauptfeder in der Trom
erzeugte Bewegung des Steigrades A aufzuhalten und a
diese Weise das Steigrad gleichsam zu reguliren, so wi
diese Spiralfeder mit der viel schwereren Unruhe in Verbin
dung gebracht, dadurch gleichsam die Masse des schwinge
den Körpers vermehrt und die Kraft dieser Schwingunge

1 Vergl. *Rad.* Bd. VII. S. 1164. u. Fig. 209 u. 210.

lbst vergröſsert. Indem aber die schwache Spiralfeder diese
r fremde Masse auf ihren Schwingungen mit sich führen
uſs, so würde sie durch die Last, welche sie zu tragen hat,
o wie durch Reibung und Widerstand der Luft ihre Bewe-
ung sehr bald verlieren, wenn ihr nicht durch die Hauptfe-
ler selbst mittelst der oben erwähnten Spindellappen m m′ im-
ner neue Kraft zugeführt würde. So wie also das Gewicht
lem Pendel die verlorne Kraft immer ersetzt, während das
'endel wieder die Bewegung des Gewichts gleichförmig macht,
benso führt auch die Hauptfeder der Spirale stets neue Kräfte
u, während die regelmäſsigen Schwingungen dieser Spirale
lie Bewegung der Hauptfeder und dadurch des ganzen Räder-
werks reguliren und in einem immer gleichen Gange erhalten.
Dort sind beide Kräfte, die bewegende und regulirende, un-
nittelbare Wirkungen der Schwere; hier aber sind sie die
olgen einer vielleicht nicht weniger durch die ganze Natur
erbreiteten Kraft, der Elasticität.

Man sieht aus allem Vorhergehenden, daſs zu einem gu-
en Gange der Uhr, nebst der vollkommenen Ausarbeitung al-
r ihrer Theile, vorzüglich das gehörige Verhältniſs der Haupt-
der zur Spirale und Unruhe gehört. Da im Allgemeinen die
chwingungen der Spirale desto länger dauern oder da die
hr desto langsamer gehn wird, je länger die Spirale ist, so
uſs man auch ein Mittel haben, die Länge dieser Spirale
ach Bedürfniſs zu ändern. Dazu dient aber die *Richtscheibe*,
n Rad, welches unter dem Umfange der Unruhe in einen
ezahnten Bogen eingreift, der auf einem Arme zwei Stifte
ägt, zwischen welchen die Spirale eingeklemmt ist. Wenn
an mit dem Uhrschlüssel die Richtscheibe dreht, so werden
ie zwei Stifte vor- oder rückwärts geschoben und dadurch
e Spirale verkürzt oder verlängert; denn ihre eigentliche
änge hängt nicht von ihrem an das Gehäuse festgenieteten
nde ab, sondern sie muſs von den erwähnten zwei Stif-
n an gerechnet werden, indem diejenigen Theile der Spi-
e, die auſser diesen zwei Stiften liegen, nicht mitschwingen.

Die folgende Tafel giebt die Anzahl der Zähne der Rä-
r und ihrer Getriebe, wie sie in den gewöhnlichen Ta-
henuhren vorkommen.

Räder	Zähne des Rads	Getriebe	Zähne de Getriebe
A Steigrad	15	a	6
B Kronrad	48	b	6
C Mittelrad	48	c	6
D Minutenrad ..	54	d	12
- - - - ...	-	d'	12
E Schneckenrad .	48	-	-
F Wechselrad ..	48	f	16
G Stundenrad ..	48	-	-

Nimmt man an, dafs die Unruhe in 5 Secunden 24, al einer Stunde 17280 Schwingungen macht, so wird das S rad A, da die Bewegung eines jeden der beiden Sp lappen einen Zahn desselben treibt, wenn das Steigra Zähne hat, in einer Stunde $\frac{17280}{30} = 576$mal umgehn: Kronrad B aber geht in einer Stunde $\frac{6}{48} . 576 = 72$ mal um Mittelrad C geht $\frac{6}{48} . 72 = 9$ mal, das Minutenrad D f $\frac{6}{54} . 9$ oder einmal, das Schneckenrad E endlich nur $\frac{1}{4}$ also erst in 4 Stunden einmal um. Da ferner das untere triebe d' des Minutenrads, so wie das Minutenrad selbst einer Stunde einmal umgeht, so geht das Wechselrad F er $\frac{48}{12} = 4$ Stunden und endlich das Stundenrad G in $\frac{48}{16} . 4$ Stunden einmal um, weshalb auch D den Minutenzeiger u den Stundenzeiger trägt. Endlich da das Schneckenrad E 4 Stunden einmal umgeht, so wird auch die Uhr so vielm Stunden ohne Aufzug gehn, als die Schnecke K Umgänge Hat z. B. diese Schnecke 7 Umgänge, so wird die Uhr 4 7 oder 28 Stunden gehn, bis sie wieder aufgezogen wer mufs.

Noch ist für den gesicherten Gang einer Uhr eine wi tige Berücksichtigung übrig, von welcher wir bisher nicht redet haben. Wenn nämlich die Uhr ihren Zweck, die zu messen, genau erreichen soll, so müssen alle Schwing gen des Pendels bei den Pendeluhren, so wie alle Schw

gen der Unruhe bei den Federuhren von gleicher Dauer
r sie müssen isochron seyn. Diese Dauer hängt aber dort
ı der Länge des Pendels und hier von der Gröfse des
wungrades der Unruhe ab. Allein die Wärme dehnt be-
nntlich alle Körper aus, also wird auch jede Aenderung
r Temperatur die Schwingungen und somit den Gang jener
ren ändern. Diesem Umstande zu begegnen, hat man meh-
e oft sehr sinnreiche Mittel erdacht, die aber bereits oben
ter dem Art. *Compensation* angeführt worden sind und da-
r hier übergangen werden können. Ueber den Gebrauch
r Uhren zur Messung der Zeit s. d. Art. *Zeitbestimmung*.

L.

Umdrehung.

Drehung; *Rotatio, Motus rotatorius s. gy-*
torius; Rotation, Mouvement rotatoire; *Rotation,*
otatory Motion.

Wenn sich ein Körper so bewegt, dafs eine gerade Li-
e in ihm in Ruhe bleibt, seine übrigen Puncte aber alle
eise beschreiben, deren Mittelpuncte in jener geraden Linie
gen, so wird diese Bewegung eine *Drehung* oder eine *Ro-*
tion genannt und jene gerade Linie heifst die *Rotations-*
e. Die zwei Puncte endlich, in welchen diese Axe die
berfläche des Körpers trifft, sind die beiden *Pole* der Rota-
n. Die erwähnten Kreise, die alle auf der Rotationsaxe
krecht stehn und daher unter sich parallel sind, werden
rallelkreise genannt. Bei einigen Körpern, die z. B. durch
Umdrehung von Kreisen um einen ihrer Durchmesser oder
rch die Umdrehung von Ellipsen um eine ihrer beiden
en entstehn, wird derjenige Parallelkreis, der von den bei-
Polen gleichweit absteht, der *Aequator* genannt. Wenn
r ein körperlicher Punct gezwungen wird, auf einer be-
mmten Bahn einherzugehn, wie dieses hier mit den Ele-
enten des rotirenden Körpers der Fall ist, deren jeder in
nem Kreise um die Rotationsaxe sich bewegen mufs, so übt
eser körperliche Punct gegen seine Bahn einen gewissen

Druck aus. Nennt man v die Geschwindigkeit, die der Punct in jedem Augenblicke in der Richtung der Tangente seiner Bahn hat, und ist ϱ der Krümmungshalbmesser der Bahn in diesem Puncte, so wie m die Masse des bewegten Körpers, so hat man für den gesuchten Druck f, der seiner Natur nach immer senkrecht auf die Bahn oder in der Richtung des Krümmungshalbmessers statt hat,

$$f = \frac{mv^2}{\varrho}.$$

Ist die Bahn, wie in unserm Falle, ein Kreis, dessen Halbmesser r seyn mag, so ist die Geschwindigkeit v = c constant und daher jener Druck

$$f = \frac{mc^2}{r}.$$

Da man diese Pressungen zuerst bei der Bewegung der Körper in Kreisen betrachtete und da dieselben nach dem Vorhergehenden in der Richtung des Halbmessers, der hier zugleich der Krümmungshalbmesser des Kreises ist, statt haben, so hat man diesen Druck oder vielmehr die ihm entgegengesetzte Kraft, nach welcher der Körper bei seiner Bewegung im Kreise sich von dem Halbmesser dieses Kreises zu entfernen sucht, die *Centrifugalkraft* oder die *Schwungkraft* genannt. Diese Kraft ist es, die z. B. bei einer *Schleuder* den Faden derselben spannt, wenn man den an ihr befestigten Körper in einem Kreise um das andere Ende des Fadens bewegt, und die ihn desto stärker spannt, je schneller man den Körper bewegt, je kürzer dieser Faden und je gröſser die Masse des an dem Faden befestigten Körpers ist.

Diese Centrifugalkraft f hat also bei allen Körpern statt, die sich auf einer vorgeschriebenen geraden oder krummen Linie bewegen, selbst wenn keine weiteren äuſseren Kräfte auf den Körper einwirken. Ist mR die Resultante dieser äuſseren Kräfte, so kann man sie in zwei andere mT und mQ zerlegen, von welchen die erste mT mit der Tangente und die zweite mQ mit der Normale der Curve in jedem ihrer Puncte zusammenfällt. Die erste wird nur die Geschwindigkeit des Körpers vermehren, aber auf den Druck desselben gegen die Curve keinen Einfluſs äuſsern, die zweite aber wird ganz und gar als ein neuer Druck des Körpers gegen diese Curve

u betrachten seyn, so daſs man daher für den Gesammtdruck es Körpers haben wird

$$mQ + \frac{mv^2}{\varrho}.$$

Abstrahiren wir vorerst von allen diesen äuſseren Kräften und etrachten wir bloſs die Centrifugalkraft f im Kreise, so daſs man, wie zuvor, hat

$$f = \frac{mv^2}{r},$$

wo r den Halbmesser des Kreises bezeichnet. Um diese Centrifugalkraft mit der Schwere g zu vergleichen, sey c die Geschwindigkeit, welche ein Körper im freien Raum durch den enkrechten Fall von der Höhe h erhalten würde, so daſs man at[1] $c^2 = 2gh$, also auch

$$\frac{f}{g} = \frac{2mh}{r},$$

o daſs daher für Körper von gleichen Massen die Centrifugalkraft zur Schwere sich verhält, wie die doppelte Fallhöhe, ie der Geschwindigkeit des Körpers entspricht, zum Halbesser des Kreises.

Sind die Dimensionen des Körpers sehr klein gegen seine nkrechte Entfernung von der Rotationsaxe, ist z. B. der ein am Ende der Schleuder nur klein gegen die Länge ihres dens, so kann man f als eine für alle Theile des Körpers nstante Gröſse betrachten. Die letzte Gleichung wird also ofs in Folge der Rotation, auch ohne alle Einwirkung von ſseren Kräften, bestehn. Nehmen wir nun an, daſs die raft g der Schwere auf den rotirenden Körper wirke, und ſs die Ebene, in welcher sich derselbe bewegt, vertical sey. eses vorausgesetzt möge C den Halbmesser dieses Kreises, Fig. 153. B einen horizontalen und MD einen verticalen Durchmesser sselben bezeichnen. Wenn der Körper, der diesen Kreis schreibt, im Puncte A oder B der horizontalen Linie anmmt, so sey seine Geschwindigkeit $c = \sqrt{2gh}$. Für irgend en andern Punct a, der um die Distanz $CQ = z$ unter m horizontalen Durchmesser AB liegt, wird daher die Ge-

1 S. Art. *Fall.* Bd. IV. S. 6., wo das dortige g gleich $\frac{1}{2}$g gezt wird.

schwindigkeit des Körpers gleich $c' = \sqrt{2g(h+z)}$ seyn, und da die Centrifugalkraft im Allgemeinen gleich $\frac{mc^2}{r}$ ist, so wird auch für den erwähnten Punct a die Centrifugalkraft

$$f = \frac{2mg}{r}(h+z)$$

seyn. Um aber den ganzen Druck des Körpers auf seine Bahn in diesem Puncte a zu erhalten, wird man dieser Gröfse f noch das Gewicht des Körpers, nach der Richtung des Halbmessers Ca zerlegt, hinzufügen. Sey ap mit dem verticalen Halbmesser CM parallel und stelle diese Linie das Gewicht des Körpers vor, so dafs man also ap = mg hat. Von dem Puncte p ziehe man auf die Verlängerung ab des Halbmessers Ca die senkrechte Linie pb, so hat man

$$ab : ap = CQ : CA$$

oder

$$ab = mg . \frac{z}{r},$$

so dafs daher der ganze Druck, den der Körper gegen seine kreisförmige Bahn im Puncte a ausübt, gleich

$$f + mQ = f + mg . \frac{z}{r}$$

oder gleich

$$\frac{mg}{r}(2h + 3z)$$

seyn wird, und dieser Druck wird überall in der Richtung des Halbmessers des Kreises liegen. Ist der Punct a über dem horizontalen Durchmesser AB, so wird man z negativ nehmen. Am gröfsten wird dieser Druck für den untersten Punct M, wo z = r, und am kleinsten für den obersten Punct, wo z = −r ist.

Ist h kleiner als $\frac{3r}{2}$ oder, was dasselbe ist, ist die Geschwindigkeit c kleiner als $\sqrt{3gr}$, so wird der Druck (oder die Spannung des Fadens) negativ, und es wird daher während eines Theiles der Bewegung des Körpers eine Contraction des Fadens, statt einer Tension desselben, statt haben. Da bei einer gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit immer gleich ist dem durchlaufenen Raume, dividirt durch die Zeit

verwendete Zeit, so hat man, wenn T die Umlaufszeit des Körpers im Kreise und $2r\pi$ die Peripherie desselben bezeichnet,

$$c = \frac{2r\pi}{T},$$

und wenn dieser Werth in der obigen Gleichung

$$f = \frac{mc^2}{r}$$

substituirt wird, so erhält man

$$f = \frac{4mr\pi^2}{T^2}.$$

Also verhält sich bei gleichen Massen die Centrifugalkraft wie der Halbmesser des Kreises und verkehrt wie das Quadrat der Umlaufszeit.

Da die Erde in einem Sterntage (von 86164 mittlern Sonnentagsecunden) sich um ihre Axe dreht, so läſst sich das Vorhergehende unmittelbar auf sie anwenden. Nennt man also g die beobachtete Schwere auf irgend einem Puncte der Oberfläche der Erde, und G diejenige Schwere, die ohne die Rotation der Erde statt haben würde, die also auch an den beiden Polen in der That statt findet, so hat man

$$g = G - \frac{4r\pi^2}{T^2},$$

wenn man die Masse der Erde gleich der Einheit annimmt und durch T = 86164 Secunden die Rotationszeit derselben bezeichnet. Da die Differenz G — g sehr klein ist, so kann man die vorhergehende Gleichung auch schreiben

$$g = G.\left(1 - \frac{4r\pi^2}{gT^2}\right).$$

Es ist aber $2r\pi = 40000000$ Meter, und $g = 9{,}80896$ Meter, also auch

$$\frac{4r\pi^2}{gT^2} = \frac{1}{289},$$

woraus daher folgt, daſs die Schwere der Erde unter dem Aequator um ihren 289sten Theil durch die Rotation der Erde vermindert wird. An allen übrigen Orten der Oberfläche der Erde ist diese Verminderung der Schwere geringer. Die Centrifugalkraft hat nämlich nach dem Vorhergehenden immer in der Richtung des Halbmessers des von dem Körper beschriebenen Kreises statt. Sey also M ein Ort der Erde, dessen Polhöhe Fig. 153.

φ ist. Bezeichnet CA den Aequator und CN die nördliche Hälfte der Erdaxe, und zieht man MB mit AC parallel, so ist der Winkel $ACM = BMC = \varphi$. Verlängert man aber den Halbmesser $BM = r'$ des Parallelkreises von M um die Gröfse $Mb = \frac{4 r' \pi^2}{T^2}$ und zieht man bc senkrecht auf die Verlängerung von CM, so hat man

$$Mc = Mb . \text{Cos.} \varphi,$$

und da überdiefs $BM = r' = r \text{ Cos. } \varphi$ ist, so ist auch

$$Mc = \frac{4 r \pi^2}{g T^2} . \text{Cos.}^2 \varphi = \frac{1}{289} \text{ Cos.}^2 \varphi,$$

und dieses ist die gesuchte Verminderung der Schwere für jeden Parallelkreis, dessen Breite gleich φ ist. Für den Aequator haben wir oben diese Verminderung gefunden

$$\frac{4 r \pi^2}{g T^2} = \frac{1}{289}.$$

Wenn die Geschwindigkeit der Rotation der Erde gröfser wird, so würde auch die Schwungkraft gröfser werden und endlich die Schwere ganz aufwiegen oder sie sogar übertreffen. Wäre z. B. die Länge des Sterntags gleich 5068 mittlern Zeitsecunden (nahe 1 Stunde $24\frac{1}{2}$ Minuten), also die Bewegung der Erde als 17mal schneller, als sie jetzt ist, so wäre

$$G - g = \frac{4 r \pi^2}{T^2} = 9{,}80896 \text{ Meter},$$

oder, da schon $G = 9{,}80896$ ist, die beobachtete Schwere gleich Null, das heifst, wenn unser Tag nahe 17mal kürzer wäre, so würde die Schwere am Aequator Null seyn und alle Körper würden, sich selbst überlassen, dort nicht mehr gegen die Erde fallen können. Eine nur wenig vermehrte Geschwindigkeit der Rotation der Erde würde endlich diese Körper ganz von ihr entfernen. Dasselbe würde auch der Fall seyn, wenn die gegenwärtige Länge des Tages zwar dieselbe bliebe, aber dafür der Halbmesser der Erde 289mal gröfser würde, als er jetzt ist[1].

Indem wir nun nach dieser vorläufigen Betrachtung über die erste und einfachste Erscheinung der Rotation zu der eigentlichen Theorie dieser Bewegung übergehn, bemerken wir

---

1 Vergl. *Centralbewegung*. Bd. II. S. 63. und *Centrifugalkraft*. Bd. II. S. 77.

…, dafs die Theorie des *Gleichgewichts* der Rotation be-
…eben[1] in ihren Hauptzügen gegeben worden ist. Behält
… die dort angeführte Bezeichnung bei, und nehmen wir
… dafs auf ein System von körperlichen Puncten, die auf
…veränderliche Art unter einander verbunden sind, eine
… von Kräften P, P′, P″ . . . wirke, so dafs die Win-
… welche die Kraft P mit den drei Axen der senkrechten
…naten x, y, z bildet, in derselben Ordnung α, β, γ,
… Kraft P′ aber α', β', γ', für die Kraft P″ endlich α'', β'', γ''
u.s.w., so wird die Bedingung, dafs jenes System durch
Einwirkung aller dieser Kräfte keine Rotation um die Axe
… erleide, durch folgende Gleichung ausgedrückt werden:

$$…=P(x\,\mathrm{Cos.}\beta - y\,\mathrm{Cos.}\alpha) + P'(x'\,\mathrm{Cos.}\beta' - y'\,\mathrm{Cos.}\alpha') + P''(x''\,\mathrm{Cos.}\beta'' - y''\,\mathrm{Cos.}\alpha'') + \ldots,$$

… Gleichung sich auch kürzer so schreiben läfst

$$0 = \Sigma . P(x\,\mathrm{Cos.}\beta - y\,\mathrm{Cos.}\alpha),$$

… das bekannte Summenzeichen ist. Ebenso wird man für
… Drehung um die Axe der y die Bedingungsgleichung
…

$$0 = \Sigma . P(z\,\mathrm{Cos.}\alpha - x\,\mathrm{Cos.}\gamma)$$

…endlich für die Axe der x

$$0 = \Sigma . P(y\,\mathrm{Cos.}\gamma - z\,\mathrm{Cos.}\beta).$$

… daher diese drei Bedingungsgleichungen zugleich statt,
… das System um jede der drei Axen x, y und z sich
…hen können[2]. Ist aber das System, auf welches die
… P, P′, P″ wirken, ein Körper von gegebener Gestalt,
…men die drei vorhergehenden Gleichungen folgende Ge-
…an

$$\left.\begin{array}{l} S.[Xy - Yx]\partial m = 0 \\ S.[Zx - Xz]\partial m = 0 \\ S.[Yz - Zy]\partial m = 0 \end{array}\right\}$$

$$X = P\,\mathrm{Cos.}\alpha + P'\,\mathrm{Cos.}\alpha' + P''\,\mathrm{Cos.}\alpha'' + \ldots$$
$$Y = P\,\mathrm{Cos.}\beta + P'\,\mathrm{Cos.}\beta' + P''\,\mathrm{Cos.}\beta'' + \ldots$$
$$Z = P\,\mathrm{Cos.}\gamma + P'\,\mathrm{Cos.}\gamma' + P''\,\mathrm{Cos.}\gamma'' + \ldots$$

1 S. Art. *Mechanik*. Bd. VI. S. 1532.
2 Vergl. ebend.

oder wo X, Y, Z die Summe der sämmtlichen auf den Kö
per einwirkenden Kräfte, nach x, y und z zerlegt, sind u
wo ∂m das Element der Masse des Körpers bezeichnet,
dafs die durch S angezeigten Integrale sich auf die ga
Masse des Körpers beziehn. Wie wir daher oben[1] für
Gleichgewicht der progressiven Bewegung eines Körpers, d
sen Masse m ist, die drei Bedingungen

$$S.X\partial m = 0;\quad S.Y\partial m = 0;\quad S.Z\partial m = 0$$

erhalten haben, so werden wir auch für das Gleichgew
der drehenden Bewegung die drei Gleichungen aufstellen

$$S.[Xy - Yx]\partial m = 0$$
$$S.[Zx - Xz]\partial m = 0$$
$$S.[Yz - Zy]\partial m = 0$$

und die zweckgemäfse Behandlung dieser sechs Gleichung
wird die Auflösung eines jeden Problems geben, das man
das *Gleichgewicht* der fortschreitenden und der drehend
Bewegung eines Körpers vorlegen kann, auf welchen
Kräfte P, P′, P″.. nach gegebenen Richtungen wirken.

Wenn aber, vermöge dieser auf den Körper einwirk
Kräfte, kein Gleichgewicht statt hat, so wird er sich bew
und diese Bewegung wird im Allgemeinen eine doppelte s
Vermöge der ersten, die allen Puncten des Körpers gemein
wird er oder vielmehr sein Schwerpunct im Raume
gressiv fortschreiten und vermöge der zweiten Bewegung
er sich um diesen Schwerpunct gleichförmig oder ungle
förmig drehn. Die progressive Bewegung seines Schwerp
wird durch die Integration der drei Gleichungen gegeben

$$\left.\begin{array}{l} S.\frac{m\partial^2 x}{\partial t^2} - S.mX = 0 \\ S.\frac{m\partial^2 y}{\partial t^2} - S.mY = 0 \\ S.\frac{m\partial^2 z}{\partial t^2} - S.mZ = 0 \end{array}\right\} \ldots (m)$$

wo die durch S angezeigten Integrale sich über die
des ganzen Körpers erstrecken und wo ∂t das constante

1 Vergl. Art. *Mechanik*.

...st der Zeit bezeichnet. Die Rotation des Körpers aber um ...nen Schwerpunct oder um eine durch diesen Schwerpunct ...ende constante oder veränderliche Axe wird durch die In...gration der drei folgenden Gleichungen ausgedrückt werden:

$$\left.\begin{array}{l} S.\frac{(m(x\partial^2y-y\partial^2x)}{\partial t^2}-S.m(Yx-Xy)=0 \\ S.\frac{m(z\partial^2x-x\partial^2z)}{\partial t^2}-S.m(Xz-Zx)=0 \\ S.\frac{m(y\partial^2z-z\partial^2y)}{\partial t^2}-S.m(Zy-Yz)=0 \end{array}\right\} \ldots (n)$$

...d auch diese beiden Systeme von Gleichungen sind bereits ...en[1] aufgeführt worden.

Diese Gleichungen (m) und (n) hat zuerst D'ALEMBERT ...dieser einfachen und allgemeinen Form aufgestellt, und ...GRANGE hat in seiner *Mécanique analytique* darauf seine ...eorie der Statik und Mechanik erbaut und dadurch diesen ...len Doctrinen zuerst eine rein wissenschaftliche Form ge...en. Wir wollen nun sehn, wie man aus diesen Gleichun... (n) die Erscheinungen, die bei der Rotation der Körper ...haben, ableiten kann. Betrachten wir zuerst die Rotation ...Körper um eine *gegebene fixe Axe.*

. Rotation um eine gegebene fixe Axe.

Sey ∂m das Element der Masse eines Körpers, der sich ...ie feste Axe OZ dreht. Durch einen Punct O, den man ...Willkür in dieser Axe nimmt, lege man zwei andere ...Linien OX und OY, die unter sich und auf der Axe OZ ...echt stehn. Seyen x, y, z die Coordinaten des Ele...s ∂m am Ende der Zeit t in Beziehung auf jene drei fixen ...en OX, OY und OZ, und sey P die Projection von ∂m ...er Ebene der xy, so ist OP = r der Halbmesser des Krei... den das Element ∂m um die auf OP senkrechte Rota...xe OZ beschreibt. Sey endlich QPQ′ eine in der ...e der xy auf OP senkrechte Gerade, welche die Axen ... und der y in den Puncten Q und Q′ schneidet. Die

Fig. 155.

---

[1] S. Art. *Mechanik* Bd. VI. S. 1546. Nr. VIII. IX.

accelerirenden Kräfte, welche auf das Element ∂m
wird man, nach dem bekannten einfachen Verfahren,
der Mechanik überall angewendet wird, auf drei ande
und Z zurückbringen können, die mit den Axen d
und z parallel sind. Da nun die Rotation des Körpers
rer Voraussetzung gemäfs, blofs um die Axe der z
ben soll, so verschwinden die zwei letzten der Glei
(n) von selbst und man hat blofs die einzige Gleichun

$$\int\left(\frac{x\,\partial^2 y - y\,\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\partial m = \int(Yx - Xy)\,\partial m \;\ldots$$

durch welche daher die gesuchte Rotation des Körpers
feste Axe der z bestimmt wird. Die Integration soll
die Masse des ganzen Körpers erstecken. Sey ω die
kelgeschwindigkeit jedes Elements des Körpers am E
Zeit t, also auch $r\omega$ die absolute Geschwindigkeit ν des
und nehmen wir diese Gröfse ω positiv oder negativ
nachdem die Rotation von Q nach C oder in der ver
Richtung von C nach Q vor sich geht. Diesem ge
die nach x und y zerlegte Geschwindigkeit

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \nu . \mathrm{Cos.}\, XQP = -\nu . \frac{y}{r} \text{ und } \frac{\partial y}{\partial t} = \nu . \mathrm{Cos.}\, YQq =$$

oder, wenn man den Werth von $\nu = \omega r$ substituirt,

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\omega y \text{ und } \frac{\partial y}{\partial t} = \omega x.$$

Da aber $x^2 + y^2 = r^2$ ist, so hat man auch

$$x\,\partial y - y\,\partial x = r^2 \omega\,\partial t \;\ldots \quad (II)$$

und dieser Gleichung Differential wird seyn, da r und
stant sind,

$$x\,\partial^2 y - y\,\partial^2 x = r^2\,\partial\omega\,\partial t.$$

Weil aber die Gröfse $\partial\omega$ allen Puncten des Körpers ge
schaftlich ist, so mufs sie auch bei allen Integrationen i
ziehung auf ∂m als constant angesehn werden, so dass
nach die Gleichung (I) in folgende übergeht

$$\frac{\partial\omega}{\partial t} . \int r^2\,\partial m = \int(Yx - Xy)\,\partial m \;\ldots \quad (III)$$

und diese Gleichung wird nach ihrer Integration die
kelgeschwindigkeit ω des Körpers für jede gegebene

en. Welches nun auch die accelerirende Kraft seyn mag,
auf das Element ∂m des Körpers wirkt, so wird sich
h dieselbe in zwei andere zerlegen lassen, von welchen
eine mit der Rotationsaxe OZ parallel, die andere in
er auf dieser Axe senkrechten Ebene liegt. Von der er-
n können wir hier ganz abstrahiren, da sie zur Bewegung
Rotation selbst nichts beitragen kann. Die zweite aber,
wir der Kürze wegen R nennen wollen, wird nichts an-
s, als die Resultirende der beiden obigen Kräfte X und Y
n. Projicirt man diese drei Kräfte X, Y und R auf die
ene der xy, und ist CP die Richtung dieser Kraft R, so
e OH = h das von O auf diese Richtung gezogene Loth,
ist nach einem bekannten Satze der Statik

$$Yx - Xy = Rh.$$

nt man endlich δ den Winkel CPQ', also auch $90° - \delta$
Winkel OPH, so hat man, da OH = h und OP = r

$$h = r \text{ Cos. } \delta$$

l daher

$$Yx - Xy = Rr \text{ Cos.} \delta,$$

lurch also die Gleichung (III) in die folgende übergeht

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} . \int r^2 \partial m = \int Rr \text{ Cos.} \delta . \partial m \ldots \text{(III')}.$$

ein indem die erwähnten Kräfte den Körper um seine Axe
drehn suchen, mufs durch diese Axe, da sie als fest an-
ommen wird, ein Theil dieser Kräfte aufgehalten oder ver-
ttet werden, und diese für die Rotation selbst verloren ge-
gene Kräfte müssen daher wenigstens auf jene Axe zurück-
ten und auf dieselbe einen *Druck* ausüben, den wir nun
n suchen wollen.

Wir betrachten hier natürlich auch wieder nur diejenigen
ssungen auf die Axe, die auf ihr senkrecht stehn, weil
doch alle andere immer auf zwei zurückführen lassen, von
chen die einen mit der Axe parallel sind und sie daher nicht
ken, während die andern eine auf sie senkrechte Richtung
n. Wir werden daher hier nur die verlornen Kräfte, die
x und y parallel sind, betrachten, und diese sind bekannt-

$$X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \text{ und } Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2},$$

so dafs, wenn U und V die Summen aller dieser Kräfte be-
zeichnen, man haben wird

$$U = \int \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right) \partial m \text{ und } V = \int \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \partial m.$$

Nennt man dann u und v die Abstände derjenigen Puncte der
Axe der z von der Ebene der xy, in welchen die Kräfte U
und V diese Axe treffen, so sind bekanntlich die Momente
dieser Kräfte in Beziehung auf dieselbe Ebene der xy gleich
Uu und Vv. Dieselben Momente der Resultanten aller auf
den ganzen Körper wirkenden Kräfte sind aber auch gleich der
Summe der Momente aller einzelnen Kräfte

$$\left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right) \partial m \text{ und } \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \partial m$$

in Beziehung auf dieselbe Ebene der xy, oder sie sind gleich
den Momenten

$$\int \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right) z \partial m \text{ und} \int \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) z \partial m,$$

so dafs man daher hat

$$Uu = \int \left(X - \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right) z \partial m,$$

$$Vv = \int \left(Y - \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) z \partial$$

Allein wenn man die obigen Gleichungen

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\omega y \text{ und } \frac{\partial y}{\partial t} = \omega x$$

differentiirt, so erhält man

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} = -y \frac{\partial \omega}{\partial t} - \omega \frac{\partial y}{\partial t} = -y \frac{\partial \omega}{\partial t} - x \omega^2,$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = x \frac{\partial \omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial x}{\partial t} = x \frac{\partial \omega}{\partial t} - y \omega^2.$$

Substituirt man in diesen Ausdrücken den Werth von

aus der Gleichung (III), und bemerkt man, dafs, wenn x_1, und
y_1 die Coordinaten des *Schwerpuncts*[1] des Körpers sind und
wenn M die ganze Masse desselben ist, man hat

1 S. Art. *Schwerpunct*. Bd. VIII. S. 641.

$$\int x \partial m = M x_1 \text{ und } \int y \partial m = M y_1,$$

gehen dadurch die vorhergehenden Werthe von U, V und n Uu und Vv in folgende über:

$$\left.\begin{array}{l} U = M x_1 \omega^2 + \int X \partial m + y_1 . T \\ V = M y_1 \omega^2 + \int V \partial m + x_1 . T \\ Uu = \omega^2 \int x z \partial m + \int X z \partial m + T . \int y z \partial m \\ Vv = \omega^2 \int y z \partial m + \int Y z \partial m - T . \int x z \partial m \end{array}\right\} \ldots (IV)$$

o der Kürze wegen

$$T = \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\int (Y x - X y) \partial m}{\int r^2 \partial m}$$

esetzt worden ist. Wenn also einmal die Winkelgeschwinigkeit ω durch die Gleichung (III) oder (III') bekannt gewor-en ist, so wird man durch die Gleichungen (IV) die mit x id y parallelen Pressungen U und V der Axe und zugleich e Distanz u und v der zwei Puncte von dem Anfangspuncte der Coordinaten kennen lernen, in welchen die Axe diese ressungen erleidet.

Wenn die Rotationsaxe OZ zugleich durch den Schwernct des Körpers geht, so hat man nach der Natur dieses nctes $x_1 = 0$ und $y_1 = 0$, so dafs demnach die zwei ersten r Gleichungen (IV) in folgende einfacheren übergehn:

$$U = \int X \partial m \text{ und } V = \int Y \partial m.$$

ht aber die Rotationsaxe durch den Schwerpunct und ist zugleich eine der drei freien Axen, so hat man[1] nach der itur dieser freien Axen $\int x z \partial m = 0$ und $\int y z \partial m = 0$, d dadurch werden die Gleichungen (IV) in folgende überhn

$$U = \int X \partial m; \quad V = \int Y \partial m;$$
$$Uu = \int X z \partial m; \quad Vv = \int Y z \partial m.$$

Aus dem Vorhergehenden lassen sich auch zugleich, als n besonderer Fall, diejenigen Gleichungen ableiten, die für e Rotation um eine fixe Axe gehören, wenn keine acceleenden Kräfte, sondern wenn blofs ein augenblicklicher Stofs f den Körper wirkt. Die Gleichung (III') war nämlich

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\int R r \operatorname{Cos}. \delta . \partial m}{\int r^2 \partial m}.$$

1 Vergl. *Moment.* Bd. VI. S. 2325.

Bezeichnet R diese augenblickliche Kraft eines Stofses die dadurch hervorgebrachte constante Geschwindigkeit, man analog mit den accelerirenden Kräften

$$R = \frac{\partial v}{\partial t} \text{ und daher auch } v = \int R \partial t,$$

so dafs daher die vorige Gleichung in die folgende über

$$\partial \omega = \frac{\int R \partial t . r \operatorname{Cos.} \delta . \partial m}{\int r^2 \partial m} = \frac{\int v . r \operatorname{Cos.} \delta . \partial m}{\int r^2 \partial m}$$

oder, da v eine constante Gröfse und $r \operatorname{Cos.} \delta = h = OH$

$$\omega = \frac{M h v}{\int r^2 \partial m} \quad \ldots \quad (a)$$

und diese Gleichung giebt die gesuchte Winkelgeschwindigkeit des Körpers. Setzt man endlich in den Gleichungen die Gröfse $X = Y = 0$, so erhält man für die Pressungen Axe und für die Puncte derselben, wo sie statt haben, folgenden Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} U &= M x_1 . \omega^2 \\ V &= M y_1 . \omega^2 \\ U u &= \omega^2 \int x z \partial m \text{ oder } u = \frac{\int x z \partial m}{M x_1} \\ V v &= \omega^2 \int y z \partial m \text{ oder } v = \frac{\int y z \partial m}{M y_1} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (b)$$

Durch die Gleichungen (a) und (b) ist die Theorie der tation um eine feste Axe, wie sie durch einen momen Stofs entsteht, vollständig dargestellt. In der Gleichun bezeichnet r den senkrechten Abstand OP des Elements von der Rotationsaxe OZ und das Integral $\int r^2 \partial m$ muf die ganze Masse M des Körpers ausgedehnt werden, so also die Gröfse $\int r^2 \partial m$ das *Trägheitsmoment* des Körpers zeichnet[1]. Ferner ist v die Geschwindigkeit des stofs Körpers vor dem Stofse, senkrecht auf die Axe OZ, endlich ist h oder OH das Loth, welches von dem Punc auf die Richtung PC des Stofses gefällt worden ist. Ist

1 Vergl. Moment. Bd. VI. S. 2323.

ationsaxe OZ zugleich eine der drei freien Axen des Kör-
s, so ist

$$\int xz\partial m = 0 \text{ und } \int yz\partial m = 0,$$

ist auch nach den Gleichungen (b) die Gröfse u sowohl,
v gleich Null. Ist aber u = v, so werden die beiden
essungen $Mx_1 . \omega^2$ und $My_1 . \omega^2$ an einem und demselben
ncte der Axe angebracht seyn, und sie werden sich auf ei-
n einzigen, zu dieser Axe senkrechten Druck zurückführen
sen, welcher gleich ist

$$\sqrt{U^2 + V^2} = M\omega^2 . \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = M\omega^2 . r_1,$$

r_1 die Entfernung des Schwerpuncts des Körpers von dem
nfangspuncte O der Coordinaten bezeichnet. Soll die fixe
e ganz und gar keinen Druck erleiden, so müssen die Grö-
n u und v gleich Null seyn, das heifst, nach den beiden
ten Gleichungen (b), die Rotationsaxe mufs eine freie Axe
n. Nach der Gleichung (a) ist aber

$$h = \frac{\omega . \int r^2 \partial m}{M\nu},$$

ω die Winkelgeschwindigkeit, also auch $\nu = r\omega$ die wahre
chwindigkeit eines jeden Elements ist, das von der Rotations-
um die Gröfse r absteht. Für die Geschwindigkeit des
werpuncts aber hat man $\nu = r_1 . \omega$, also auch, wenn man
en Werth von ν in der vorigen Gleichung substituirt,

$$h = \frac{\int r^2 \partial m}{M r_1} \ldots \quad (c)$$

nit also die Rotationsaxe OZ keinen Druck von einer in
Ebene der xy liegenden Richtung des Stofses erleide,
sen diese drei Axen der Coordinaten OX, OY, OZ freie
n seyn, und die Entfernung h = OH des Anfangspuncts
von der Richtung CP des Stofses mufs den durch die Glei-
ng (c) gegebenen Werth haben. Der auf diese Weise be-
mte Punct H, dessen Distanz vom Anfanspuncte gleich h
heifst der *Mittelpunct des Stofses* (*centre de percussion*).
er Punct wird daher ganz ebenso bestimmt, wie der so-
nnte *Schwingungsmittelpunct* (*centrum oscillationis*), von
wir bereits oben[1] gehandelt haben. Die erwähnte Eigenschaft

---

1 S. Art. *Mittelpunct*. Bd. VI. S. 2298. 2306.

ist sogar diesen freien Axen ausschliefsend zugehörend; wenn der Körper um eine Axe der z gedreht wird, die freie Axe ist, so lassen sich die beiden Pressungen M… und $My_1 . \omega^2$ im Allgemeinen nicht mehr auf eine ei… wie oben, zurückführen, und wenn sie es thun (nämli… den Fall u = v), so wird doch diese einzige Pressung … einen Punct gehn, der nicht mehr der Anfang der Coor… ten ist, so dafs also dann nicht blofs ein einziger Punct … zuvor, sondern dafs zwei Puncte des Körpers, d. h. dafs … die ganze Axe des Körpers befestigt oder unterstützt w… mufs, damit sie sich nicht verrücken kann.

Wenn also ein Körper in irgend einem seiner Punct… gehalten und keiner accelerirenden Kraft, wie z. B. … Schwere ist, ausgesetzt wird, und wenn er dann durch … augenblicklichen Stofs eine Drehung um eine der drei f… Axen erhält, die durch diesen festen Punct gehn, so wi… sich gleichförmig und ohne Ende um diesen Punct oder … mehr um eine dieser drei freien Axen drehn. Ist die R… tung dieses Stofses in der Ebene, welche zwei dieser … bilden, ist sie z. B. in der Ebene der xy, so wird die … Axe der z die Rotationsaxe seyn, und die Pressungen, we… diese Rotationsaxe durch jenen Stofs erleidet, werden sich … eine einzige zurückführen lassen, die durch jenen festen P… den Durchschnittspunct der drei freien Axen, geht, so da… also hinreichen wird, diesen Punct gehörig zu befestigen, … mit der Körper keine progressive Bewegung erhalte und … blofs gleichförmig um jene Axe drehe. Ist dieser Punct … Körpers zugleich ein solcher, für welchen alle drei Mom… der Trägheit des Körpers unter sich gleich sind, d. h. … welchen die Gleichung statt hat

$$\int xz\partial m = \int xy\partial m = \int yz\partial m,$$

so kann die Richtung des Stofses jede beliebige seyn, … Körper wird sich doch um eine freie Axe drehn und d… Axe wird während der Drehung stets unbeweglich blei… Einen solchen Punct haben wir z. B. oben[1] für das Parall… pipedum oder für das Ellipsoid mit drei Axen bestimmt. W… den daher diese zwei Körper in diesem Puncte festgehal…

1 S. Art. *Moment*. Bd. VI. S. 2329. 2332.

werden sie sich auch immer um eine unbewegliche, durch esen Punct gehende Axe drehn können. Dasselbe wird, wie an auch schon ohne alle Rechnung sieht, bei einer Kugel er Fall seyn, deren Mittelpunct, oder bei einem Würfel, essen Durchschnittspunct der Diagonalen fest ist, und da ieser Punct bei den beiden erwähnten Körpern zugleich der chwerpunct ist, so wird jene freie Drehung bei ihnen selbst ann noch statt finden, wenn der Körper der Wirkung der chwere unterworfen ist.

B. Rotation des physischen Pendels.

Betrachten wir nun die Bewegung eines physischen Pendels, d. h. eines Körpers von gegebener Gestalt, der um eine orizontale fixe Axe gedreht wird und der Einwirkung der chwere unterworfen ist. Nimmt man die Richtung der Schwere mit der Axe der verticalen y parallel, so hat man

$$X=0 \text{ und } Y=g,$$

dafs demnach die Gleichung (III) in folgende übergeht

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} \int r^2 \partial m = g \int x \partial m,$$

ler, wenn wieder M die Masse des ganzen Körpers und x_1 die bscisse des Schwerpuncts bezeichnet, also $\int x \partial m = M x_1$ ist,

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{M g x_1}{\int r^2 \partial m}.$$

ey CA ein verticaler Faden, an dessen Endpunct in A ein Fig. 156 örper befestigt ist. Durch den andern Endpunct C des Fans lege man drei unter sich senkrechte Linien CX, CY und Z, welche letzte senkrecht auf der Ebene des Papiers steht id daher in der Zeichnung nicht erscheint. Von diesen Axen nd also CX und CZ horizontal, CY aber vertical oder pallel mit der Richtung der Schwere. Nehmen wir nun an, r Körper A werde bei immer gleich gespanntem Faden AC s der verticalen Stellung CA in die schiefe Lage CB geacht und erhalte in diesem Puncte, durch irgend einen der Ebene der xy angebrachten Stofs, eine anfängliche Gehwindigkeit C, so wird der Schwerpunct des Körpers um n Punct C der fixen horizontalen Drehungsaxe CZ einen

Kreisbogen B M A B' beschreiben, und es wird sich den noch darum handeln, diese kreisförmige Bewegung des pers näher zu bestimmen.

Nennen wir Θ den Winkel ACM, welchen die be liche Ebene, die durch C und durch den Schwerpunc Körpers geht, mit der verticalen Ebene YCZ am End Zeit t bildet. Ist a die constante Entfernung dieses Sch puncts von der Drehungsaxe CZ, so hat man

$$x_1 = a \operatorname{Sin.} \Theta \text{ und } y_1 = a \operatorname{Cos.} \Theta.$$

Allein die Gleichung (II) war, wenn man r = a setzt,

$$x_1 \partial y_1 - y_1 \partial x_1 = u^2 \omega \partial t.$$

Substituirt man in dem letzten Ausdrucke für x_1 und y_1 vorhergehenden Werthe und ihre Differentialien, so er man

$$\omega = -\frac{\partial \Theta}{\partial t}.$$

Sey endlich Mk^2 das Trägheitsmoment des Körpers in ziehung auf eine Axe, die durch den Schwerpunct desse geht und parallel mit der Rotationsaxe CZ ist, so hat ma

$$\int r^2 \partial m = M(a^2 + k^2),$$

und dieser Werth von $\int r^2 \partial m$ ist das Trägheitsmoment Körpers in Beziehung auf die Rotationsaxe, wenn AC = die Entfernung des Schwerpuncts A von der Axe CZ der tation ist. Substituirt man diese Werthe von x_1, ω $\int r^2 \partial m$ in der obigen Gleichung für $\frac{\partial \omega}{\partial t}$, so erhält man

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2} = -\frac{a g \operatorname{Sin.} \Theta}{a^2 + k^2}.$$

Wird diese Gleichung durch $2\partial t$ multiplicirt und integrirt, erhält man

$$\frac{\partial \Theta^2}{\partial t^2} = \frac{2 a g \operatorname{Cos.} \Theta}{a^2 + k^2} + C,$$

wo C die Constante der Integration bezeichnet. Hat man Anfange der Bewegung

$$\Theta = \alpha \text{ und } \frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0,$$

1 S. Art. *Moment.* Bd. VI. S. 2328.

ist

$$C = -\frac{2ag\,\mathrm{Cos.}\,\alpha}{a^2+k^2}$$

nd daher auch

$$\frac{\partial\Theta^2}{\partial t^2} = \frac{2ag(\mathrm{Cos.}\,\Theta - \mathrm{Cos.}\,\alpha)}{a^2+k^2} \quad \ldots \quad (d)$$

nd diese Gleichung ist dieselbe, bis auf die constante Gröfse $\frac{2ag}{a^2+k^2}$, die man für die Bewegung eines *einfachen Pendels* gefunden hat[1], so wie auch das Differential derselben oder

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial t^2} = -\frac{ag}{a^2+k^2}.\mathrm{Sin.}\,\Theta.$$

. Freie Rotation des Körpers von gegebener Gestalt um einen seiner Puncte.

Wir wenden uns nun zu der Rotation der freien, in keinem ihrer Puncte zurückgehaltenen Körper, auf welche ihrer Richtung und Gröfse nach gegebene Kräfte wirken, wie dies z. B. bei den Planeten und Satelliten unseres Sonnensystems der Fall ist. Hier wird also die Axe der Rotation im allgemeinen veränderlich seyn und mit der Zeit durch verschiedene Puncte der Oberfläche des Körpers gehn, so dafs demnach hier, nebst der veränderlichen Winkelgeschwindigkeit des Körpers um seine Axe, auch noch die Lage dieser Axe und ihr Ort im Raume für jede gegebene Zeit bestimmt werden mufs. Zu diesem Zwecke ist es aber nothwendig, die senkrechten Coordinaten x, y, z eines Punctes, die sich auf drei gegebene, unter sich senkrechte Ebenen beziehn, in drei andere Coordinaten x^1, y^1, z^1 desselben Punctes zu verwandeln, welche letzte sich auf drei neue Ebenen beziehn, deren Lage gegen die drei ersten Ebenen gegeben ist.

Um diese schon an sich sehr merkwürdigen Verwandlungen, die auch bei vielen andern Gelegenheiten häufige Anwendung finden, auf eine sehr einfache Weise zu geben, nehmen wir die Ebene der xy für die Ekliptik und die der $x'y'$

---

1 Vergl. Art. *Widerstand* unter B.

Kreisbogen B M A B' beschrei[...] nun z.
noch darum handeln, die [...] dur
pers näher zu bestimme[...] ge
Nennen wir Θ
liche Ebene, die
Körpers geht, [...]
Zeit t bilde[...] [...] liegen
puncts v[...] und v in der Ebene der Ek.
senkrecht auf der Ekliptik.
A[...] kel der x mit ξ oder ist A O α
beiden ähnlichen, rechtwinkligen
sehr leicht die folgenden Ausdrücke:

$$\left.\begin{array}{l} \xi = x \,\mathrm{Cos.}\,\psi - y \,\mathrm{Sin.}\,\psi \\ v = x \,\mathrm{Sin.}\,\psi + y \,\mathrm{Cos.}\,\psi \\ \zeta = z \end{array}\right\} \text{ oder umgekehrt } \begin{array}{l} x = \ldots \\ y = v \ldots \\ z = \zeta \end{array}$$

Da wir nun mit diesem zweiten Coordinatensysteme in die Linie ξ der Nachtgleichen gekommen sind, in we[lcher] sich Ekliptik und Aequator schneiden, so wird es leicht se[yn] von der Ekliptik auf den Aequator herabzusteigen und [die] Lage des Gestirns M gegen den Aequator zu bestimmen. [Sind] nämlich $O\alpha = \xi$, $\alpha B = v$, $BM = \zeta$ wieder die vorhergeh[en]den Coordinaten des zweiten Systems, also $O\alpha B$ die E[bene] der Ekliptik, so wird man, wenn $O\alpha C$ die Ebene des [Ae]quators vorstellt, von dem Gestirn M ein Loth $MC = \zeta'$ [auf] den Aequator fällen und von diesem Puncte C die L[inie] $C\alpha = v'$ senkrecht auf die Linie der Nachtgleichen ziehn, [wo] dann der Winkel $C\alpha B = \Theta$ gleich der Schiefe der Eklip[tik] oder gleich dem Winkel seyn wird, unter welchem [die] beiden Ebenen gegen einander geneigt sind. Demnach g[eben] wieder die beiden ähnlichen Dreiecke dieser Figur fol[gende] Gleichungen:

Fig. 158.

$$\left.\begin{array}{l} \xi' = \xi \\ v' = v \,\mathrm{Cos.}\,\Theta - \zeta \,\mathrm{Sin.}\,\Theta \\ \zeta' = v \,\mathrm{Sin.}\,\Theta + \zeta \,\mathrm{Cos.}\,\Theta \end{array}\right\} \text{ oder umgekehrt } \begin{array}{l} \xi = \xi' \\ v = v' \,\mathrm{Cos.}\,\Theta + \zeta' \,\mathrm{Si}\ldots \\ \zeta = \zeta' \,\mathrm{Cos.}\,\Theta - v' \,\mathrm{Si}\ldots \end{array}$$

Geht man endlich von dieser Linie $O\alpha$ der Nachtgleichen [zu] einer andern OE über, die ebenfalls in der Ebene des [Ae]quators liegt, aber mit der Nachtgleichenlinie den Wi[nkel]

Fig. 159.

-hre von der Präcession[1] nothwendig

Coordinaten x, y, z der Gleichun-
-in Element des Körpers beziehn,
y', z', welche letzteren mit
-ξ Sin. -pers zusammenfallen sollen.
-n in den Gleichungen (V)
z' aus den im Anfange
-inirt man aus diesen ... en substituiren und da-
, ζ, so erhält man, wenn ... -gen, die drei Gröfsen
x, y', z' durch ξ, v', ζ g... 'z'∂m
-ht, für den Uebergang von ... -llen wir der Kürze
x', y', z' folgende Ausdrücke: ... C und p, q, r

$$x' = x(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi + \ldots$$
$$+ y(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi - \ldots$$
$$- z\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi;$$

$$y' = x(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi - \text{Cos.}\,\psi \ldots$$
$$+ y(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi + \text{Sin.}\,\psi\,\text{Si}\ldots$$
$$- z\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi;$$

$$z' = x\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi$$
$$+ y\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi$$
$$+ z\,\text{Cos.}\,\Theta.$$

so kann man auch umgekehrt die Gröfsen x, y, z durch -neuen x', y', z' ausdrücken, wenn man die Elimination -dem ersten der obigen sechs Systeme beginnt, wobei durch eine sehr einfache Substitution folgende Ausdrücke -t:

$$x = x'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi + \text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ y'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi - \text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi)$$
$$+ z'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi;$$

$$y = x'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi - \text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ y'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi + \text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi)$$
$$+ z'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi;$$

$$z = -x'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi$$
$$- y'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi$$
$$+ z'\,\text{Cos.}\,\Theta.$$

-dieser Vorbereitung wollen wir nun zu der näheren Be-
-ung der freien Rotation eines Körpers übergehn, auf

für den Aequator an. Es sey nun z. B. die Lage eine
Fig. 157. stirns M gegen die Ekliptik durch die drei Coord
$OA = x$, $AB = y$, $BM = z$ gegeben. Ist dann $O\alpha$ di
nie der Nachtgleichen, in welcher die Ekliptik den Ae
schneidet, und zieht man $B\alpha$ senkrecht auf diese
so seyen die drei neuen Coordinaten $O\alpha = \xi$, αB
$BM = \zeta$. Hier liegen also die Linien x und ξ, so
und v in der Ebene der Ekliptik, und z sowohl als ζ
senkrecht auf der Ekliptik. Nennt man nun ψ den
kel der x mit ξ oder ist $AO\alpha = \psi$, so findet man au
beiden ähnlichen, rechtwinkligen Dreiecken $\alpha O n$ und
sehr leicht die folgenden Ausdrücke:

$$\left.\begin{array}{l} \xi = x \,\text{Cos.}\, \psi - y \,\text{Sin.}\, \psi \\ v = x \,\text{Sin.}\, \psi + y \,\text{Cos.}\, \psi \\ \zeta = z \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{oder} \\ \text{umgekehrt} \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} x = \xi \,\text{Cos.}\, \psi + v \,\text{Si} \\ y = v \,\text{Cos.}\, \psi - \xi \,\text{Sin} \\ z = \zeta \end{array}$$

Da wir nun mit diesem zweiten Coordinatensysteme der
in die Linie ξ der Nachtgleichen gekommen sind, in we
sich Ekliptik und Aequator schneiden, so wird es leicht
von der Ekliptik auf den Aequator herabzusteigen un
Lage des Gestirns M gegen den Aequator zu bestimmen.
Fig. 158. nämlich $O\alpha = \xi$, $\alpha B = v$, $BM = \zeta$ wieder die vorherg
den Coordinaten des zweiten Systems, also $O\alpha B$ die E
der Ekliptik, so wird man, wenn $O\alpha C$ die Ebene des
quators vorstellt, von dem Gestirn M ein Loth $MC =$
den Aequator fällen und von diesem Puncte C die
$C\alpha = v'$ senkrecht auf die Linie der Nachtgleichen ziehn
dann der Winkel $C\alpha B = \Theta$ gleich der Schiefe der Ek
oder gleich dem Winkel seyn wird, unter welchem u
beiden Ebenen gegen einander geneigt sind. Demnach g
wieder die beiden ähnlichen Dreiecke dieser Figur folg
Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} \xi' = \xi \\ v' = v \,\text{Cos.}\, \Theta - \zeta \,\text{Sin.}\, \Theta \\ \zeta' = v \,\text{Sin.}\, \Theta + \zeta \,\text{Cos.}\, \Theta \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{oder} \\ \text{umgekehrt} \\ \end{array} \quad \begin{array}{l} \xi = \xi' \\ v = v' \,\text{Cos.}\, \Theta + \zeta' \,\text{Sin.} \\ \zeta = \zeta' \,\text{Cos.}\, \Theta - v' \,\text{Sin.} \end{array}$$

Geht man endlich von dieser Linie $O\alpha$ der Nachtgleichen
Fig. 159. einer andern OE über, die ebenfalls in der Ebene des
quators liegt, aber mit der Nachtgleichenlinie den Wi

$=\varphi$ bildet, und nennt man, wie zuvor, v' das Loth Ca die Linie $O\alpha$ und y' das Loth CE auf die neue Linie, so wie x' die Linie OE, indem $O\alpha=\xi'$ und $CM=\zeta'$ zuvor bleiben, so hat man

$$\left.\begin{array}{l} =v'\,\text{Sin.}\varphi+\xi'\,\text{Cos.}\varphi \\ =v'\,\text{Cos.}\varphi-\xi'\,\text{Sin.}\varphi \\ =\zeta' \end{array}\right\} \begin{array}{c}\text{oder}\\ \text{umgekehrt}\end{array} \left\{\begin{array}{l} \xi'=x'\,\text{Cos.}\varphi-y'\,\text{Sin.}\varphi \\ v'=y'\,\text{Cos.}\varphi+x'\,\text{Sin.}\varphi \\ \zeta'=z' \end{array}\right\}$$

...irt man aus diesen Gleichungen die Gröſsen ξ, v, ζ und ξ', v', ζ', so erhält man, wenn man mit dem vorletzten Systeme, x', y', z' durch ξ', v', ζ' giebt, den Anfang der Elimination ..., für den Uebergang von den Coordinaten x, y, z zu x', y', z' folgende Ausdrücke:

$$\begin{aligned} x' &= x(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi+\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi) \\ &\quad+y(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi-\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi) \\ &\quad-z\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y' &= x(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi-\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi) \\ &\quad+y(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi+\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi) \\ &\quad-z\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z' &= x\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi \\ &\quad+y\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi \\ &\quad+z\,\text{Cos.}\,\Theta. \end{aligned}$$

...so kann man auch umgekehrt die Gröſsen x, y, z durch ...neuen x', y', z' ausdrücken, wenn man die Elimination ...dem ersten der obigen sechs Systeme beginnt, wobei ...durch eine sehr einfache Substitution folgende Ausdrücke ...:

$$\begin{aligned} x &= x'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi+\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi) \\ &\quad+y'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi-\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi) \\ &\quad+z'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= x'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi-\text{Sin.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi) \\ &\quad+y'(\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi\,\text{Cos.}\,\varphi+\text{Sin.}\,\psi\,\text{Sin.}\,\varphi) \\ &\quad+z'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= -x'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi \\ &\quad-y'\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi \\ &\quad+z'\,\text{Cos.}\,\Theta. \end{aligned}$$

...ch dieser Vorbereitung wollen wir nun zu der näheren Be...mmung der freien Rotation eines Körpers übergehn, auf

welchen gegebene Kräfte wirken. Die allgemeinen Gleichun-gen, welche diese Rotation bestimmen, haben wir schon oben gegeben. Wenn man nämlich in den Gleichungen (n) das Zeichen m in ∂m verwandelt, wo ∂m das Element der Masse des Körpers bezeichnet, so giebt die erste dieser Glei-chungen

$$S.(x\partial^2 y - y\partial^2 x)\frac{\partial m}{\partial t} = S.(Yx - Xy)\,\partial t.\partial m,$$

wo das Integral S sich auf die ganze Masse des Körpers be-zieht. Integrirt man den ersten Theil dieser Gleichung in Be-ziehung auf x und y, und zeigt man bei dem zweiten Theile derselben Gleichung diese Integration durch das Zeichen $\int$ an, so hat man

$$S.(x\partial y - y\partial x).\frac{\partial m}{\partial t} = S\int(Yx - Xy)\partial t.\partial m$$

und ebenso erhält man also auch

$$S.(x\partial z - z\partial x).\frac{\partial m}{\partial t} = S\int(Zx - Xz)\partial t.\partial m$$

und

$$S.(y\partial z - z\partial y)\frac{\partial m}{\partial t} = S\int(Zy - Yz)\partial t.\partial m.$$

Setzt man, um dieses bequemer auszudrücken, die Grössen

$$N = S\int(Yx - Xy)\ t.\partial m,$$
$$N' = S\int(Zx - Xz)\partial t.\partial m,$$
$$N'' = S\int(Zy - Yz)\partial t.\partial m,$$

so gehen jene drei Gleichungen (n) in folgende über

$$\left.\begin{aligned} S.(x\partial y - y\partial x)\frac{\partial m}{\partial t} &= N \\ S.(x\partial z - z\partial x)\frac{\partial m}{\partial t} &= N' \\ S.(y\partial z - z\partial y)\frac{\partial m}{\partial t} &= N'' \end{aligned}\right\} \quad .\ :\ . \quad (V)$$

und diese Gleichungen (V) sollen nun weiter entwickelt wer-den, um die Theorie der Rotation vollständig zu bestimmen. Wir wollen diese Entwickelung hier nur so weit vornehmen

sie uns zu der Lehre von der Präcession[1] nothwendig eint.

Bringen wir zuerst die Coordinaten x, y, z der Gleichun- (V); die sich auf irgend ein Element des Körpers beziehn, drei andere Coordinaten x′, y′, z′, welche letzteren mit n drei freien Axen des Körpers zusammenfallen sollen. diesem Zwecke wollen wir also in den Gleichungen (V) x, y, z ihre Werthe in x′, y′, z′ aus den im Anfange ses Abschnitts gegebenen Gleichungen substituiren und da-, der vorausgesetzten freien Axen wegen, die drei Gröſsen

$$\int x' y' \partial m, \quad \int x' z' \partial m \text{ und } \int y' z' \partial m$$

le für sich gleich Null setzen. Ferner wollen wir der Kürze gen folgende Bedeutung der Gröſsen A, B, C und p, q, r nehmen:

$$A = \int (y'^2 + z'^2)\partial m$$
$$B = \int (x'^2 + z'^2)\partial m$$
$$C = \int (x'^2 + y'^2)\partial m$$

d

$$\left.\begin{aligned} p.\partial t &= \partial\varphi - \quad \psi \operatorname{Cos.}\Theta \\ q.\partial t &= \partial\psi \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Sin.}\varphi - \partial\Theta \operatorname{Cos.}\varphi \\ r.\partial t &= \partial\psi \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Cos.}\varphi + \partial\Theta \operatorname{Sin.}\varphi \end{aligned}\right\} \ldots (e)$$

auch, wenn man die letzten drei Gleichungen umkehrt,

$$\frac{\partial\Theta}{\partial t} = r \operatorname{Sin.}\varphi - q \operatorname{Cos.}\varphi$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial t}.\operatorname{Sin.}\Theta = r \operatorname{Cos.}\varphi + q \operatorname{Sin.}\varphi$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t}.\operatorname{Sin.}\Theta = (r \operatorname{Cos.}\varphi + q \operatorname{Sin.}\varphi) \operatorname{Cos.}\Theta + p \operatorname{Sin.}\Theta.$$

rt man die angezeigte Substitution aus, so erhält man

$$N = C p \operatorname{Cos.}\Theta - B r \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Cos.}\varphi - A q \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Sin.}\varphi$$

$$\begin{aligned} N' = {} & (A q \operatorname{Cos.}\varphi - B r \operatorname{Sin.}\varphi) \operatorname{Sin.}\psi - C p \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Cos.}\psi \\ & - B r \operatorname{Cos.}\Theta \operatorname{Cos.}\varphi \operatorname{Cos.}\psi - A q \operatorname{Cos.}\Theta \operatorname{Sin.}\varphi \operatorname{Cos.}\psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N'' = {} & (A q \operatorname{Cos.}\varphi - B r \operatorname{Sin.}\varphi) \operatorname{Cos.}\psi - C p \operatorname{Sin.}\Theta \operatorname{Sin.}\psi \\ & - B r \operatorname{Cos.}\Theta \operatorname{Cos.}\varphi \operatorname{Sin.}\psi - A q \operatorname{Cos.}\Theta \operatorname{Sin.}\varphi \operatorname{Sin.}\psi. \end{aligned}$$

---

1 S. Art. *Vorrücken der Nachtgleichen.*

Wenn man diese drei Werthe von N differentiirt und [illegible] der Differentiation den Winkel ψ gleich Null setzt, wa[illegible] laubt ist, da man die Lage der x in der Ebene der xy [illegible] kürlich annehmen kann, so erhält man

$$\partial N = \partial . C p \,\mathrm{Cos.}\, \Theta - \partial P . \mathrm{Sin.}\, \Theta - \partial \Theta . P \,\mathrm{Cos.}\, \Theta$$
$$\partial N' = - \partial . C p \,\mathrm{Sin.}\, \Theta - \partial P . \mathrm{Cos.}\, \Theta + \partial \Theta . P \,\mathrm{Sin.}\, \Theta - Q$$
$$\partial N'' = \quad C p . \partial \psi . \mathrm{Sin.}\, \Theta + \partial \psi . P \,\mathrm{Cos.}\, \Theta - \partial Q,$$

wo der Kürze wegen gesetzt wurde

$$P = B r \,\mathrm{Cos.}\, \varphi + A q \,\mathrm{Sin.}\, \varphi$$

und

$$Q = B r \,\mathrm{Sin.}\, \varphi - A q \,\mathrm{Cos.}\, \varphi .$$

Multiplicirt man aber die erste der drei letzten Gleichun[gen] durch Cos. Θ und die zweite durch — Sin. Θ, so giebt [die] Summe dieser Producte

$$C \partial p + (B - A) q r \partial t = \partial N . \mathrm{Cos.}\, \Theta - \partial N' . \mathrm{Sin.}\, \Theta$$

und ebenso

$$A \partial q + (C - B) p r \partial t =$$
$$- (\partial N \,\mathrm{Sin.}\, \Theta + \partial N' \,\mathrm{Cos.}\, \Theta) \,\mathrm{Sin.}\, \varphi + \partial N'' . \mathrm{Cos.}\, \varphi$$
$$B \partial r + (A - C) p q \partial t =$$
$$- (\partial N \,\mathrm{Sin.}\, \Theta + \partial N' \,\mathrm{Cos.}\, \Theta) \,\mathrm{Cos.}\, \varphi - \partial N'' . \mathrm{Sin.}\, \varphi \qquad \ldots (\mathrm{VI})$$

und diese drei Gleichungen (VI) sind, wie wir später [sehen] werden, sehr geschickt, die Rotation der Körper zu be[stim]men, wenn diese, wie es bei den Körpern des Himmel[s der] Fall ist, nahe um eine ihrer freien Axen statt hat.

Die drei oben eingeführten Hülfsgröfsen p, q, r sind [sehr] wichtig, da durch sie die Lage der Rotationsaxe für [jeden] Augenblick bestimmt wird. Man hat nämlich für die i[n der] Rotationsaxe liegenden Puncte

$$\partial x = 0, \partial y = 0 \text{ und } \partial z = 0.$$

Differentiirt man daher die im Anfange dieses Abschnitts [ge]gebenen Ausdrücke zwischen x, y, z und x', y', z' in Be[zie]hung auf Θ, φ und ψ, und setzt man wieder nach der [Dif]ferentiation den Winkel $\psi = 0$, so gehn die drei Glei[chungen]

1 S. Art. *Vorrücken der Nachtgleichen.*

n $\partial x = 0$, $\partial y = 0$, $\partial z = 0$ nach der Ordnung in folgende er:

$$0 = x'(\partial\psi \,\text{Cos.}\,\Theta \;\text{Sin.}\,\varphi - \partial\varphi \;\text{Sin.}\,\varphi)$$
$$+ y'(\partial\psi \,\text{Cos.}\,\Theta \,\text{Cos.}\,\varphi - \partial\varphi \;\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ z'\partial\psi \;\text{Sin.}\;\Theta \;.\;.\; (1)$$

$$0 = x'(\partial\varphi \,\text{Cos.}\,\Theta \,\text{Cos.}\,\varphi - \partial\Theta \,\text{Sin.}\,\Theta \,\text{Sin.}\,\varphi - \partial\psi \,\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ y'(\partial\psi \,\text{Sin.}\,\varphi - \partial\varphi \,\text{Cos.}\,\Theta \,\text{Sin.}\,\varphi - \partial\Theta \,\text{Sin.}\,\Theta \,\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ z'\partial\Theta \,\text{Cos.}\,\Theta \;.\;.\; (2)$$

$$0 = x'(\partial\Theta \,\text{Cos.}\,\Theta \,\text{Sin.}\,\varphi + \partial\varphi \,\text{Sin.}\,\Theta \,\text{Cos.}\,\varphi)$$
$$+ y'(\partial\Theta \,\text{Cos.}\,\Theta \,\text{Cos.}\,\varphi - \partial\varphi \,\text{Sin.}\,\Theta \,\text{Sin.}\,\varphi)$$
$$+ z'\partial\Theta \,\text{Sin.}\,\Theta \;.\;.\; (3)$$

ombinirt man aber die drei letzten Gleichungen auf folgende t

$$(1)\,\text{Sin.}\,\varphi - (2)\,\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi - (3)\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi$$
$$(1)\,\text{Cos.}\,\varphi + (2)\,\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi + (3)\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi$$

d

$$(2)\;\text{Sin.}\,\Theta - (3)\;\text{Cos.}\,\Theta,$$

erhält man nach derselben Ordnung folgende drei sehr einhe Gleichungen:

$$\left.\begin{array}{l} p x' - q z' = 0 \\ p y' - r z' = 0 \\ q y' - r x' = 0 \end{array}\right\} \;.\;.\;.\; \text{(VII)}$$

l von diesen drei Gleichungen ist, wie man sieht, jede e Folge der beiden andern. Diese Gleichungen gehören r für eine gerade Linie, nämlich für diejenige, welche wähd der Rotation des Körpers für jeden Augenblick in Ruhe bt, oder mit andern Worten, sie gehören für die *Rotations-* selbst. Wenn diese Axe mit den Coordinatenaxen der y', z' in derselben Ordnung die Winkel λ, μ und ν bil-, so hat man, nach den bekannten Elementen der analytien Geometrie,

$$\text{Cos.}\,\lambda = \frac{q}{s};\; \text{Cos.}\,\mu = \frac{r}{s};\quad \text{Cos.}\,\nu = \frac{p}{s},$$

$s = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$ ist.

Aber nicht bloſs die Lage der Rotationsaxe, sondern auch Winkelgeschwindigkeit ω des Körpers um diese Axe hängt

von diesen drei Gröfsen p, q und r ab. Denn betrachte man denjenigen Punct der Axe der z', der von dem Anfangspuncte der Coordinaten um eine Gröfse entfernt ist, die wir als Einheit annehmen wollen, so hat man für diesen Punct

$$x' = 0; \quad y' = 0 \text{ und } z' = 1 .$$

Substituirt man aber diese Werthe von x', y', z' in den im Anfange dieses Abschnitts gegebenen Gleichungen zwischen x, y, z und x', y', z', so erhält man

$$x = \text{Sin.}\,\Theta\ \text{Sin.}\,\psi$$
$$y = \text{Sin.}\,\Theta\ \text{Cos.}\,\psi$$
$$z = \text{Cos.}\,\Theta.$$

Die Geschwindigkeit dieses Punctes, parallel mit den drei Coordinaten zerlegt, ist aber

$$\frac{\partial x}{\partial t}; \ \frac{\partial y}{\partial t} \text{ und } \frac{\partial z}{\partial t},$$

oder, wenn man wieder nach der Differentiation den Winkel $\psi = 0$ setzt,

$$\frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial \psi}{\partial t}\,\text{Sin.}\,\Theta; \ \frac{\partial y}{\partial t} = \frac{\partial \Theta}{\partial t}\,\text{Cos.}\,\Theta; \ \frac{\partial z}{\partial t} = -\frac{\partial \Theta}{\partial t}\,\text{Sin.}\,\Theta,$$

also ist auch die eigentliche Geschwindigkeit dieses Punctes gleich

$$\frac{1}{\partial t}\sqrt{\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2} = \frac{1}{\partial t}\sqrt{\partial \Theta^2 + \partial \psi^2\,\text{Sin.}^2\Theta},$$

das heifst, gleich

$$\sqrt{q^2 + r^2}.$$

Es ist aber die Winkelgeschwindigkeit $\partial\omega$ jedes Punctes gleich der absoluten Geschwindigkeit $\sqrt{q^2 + r^2}$ desselben, dividirt durch die Entfernung dieses Punctes von der Rotationsaxe, welche Entfernung gleich

$$\text{Sin.}\ \nu = \sqrt{\frac{q^2 + r^2}{p^2 + q^2 + r^2}}$$

ist. Man hat aber für die gesuchte Winkelgeschwindigkeit

$$\partial\omega = \sqrt{q^2 + p^2 + r^2}$$

und daher auch

$$p = \partial\omega\,\text{Cos.}\,\nu; \ q = \partial\omega\,\text{Cos.}\,\lambda; \ r = \partial\omega\,\text{Cos.}\,\mu.$$

allem Vorhergehenden sind die Axen der drei senkrechten
ordinaten x, y, z der Lage nach willkürliche, aber im
ume fixe Linien, während die Axen der drei anderen senk-
chten Coordinaten x', y', z', die denselben Anfangspunct ha-
n, in dem Körper fix, also auch mit ihm selbst beweg-
ch sind. Die Coordinaten x, y, z sind für jeden Augen-
ick dieselben für alle Elemente des Körpers (wie z. B. die
ordinaten des Schwerpuncts desselben), aber sie ändern sich
it jedem Augenblicke (wie der Schwerpunct sich bewegt),
er endlich, sie sind *Functionen der Zeit*. Die Coordinaten
, y', z' aber (deren Axen mit den drei freien Axen des
örpers für den gemeinschaftlichen Anfangspunct dieser bei-
n Coordinatensysteme zusammenfallen), die mit dem Körper
lbst sich im Raume bewegen, bestimmen die Lage eines
ements des Körpers gegen den Anfangspunct und ändern
h daher nur bei dem Uebergange von einem Elemente des
örpers zum anderen, während sie für dasselbe Element auch
mer dieselben Werthe haben, oder endlich, diese Coordi-
ten x', y', z' sind Functionen der Gestalt des Körpers, aber
n der Zeit ganz unabhängig.

Betrachten wir nun die Oscillationen eines Körpers, auf
n keine äufseren Kräfte wirken und der sich überdiefs sehr
he um eine seiner freien Axen bewegt. Diese Voraus-
zung giebt $N = N' = N'' = 0$, so dafs daher die Gleichun-
(VI) in folgende übergehn:

$$\left.\begin{aligned} \partial p + \frac{B-A}{C}\, qr\partial t &= 0 \\ \partial q + \frac{C-B}{A}\, pr\partial t &= 0 \\ \partial r + \frac{A-C}{B}\, pq\partial t &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \text{(VIII)}$$

eht sich also der Körper sehr nahe um die freie Axe der
so sind q und r sehr kleine Gröfsen, deren Producte und
adrate man vernachlässigen kann. Dadurch giebt die erste
Gleichungen (VIII)

$$\partial p = 0 \text{ oder } p = \text{Const.}$$

bleiben daher nun die beiden anderen dieser Gleichungen

übrig und die Integrale derselben haben, wie man sich durch Differentiation überzeugen kann, die Form

$$\left.\begin{array}{l} q = M \,\mathrm{Sin.}(nt + m) \\ r = M' \,\mathrm{Cos.}(nt + m) \end{array}\right\} \ldots \quad (f)$$

wo M, M′, m und n constante Gröſsen bezeichnen und wo man hat

$$n = p \sqrt{\frac{(C-A)\,(C-B)}{AB}}$$

und

$$M' = - M \sqrt{\frac{A(C-A)}{B(C-B)}}.$$

Diese Ausdrücke zeigen, daſs die Gröſsen n und M′ nur dann reelle Gröſsen sind, wenn das Moment der Trägheit

$$C = \int (x'^2 + y'^2)\, \partial m$$

in Beziehung auf die eigentliche Rotationsaxe der z′ entweder das gröſste oder das kleinste der drei Momente A, B, C ist. In diesem Falle sind also q und r, wie die Gleichungen (f) zeigen, in der That die Sinus und Cosinus von solchen Winkeln, die mit der Zeit gleichförmig zunehmen, und die Veränderungen der Rotation sind daher alle nur periodisch oder in bestimmte Grenzen eingeschlossen, d. h. die Rotationsaxe macht nur kleine Oscillationen um ihre ursprüngliche Lage, welche letztere, für t = 0, durch die beiden Gleichungen

$$q = M \,\mathrm{Sin.}\, m \text{ und } r = M' \,\mathrm{Cos.}\, m$$

gegeben ist. Da nämlich die Gröſsen q und r, der Voraussetzung gemäſs, nur klein sind, so werden auch die Gröſsen M und M′ immer nur klein seyn können. Ist aber (C — A) (C — B) negativ oder ist C zwischen den beiden Momenten A und B, so ist n und M′ imaginär, und die trigonometrischen Functionen der Gleichungen (f) verwandeln sich in Exponentialgröſsen, die nicht mehr, wie jene, periodisch sind, sondern die mit der Zeit ohne Ende wachsen können. In diesem Falle kann also schon die geringste Störung die ursprüngliche Rotationsaxe über alle Grenzen hinaus ändern. Da bei der Sonne, den Planeten und den Satelliten unsers Systems diese *Stabilität* der Rotation, den Beobachtungen der Astronomen gemäſs, statt findet, so muſs

n sich auch alle diese Himmelskörper sehr nahe um eine lche freie Axe drehn, für welche das Moment der Trägheit ı Gröfstes oder ein Kleinstes ist, wahrscheinlich ein Gröfs-ı, weil wegen der durch die Rotation erzeugten Abplattung e Rotationsaxe kleiner ist, als der Durchmesser des Aequa-rs, so dafs also auch das Moment der Trägheit in Bezie-ung auf die Rotationsaxe gröfser seyn mufs, als auf den Durch-esser des Aequators.

Um nun auch die Lage der drei freien Axen des Kör-rs im Raume zu bestimmen, wollen wir annehmen, dafs e dritte freie Axe der z' sehr nahe mit der Axe der z zu-mmenfällt, so dafs also Θ nur einen kleinen Winkel bezeich-et, dessen Quadrat wir vernachlässigen können. Setzt man er Kürze wegen

$$s = \text{Sin.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi \text{ und } u = \text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi,$$

gehn die obigen Gleichungen (e) in folgende über:

$$p\partial t = \partial\varphi - \partial\psi$$
$$q\partial t = s\partial\psi - \partial\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi$$
$$r\partial t = u\partial\psi + \partial\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi$$

ler auch, da $\partial s = \partial\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi + u\partial\varphi$ und $\partial u = \partial\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi - s\partial\varphi$ t,

$$p\partial t = \partial\varphi - \partial\psi$$
$$q\partial t = s(\partial\varphi - p\partial t) - \partial\Theta\,\text{Cos.}\,\varphi$$
$$r\partial t = u(\partial\varphi - p\partial t) + \partial\Theta\,\text{Sin.}\,\varphi,$$

dafs man daher hat

$$\partial\psi = \partial\varphi - p\partial t$$
$$\frac{\partial s}{\partial t} = r + pu$$
$$\frac{\partial u}{\partial t} = -q - ps$$

nd davon sind die Integrale

$$\left.\begin{aligned} \psi &= \varphi - pt - \alpha \\ s &= \beta\,\text{Sin.}\,(pt+\gamma) - \frac{q}{p} \\ u &= \beta\,\text{Cos.}\,(pt+\gamma) - \frac{r}{p} \end{aligned}\right\} \ldots \text{(g)}$$

o α, β, γ constante Gröfsen bezeichnen. Durch die Glei-

chungen (f) und (g) ist unsere Aufgabe vollständig g
Denn jene geben die Werthe von q und r als Function
t, und von den Gleichungen (g) geben die beiden letzte
Werthe von s und u, also auch von Θ und φ als Func
von t, und wenn also φ bekannt ist, so kennt man a
durch die erste der Gleichungen (g). Die Winkelgesc
digkeit der Rotation aber ist nach dem Vorhergehenden

$$\omega = \sqrt{p^2 + q^2 + r^2}$$

oder einfacher

$$\omega = p,$$

wenn man nämlich wieder die Quadrate von q und r
läfst, so dafs also diese Geschwindigkeit nahe constant i

Wenn man für den Anfang der Rotation genau q =
und r = 0 hat, das heifst, wenn die Rotationsaxe mit
dritten freien Axe der z' genau zusammenfällt, so ist im
Vorhergehenden auch M und M' gleich Null, oder die Gr
q und r bleiben selbst immer gleich Null, oder endlich,
Rotationsaxe fällt immer mit dieser dritten freien Axe zu
men. Wenn daher ein Körper anfängt, sich genau um
seiner freien Axen zu drehen, so wird er sich auch immer
und zwar mit constanter Geschwindigkeit, um diese Axe d
so lange keine äufseren Kräfte seine Rotation stören. D
Eigenschaft aber kommt nur den freien Axen zu, wie
sich aus dem Vorhergehenden leicht überzeugen wird.
die drei freien Axen des Körpers geben also zugleich un
änderliche Rotationsaxen, und unter ihnen geben nur die z
deren Trägheitsmomente ein Gröfstes und ein Kleinstes s
eine stabile Rotation, während die dritte Axe, wenn sie
Rotationsaxe ist, schon durch die geringste Störung sehr gr
Aenderungen in ihrer Lage erleiden kann.

D. Unabhängigkeit der progressiven und d rotirenden Bewegung der Körper.

Die Gleichungen für die fortschreitende Bewegung ei
Körpers, dessen Massenelement ∂m ist, sind nach dem V
hergehenden

$$\int \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} \partial m = \int X \partial m,$$

$$\int \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \partial m = \int Y \partial m,$$

$$\int \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} \partial m = \int Z \partial m,$$

o X, Y, Z die Summen der auf den Körper wirkenden und ach den Richtungen der Coordinaten x, y, z zerlegten Kräfte ezeichnen und wo die Integrale sich auf die Masse des anzen Körpers erstrecken. Ist aber $M = \int \partial m$ die Masse es ganzen Körpers und sind x_1, y_1, z_1 die Coordinaten eines *Schwerpuncts*, so hat man

$$M x_1 = \int x \partial m, \quad M y_1 = \int y \partial m, \quad M z_1 = \int z \partial m.$$

ifferentiirt man die letzten Gleichungen zweimal in Beziehung auf die Zeit t, so erhält man

$$\left.\begin{aligned} M \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} &= \int \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} . \partial m \\ M \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} &= \int \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} . \partial m \\ M \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2} &= \int \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} . \partial m \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (h)$$

d wenn man die Gleichungen (h) mit den vorhergehenden ten drei Gleichungen zusammenstellt, so hat man

$$\left.\begin{aligned} M \frac{\partial^2 x_1}{\partial t^2} &= \int X \partial m \\ M \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} &= \int Y \partial m \\ M \frac{\partial^2 z_1}{\partial t^2} &= \int Z \partial m \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (i)$$

aus sofort folgt, dafs während der ganzen Zeit der Bewegung des Körpers der Schwerpunct G desselben sich durchaus t so bewegt, als ob die ganze Masse M des Körpers in sem Puncte vereinigt wäre und als ob die Kräfte X, Y, Z mittelbar in ihren alten Richtungen an diesen Punct G an-

gebracht würden. Diese Gleichungen (i) werden also di-
gressive Bewegung des Körpers geben. Die *rotirende* B
gung desselben aber wird durch die Gleichungen (e) un
gegeben seyn, wenn man in den letzten den Schwerpu
für den Anfang der Coordinaten annimmt. Wenn dah
Kräfte X, Y, Z von ihrer absoluten Lage im Raume abh
so werden die Coordinaten der einzelnen Elemente des
pers, von welchen jene Kräfte Functionen sind, zugle
diese beiden Systeme von Gleichungen (für die progr
und für die rotirende Bewegung) eintreten, und man
daher das eine dieser Systeme nicht ohne das andere in
ren können, oder mit andern Worten, die beiden Bewegu
die progressive und die rotirende, werden einander geg
tig bestimmen und eine von der andern abhängig seyn.
wird daher diese beiden Systeme im Allgemeinen nie a
als durch Approximation integriren können. Doch giebt es
Fälle, in welchen von diesem allgemeinen Satze eine
nahme statt findet.

I. Wenn der Körper bloſs der Wirkung der Schwer
terworfen ist. Dann werden nämlich die Gleichungen (
die progressive Bewegung dieselben mit denen seyn, w
die Bewegung eines materiellen Punctes im Raume bestim
Welches dann auch die Gestalt des Körpers und we
auch seine Bewegung um den Schwerpunct seyn mag, d
Schwerpunct wird im freien Raume eine Parabel beschre
von welcher die Richtung der ursprünglichen Geschwind
die erste Tangente ist und deren Parameter nur von
Gröſse dieser Geschwindigkeit abhängen wird, ganz so,
wir oben[1] für einen materiellen Punct im leeren Raume
funden haben. Da überdieſs das Gewicht des Körpers als
in seinem Schwerpuncte angebrachte Kraft zu betrachten i
wird dieses Gewicht keinen Einfluſs auf die rotirende B
gung des Körpers äuſsern, welche bloſs von dem anfä
chen Stoſse, den der Körper erhält, abhängen und die
bleiben wird, als wenn der Schwerpunct des Körpers
aus seiner Stelle gerückt worden wäre. Es sey z. B. der K
Fig. 160. per ein Ellipsoid von durchaus homogener Masse DHEK
von einem andern Körper in dem Puncte E seiner Ober

1 S. Art. *Ballistik.* Bd. I. S. 721.

en Stofs erhält. Ist dann EF die Normale dieser Oberflä-
e für den Punct E und GD eine mit dieser Normale pa-
lele Gerade, die durch den Schwerpunct G geht, so wird,
nn das Ellipsoid blofs der Schwere unterworfen ist, der
nct G eine Parabel beschreiben, von welcher GD die erste
angente ist. Nehmen wir an, dafs der Schnitt HEK, in
ssen Ebene der Punct G und die Linie EF liegen, zwei von
n drei Axen des Ellipsoids in sich enthalte. Sind 2a und
b diese Axen, und ist C das Trägheitsmoment in Bezie-
ng auf die dritte Axe und M die Masse des Körpers, so
t man[1]

$$C = \frac{1}{5} M(a^2 + b^2).$$

llein der Körper mufs sich um den Punct G drehn, und zwar
, als ob die Schwere gar nicht auf ihn wirkte und als ob
eser Punct G gar keine progressive Bewegung hätte; also
ird auch die auf den Schnitt HEK senkrechte Axe ganz
beweglich bleiben. Ist nun ω die Winkelgeschwindigkeit
s Körpers um diese letzte Axe, und nennt man V die an-
gliche Geschwindigkeit des Punctes G, also auch MV die
antität der Bewegung des Körpers, so hat man, wenn
= GL das Loth von G auf die Normale EF bezeichnet,
ch der obigen Gleichung (a)

$$\omega = \frac{MhV}{C}$$

er, wenn man für C seinen vorhergehenden Werth substi-
irt,

$$\omega = \frac{5hV}{a^2 + b^2},$$

d diese Gleichung zeigt zugleich die Abhängigkeit der bei-
n Geschwindigkeiten ω und V, der Rotation und der pro-
essiven Bewegung, die alle beide in dem anfänglichen
ofse, den der Körper erhielt, ihren gemeinschaftlichen Ur-
rung haben. Demnach werden also alle Puncte des Ellip-
ids Parabeln beschreiben, die sämmtlich der von dem Schwer-
ncte beschriebenen Parabel parallel sind, und zugleich wird
r Körper sich gleichförmig um die auf den Schnitt HEK

---

1 S. Art. *Moment.* Bd. VI. S. 2332.

senkrechte Axe drehn, welche Axe selbst sich wieder progressiv im Raume parallel mit sich selbst bewegt.

II. Der zweite Fall, wo die rotirende und die progressive Bewegung von einander unabhängig sind, tritt bei einer Kugel ein, die entweder eine ganz homogene Masse enthält, oder aus concentrischen Schichten besteht, deren Puncte alle von anderen, ruhenden oder selbst wieder bewegten Körpern, im verkehrten Verhältnisse des Quadrats ihrer Distanzen angezogen werden. Dann wird nämlich, wie bekannt, die Bewegung der Kugel dieselbe seyn, als ob ihre ganze Masse in ihrem Mittelpuncte vereinigt wäre, und dieser Mittelpunct wird sich daher wie ein ganz isolirter Punct im Raume fortbewegen, während die rotirende Bewegung der Kugel von den auf sie wirkenden Kräften unabhängig und völlig dieselbe seyn wird, als wenn der Schwerpunct derselben in Ruhe geblieben wäre, so dafs also auch in diesem zweiten Falle die rotirende und die progressive Bewegung wieder von einander ganz unabhängig seyn werden.

E. Gleichungen der Rotationsflächen.

Da bei physischen Untersuchungen diejenigen Körper so oft vorkommen, die durch Rotation der krummen Linien um irgend eine feste Axe entstehn, so wird es nicht unangemessen seyn, in diesen beiden letzten Abschnitten E und F des Artikels *Umdrehung* das Vorzüglichste über diese durch Umdrehung entstandenen Körper kurz zusammenzustellen.

Was nun zuerst die Ableitung der Gleichung für die Rotationsfläche aus der für die rotirende Curve betrifft, so sey die Gleichung dieser Curve zwischen den beiden senkrechten Coordinaten z und y gegeben und die Coordinatenaxe der z soll zugleich die Rotationsaxe der Curve seyn. Da während der Drehung der Curve die Ordinate y immer denselben Werth beibehält, weil sie den Halbmesser des Kreises bezeichnet, den ihr Endpunct während der Drehung beschreibt, so wird man offenbar in der zwischen z und y gegebenen Gleichung der Curve nur statt y die Gröfse $\sqrt{y^2 + x^2}$ substituiren, um die gesuchte Gleichung der Rotationsfläche zu erhalten, in welcher daher x, y und z die drei unter sich senkrechten

ordinaten dieser Fläche bezeichnen. So hat man für die
lipse, deren Halbaxen a und b sind, wenn die Abscissen
auf deren grofser Axe 2a vom Mittelpuncte genommen
erden,

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

so ist auch sofort

$$\frac{z^2}{a^2} + \frac{y^2 + x^2}{b^2} = 1$$

e Gleichung der Fläche, die durch Rotation der Ellipse
n ihre grofse Axe entsteht. Werden aber die Abscissen z
af der kleinen Axe 2b genommen, so ist die Gleichung der
llipse

$$\frac{z^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1,$$

so auch

$$\frac{z^2}{b^2} + \frac{z^2 + x^2}{a^2} = 1$$

Gleichung der Fläche, die durch Rotation der Ellipse um
e kleine Axe entsteht.

Dieses sehr einfache Verfahren setzt also voraus, dafs die
ordinatenaxe der z auch schon zugleich die Rotationsaxe
r Curve ist. Ist aber dieses nicht der Fall, se mufs man
rst die Gleichung der Curve so ändern, dafs beide Axen
ammenfallen. Um auch davon ein Beispiel zu geben, sey
eder die Gleichung der Ellipse

$$\frac{z'^2}{a^2} + \frac{y'^2}{b^2} = 1,$$

die Abscisse $CQ = z'$ auf der grofsen Axe und die Ordi- Fig. 161.
e $QM = y'$ darauf senkrecht ist.

Die Rotationsaxe AP soll mit der grofsen Axe CQ der
ipse den Winkel Θ bilden, und $CA = c$ soll das Loth seyn,
von dem Mittelpuncte C der Ellipse auf diese Rotations-
gefällt wird. Sind dann die beiden auf einander senk-
hten Linien $AP = z$ und $PM = y$, so hat man, wie man
ht sieht,

$$z' = z \, \text{Cos.}\,\Theta + (y - c) \, \text{Sin.}\,\Theta$$

$$y' = (y - c) \, \text{Cos.}\,\Theta - z \, \text{Sin.}\,\Theta.$$

Substituirt man diese Werthe von y' und z' in der vorhergehenden Gleichung der Ellipse, so erhält man für die Fläche, die durch Rotation der Ellipse um die Axe AP entstanden ist, die Gleichung

$$\left(\frac{u^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}\right)\text{Sin.}^2\Theta+\left(\frac{u^2}{b^2}+\frac{z}{a^2}\right)\text{Cos.}^2\Theta$$

$$+\frac{(b^2-a^2)^2}{a^2b^2}\,uz\,\text{Sin.}2\Theta=1 \quad \ldots . \text{(IX)}$$

wo der Kürze wegen $u=\sqrt{x^2+y^2}-c$ gesetzt worden ist. Setzt man in der letzten Gleichung $\Theta=0$, so hat man

$$\frac{u^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1$$

oder

$$a\sqrt{x^2+y^2}-b\sqrt{a^2-z^2}=ac$$

für den Fall, wo die Rotationsaxe der z mit der groſsen Axe $CQ=a$ der Ellipse parallel ist. Ist überdieſs $c=0$ oder fällt die Rotationsaxe mit der groſsen Axe zusammen, so ist

$$\frac{x^2+y^2}{b^2}+\frac{z^2}{a^2}=1,\ \text{wie zuvor},$$

für das sogenannte *verlängerte Sphäroid.*

Setzt man aber in der Gleichung (IX) den Winkel $\theta=90°$, so hat man

$$\frac{u^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1$$

oder

$$b\sqrt{x^2+y^2}-a\sqrt{b^2-z^2}=bc$$

für den Fall, wo die Rotationsaxe der z mit der kleinen Axe $CB=b$ der Ellipse parallel ist.

Ist auch hier wieder $c=0$ oder fällt die Rotationsaxe mit der kleinen Axe der Ellipse zusammen, so ist

$$\frac{x^2+y^2}{a^2}+\frac{z^2}{b^2}=1,\ \text{wie zuvor};$$

für das sogenannte *abgeplattete Sphäroid.* Ist ferner $a=b$, so geht die Gleichung (IX) in die folgende über

$$\frac{u^2+x^2}{a^2}\,\text{Sin.}^2\Theta+\frac{u^2+x^2}{a^2}\,\text{Cos.}^2\Theta=1$$

oder

$$u^2 + x^2 = a^2,$$

heifst,

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2 - c^2 + 2c\sqrt{y^2 + z^2}$$

r auch

$$\sqrt{y^2 + z^2} - \sqrt{a^2 - x^2} = c$$

die Fläche, die durch die Rotation eines Kreises vom lbmesser a um eine Axe entsteht, deren senkrechte Entfer-ng von dem Mittelpuncte gleich c ist. Ist in dem letzten le c gleich Null, so erhielt man

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

die Fläche, die durch die Rotation eines Kreises vom lbmesser a um seinen Durchmesser entsteht, d. h. für eine *gel.*

Die Theorie der durch Rotation entstandenen Flächen t sich noch allgemeiner auf folgende Art geben. Sind die ichungen der geradlinigen Rotationsaxe

$$x = Az + \alpha$$

l

$$y = Bz + \beta,$$

ist die *allgemeine Gleichung* aller Rotationsflächen

$$-\alpha)^2 + (y - \beta)^2 + z^2 = F.(Ax + By + z) \ldots (X),$$

F irgend eine willkürliche Function bedeutet, so dafs . F.(Ax + By + z) gleich (Ax + By + z) oder gleich .(Ax + By + z) u. dgl. seyn kann. Ist die Rotationsaxe leich die Axe der z, so hat man, da die Gleichungen der rdinatenaxe der z sind $x = 0$ und $y = 0$, oder da hier Gröfsen A und B, so wie a und b verschwinden,

$$x^2 + y^2 = Fz$$

r, was dasselbe ist,

$$z = \varphi.(x^2 + y^2) \ldots (X'),$$

wieder φ eine willkürliche Function bezeichnet.

Differentiirt man die Gleichung (X) in Beziehung auf z x, so erhält man

$$-\alpha) + 2z\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = F'.(Ax + By + z).\left[A + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\right]$$

ebenso, wenn man in Beziehung auf z und y diffe-irt,

$$2(y-\beta)+2z\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=F'.(Ax+By+z).\Big[B+($$

Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen die
$F'.(Ax+By+z)$, so erhält man

$$(\beta-y+Bz)\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)-(\alpha-x+Az)\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$$
$$+A(\beta-y)-B(\alpha-x)=0\ \ldots\ (XI)$$

und dieses ist eine ebenso allgemeine Gleichung alle
tionsflächen, wie die Gleichung (X), nur mit dem
schiede, dafs die Gleichung (X) eine willkürliche F
und (XI) im Gegentheile partielle Differentiale enthä
die Rotationsaxe zugleich die Coordinatenaxe der z,
wieder $A=B=\alpha=\beta=0$, und daher die Gleichung (

$$y\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)-x\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=0\ \ldots\ (XI')$$

Beide Gleichungen (X) und (XI) sind so allgemein, dafs
sie über die Curve, durch deren Umdrehung die Rot
fläche entstehn soll, nichts ausgesagt wird und dafs
diese Curve eine ganz willkürliche seyn kann.

Es ist wichtig, diesen merkwürdigen Unterschie
Gleichungen mit endlichen Gröfsen, mit gewöhnlichen Di
tialen und endlich mit partiellen Differentialen gehöri
zufassen. Die Gleichung

$$(x-A)^2+(y-B)^2+(z-C)^2=R^2$$

z. B. zwischen endlichen Gröfsen gehört bekanntlich fü
Kugel, deren Halbmesser R und deren Coordinaten des
telpuncts A, B und C sind, und durch diese Gleichu
die Gröfse und Lage der Kugel vollkommen bestimmt, s
nur eine individuelle Kugel an einem bestimmten Orte
diese Gleichung ausgedrückt wird. Differentiirt man sie
in Beziehung auf x, y und z, so erhält man

$$(x-A)\partial x+(y-B)\partial y+(z-C)\partial z=0,$$

und diese Gleichung gehört offenbar auch noch für eine
gel, deren Mittelpunct die Coordinaten A, B, C hat, wi
vorige. Aber über den Halbmesser, über die Gröfse d
Kugel wird durch die letzte Gleichung nichts ausgesagt
dafs daher die dieser Gleichung entsprechende Kugel

nem ganz willkürlichen Halbmesser seyn kann, oder dafs sie
e Kugeln bezeichnet, die denselben Mittelpunct haben, wel-
es auch ihre Halbmesser seyn mögen. Differentiirt man die
zte Gleichung noch einmal und nimmt man dabei ∂x con-
nt, so erhält man

$$\partial x^2 + \partial y^2 + \partial z^2 + (y - B)\partial^2 y + (z - C)\partial^2 z = 0$$

d diese Gleichung ist nicht nur von R, sondern auch von
unabhängig, so dafs daher die durch sie ausgedrückte Ku-
l einen ganz willkürlichen Halbmesser hat und dafs auch
ch ihr Mittelpunct eine von der Ebene der yz ganz will-
rliche Distanz A haben kann. Und so wird man sich durch
rtgesetztes Differentiiren immer mehrere Gleichungen ver-
haffen, aus denen man dann auch so viele der Constanten, als
n will, durch Elimination wegschaffen kann. Jede dieser
eichungen, so wie auch jede Combination derselben, wird
eder für eine Kugel gehören, und je weniger von diesen
nstanten in jeder dieser Gleichungen vorkommen, desto all-
neiner wird dadurch die Kugel in Beziehung auf ihre Gröfse
l Lage ausgedrückt erscheinen.

Die Gleichungen der Curven und Flächen mit *gewöhn-
len Differentialen* sind also viel allgemeiner, als die mit
lichen Gröfsen, aber sie drücken doch immer nur eine be-
nmte Gattung von Curven und Flächen, z. B. im letzten
e immer nur wieder eine *Kugel* aus, an der aber einige
Gröfse und Lage bedingende Bestimmungsstücke unserer
llkür überlassen bleiben. Noch viel allgemeiner aber sind
Gleichungen der Flächen mit *partiellen Differentialen*.
drücken nämlich weder die Gröfse, noch die Lage, noch
st die Form der Fläche aus, sondern sie beziehn sich nur
die Art, auf welche diese Fläche entstanden ist. So drückt
Gleichung

$$y\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) - x\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = 0$$

aus, dafs die zu ihr gehörende Fläche durch Rotation
r Curve um die Axe der z entstanden ist, ohne etwas über
Natur dieser Curve selbst weiter zu bestimmen, einer
re, die daher ganz willkürlich ist und selbst discontinuir-
oder auch aus mehreren Curven zusammengesetzt seyn

kann, wie es z. B. eine Curve seyn würde, die man aus freier Hand ganz willkürlich gezogen hätte.

Ist nun die krumme Linie gegeben und die Fläche zu suchen, welche durch die Rotation jener Curve um eine gegebene Axe entsteht, so wird die Auflösung dieses Problems in der Bestimmung der Function φ bestehn, die der Bedingung des Problems genug thut. Sind nämlich $U = 0$ und $V = 0$ die Gleichungen der gegebenen Curve von doppelter Krümmung, so wird man aus ihnen und aus den beiden folgenden Gleichungen

$$Ax + By + z = \omega$$

und

$$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 + z^2 = \varphi\omega$$

nur die Gröſsen x, y und z eliminiren, wodurch man eine Gleichung zwischen $\varphi\omega$ und ω erhält, und diese wird uns die Form der gesuchten Function $\varphi\omega$ geben.

Um dieses auf ein Beispiel anzuwenden, sey die gegebene Curve eine Ellipse in der Ebene der xz, deren halbe groſse und kleine Axe a und b sind. Der Mittelpunct dieser Ellipse sey von dem Anfangspuncte der Coordinaten um die Gröſse $x = c$ entfernt, so daſs demnach die Gleichungen dieser Ellipse sind

$$\left.\begin{array}{c} y = 0 \\ \left(\frac{x-c}{a}\right)^2 + \frac{z^2}{b^2} = 1 \end{array}\right\}$$

Ist die Rotationsaxe zugleich die Axe der z, so hat man $\alpha = \beta = 0$, also auch

$$\left.\begin{array}{c} z = \omega \\ x^2 + y^2 + z^2 = \varphi\omega \end{array}\right\}$$

Eliminirt man aus den letzten vier Gleichungen die drei Gröſsen x, y, z, so erhält man

$$c + \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - \omega^2} = \sqrt{\varphi\omega - \omega^2},$$

so daſs demnach die gesuchte Gleichung der Rotationsfläche seyn wird

$$c + \frac{a}{b}\sqrt{b^2 - z^2} = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

c = a, so hat man

$$ab + a\sqrt{b^2 - z^2} = b\sqrt{x^2 + y^2}$$

die Fläche, die durch Rotation der Ellipse um die Tan-
nte im Scheitel der grofsen Axe entsteht. Ist aber $c = 0$,
erhält man

$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

die Fläche, welche durch Rotation der Ellipse um ihre kleine
e entsteht, oder man erhält die Gleichung des abgeplatte-
Sphäroids, mit dem Obigen übereinstimmend. Ist endlich
=b, so hat man

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

die bekannte Gleichung der Kugel.

Bestimmung der Oberfläche und des Volums derjenigen Körper, die durch Umdrehung von Curven entstanden sind.

Nachdem wir in dem vorhergehenden Abschnitte gezeigt
en, wie man in allen Fällen die Gleichungen der Rota-
sflächen finden könne, ist nur noch übrig, die *Complana-*
(oder den Inhalt dieser Oberflächen) und die *Cubatur*
r den körperlichen Inhalt des von diesen Oberflächen ein-
hlossenen Raumes) zu bestimmen. Wir wollen im Fol-
len den Flächeninhalt dieser Körper durch F und das Vo-
en oder den körperlichen Inhalt derselben durch V be-
hnen. Ist dann die Gleichung irgend einer, auch nicht
h Rotation entstandenen Fläche durch die drei senkrech-
Coordinaten x, y, z gegeben, so sucht man daraus die
iellen Differentiale $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$ und $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$, und dann erhält
die Oberfläche derselben durch die Gleichung

$$F = \int\int \partial x \partial y \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

das Volumen derselben durch

$$V = \int\int\int \partial x \partial y \partial z.$$

Rotationsflächen aber, die durch die Umdrehung einer

Curve entstehn, vorausgesetzt, daſs die Rotationsaxe zugleic die Coordinatenaxe der x ist, hat man die einfacheren Ausdrücke

$$F = 2\pi \int y \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2}$$

und

$$V = \pi \int y^2 \partial x,$$

wo π die Peripherie des Kreises bezeichnet, dessen Durchmesser der Einheit gleich ist. Dreht sich z. B. eine Parab deren Gleichung $y^2 = ax$ ist, um die Axe der x, so ist die Oberfläche des so entstehenden Körpers, des sogenannten parabolischen Konoids,

$$F = \pi \int \partial x \sqrt{a^2 + 4ax} = \frac{\pi}{6a} (a^2 + 4ax)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{6} a^2 \pi,$$

wenn diese Oberfläche vom Scheitel der Parabel gezählt oder wenn $F = 0$ für $x = 0$ genommen wird. Dreht sich ein Kreis vom Halbmesser a um einen seiner Durchmesser und nimmt man die Abscissen auf diesem Durchmesser vom Mittelpunkt an, so hat man für die Gleichung des Kreises

$$x^2 + y^2 = a^2$$

und für die *Oberfläche des Kugelstücks*, das zur Absciss gehört,

$$F = 2a\pi \int \partial x = 2a\pi x,$$

so daſs F mit x zugleich verschwindet. Dieser Ausdruck $x = a$ doppelt genommen giebt die *Oberfläche der ganzen Kugel* gleich $4a^2\pi$ oder viermal so groſs, als die Oberfl eines ihrer gröſsten Kreise, welche letztere bekanntlich $a^2\pi$ ist.

Dreht sich eine Ellipse, deren Gleichung ist

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1,$$

um die Abscissenaxe der x, d. h. um ihre groſse Axe erhält man, wenn $a^2 e^2 = a^2 - b^2$ gesetzt wird, für die Oberfläche des *verlängerten Sphäroids*

$$F = 2b\pi \int \partial x \sqrt{1 - \frac{e^2 x^2}{a^2}}$$

oder, wenn man nach den bekannten Vorschriften integr

$$F = \frac{b\pi x}{a} \sqrt{a^2 - e^2 x^2} + \frac{ab\pi}{e} \text{Arc. Sin.} \frac{e}{a},$$

o F mit x zugleich verschwindet. Nimmt man dieses Inte- al von $x = 0$ bis $x = a$ doppelt, so erhält man für die *berfläche des ganzen verlängerten Sphäroids* den Ausdruck:

$$2b^2\pi + \frac{2ab\pi}{e} \text{Arc. Sin. } e.$$

ür $e = 0$ oder $a = b$ giebt der letzte Ausdruck die Oberfläche r Kugel gleich $4a^2\pi$, wie zuvor. Dreht sich aber dieselbe llipse, deren Gleichung

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$$

, um ihre kleine Axe $2b$, die zugleich die Coordinatenaxe r x ist, so findet man für die *Oberfläche des abgeplatteten häroids*

$$F = 2a\pi \int \partial x \sqrt{1 + \frac{a^2 e^2 x^2}{b^4}},$$

r, wenn man diesen Ausdruck integrirt,

$$= \frac{a\pi x}{b^2} \sqrt{b^4 + a^2 e^2 x^2} + \frac{b^2\pi}{e} \text{Log.} \left(\frac{aex + \sqrt{b^4 + a^2 e^2 x^2}}{b^2} \right)$$
$$- \frac{2b^2\pi}{e} \text{Log. } b,$$

in F mit x zugleich verschwindet. Nimmt man diesen sdruck für $x = +b$ und dann für $x = -b$, so giebt Differenz beider Werthe für die gesuchte Oberfläche des zen abgeplatteten Sphäroids den Ausdruck

$$2a^2\pi + \frac{b^2\pi}{e} \text{Log.} \frac{1+e}{1-e}.$$

$e = 0$ oder $a = b$ giebt der letzte Ausdruck die Oberfläche Kugel gleich $4a^2\pi$, wie zuvor.

Wenn eine Gerade von gegebener Länge sich so be- t, dafs ihre beiden Endpuncte immer auf den zwei Schen- eines rechten Winkels bleiben, so beschreiben die auf- nder folgenden Durchschnittspuncte dieser beweglichen Ge- n eine Curve, welche die Gestalt ADBE hat und die von ihrer Form die *Astrois* nennen kann. Ist C der Fig. 162.

Scheitel des rechten Winkels und ist $\frac{AB}{2} = \frac{DE}{2} = a$ die er-
zeugende Gerade, so hat man, wenn man $CP = x$ und
$PM = y$ setzt, für die Gleichung dieser Curve

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

Dieselbe Gleichung kann man auch durch Einführung eines
Hülfswinkels φ durch die beiden folgenden Gleichungen aus-
drücken:

$$x = a\ \mathrm{Cos.}^3\varphi \text{ und } y = a\ \mathrm{Sin.}^3\varphi,$$

wo dann die Oberfläche F des Körpers, der durch Rotation
der Astrois um die Axe der x entsteht, gleich ist

$$F = -6a^2\pi \int \partial\varphi\, \mathrm{Sin.}^4\varphi\, \mathrm{Cos.}\varphi = -\tfrac{6}{5}a^2\pi\, \mathrm{Sin.}^5\varphi + \tfrac{6}{5}a^2\pi,$$

wenn F mit $\varphi = 90°$ verschwindet. Dieser Ausdruck für
$\varphi = 0$ doppelt genommen giebt die Oberfläche dieses ganzen
Körpers $\frac{12}{5}a^2\pi$.

Fig. 168. Ist ADB die gemeine *Cykloide* und ist $CD = 2a$ der
Durchmesser des diese Curve erzeugenden Kreises, also auch
$AC = CB = a\pi$ die halbe Peripherie dieses Kreises, so
hat man, wenn $AP = x$ und $PM = y$ ist, für die Glei-
chung dieser Curve

$$x = a\, \mathrm{Arc.\,Cos.} \left(1 - \frac{y}{a}\right) - \sqrt{2ay - y^2}.$$

Auch diese Gleichung läſst sich mittelst eines Hülfswinkels
bequemer durch die zwei folgenden Gleichungen ausdrücken:

$$x = a(\varphi - \mathrm{Sin.}\varphi),$$
$$y = a(1 - \mathrm{Cos.}\varphi).$$

Also ist auch die Oberfläche F des durch Rotation der Cykloide
um die Axe der x erzeugten Körpers

$$F = 2\pi a^2 \int \partial\varphi (3\,\mathrm{Sin.}\tfrac{1}{2}\varphi - \mathrm{Sin.}\frac{3\varphi}{2})$$

oder

$$F = \frac{32}{3}a^2\pi + 4\pi a^2 (\tfrac{1}{3}\mathrm{Cos.}\tfrac{3}{2}\varphi - 3\,\mathrm{Cos.}\tfrac{1}{2}\varphi),$$

wenn F mit φ oder x zugleich verschwindet.

Nimmt man diesen Ausdruck für $\varphi = 180°$ zweimal, so
erhält man für die Fläche des Körpers, der durch Rotation

r ganzen Cykloide ADB um die Axe AB entsteht, den Ausdruck $F' = \frac{64}{3} a^2 \pi$. Dreht sich aber der Bogen ADB um Tangente EDF in dem höchsten Puncte D der Cykloide, erhält man die ganze Rotationsfläche

$$F'' = \frac{32}{3} a^2 \pi.$$

eht sich derselbe Bogen ADB um die Axe CD, so erhält n für die Rotationsfläche

$$F''' = 8 a^2 \pi (\pi - \tfrac{4}{3}).$$

eht sich endlich der Bogen ADB um die Tangente AE im nfangspuncte A, die daselbst auf AB senkrecht steht, so erlt man für die ganze Rotationsfläche

$$F^{IV} = 16 a^2 \pi^2.$$

Dasselbe Verfahren läſst sich auch auf die *Cubatur* dieser tationsflächen anwenden. So hat man für das so eben behtete parabolische Konoid das gesuchte Volumen

$$V = \pi \int y^2 \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2} = a \pi \int x \partial x = \tfrac{1}{2} a \pi x^2.$$

eht sich ein Kreis vom Halbmesser a um einen seiner rchmesser, und nimmt man die Abscissen x auf diesem rchmesser von dem Endpuncte desselben, so ist die Gleiung des Kreises

$$y^2 = 2ax - x^2,$$

o auch das Volumen desjenigen Theils der *Kugel*, das zu r Abscisse x gehört,

$$V = \pi x^2 (a - \tfrac{1}{3} x).$$

mmt man diesen Ausdruck für $x = a$ doppelt, so erhält man das Volumen der ganzen $\frac{4}{3} a^3 \pi$.

Für das oben angeführte *verlängerte Sphäroid* hat man

$$V = \frac{b^2 \pi x}{a^2} (a^2 - \tfrac{1}{3} x^2),$$

nn V mit x zugleich verschwindet. Dieser Ausdruck für $= a$ doppelt genommen giebt das Volumen dieses ganzen häroids gleich $\frac{4}{3} a b^2 \pi$. Für $a = b$ wird der letzte Werth $^3\pi$ gleich dem Volumen der Kugel, wie zuvor. Ebenso für das *abgeplattete Sphäroid*

$$V = \frac{a^2 \pi x}{b^2}(b^2 - \tfrac{1}{3}x^2),$$

welcher Ausdruck für $x = b$ doppelt genommen das Volum dieses ganzen Körpers gleich $\frac{4}{3} a^2 b \pi$ giebt, und dieser Ausdruck geht ebenfalls für $a = b$ in den bereits mehrmals erwähnten Werth $\frac{4}{3} a^3 \pi$ der Kugel über.

Für das oben angeführte *cykloidische Sphäroid* hat man, wenn AB die Rotationsaxe ist,

$$V = \frac{a^3 \pi}{12}(30\varphi - 45\,\mathrm{Sin.}\,\varphi + 45\,\mathrm{Sin.}\,2\varphi - \mathrm{Sin.}\,3\varphi).$$

Dieser Werth für $\varphi = \pi$ doppelt genommen giebt das Volumen des ganzen Körpers gleich $5 a^3 \pi^2$. Ist EDF die Rotationsaxe, so hat man

$$V = \frac{a^3 \pi}{12}(6\varphi - 3\,\mathrm{Sin.}\,\varphi - 3\,\mathrm{Sin.}\,2\varphi + \mathrm{Sin.}\,3\varphi),$$

und dieser Werth für $\varphi = \pi$ doppelt genommen giebt das Volumen des ganzen Körpers gleich $a^3 \pi^2$. Ist CD die Rotationsaxe, so hat man

$$V = a^3 \pi [\varphi^2 (\tfrac{1}{2} - \mathrm{Cos.}\,\varphi) + 2\varphi(\mathrm{Sin.}\,\varphi - \mathrm{Sin.}\,2\varphi)]$$
$$+ a^3 \pi [\tfrac{5}{4}\,\mathrm{Cos.}\,\varphi - \mathrm{Cos.}\,2\varphi + \tfrac{1}{12}\,\mathrm{Cos.}\,3\varphi - \tfrac{1}{3}].$$

Für $\varphi = \pi$ erhält man das Volumen des ganzen so entstehenden Körpers gleich

$$\frac{3 a^3 \pi}{2}[\pi^2 - \tfrac{16}{9}]$$

Ist endlich die Tangente AE im Scheitel A die Rotationsaxe, so erhält man

$$V = a^3 \pi [\tfrac{5}{4}\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + \tfrac{1}{4}\,\mathrm{Cos.}\,2\varphi + \tfrac{1}{12}\,\mathrm{Cos.}\,3\varphi - \tfrac{19}{12}]$$
$$+ a^3 \pi [2\varphi\,\mathrm{Sin.}\,\varphi - \tfrac{1}{2}\varphi\,\mathrm{Sin.}\,2\varphi - \varphi^2 (\tfrac{1}{2} + \mathrm{Cos.}\,\varphi)].$$

Für $\varphi = 2\pi$ erhält man das Volumen des ganzen so entstehenden Körpers gleich $6 a^3 \pi^3$.

Bei dieser Gelegenheit mufs aber auch einer andern Art der Complanation und der Cubatur der Flächen erwähnt werden, die eigentlich in das Gebiet der Statik gehört, aber auch bei geometrischen Untersuchungen oft von grofsem Nutzen seyn kann. Sey MaNb eine Curve und AP eine in der Ebene dieser Cur-

Fig. 164.

kürlicher Richtung gezogene Gerade, die ganz aufser dieser fällt oder sie höchstens in einem einzigen Puncte berührt. ner C der Schwerpunct der Peripherie dieser Curve und Y ein Loth aus diesem Schwerpuncte auf jene Gerade Nennt man dann S die Peripherie oder den Umfang der Curve, so ist die Oberfläche F des Körpers, der Rotation jener Curve um die Axe der AP entsteht,

$$F = 2\pi . YS,$$

ebenso ist auch, wenn wieder C den Schwerpunct der und f diese Fläche der Curve, d. h. den von der Peripherie derselben eingeschlossenen Raum bezeichnet, das Volumen V des Körpers, der durch Rotation jener Curve um die der AP entsteht, gleich

$$V = 2\pi . Yf.$$

erhält also: die Oberfläche F des so entstehenden Rotationskörpers ist gleich der Länge S der erzeugenden Curve, multiplicirt in die Peripherie $2\pi Y$ des Kreises, der während Rotation von dem Schwerpuncte des Bogens der Curve beschrieben wird, und ebenso ist das Volumen V des so entstehenden Rotationskörpers gleich der Fläche f der erzeugenden Curve, multiplicirt in die Peripherie $2\pi Y$ des Kreises, den der Schwerpunct der Fläche dieser Curve während Rotation beschreibt[1].

Diese Ausdrücke von F und V werden uns also die Oberfläche und das Volumen dieser Rotationskörper gleichsam alle Rechnung in allen den Fällen kennen lehren, wo Umfang S und die Fläche f der erzeugenden Curve bekannt sind und wo der Ort des Schwerpunctes derselben zugleich der Mittelpunct dieser Curve ist, so dafs um diesen Bogen und Fläche der Curve zu allen Seiten gleich vertheilt sind. So ist z. B. der Schwerpunct des Kreises, der Ellipse oder aller regelmäfsigen Polygone zugleich Mittelpunct; so ist der Schwerpunct der Parallelogramme

---

1 Dieses Verfahren ist unter der Benennung der *Guldin'schen* bekannt. Guldin, ein Jesuit aus St. Gallen, hat sie in seinem Werke: *De centro gravitatis.* Viennae 1640 vorgetragen, aber sie sich auch schon im VII. Buche der mathematischen Sammlungen Pappus, eines Griechen aus der Alexandrinischen Schule.

zugleich der Durchschnittspunct ihrer Diagonalen u.
Kennt man also auch den Umfang S oder die Fläche f
Figuren, so kann man mittelst der vorhergehenden Glei
gen auch die Oberfläche F und das Volumen V der
die Rotation dieser Figuren um irgend eine aufser il
gende Axe entstehenden Körper bestimmen. Ist z. B. die
gende Curve ein Kreis MAN vom Halbmesser $CA = a$ u
der Mittelpunct C dieses Kreises von der Rotationsaxe P
die senkrechte Distanz $CP = d$ entfernt, so ist die Peri
dieses Kreises

Fig. 166.

$$S = 2a\pi$$

und die Fläche desselben

$$f = a^2\pi.$$

Setzt man daher $Y = d$, so geben jene beiden Gleich
für die Oberfläche des Körpers, der durch die Rotation d
Kreises um die Axe PQ entsteht,

$$F = 4ad\pi^2$$

und für das Volumen desselben

$$V = 2a^2 d\pi^2.$$

Ist $d = a$ oder wird der Kreis um eine seiner Tangenten
dreht, so erhält man für den Rotationskörper, da $d = a$ i

$$F = 4a^2\pi^2$$

und

$$V = 2a^3\pi^2.$$

Ist in derselben Figur MAN eine Ellipse, deren halbe A
a und b sind und deren Mittelpunct C ist, so hat man
der, wenn $CP = Y = d$ ist, für die Fläche dieser Ellipse

$$f = ab\pi.$$

Ist aber $a^2 e^2 = a^2 - b^2$ und vernachlässigt man die ac
und höheren Potenzen der Excentricität e, so hat man bekan
lich für die Peripherie der Ellipse

$$S = 2a\pi\left[1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 - \ldots\right],$$

so dafs man daher für den Körper, der durch Rotation die
Ellipse um die Axe PQ entsteht, erhält:

Oberfläche $F = 4ad\pi^2 . \left[1 - \frac{e^2}{4} - \frac{3}{64}e^4 - \frac{5}{256}e^6 - \right.$

Volumen $V = 2abd\pi^2.$

Ist $a = b$, also auch e gleich Null, oder geht die Ellipse
einen Kreis über, so geben die letzten Gleichungen

$$F = 4 a d \pi^2$$

d

$$V = 2 a^2 d \pi^2, \text{ wie zuvor.}$$

Bemerken wir noch, dafs die zwei vorhergehenden Aus-
ücke

$$F = 4 a^2 \pi \quad \text{und} \quad V = 2 a^3 \pi^2,$$

elche die Oberfläche und das Volumen des Körpers geben,
er durch Umdrehung eines Kreises um eine seiner Tangen-
n entstanden ist, zugleich die Complanation und die Cuba-
ır des Körpers geben, dessen Gleichung

$$\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{a^2 - z^2} = a$$

ir bereits oben (Abschnitt E) gefunden haben. Substituirt
an nämlich die Werthe von x, y und z und von ihren
ifferentialen aus der letzten Gleichung in den beiden folgen-
en Ausdrücken

$$F = \iint \partial x \, \partial y \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}$$

d

$$V = \iiint \partial x \, \partial y \, \partial z,$$

sind diese vollständigen Integrale, wie man aus dem Vor-
rgehenden sieht, gleich

$$F = 4 a^2 \pi^2$$

d

$$V = 2 a^3 \pi^2.$$

die oben angeführte *Astrois*, deren Gleichung ist

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}},$$

et man den Umfang der ganzen Curve

$$S = 6 a$$

d die Fläche derselben

$$f = \frac{3 a^2 \pi}{8}.$$

daher wieder d der senkrechte Abstand des Mittelpuncts
der Rotationsaxe, so hat man

$$F = 12 a d \pi$$

d

$$V = \tfrac{3}{4} a^2 d \pi^2,$$

und alle diese Ausdrücke für F und V bleiben unverändert, wie auch die Ellipse oder die Astrois vor ihrer Rotation um ihren Mittelpunct gewendet werden mag, so dafs z. B. die Lage der grofsen Axe der Ellipse gegen die Rotationsaxe auf die Werthe von F und V keinen Einflufs hat. Anders verhält es sich, wenn die Rotationsaxe ihre Lage ändert, weil dann auch die senkrechte Entfernung $Y = d$ des Mittelpuncts von der Rotationsaxe geändert wird, wie denn auch in der That die beiden obigen Werthe von

$$F = 2\pi . Y S \text{ und } V = 2\pi . Y f$$

für *dieselbe* Curve sich nur ändern, wenn die Distanz Y sich ändert, wobei noch bemerkt werden mufs, dafs die Rotationsaxe immer ganz aufser der Curve fallen mufs oder sie höchstens in einem Puncte berühren darf. Wird z. B. die Astrois um eine Gerade gedreht, die durch den Punct D oder E parallel mit der Abscissenaxe A B geht, so ist $Y = d = a$ und daher

Fig. 162.

$$F' = 12 a^2 \pi \text{ und } V' = \tfrac{3}{4} a^3 \pi^2,$$

und wird endlich die Rotationsaxe durch zwei benachbarte Spitzen der Curve, z. B. durch die Puncte B und E, gelegt, so ist $Y = d = \frac{a}{\sqrt{2}}$, also auch für den so entstehenden Rotationskörper

$$F'' = \frac{12 a^2 \pi}{\sqrt{2}} \text{ und } V'' = \frac{3 a^3 \pi^2}{4\sqrt{2}}.$$

Betrachten wir noch zum Schlusse dieses Gegenstandes diejenigen Körper, die durch Rotation eines Quadrats um irgend eine aufser demselben liegende Axe entstehn. Sey ABCD dieses Quadrat, und nehmen wir die Diagonalen desselben $AD = BC = 2a$ an, so ist die Seite des Quadrats $b = a\sqrt{2}$ und der Umfang $S = 4a\sqrt{2}$, so wie die Oberfläche desselben $f = 2a^2$. Bezeichnet daher hier wieder $Y = d$ den senkrechten Abstand OP des Mittelpuncts der Figur von der Rotationsaxe PQ, so hat man für den so entstehenden Körper

Fig. 166.

$$F = 8 a d \pi \sqrt{2} = 8 b d \pi,$$
$$V = 4 a^2 d \pi = 2 b^2 d \pi,$$

und diese Werthe von F und V bleiben dieselben, welche

ige auch die Seite AB des Quadrats gegen die Rotations-e annehmen mag, so lange nur der Durchschnitt O der iagonalen seinen Ort nicht ändert. Dreht sich aber das uadrat ABCD um eine seiner Seiten AB, so ist $d = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}b$, so auch

$$F' = 8a^2\pi = 4b^2\pi$$

id

$$V' = 2a^3\pi\sqrt{2} = b^3\pi.$$

reht sich endlich das Quadrat um eine Gerade pq oder p'q', e durch eine Spitze des Quadrats parallel mit der ihr ge-enüberstehenden Diagonale geführt wird, so hat man $d = a$ od daher für den auf diese Weise durch Umdrehung des Quaats entstandenen Körper

$$F'' = 8a^2\pi\sqrt{2} = 4b^2\pi\sqrt{2}$$

id

$$V'' = 4a^3\pi = b^3\pi\sqrt{2}.$$

L.

Umhüllung.

Obvolutio; Enveloppe; *Envelope.*

Wenn ein Kreis, dessen Halbmesser sich nach einem timmten Gesetze ändert, auf einer gegebenen krummen Li-fortschreitet, so wird der Raum, welchen die Fläche die-Kreises während seiner Bewegung beschreibt, von einer leren krummen Linie begrenzt seyn, die jenen Kreis in al-seinen Lagen einschliefst und die daher die *Umhüllende* r auch die *Einhüllende* (*Enveloppe*) aller jener Kreise ge-int wird. Die Lehre von der Umhüllung der Curven ist n dem höchsten Interesse in der mathematischen Analysis, der Astronomie und ebenfalls bei vielen Untersuchungen Physik, daher sie hier, in ihren Grundzügen wenigstens, ht übergangen werden darf. Wir werden weiter unten[1] eine htige Anwendung derselben auf die Bewegung der Kör-in widerstehenden Mitteln finden. Hier bemerken wir , dafs dieser Gegenstand auf das Innigste mit der Theorie

1 S. Art. *Widerstand.*

der sogenannten *particulären Integrale* und mit der Integ-
tion der Differentialgleichungen mit partiellen Differential
im Zusammenhange steht[1].

Sey $U=0$ die Gleichung irgend einer ebenen Curve zwi-
schen den veränderlichen Coordinaten x, y und einer Const
a. So lange diese Constante denselben bestimmten We
beibehält, wird auch die Gleichung $U=0$ eine bestimm
individuelle Curve bezeichnen. Wenn man aber diesem P
rameter a nach und nach verschiedene Werthe giebt, so wi
auch die Gleichung $U=0$ nach und nach zwei unter ein
der ähnliche, aber ihrer Gröfse und Lage nach verschiede
Curven ausdrücken. Läfst man in dieser Gleichung U=
die Constante a in ihren nächstfolgenden Werth $a+\partial$
übergehn, so wird man eine neue, der vorhergehenden i
Gröfse und Lage unendlich nahe Curve erhalten, und beid
Curven werden einander in einem oder in mehreren Puncte
schneiden. Die Durchschnittspuncte dieser zwei nächsten Cu
ven werden aber diejenigen Puncte der ersten Curve seyn, f
welche sich die Coordinaten x und y nicht ändern, währ
a sich ändert und in $a+\partial a$ übergeht. Wenn man also d
gegebene Gleichung $U=0$ in Beziehung auf a differentiirt,
wird die Gleichung $\left(\frac{\partial U}{\partial a}\right)=0$ für jenen Durchschnittspu
der beiden Curven gehören, und da dieser Durchschnittspu
zugleich auf der ersten Curve liegt, so werden die beid
Gleichungen dieses Durchschnittspunctes je zweier nächst
dieser Curven seyn

$$\left.\begin{aligned} U &= 0 \\ \left(\frac{\partial U}{\partial a}\right) &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (I)$$

Wenn man also aus diesen zwei Gleichungen (I) die Wert
von x und y, in a ausgedrückt, durch Elimination sucht,
werden die so erhaltenen Werthe von x und y die Coord
naten des Durchschnittspuncts von je zwei nächsten Curv
geben, und man wird auf diese Art so viele dieser Durc
schnittspuncte erhalten, als man der Gröfse a verschiede
Werthe geben kann. Allein die stetige Aufeinanderfolge d

1 Vergl. Lacroix, Traité du calcul diff. et intégral. T. II.

r Durchschnittspuncte, welche nach einem bestimmten Ge-
tze fortgeht, das von der gegebenen Gleichung $U = 0$ ab-
ngt, wird offenbar wieder eine *neue Curve* bilden, und man
ird die Gleichung dieser Curve in x und y erhalten, wenn
an die beiden Gleichungen (I) von der sie particularisiren-
en Constante α unabhängig macht, d. h. wenn man aus die-
n beiden Gleichungen die Gröſse α eliminirt.

Man sieht aus dieser Erklärung, daſs diese Curven, die
eichsam aus den sämmtlichen Durchschnittspuncten der ge-
benen Curve in allen ihren Lagen besteht, zugleich dieje-
ige ist, welche die gegebene Curve in allen ihren Lagen be-
ihrt oder mit ihr eine gemeinschaftliche Tangente hat und
e daher ringsum einschlieſst oder umhüllt, daher sie auch
e *umhüllende Curve* von der gegebenen, beweglichen Curve
nannt wird. Nehmen wir, um dieses sofort durch ein Bei-
iel deutlich zu machen, an, der Mittelpunct eines Kreises
ewege sich auf der Axe der x so, daſs das Quadrat seines
ränderlichen Halbmessers immer gleich der Abscisse α des
ittelpuncts multiplicirt in eine Constante b ist. Um die
rve zu finden, welche alle diese Kreise umhüllt, hat man
t die Gleichung des Kreises in irgend einer seiner Lagen

$$y^2 + (x - \alpha)^2 = \alpha . b$$

d davon ist das Differential in Beziehung auf die Con-
nte α

$$2(\alpha - x) = b.$$

iminirt man daher aus diesen beiden Gleichungen die Gröſse
, so erhält man

$$y^2 = bx + \tfrac{1}{4} b^2$$

r die umhüllende Curve, die also, wie man sieht, die Apol-
nische Parabel ist.

Dieselbe Gleichung fand Leibnitz[1], aber als Auflösung
ner ganz anderen Aufgabe. Er suchte nämlich die Curve,
r welche die Gleichung statt hat

$$(\text{Normale})^2 = b . (x + \text{Subnormale}),$$

o b eine Constante ist.

---

1 Acta Eruditorum. Lips. Ann. 1694.

Diese Gleichung läfst sich, da bekanntlich

$$\text{Normale} = \frac{y}{\partial x} \sqrt{\partial x^2 + \partial y^2}$$

und

$$\text{Subnormale} = \frac{y \partial y}{\partial x}$$

ist, auch auf folgende Weise ausdrücken

$$\frac{y \partial y}{\partial x} = \tfrac{1}{2} b + \sqrt{\tfrac{1}{4} b^2 + b x - y^2} \quad . . \quad (A)$$

Es mochte ihm, dem deutschen Erfinder der damals wenig entwickelten Infinitesimalrechnung, Schwierigkeit ge- haben, das Integral dieser Gleichung (A) zu finden, aber Scharfsinn bahnte ihm einen anderen neuen Weg, inde- die gesuchte Curve durch die auf einander folgenden Du- schnitte von Kreisen entstehn läfst, deren Mittelpuncte auf der Axe der x liegen. Dann werden die Halbmesser ser Kreise die Normalen der gesuchten Curve seyn die Summe der Abscisse und Subnormale wird gleich der scisse des Mittelpuncts seyn. Heifst daher α die Absciss Mittelpuncts und r der Halbmesser des Kreises, so is Gleichung desselben

$$y^2 + (x - \alpha)^2 = r^2,$$

und da nach der Bedingung der Aufgabe $r^2 = b . \alpha$ ist, hat man

$$y^2 + (x - \alpha)^2 = b . \alpha.$$

In dieser Gleichung läfst Leibnitz blofs die Gröfse α v- ren, wodurch er erhält

$$\alpha = \tfrac{1}{2} b + x,$$

und indem er diesen Werth von α in der vorhergehe- Gleichung substituirt, erhält er

$$y^2 = b x + \tfrac{1}{4} b^2$$

für die Parabel, wie zuvor. Allein das wahre allgemein- tegral der gegebenen Gleichung (A) ist, wie man jetzt aus dem Compendium dieser Wissenschaft lernen kann,

$$x - C + \sqrt{\tfrac{1}{4} b^2 + b x - y^2} = 0,$$

wo C die Constante der Integration bezeichnet. Diese G- chung gehört bekanntlich für einen Kreis, dessen Halbmess-

$$R = \sqrt{b(\tfrac{1}{2}b + C)}$$

dessen Coordinaten des Mittelpuncts

$$X = \tfrac{1}{2}b + C \text{ und } Y = 0$$

l, so daſs also auch hier der Halbmesser

$$R = \sqrt{b.X}$$

Allein auch die obige Gleichung

$$y^2 = bx + \tfrac{1}{4}b^2$$

Parabel thut der gegebenen Gleichung (A) genug, kann r, da sie keine allgemeine Constante enthält, nicht als das egral, sondern nur als eine particuläre Auflösung der Gleiung (A) angesehn werden.

Dieses war der erste Versuch, die Differentiation auch die constanten Gröſsen auszudehnen. Er führte Leibnitz einem Fehlschluſs, aber er muſs doch als der Keim einer wichtigsten Entdeckungen und einer der interessantesten eiterungen der Analysis angesehn werden.

Es bewege sich, in einem zweiten Beispiele, der Mittelt eines Kreises vom constanten Halbmesser r auf einer nmen Linie, deren Gleichung durch $x = \alpha$ und $y = \varphi\alpha$ ben ist. Um die Curve zu finden, welche alle diese se umhüllt, hat man für die Gleichung des Kreises in ireiner seiner Lagen

$$(x - \alpha)^2 + (y - \varphi\alpha)^2 = r^2$$

davon ist das Differential in Beziehung auf α

$$x - \alpha + (y - \varphi\alpha).\frac{\partial\varphi\alpha}{\partial\alpha} = 0,$$

ſs, dem Vorhergehenden zufolge, die Elimination der e α aus diesen beiden Gleichungen die gesuchte Gleig der umhüllenden Curve geben wird. Ist also für eibesondern Fall die Curve, auf deren Peripherie sich der lpunct jenes Kreises bewegt, wieder ein Kreis vom Halbr R, so hat man

$$\varphi\alpha = \sqrt{R^2 - \alpha^2},$$

ind auch jene zwei Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l}(x-\alpha)^2 + (y - \sqrt{R^2 - \alpha^2})^2 = r^2 \\ (x-\alpha)\sqrt{R^2 - \alpha^2} - \alpha y + \alpha\sqrt{R^2 - \alpha^2} = 0\end{array}\right\}.$$

Die letzte dieser zwei Gleichungen giebt

$$\alpha = \frac{Rx}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

und dieser Werth von α in der ersten substituirt giebt

$$x^2 + y^2 = (R \pm r)^2$$

für die gesuchte einhüllende Curve, die demnach aus dem vorigen concentrischen Kreisen bestehn wird, von der eine $R + r$ und der andere $R - r$ zum Halbmesben wird.

Durch dasselbe Mittel der Differentiation der Ccten lassen sich auch mehrere andere interessante Au auflösen. Wenn z. B. eine gerade Linie sich so bewege dafs die Summe ihrer Entfernungen von dem Anfang der Coordinaten, in der Axe der x und der y gezählt, gleich einer constanten Gröfse c ist, so läfst sich auch diejenige Curve finden, die durch die auf einander fol. Durchschnittspuncte dieser Geraden mit ihrer nächstlie entsteht. Ist nämlich a die Entfernung dieser Geraden Anfange der Coordinaten in der Richtung der x und b in der Richtung der y, so ist die Gleichung der G in irgend einer ihrer Lagen

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$$

und da nach der Bedingung der Aufgabe

$$a + b = c$$

seyn soll, so hat man auch

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{c - a} = 1.$$

Das Differential der letzten Gleichung in Beziehung auf aber

$$a = \tfrac{1}{2}(c + x - y)$$

und dieser Werth von a in der vorhergehenden Glei substituirt giebt

$$(y - x)^2 - 2c(x + y) + c^2 = 0$$

für die Gleichung der gesuchten Curve, die demnach Parabel ist. Soll sich aber die Gerade so bewegen, da senkrechter Abstand vom Anfange der Coordinaten i

ich einer constanten Gröfse R ist, so hat man, wenn α den inkel der Geraden mit der Axe der x bezeichnet, für die ichung der beweglichen Geraden

$$x \,\text{Sin.}\,\alpha + y \,\text{Cos.}\,\alpha = R\,.$$

s Differential dieses Ausdrucks in Beziehung auf α giebt er

$$\text{Tang.}\,\alpha = \frac{x}{y},$$

o hat man auch, wenn man diesen Werth von α in der hergehenden Gleichung substituirt,

$$x^2 + y^2 = R^2$$

die gesuchte Curve, die durch die Durchschnittspuncte der rähnten beweglichen geraden Linie entsteht. Diese Curve daher ein Kreis vom Halbmesser R.

Die einfachste und zugleich ganz allgemeine Gleichung er geraden Linie ist bekanntlich

$$y = ax + b,$$

von den beiden Constanten a die trigonometrische Tan- e des Winkels bezeichnet, welchen die Gerade mit der der x bildet, und b die Ordinate y der Geraden für den angspunct der Coordinaten oder für $x = 0$ ist. Nimmt nun die Gröfse $b = c.a^n$, wo c und n beständige Grö- bezeichnen, so wird die Gleichung der Geraden

$$y = ax + c.a^n \quad . \; . \; . \quad (I)$$

BM diese Gerade, AX und AY die senkrechten Coordi- naxen, also $AM = b$ und a gleich der Tangente des Win- MBA. Aendert man nun die Gröfse $AM = b$, so dafs der neue Werth von b gleich $b' = Am$ wird, so wird daraus auch den neuen Werth von a oder $a' = \text{Tang.}\,MbA$ lst der oben aufgestellten Gleichung $b' = c\,.\,a'^n$ oder

Fig. 167.

$$a' = \sqrt[n]{\frac{b'}{c}}$$

n, und sonach die neue Lage der Geraden mb bestim- können, wo dann die beiden Geraden MB und mb sich dwo in einem Puncte n schneiden werden. Ist ebenso Am' ein dritter Werth von b, so findet man den dazu-

gehörenden Werth von a oder $a'' =$ Tang. $M b' A$ dur[illegible] Gleichung

$$a'' = \sqrt[n]{\frac{b''}{c}}$$

und man wird daher auch diese dritte Lage $m' b'$ verzei[illegible] können, wo dann die zweite und dritte Lage sich im [illegible] n' schneiden mögen. Ebenso erhält man für einen vierten [illegible] von $b = A m''$ die Lage $m'' b''$, welche die vorherge[illegible] $m' b'$ im Puncte n'' schneidet, u. s. w. Nimmt man die ersten willkürlichen Werthe von $b, b', b'' \ldots$ nu[illegible] wenig unter einander verschieden an, so werden auch d[illegible] wähnten Durchschnittspuncte $n, n', n'' \ldots$ sehr nahe a[illegible] ander liegen, und sie werden, wenn sie einander in der unendlich nahe sind, eine continuirliche Curve bilden, [illegible] Gleichung zwischen den veränderlichen Coordinaten AP und $PQ = y$ wir nun suchen müssen. Allein diese [illegible] chung folgt, nach dem Vorhergehenden, sofort aus der [illegible] chung (I), wenn man dieselbe bloſs in Beziehung au[illegible] Gröſse a differentiirt. Durch dieses Verfahren erhält nämlich

$$a^{n-1} = -\frac{x}{nc} \text{ oder } a = \left(-\frac{x}{nc}\right)^{\frac{1}{n-1}},$$

und wenn man diesen Werth von a in der Gleichun[illegible] substituirt, so erhält man für die gesuchte Gleichung der [illegible] $n\, n'\, n'' \ldots$ den folgenden Ausdruck

$$y = \left(-\frac{x}{nc}\right)^{\frac{1}{n-1}} . x + c . \left(-\frac{x}{nc}\right)^{\frac{n}{n-1}} \ldots$$

Diese Gleichung (II) giebt, um nur einige specielle Fälle anzuführen,

$$\text{für } n = 2 \quad \ldots \quad y = -\frac{x^2}{4c}$$

und

$$\text{für } n = -1 \quad \ldots \quad y = 2\sqrt{cx},$$

also in beiden Fällen die Apollonische Parabel. Für $n =$ [illegible] aber erhält man

$$y^3 = \frac{27}{4} c x^2$$

er die *Neil'sche Parabel*, und ebenso giebt $n = \frac{1}{2}$ die Glei-
ung

$$4xy + c^2 = 0$$

r gleichseitigen Hyperbel u. s. w.

Die vorhergehenden interessanten Betrachtungen lassen
h, wie man ohne Mühe sieht, auch leicht auf die Bestim-
ung solcher *Flächen* anwenden, welche durch die stetige
ufeinanderfolge oder durch die fortwährende gegenseitige
hneidung einer gegebenen Fläche entstehn, die sich nach
nem bestimmten Gesetze bewegt. Wenn z. B. der Mittel-
nct eines Ellipsoids sich auf der Peripherie eines Kreises
er einer Parabel bewegt, so werden sich je zwei nächste
gen dieses Ellipsoids in irgend einer krummen Linie schnei-
n, und die Aufeinanderfolge dieser Durchschnittscurven wird
e Fläche bilden, welche das Ellipsoid in allen seinen La-
n umhüllt und berührt und welche daher die *einhüllende*
äche aller dieser Ellipsoide seyn wird.

Sey überhaupt $U = 0$ die Gleichung einer solchen be-
glichen Fläche zwischen den drei senkrechten Coordinaten
y, z und irgend einer Constante α. Giebt man dieser
ſse α nach und nach alle mögliche Werthe, so wird man
e Folge von Flächen erhalten, deren jede von den andern
r durch ihren besondern Werth von α verschieden ist.
bt man z. B. der Gröſse α den ihr nächstfolgenden Werth
$+ \partial\alpha$, so hat man die Gleichung der nächstfolgenden Flä-
, die durch ihre Gestalt und Lage von der vorhergehen-
nur unendlich wenig verschieden seyn und daher auch
se im Allgemeinen in irgend einer Curve schneiden wird.
ese Curve ist aber offenbar nichts Anderes, als die gemein-
aftliche Berührungslinie der beiden eingehüllten Flächen mit
er einhüllenden, und die Puncte dieser Curve werden die-
igen der ersten eingehüllten Fläche seyn, für welche die
erthe von x, y, z sich nicht ändern, während sich α in
$+ \partial\alpha$ ändert, das heiſst also: differentiirt man die gegebene
eichung $U = 0$ bloſs in Beziehung auf α, so gehört die
ultirende Gleichung für jene Durchschnittscurve den beiden

nächsten Flächen, und da diese Curve auch zugleich gan
der ersten dieser zwei Flächen liegen mufs, so sind di
den Gleichungen der Curve, in welcher sich zwei nächs
gehüllte Flächen schneiden,

$$U = 0 \quad \ldots \quad (I)$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial \alpha}\right) = 0 \quad \ldots \quad (II)$$

und diese Curve ist zugleich, wie bereits bemerkt, die
in welcher zwei nächste eingehüllte Flächen von der sie
schliefsenden einhüllenden Fläche berührt werden.
Curve wird nach Monge, dem wir diese ganze schöne
rie verdanken, die *Charakteristik* genannt[1]. Giebt man
in den beiden Gleichungen (I) und (II) der Gröfse α
und nach alle mögliche Werthe, so erhält man auch a
einander folgende Charakteristiken, die sich sämmtlich
gesuchten einhüllenden Fläche befinden und aus denen
wenn man so sagen darf, gleichsam zusammengesetzt ist

Eliminirt man daher aus diesen beiden Gleichung
jede einzelne Charakteristik particularisirende Gröfse α,
hält man in x, y, z eine einzige Gleichung, welche, d
von α ganz unabhängig ist, für alle Charakteristiken
men, d. h. also, welche für die gesuchte *einhüllende* F
selbst gehören wird.

Monge geht in seinem angeführten Werke noch w
indem er auch die zweiten Differentiale der gegebenen
chung $U = 0$ in seine Betrachtungen mit aufnimmt. I
wir aber hier diese, dem Physiker weniger nothwendigen
weiterungen übergehn, wollen wir das Vorhergehende
einige Beispiele deutlicher zu machen suchen.

Auf der Ebene der xy sey irgend eine Curve ver
net, deren Gleichung

$$y = \varphi x$$

seyn soll. Auf dieser Curve bewege sich der Mittelpunc
ner Kugel vom Halbmesser r. Man suche diejenige F
welche diese Kugel in allen ihren Lagen umhüllt.

---

1 Application de l'Analyse à la Géométrie. 4me éd. P
1809. 4.

Ist α der Werth von x für irgend eine bestimmte Lage Mittelpuncts der Kugel, also auch $\varphi\alpha$, nach der Gleiung $y = \varphi x$, der ihm entsprechende Werth von y, so hat für die Gleichung der beweglichen Kugel

$$(x-\alpha)^2 + (y-\varphi\alpha)^2 + z^2 = r^2 \quad . \; . \; . \quad (I)$$

fferentiirt man diese Gleichung in Beziehung auf α und setzt Kürze wegen $\varphi'\alpha = \frac{\partial . \varphi\alpha}{\partial \alpha}$, so erhält man

$$x - \alpha + (y - \varphi\alpha) . \varphi'\alpha = 0 \quad . \; . \; . \quad (II)$$

I die Gleichungen (I) und (II) zusammengenommen gehö- für die *Charakteristik* der gesuchten einhüllenden Fläche. iminirt man aber aus diesen zwei Gleichungen die Gröfse *so erhält* man eine Gleichung in x, y, z, welche die ge*hte* Gleichung der einhüllenden Fläche selbst ist. Da diese mination nicht vorgenommen werden kann, so lange die nction φx oder $\varphi\alpha$ nicht bestimmt ist, so wollen wir einen speciellen Fall dieses allgemeinen Beispiels anneh- n, dafs die erwähnte Kugel vom Halbmesser r mit ihrem telpuncte auf der Peripherie eines in der Ebene der xy enden Kreises vom Halbmesser R einhergehe. Dadurch wird Function $\varphi\alpha$ dahin bestimmt, dafs man hat

$$\varphi\alpha = \sqrt{R^2 - \alpha^2},$$

auch

$$\varphi'\alpha = - \frac{\alpha}{\sqrt{R^2 - \alpha^2}},$$

nach gehen die zwei obigen Gleichungen in folgende r:

$$(x-\alpha)^2 + (y - \sqrt{R^2 - \alpha^2})^2 + z^2 = r^2 \quad . \; . \; . \quad (I)$$

$$x = \frac{\alpha y}{\sqrt{R^2 - \alpha^2}} \quad . \; . \; . \quad (II)$$

se zwei Gleichungen (I) und (II) zusammen genommen, ören für die Charakteristik. Man sieht, dafs diese Cha- eristik eine *ebene Curve* ist und dafs sie, wie die Glei- ng (II) zeigt, in einer auf xy senkrechten Ebene steht.

Nennt man k den Winkel, welchen die Durchschnittslinie er Ebene in der coordinirten Ebene der xy mit der Axe x bildet, so ist

$$\text{Tang.}\,k = \frac{y}{x},$$

also auch vermöge der Gleichung (II)

$$\text{Tang.}\,k = \sqrt{\frac{R^2 - \alpha^2}{\alpha^2}} \text{ oder } \text{Cos.}\,k = \frac{\alpha}{R}.$$

Substituirt man aber den Werth von y aus (II) in der Gleichung (I), so erhält man

$$(x - \alpha)^2 . \frac{R^2}{\alpha^2} + z^2 = r^2,$$

welche Gleichung, wenn man in ihr $x = x' \text{Cos.}\,k$ setzt, in folgende übergeht:

$$(x' - R)^2 + z^2 = r^2,$$

das heifst: die Charakteristik ist ein Kreis vom Halbmesser r, dessen Mittelpunct vom Anfangspuncte der Coordinaten um die Distanz R absteht. Eliminirt man endlich aus den beiden Gleichungen (I) und (II) die Gröfse α, so erhält man für die gesuchte Gleichung der Enveloppe aller jener beweglichen Kugeln

$$\sqrt{x^2 + y^2} = R + \sqrt{r^2 - z^2}$$

oder, was dasselbe ist,

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 + r^2 + 2R\sqrt{r^2 - z^2}.$$

Nehmen wir in einem zweiten Beispiele an, dafs der Mittelpunct eines Sphäroids, das durch die Rotation einer Ellipse, deren grofse und kleine Axe 2a und 2b sind, entstand, sich auf der Peripherie des in der Ebene der xy liegenden Kreises vom Halbmesser R bewege, so hat man für die Gleichung dieses Sphäroids

$$x^2 + y^2 + \frac{b^2 z^2}{a^2} = b^2$$

oder für unsern Fall

$$(x - \alpha)^2 + (y - \sqrt{R^2 - \alpha^2})^2 + \frac{b^2 z^2}{a^2} = b^2 \quad \ldots \text{(I)}$$

Das Differential der letzten Gleichung in Beziehung auf α aber ist

$$x - \alpha - (y - \sqrt{R^2 - \alpha^2}) . \frac{\alpha}{\sqrt{R^2 - \alpha^2}} = 0,$$

oder einfacher

$$x - \frac{\alpha y}{\sqrt{R^2 - \alpha^2}} = 0 \ldots (II).$$

iinirt man aus den Gleichungen (I) und (II) die Gröfse α, rhält man für die gesuchte Gleichung der einhüllenden he dieser Sphäroids

$$\sqrt{x^2 + y^2} = R + \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - z^2},$$

r, was dasselbe ist,

$$+ y^2 + z^2 = R^2 + b^2 + (a^2 - b^2) \frac{z^2}{a^2} + \frac{2Rb}{a} \sqrt{a^2 - z^2}.$$

zt man in diesem Ausdrucke $a = b = r$, so erhält man bereits zuvor gefundene Resultat.

Betrachten wir noch die Bewegung eines Kegels mit kreisniger Basis, dessen Axe mit der Seitenlinie einen Winkel let, dessen Tangente gleich a ist. Wenn der Scheitel die- Kegels in der Ebene der xy und die Axe desselben krecht auf dieser Ebene steht, so ist die Gleichung des gels

$$x^2 + y^2 = a^2 z^2.$$

vegt sich der Scheitel dieses Kegels in der Peripherie ei- Kreises, dessen Halbmesser R ist und der in der Ebene xy liegt, so hat man, wenn man den Mittelpunct dieses ses zum Anfangspuncte der Coordinaten macht, für die chung des Kegels in irgend einer seiner Lagen

$$(x - \alpha)^2 + (y - \sqrt{R^2 - \alpha^2})^2 = a^2 z^2 \ldots (I)$$

davon ist das Differential in Beziehung auf die Gröfse α

$$x - \frac{\alpha y}{\sqrt{R^2 - \alpha^2}} = 0 \ldots (II).$$

letzte Gleichung giebt

$$\alpha = \frac{Rx}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

hat man, wenn man diesen Werth von α in der Glei- g (I) substituirt, für die gesuchte Gleichung der alle diese l einhüllenden Fläche

$[x \sqrt{x^2+y^2} - Rx]^2 + [y \sqrt{x^2+y^2} - Ry]^2 = a^2 z^2 . (x^2 +$
oder einfacher, wenn man die beiden ersten Quadrate
löst und dann alle Glieder der Gleichung durch x^2 +
dividirt,

$$x^2 + y^2 - a^2 z^2 + R^2 - 2R \sqrt{x^2+y^2} = 0.$$

Setzt man in dieser Gleichung $z = b$, so erhält ma
einen mit xy parallelen Schnitt, der in der Höhe b über
Ebene der xy statt hat, die Gleichung

$$x^2 + y^2 - 2R \sqrt{x^2+y^2} + R^2 = a^2 b^2$$

oder

$$(R - \sqrt{x^2+y^2})^2 = a^2 b^2,$$

also auch

$$x^2 + y^2 = (R \pm ab)^2,$$

so dafs also dieser Schnitt der alle Kegel umhüllenden Flä
ein doppelter concentrischer Kreis des Halbmessers R +
und R — ab seyn wird.

Das Vorhergehende hängt auf das Innigste mit der L
von der *Variation der Parameter* zusammen, die in der Th
rie der planetarischen Störungen eine so wichtige Rolle s
und von der daher hier wenigstens eine kurze Anzeige g
ben werden soll. Es ereignet sich nämlich sehr oft be
heren analytischen Untersuchungen, dafs eine Differential
chung sehr leicht integrabel wird, wenn man in ihr ein Gl
das gewöhnlich gegen die anderen sehr klein ist, gleich
setzen oder gänzlich verschwinden lassen kann. Dieses
z. B. der Fall mit der Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x + \alpha . \mathrm{Cos.}\, mt = 0,$$

wo x und t die veränderlichen und a, α und m const.
Gröfsen bezeichnen. Diese Gleichung kommt in der Th
der Perturbationen, welche die Planeten unseres Sonnens
stems von einander erleiden, sehr oft vor, und in ihr ist
letzte Glied $\alpha . \mathrm{Cos.}\, mt$, welches die eigentlichen Pertur
tionen enthält, gegen die übrigen Glieder gewöhnlich se
klein. Setzt man dieses Glied vollkommen gleich Null,
erhält man die Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x = 0,$$

kanntlich für die ungestörte Bewegung eines Planeten
Sonne gehört. Das Integral dieser letzten einfachen
ing ist aber, wie man weifs,

$$x = A \text{ Cos. } (a t - B),$$

und B die zwei Constanten bezeichnen, die durch die
e Integration eingeführt werden. Wenn nun aber auf
Weise das Integral dieser einfachern Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x = 0$$

nt ist, welches wird das gesuchte Integral der oben ge-
n Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x + \alpha . \text{Cos. } m t = 0$$

vorausgesetzt, dafs α eine sehr kleine Gröfse bezeich-
Da beide Differentialgleichungen unter sich ähnlich und
rch das sehr kleine Glied α.Cos. mt verschieden sind,
die Voraussetzung erlaubt seyn, dafs auch ihre zwei Inte-
nter sich ähnlich und ebenfalls nur durch solche Glieder,
die sehr kleine Gröfse α als Factor enthalten, verschieden
werden, ja dafs vielleicht die oben aufgestellte Gleichung

$$x = A \text{ Cos. } (a t - B),$$

Integral der ersten einfacheren Gleichung ist, auch
h das Integral der zweiten Differentialgleichung vorstel-
n, wenn man nur die zwei willkürlichen constanten
A und B oder, wie sie auch genannt werden, wenn
r die *Parameter* A und B nicht mehr, wie zuvor, als
ige, sondern wenn man sie selbst wieder als veränder-
röfsen betrachtet. Nehmen wir also, um diese Voraus-
näher zu untersuchen, an, dafs von der oben aufge-
Gleichung, dis wir so schreiben wollen

$$\frac{\partial^2 x'}{\partial t^2} + a^2 x' + \alpha . \text{Cos. } m t = 0 \quad . \; . \; . \; (I)$$

uchte Integral ebenfalls die Form

$$x' = A' . \text{Cos. } (a t - B')$$

soll, wo aber die beiden Gröfsen A' und B' kleinen,

von der ebenfalls kleinen Gröſse α abhängigen Veränder[illegible] unterworfen seyn sollen. Unter den unzähligen Wege[illegible] welchen man dieser letzten Annahme entsprechen kann, ohne Zweifel einer der einfachsten der seyn, daſs ma[illegible] beiden Werthe des ersten Differentialcoefficienten $\frac{\partial x}{\partial t}$ [illegible] $\frac{\partial x'}{\partial t}$ der beiden aufgestellten Differentialgleichungen als derselben Form voraussetzt. Nun ist aber von der Glei[illegible]

$$x' = A' \operatorname{Cos.}(at - B')$$

das erste Differential in Beziehung auf alle in ihr enthal[illegible] veränderlichen Gröſsen

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -aA' \operatorname{Sin.}(at - B') + \frac{\partial A'}{\partial t} . \operatorname{Cos.}(at - B')$$

$$+ A' \frac{\partial B'}{\partial t} . \operatorname{Sin.}(at - B')$$

Von dem bekannten Integral

$$x = A \operatorname{Cos.}(at - B')$$

unserer einfachen Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x = 0$$

ist aber das erste Differential

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -aA . \operatorname{Sin.}(at - B),$$

und da, unserer Annahme gemäſs, die Werthe von $\frac{\partial x}{\partial t}$ [illegible] von $\frac{\partial x'}{\partial t}$ dieselbe Form haben sollen, so hat man die be[illegible] Bedingungsgleichungen

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -aA'.\operatorname{Sin.}(at - B')$$

und

$$\frac{\partial A'}{\partial t} . \operatorname{Cos.}(at - B') + A' \frac{\partial B'}{\partial t} . \operatorname{Sin.}(at - B').$$

Differentiirt man aber den Ausdruck von $\frac{\partial x'}{\partial t}$ und subst[illegible] dann den Werth desselben in der gegebenen Gleichung so erhält man

$$= \frac{\partial A'}{\partial t} \text{Sin.}(at - B') - A' \frac{\partial B'}{\partial t} \text{Cos.}(at - B') - \frac{\alpha}{a} \text{Cos.}\, mt.$$

ıs dieser und der letzten Gleichung findet man aber für die iden Differentialcoefficienten $\frac{\partial A'}{\partial t}$ und $\frac{\partial B'}{\partial t}$ folgende Werthe:

$$\frac{\partial A'}{\partial t} = \frac{\alpha}{a} \text{Sin.}(at - B') \text{Cos.}\, mt,$$

$$\frac{\partial B'}{\partial t} = -\frac{\alpha}{a A'} \text{Cos.}(at - B') \text{Cos.}\, mt.$$

ıs diesen beiden Differentialausdrücken wird man aber auch icht die zwei Integrale für A' und B' finden, wenn man animmt, dafs diese Gröfsen A' und B' von zwei andern conınten Gröfsen A und B nur so wenig verschieden sind, dafs ın in den beiden letzten, in die Gröfse α multiplicirten Gliern dieser Gleichungen A für A' und B für B' setzen darf. Dann ıt man nämlich

$$x' = A' \text{Cos.}(at - B')$$

d damit erhält man sofort

$$A' = A - \frac{\alpha}{2a(a+m)} \text{Cos.}(at + mt - B)$$
$$- \frac{\alpha}{2a(a-m)} \text{Cos.}(at - mt - B),$$

d

$$B' = B - \frac{\alpha}{2a(a+m)A} \text{Sin.}(at + mt - B)$$
$$- \frac{\alpha}{2a(a-m)A} \text{Sin.}(at - mt - B),$$

l dadurch sind die beiden gesuchten Gröfsen A' und B' timmt, und sonach ist auch das Integral der Gleichung (I) geben.

Allgemeiner noch stellt diesen wichtigen Gegenstand LA-ıCE[1] dar. Er nimmt nämlich die Gleichung an

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P + \alpha Q = 0 \; . \; . \; . \; (II)$$

---

1 Mécanique céleste. T. I.

wo P und Q Functionen von x, t und von $\frac{\partial x}{\partial t}$ vors

und wo α ein sehr kleiner constanter Factor ist. Das In dieser Gleichung für den Fall, wo α gleich Null ist, se kannt, man suche das Integral der gegebenen Gleichung Differentiirt man das gegebene Integral zweimal in Bezie auf x und t, so erhält man zwei Gleichungen, aus d man durch Elimination die Werthe der zwei Constan und C' finden kann, die in diesen zwei Gleichungen en ten sind. Diese Constanten werden natürlich in Funct von x, t und $\frac{\partial x}{\partial t}$ ausgedrückt seyn. Nennt man also V un diese zwei Functionen, so kann man diese zwei Const so darstellen

$$C = V \text{ und } C' = V',$$

und diese zwei Gleichungen sind offenbar die zwei ersten tegrale von der gegebenen Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P = 0$$

und sie werden durch die Elimination von $\frac{\partial x}{\partial t}$ das ges zweite oder endliche Integral dieser Gleichung wieder g

Differentiirt man aber die beiden letzten Gleichungen einmal, so erhält man

$$\partial V = 0 \text{ und } \partial V' = 0,$$

und da diese Ausdrücke vollständige Differentialgleichu der zweiten Ordnung sind, so kann jede von ihnen n Anderes seyn, als die gegebene Gleichung

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P = 0$$

selbst, mit irgend einem Factor multiplicirt. Nennt man $F \partial t$ den Factor dieser letzten Gleichung, der die chung $\partial V = 0$ giebt, und ist ebenso $F' \partial t$ der Factor der chung $\partial V' = 0$, so hat man

$$\partial V = F \partial t . \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P \right)$$

und

$$\partial V' = F' \partial t . \left(\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P \right).$$

lst es aber sehr leicht, diese Factoren F und F' zu be-
ıen, wenn einmal die Gröfsen V und V' bekannt sind.
F ist offenbar der Factor von $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ in dem Differentiale
V, und F' ist der Factor von $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ in dem Differentiale
V'. Da man also, nach der Voraussetzung, die Werthe
V und V' kennt, so darf man nur die Factoren von
aus diesen beiden Werthen suchen, um die Werthe von
d F' zu erhalten. Gehn wir dann wieder zu der ur-
ıglichen Gleichung (II) zurück und multipliciren wir sie
h $F\partial t$ und $F'\partial t$, so erhalten wir

$$0 = \partial V + \alpha \partial t . FQ$$

$$0 = \partial V' + \alpha \partial t . F'Q,$$

davon sind die Integrale

$$C - \alpha \int \partial t . FQ = V,$$
$$C' - \alpha \int \partial t . F'Q = V'.$$

iese Weise hat man also zwei Differentialgleichungen,
e dieselbe Form haben, wie in dem Falle, wo $\alpha = 0$
nit dem einzigen Unterschiede, dafs man statt der will-
hen Constanten C und C' die Gröfsen

$$C - \alpha \int \partial t . FQ \text{ und } C' - \alpha \int \partial t . F'Q$$

Wenn man aber unter der Annahme von $\alpha = 0$ aus
wei Integralen $C = V$ und $C' = V'$ die Gröfse $\frac{\partial x}{\partial t}$
irt, so erhält man, wie wir oben gesehn haben, das
ıe Integral der Gleichung

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P,$$

rhält man auch das endliche Integral der oben aufge-
ı Gleichung

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + P + \alpha Q,$$

man blofs in dem vorhergehenden Integrale die Gröfsen
C' in

$$C - \alpha \int \partial t . FQ \text{ und } C' - \alpha \int \partial t . F' Q$$

verwandelt.

Um das Vorhergehende auf einen besondern Fall an-wenden, sey die Gleichung gegeben

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x + \alpha Q,$$

wo α eine sehr kleine Gröfse bezeichnet und wo Q irgend eine Function von x, t und $\frac{\partial x}{\partial t}$ ist.

Für $\alpha = 0$ hat man

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x,$$

und von dieser Gleichung ist bekanntlich das zweite Integral

$$x = \frac{C}{a} \text{ Sin. at} + \frac{C'}{a} \text{ Cos. at},$$

wo C und C′ zwei Constanten sind. Von der letzten Gleichung ist aber das erste Differential

$$\frac{\partial x}{\partial t} = C \text{ Cos. at} - C' \text{ Sin. at}$$

und die Combination der beiden letzten Gleichungen giebt

$$C = ax \text{ Sin. at} + \frac{\partial x}{\partial t} \text{ Cos. at},$$

$$C' = ax \text{ Cos. at} - \frac{\partial x}{\partial t} \text{ Sin. at}.$$

Dieses sind die zwei Gleichungen, die wir oben durch $C = V$ und $C' = V'$ bezeichnet haben. In der ersten derselben ist der Factor von $\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$ gleich $F = \text{Cos. at}$, und in der zweiten ist $F' = -\text{Sin. at}$. Um daher das vollständige Integral der gegebenen Gleichung zu erhalten, werden wir, nach dem Vorhergehenden, in der Gleichung

$$x = \frac{C}{a} \text{ Sin. at} + \frac{C'}{a} \text{ Cos. at}$$

blofs statt C die Gröfse $C - \alpha \int \partial t . FQ$ und statt C′ die Gröfse $C' - \alpha \int \partial t . F'Q$ substituiren, wodurch man erhält:

$$x = \frac{C - \alpha \int Q \partial t \,\text{Cos. at}}{a} . \text{Sin. at},$$

$$+ \frac{C' + \alpha \int Q \partial t \,\text{Sin. at}}{a} . \text{Cos. at},$$

heiſst, das vollständige Integral der Gleichung

$$0 = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x + \alpha Q$$

seyn

$$= \frac{C}{a} \text{Sin. at} + \frac{C'}{a} \text{Cos. at}$$

$$- \frac{\alpha}{a} \text{Sin. at} . \int Q \partial t \,\text{Cos. at} + \frac{\alpha}{a} \text{Cos. at} . \int Q \partial t \,\text{Sin. at}.$$

e z. B. die Gröſse

$$\alpha Q = A + B \,\text{Cos. mt} + B' \,\text{Cos. nt}$$
$$+ \beta \,\text{Sin. mt} + \beta' \,\text{Sin. nt}$$

ben, so ist das gesuchte Integral der Gleichung (II)

$$x = - \frac{A}{a^2} + \frac{C}{a} \text{Sin. at} + \frac{C'}{a} \text{Cos. at}$$

$$+ \frac{B}{m^2 - a^2} \text{Cos. mt} + \frac{B'}{n^2 - a^2} \text{Cos. nt},$$

$$+ \frac{\beta}{m^2 - a^2} \text{Sin. mt} + \frac{\beta}{n^2 - a^2} \text{Sin. nt},$$

ie Auflösung mit der vorhergehenden übereinstimmt.

Um diese Variation der Parameter, von welcher wir im *Widerstand* einen merkwürdigen Gebrauch machen wer- hier noch von ihrer geometrischen Seite zu erklären, ı wir die Bewegung eines Pendels noch einmal in Kürze hten. Die ganze Theorie dieser Bewegung, wie sie in Art. *Pendel* ausgeführt worden ist, folgt aus den beiden ıungen

$$\left.\begin{aligned} x \partial x + z \partial z &= 0 \\ \frac{\partial x^2 + \partial z^2}{\partial t^2} &= A + 4gz \end{aligned}\right\},$$

reits oben [1] angeführt worden sind, vorausgesetzt, daſs

[1] S. Art. *Mechanik*. Bd. VI. S. 1565.

die Bewegung des schweren, am Pendel befestigten K
in einem verticalen Kreise vor sich gehn soll. Diese
Gleichungen lassen sich selbst auf eine einzige zurück
ohne ihrer Allgemeinheit Eintrag zu thun. Nimmt ma
lich die beiden Coordinaten x und z so an, dafs man

$$x = r\ \text{Sin.}\,\alpha \text{ und } z = r\ \text{Cos.}\,\alpha,$$

wo r den Halbmesser des Kreises bezeichnet, so vers
det, wenn man die Werthe von $\partial x = z\,\partial\alpha$ und $\partial y = \cdot$
in den beiden vorhergehenden Gleichungen substitui
erste derselben von selbst und die zweite geht in
gende über:

$$\frac{r\,\partial\alpha}{\partial t} = \sqrt{C + 4 g r\,\text{Cos.}\,\alpha},$$

deren Differential in Beziehung auf α und t ist

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial t^2} + \frac{2g}{r}\,\text{Sin.}\,\alpha = 0$$

und diese letzte Gleichung ist es, welche die ganze
des kreisförmigen Pendels enthält, so wie die vorlet
gleich die Geschwindigkeit desselben für jeden Punc
Bahn giebt.

Setzt man in der letzten Gleichung den Winkel
klein, so hat man

$$\frac{\partial^2\alpha}{\partial t^2} + \frac{2g}{r}.\alpha = 0 \ldots \text{(III)}$$

und von dieser Gleichung ist das Integral

$$\alpha = \sqrt{\frac{Cr}{2g}}\,.\,\text{Sin.}\,t\sqrt{\frac{2g}{r}}$$

oder auch

$$t = \sqrt{\frac{r}{2g}}\,.\,\text{Arc. Sin.}\,\alpha\sqrt{\frac{2g}{rC}},$$

wo C die Constante der Integration bezeichnet. W
die Gleichung (III) die Pendelbewegung unter der
setzung giebt, dafs der von dem schweren Körper b
bene Bogen nur klein ist und überdiefs einem Krei
Halbmesser r angehört, so ist aus dem, was oben[1] ges

1 S. Art. *Pendel*. Bd. VII. S. 309. und Art. *Fall*. Bd. IV

ist, auch schon ohne weitere Rechnung zu vermuthen, dieselbe Gleichung (III) auch die Bewegung eines *cykloischen Pendels* und zwar für jede Gröfse des Bogens der loide darstellen werde. In der That, wenn BM = s den en einer Cykloide DMmd vorstellt, deren tiefster Punct B und wenn man die Verticale BP = x und die Constante = h nimmt, wo h die anfängliche Höhe des bewegli- Körpers im Puncte D über der durch B gehenden Hontallinie anzeigt, so hat man aus den ersten Gründen der hanik für jede willkürliche Curve den Ausdruck Fig. 168.

$$\sqrt{4g}.\partial t = -\frac{\partial s}{\sqrt{h-x}}.$$

bekannte einfachste Gleichung der Cykloide aber ist

$$s^2 = 4ax,$$

a der Durchmesser des die Cykloide erzeugenden Kreises Eliminirt man aus diesen beiden Gleichungen die Gröfse so erhält man

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \frac{g}{a}.s = 0$$

die Bewegung des cykloidalischen Pendels, die, wie ge- mit der Gleichung (III) von derselben Form ist. Da $\frac{g}{a}$ ihrer Natur nach positive Gröfse ist, kann diese Glei- g auch so geschrieben werden

$$\frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + a^2 x = 0 \; . \; . \; . \; (IV)$$

Gleichung (IV) drückt demnach die Bewegung eines els aus, das sich in einer vertical stehenden Cykloide be- und auf welches blofs die Schwere, ebenfalls in verti- Richtung, einwirkt. Also drückt auch, nach dem Vor- henden, die Gleichung

$$\frac{\partial^2 x'}{\partial t^2} + a^2 x' + \alpha \, \mathrm{Cos.}\, mt = 0 \; . \; . \; . \; (V)$$

ewegung eines cykloidalischen Pendels aus, auf welche der Schwere auch noch eine andere kleinere Kraft rturbation der ersten Kraft einwirkt, welche Perturbation röfse α Cos. mt ist und in der Richtung der Tangente

der Curve liegt. Wenn die Gröfse a gleich Null wi
hätte man für das Integral der Gleichung (V)

$$x' = A' \text{Cos.} (at - B')$$

und daraus folgt, dafs auch in dem durch jene Pert
gestörten Pendel der Ort des bewegten Körpers für j
gebene Zeit t durch dieselbe Formel bestimmt werde
wie in dem ungestörten Pendel. Dieses unterliegt ai
nem Zweifel, da offenbar dieselbe Sache auch in d
Form mit unzähligen verschiedenen Werthen ihrer P
dargestellt werden kann. Wenn wir aber die letzt
chung differentiiren, so finden wir, nach dem Vorhe
den, dafs mit den gefundenen Werthen von A' und
Geschwindigkeit des Pendels gleich — a A' Sin. (at
ist, d. h. dafs auch die Geschwindigkeit in dem ge
Pendel durch dieselbe Formel, wie in dem ungestörten
gestellt wird. Demnach ist sowohl der *Ort*, als auch
schwindigkeit des gestörten Pendels für die Zeit t
mit der des ungestörten Pendels, vorausgesetzt, dafs
ses ungestörte die Amplitüde der Vibration in dersell
t durch die Gröfse A' ausgedrückt ist und dafs diese
störte Pendel in dem Augenblicke $\frac{B'}{a}$ sich am äufserst
puncte seiner Amplitüde befunden habe. Sollte also
gend eine Zeit t die störende Kraft plötzlich versch
so würde von diesem Augenblicke an das Pendel zu
Seiten der Verticale solche Schwingungen machen,
Bogen seiner Amplitüde gleich seyn würde demjenigen
von A', welchen das Pendel zu jener Zeit t hatte,
es fortan immer zur Zeit $\frac{B}{a}$ an dem Endpuncte seines
ankommen würde, wo B' wieder denjenigen Werth l
es zu derselben Zeit t hatte, als die störende Kraft plö
wirken aufhörte. Ganz ebenso verhält es sich aber a
den Störungen, welche die Planeten in ihrer Bewe
die Sonne unter einander erleiden, insofern nämlich d
rungen nicht sowohl auf den Ort des gestörten Pl
seiner Bahn, als vielmehr auf die Elemente dieser Bah
einwirken, welche Elemente hier diejenigen constanten
sind, deren Aenderungen den Differenzen A' — A un

m vorhergehenden Beispiele entsprechen, und die[1] unter
enennung der Säcularstörungen bekannt sind.

L.

Umlaufszeiten.

Revolution; *Revolutio*; Revolution; *Revolu-*
ist die Zeit, die ein in einer geschlossenen krummen
sich bewegender Körper braucht, um wieder zum
glichen Puncte seiner Bahn zurückzukommen. Bei den
elskörpern, wo dieser Ausdruck am gebräuchlichsten ist,
evolution die Zeit, während welcher der Planet oder Ko-
um die Sonne oder der Satellit um seinen Hauptplaneten
ganzen Umfang seiner Bahn zurücklegt oder während
er er wieder zu demselben Puncte seiner Bahn zurück-
. Kennt man die tägliche Bewegung a des Planeten, so
leicht, die Revolution T desselben zu finden. Es ist
ch in Folge einer einfachen Proportion, da der Planet in
eit von T Tagen 360 Grade zurücklegt,

$$a = \frac{360}{T} \text{ oder } T = \frac{360}{a},$$

in Graden, so wie T in Tagen ausgedrückt wird. Für
onne z. B. hat man in Beziehung auf die Fixsterne oder
gend einen festen Punct des Himmels die tägliche Be-
ng $a = 0^{0},985609$, also ist auch die Revolution der Son-
Beziehung auf die Fixsterne

$$T = \frac{360}{a} = 365{,}256384 \text{ Tage.}$$

die Puncte der Bahn, zu welchen der Planet wieder zu-
ehren soll, um eine Revolution in Beziehung auf dieselben zu
den, können selbst wieder *bewegliche Puncte* seyn, und
rd man für denselben Planeten verschiedene Revolutio-
halten, je nachdem man seine Bewegung auf verschiedene
seiner Bahn bezieht. Wir wollen die vorzüglichsten
ben angeben.

---

[1] Vergl. Art. *Perturbationen.*

Die einfachste ist die *siderische Revolution* oder di der Rückkehr des Planeten zu demselben Gestirne (sida fester Punct des Himmels betrachtet. Wenn nämlich de net, von der Sonne gesehn, oder wenn der Satellit, vo Mittelpuncte seines Hauptplaneten gesehn, wieder zu selben Puncte des Himmels, bei dem er zuletzt gesehn v zurückkehrt, so hat er um seinen Centralpunct in der volle 360 Grade zurückgelegt und die Zeit, in welc dieses thut, ist seine *wahre* oder, wie sie auch genannt seine *siderische* Umlaufszeit. Für die Sonne, von der gesehn, oder eigentlich für die Erde, von der Sonne g ist diese siderische Umlaufszeit gleich 365,256384 m Sonnentage und für den Mond ist sie gleich 27,32 solcher Tage. Diese wahre oder siderische Revolutio aber nicht die Zeit, nach welcher die Sonne oder der M wieder dieselbe *Länge* erhält, denn die Länge wird Frühlingspuncte an gerechnet und dieser Punct ist ve der Präcession der Nachtgleichen[1] selbst wieder veränd Die Zeit zwischen zwei nächsten Zurückkünften eines l ten zu diesem veränderlichen Frühlingspuncte wird die *sche* oder auch die *periodische* Revolution des Planete nannt. Für die Sonne ist diese tropische Revolution 365,24 und für den Mond 27,321582 mittlere Sonnentage. E heifst die Zeit zwischen zwei nächsten Durchgängen de neten durch die zwei äufsersten Puncte der (ebenfalls beweg grofsen Axe seiner Bahn die *anomalistische Revolution* nämlich von diesem Puncte aus die mittlere und wahre *malie* gezählt wird. Für die Erde ist das anomalistisch 365,259709 und für den Mond 27,55455 Tage. Bei Monde pflegt man noch zwei andere Revolutionen an den, da durch sie besonders die Berechnung der Finst sehr erleichtert wird. Die Zeit nämlich zwischen zwei sten Durchgängen des Monds durch den auf- oder abst den *Knoten* seiner Bahn wird die *drakontische Revoluti* Monds oder auch der *Drachenmonat* genannt, und die endlich zwischen zwei nächsten Neumonden oder zwi zwei nächsten Vollmonden heifst die *synodische Rev* des Monds. Es ist daher die *siderische* Revolution eine

1 S. Art. *Vorrückung der Nachtgleichen*.

ten die Umlaufszeit desselben um die Sonne in Beziehung f einen festen Punct des Himmels, die *tropische* in Beziehung auf die Nachtgleichen, die *anomalistische* in Beziehung f die große Axe oder auf die Apsiden, die *drakontische* f die Knoten und endlich die *synodische* in Beziehung auf t von der Erde gesehene Sonne, d. h. auf die Conjunction er Opposition des Planeten mit der Sonne.

A. Ableitung dieser Revolutionen aus einander.

Wir wollen sehn, wie man, wenn man eine dieser Revotionen kennt, die andern daraus ableiten kann. Nehmen wir , zwei Körper bewegen sich hinter einander in der Perierie eines Kreises, dessen Halbmesser r Fuſs und dessen ripherie daher $2r\pi$ Fuſs betrage, wo π das Verhältniſs der ripherie jedes Kreises zu seinem Durchmesser bezeichnet. r erste dieser Körper soll a und der zweite a' Fuſs in ei- r Secunde zurücklegen, die anfängliche Distanz beider Kör- : soll b Fuſs betragen, und der erste soll um t Secunden her, als der zweite, seine Bewegung anfangen. Wann wer- ı sich beide Körper begegnen? Wenn sie sich in x Seaden nach dem Abgange des zweiten Körpers begegnen, so in dieser Zeit der Weg des ersten Körpers $a(t+x)$ und des zweiten $a'x$. Man hat daher $a'x = b + a(t+x)$, folglich

$$x = \frac{at+b}{a'-a}.$$

enn sie sich, nach dieser ersten Begegnung, noch weiter zu vegen fortfahren, so wird man die Zeit zwischen der ern und zweiten Begegnung finden, wenn man in dem letzı Ausdrucke $b = 2r\pi$ und $t = 0$ setzt, welche Zeit daher

$$\frac{2r\pi}{a'-a}$$

n wird, so daſs man daher für die Zeit der zweiten Begnung seit dem Abgange des zweiten Körpers haben wird

$$x' = \frac{2r\pi + at + b}{a'-a}$$

d ebenso wird die Zeit der dritten Begegnung seyn

$$x'' = \frac{4r\pi + at + b}{a' - a}$$

und die der vierten

$$x''' = \frac{6r\pi + at + b}{a' - a} \text{ u. s. w.}$$

Sollte der erste Körper seine Bewegung nicht, wie bisher vorausgesetzt wurde, t Secunden früher, sondern vielmehr t Secunden später anfangen, als der zweite, so wird man in den vorhergehenden Ausdrücken die Gröfse t negativ nehmen, und ebenso wird a negativ zu nehmen seyn, wenn der zweite dem ersten nicht nachfolgt, wie oben angenommen wurde, sondern ihm entgegen geht.

Beisp. I. Um 12 Uhr stehn beide Zeiger einer Uhr über einander. Wann werden sie wieder über einander stehn?

Hier ist für den Stundenzeiger $a = 1$ und für den Minutenzeiger $a' = 12$; ferner $t = 0$ und $b = 60$, so wie auch $2r\pi = 60$ Minuten. Das erste Zusammentreffen hat daher um die Zeit

$$x = \frac{b}{a' - a} = \frac{60}{11} = 5\tfrac{5}{11}$$

oder $5\frac{5}{11}$ Minuten nach 1 Uhr statt. Die zweite Begegnung erfolgt um

$$x' = \frac{2 \times 60}{11} = 10\tfrac{10}{11} \text{ Minuten nach 2 Uhr;}$$

die dritte Begegnung hat statt um

$$x'' = \frac{3 \times 60}{11} = 16\tfrac{4}{11} \text{ Minuten nach 3 Uhr u. s. w.}$$

Beisp. II. An einem gegebenen Tage ist die Länge der Sonne 130 und die des Monds 70 Grade; die Geschwindigkeit des Monds ist 13,368, wenn die der Sonne gleich der Einheit angenommen wird. Man hat daher

$$a = 1, \quad a' = 13{,}368, \quad b = 60 \text{ und } t = 0,$$

und damit erhält man für die Zeit der Begegnung beider Gestirne

$$x = \frac{at + b}{a' - a} = \frac{60}{12{,}368} = 4{,}851 \text{ Tage,}$$

und am Ende dieser 4,851 Tage wird die Länge dieser beiden Gestirne 134,851 Grade seyn.

Beisp. III. Wenn wieder das Verhältnifs der Geschwindig-
iten dieser beiden Gestirne 13,368 ist und wenn sie, von
r Erde gesehn, dieselbe Länge haben oder in Conjunction
id, wann werden sie in ihre nächstfolgende Conjunction
iten? Hier ist $a = 1$, $a' = 13{,}368$, $t = 0$ und b gleich
r Umlaufszeit der Sonne oder $b = 365{,}256384$, also ist
ch

$$x = \frac{at + b}{a' - a} = \frac{365{,}256384}{12{,}368} = 29{,}532 \text{ Tage},$$

d dieses wird daher die *synodische* Revolution des Monds
yn.

Sey überhaupt A die Revolution irgend eines Gestirns in
ziehung auf irgend einen Punct, also auch $\frac{360}{A}$ die tägliche
wegung dieses Gestirns in Beziehung auf denselben Punct.
nnt man ferner m, in Graden ausgedrückt, die tägliche Be-
gung eines zweiten Puncts in Beziehung auf jenen ersten,
ist auch $\frac{360}{A} - m$ die tägliche Bewegung des Gestirns in
ziehung auf diesen zweiten Punct, und wenn daher B die
volution des Gestirns in Beziehung auf diesen zweiten Punct
nannt wird, so ist

$$B = \frac{360}{\frac{360}{A} - m} = \frac{A}{1 - \frac{Am}{360}}.$$

zt man der Kürze wegen $\Theta = \frac{A}{360}$, so hat man

$$B = A . [1 + \Theta m + \Theta^2 m^2 + \Theta^3 m^3 + \ldots]$$

l dieses ist die gesuchte Gleichung zwischen den beiden
volutionen A und B. Geht der zweite Punct in Beziehung
das Gestirn rückwärts, so wird m negativ genommen.

Für die Erde ist, nach dem Vorhergehenden, die sideri-
e Revolution $A = 365{,}256384$ Tage. Um daraus die tro-
he Revolution der Erde zu finden, so beträgt die jährli-
allgemeine Präcession[1] $50'',2296$ für das Jahr 1825, also
auch die tägliche Präcession in Graden ausgedrückt

1 S. Art. *Vorrückung*.

$$m = -\frac{50{,}2296}{3600 \times 365{,}25} = -0{,}0000382,$$

wenn die Länge des Julianischen Jahres gleich 365¼ Tage gesetzt wird. Wir erhalten demnach für das tropische Jahr der Erde

$$B = \frac{360}{0{,}985609 + 0{,}0000382} = 365{,}24225 \text{ Tage, wie zuvor.}$$

Das tropische Jahr ist demnach um 0,014134 Tage, nämlich um die Zeit, welche die Erde gebraucht, den Bogen 50″,2296 der jährlichen Präcession zurückzulegen, kürzer als das siderische. Da aber dieser Bogen veränderlich ist, so ist auch die Länge des tropischen Jahres der Erde veränderlich, während die des siderischen für alle Zeiten dieselbe bleibt.

Für den Mond hatten wir oben die siderische Revolution $A = 27{,}3216614$ Tage. Ueberdieſs ist $m = -0{,}0000382$, wie zuvor, also auch

$$\frac{A\,m}{360} = -0{,}000002899132$$

und daher die tropische Revolution des Monds

$$B = \frac{A}{1 - \frac{A\,m}{360}} = 27{,}321582 \text{ Tage, wie oben.}$$

Die jährliche Bewegung der Apsiden der Erdbahn in Beziehung auf die Gestirne ist 11,798 Secunden gen Ost, also ist auch die tägliche Bewegung der Apsiden in Graden ausgedrückt

$$m = \frac{11{,}798}{3600 \times 365{,}25}$$

und daher

$$\frac{A\,m}{360} = 0{,}0000091036,$$

woraus man für das anomalistische Jahr der Erde erhält

$$B = A + \frac{A^2 m}{360} + \ldots = 365{,}259709 \text{ Tage.}$$

Auch kann man die vorhergehende allgemeine Gleichung noch einfacher auf folgende Weise ausdrücken. Ist A die Revolution des Gestirns in Beziehung auf einen Punct, T die

volution eines zweiten Puncts in Beziehung auf jenen er-
n und endlich B die Revolution des Gestirns in Beziehung
diesen zweiten Punct, so hat man

$$B = \frac{1}{\frac{1}{A} - \frac{1}{T}} \text{ oder } B = \frac{AT}{T - A}.$$

z. B. A = 27,3216614 die siderische Revolution des Monds
d T = 3232,575343 die siderische Revolution der grofsen
e der Mondbahn, so ist

$$\frac{1}{A} = 0{,}036601 \text{ und } \frac{1}{T} = 0{,}000309351,$$

so auch die anomalistische Revolution des Monds

$$B = \frac{1}{\frac{1}{A} - \frac{1}{T}} = 27{,}55455.$$

aber T = — 6793,39108 die siderische Revolution der
ndknoten und bleibt A wie in dem letzten Beispiele, so
man

$$\frac{1}{T} = -0{,}000147202$$

l daher den Drachenmonat des Monds gleich

$$B = \frac{1}{\frac{1}{A} - \frac{1}{T}} = 27{,}21221 \text{ Tage u. s. w.}$$

. Bestimmung der Revolution aus Beobachtungen.

Sey l die beobachtete heliocentrische (von der Sonne aus
ehene) Länge eines Planeten für irgend eine Zeit und l'
durch eine spätere Beobachtung gegebene heliocentrische
ge desselben, und nehmen wir an, dafs die Zwischenzeit
beiden Beobachtungen t Tage betrage. Wenn nun der
et sich in einem Kreise, also gleichförmig, um die Sonne
egte, so würde die tropische Umlaufszeit T, in Tagen aus-
ückt, durch folgende Proportion gegeben seyn

$$l' - l : t = 360° : T,$$

oder man würde haben

$$T = \frac{360\,t}{l' - l},$$

wo l und l' in Graden und Theilen eines Grades ausgedrückt s
Da aber die Planeten sich nicht in Kreisen, sondern in
lipsen, also auch ungleichförmig um die Sonne bewegen,
mufs man die beiden beobachteten *wahren* Längen zuerst
dieser elliptischen Ungleichheit befreien oder in die sogen
ten *mittleren* Längen verwandeln[1]. Ebenso mufs man sie
den Störungen befreien, die durch die Nutation, Aberra
u. s. w. und durch die Einwirkungen oder Perturbationen
anderen Planeten entstanden sind, so dafs also l und l'
mittleren, von allen diesen fremden Einflüssen ungest
Längen bezeichnen.

Da die Bestimmung der Umlaufszeit für die Theorie
Planeten von der gröfsten Wichtigkeit ist, so mufs sie a
mit aller möglichen Schärfe vorgenommen werden und
beobachteten mittleren Längen l und l' sollten daher ganz f
lerfrei seyn. Allein da alle unsere Beobachtungen, wie überha
jede menschliche Unternehmung, nie, oder doch nur zufäl
ganz fehlerlos seyn kann, und da ebenso die erwähnten
ductionen (durch welche man die wahren beobachteten L
gen auf mittlere bringt) wieder mannigfaltige neue, wenn gle
vielleicht nur geringe, Fehler veranlassen können, so wol
wir annehmen, dafs die erste mittlere Länge l um ∂l u
die zweite l' um $\partial l'$ fehlerhaft sey, so dafs man also eig
lich die beiden mittleren Längen $l + \partial l$ und $l' + \partial l'$ hä
beobachten sollen. Dann würde also auch die aus diesen L
gen geschlossene Revolution nicht

$$T = \frac{360\,t}{l' - l},$$

sondern eine andere $T + \partial T$ gewesen seyn, und man fin
diese Verbesserung ∂T, wenn man die vorhergehende Gl
chung in Beziehung auf T und $l' - l$ differentiirt. Dies
giebt

$$\partial T = -\frac{(\partial l' - \partial l)}{l' - l}\,.\,T = -\frac{(\partial l' - \partial l)\,.\,T^2}{360\,t}.$$

---

1 S. Art. *mittlerer Planet.* Bd. VI. S. 2310.

iese Gleichung zeigt, dafs bei denselben Fehlern ∂l und $\partial l'$
er Beobachtung der Fehler ∂T in der aus diesen Beobach-
ngen gefolgerten Revolution desto kleiner seyn wird, je grö-
er der Bogen $(l'-l)$ ist, den der Planet in der Zwischen-
it t durchlaufen hat, oder je gröfser die Zwischenzeit t selbst
t. Man wird daher im Allgemeinen immer zwei in der Zeit
hr entfernte Beobachtungen zu diesem Zwecke auswählen
üssen, wenn man den Werth von T mit grofser Präcision
halten will. Gesetzt man hätte zu Hipparch's Zeit (150
hre vor Chr. G.) und im Anfange des gegenwärtigen Jahr-
nderts zwei Längen l und l' des Monds beobachtet, so wür-
e die Zwischenzeit dieser beiden Beobachtungen

$$150 + 1800 = 1950 \text{ Jahre}$$

er, wenn man durch 365,25 multiplicirt, t = 712237,5 Tage
tragen. Die siderische Umlaufszeit des Monds ist aber 27,322
ge, und sonach giebt die letzte Gleichung

$$\partial T = -0{,}0000029114\,(\partial l' - \partial l),$$

$\partial l' - \partial l$ in Graden und ∂T in Tagen ausgedrückt ist.
ill man aber, wie gewöhnlich, $\partial l' - \partial l$ in Bogensecun-
und ∂T in Zeitsecunden ausdrücken, so hat man

$$\partial T = -0{,}000069874\,(\partial l' - \partial l).$$

s der letzten Gleichung geht hervor, dafs man in $\partial l' - \partial l$
en Fehler von vollen 3° 58′ 32″ begehn müfste, um die
volution T um eine einzige Zeitsecunde unrichtig zu er-
ten, und dafs ein Fehler von $\partial l' - \partial l = 143'' = 0°\ 2'\ 23''$
t einen Fehler $\partial T = 0{,}01$ Zeitsecunde geben würde.
n sieht daraus den grofsen Vortheil, welchen uns sehr alte
bachtungen gewähren. Diesen Vortheil erkannte ohne Zwei-
auch schon Hipparch, da er die synodische Umlaufszeit
Monds gleich 29 Tage 12 Stund. 44 Min. 3 Sec., 26224 bestimm-
also noch nicht 0°,4 gröfser, als sie unsere neuesten Be-
mmungen geben, denn nach Laplace[2] ist diese synodische
olution des Monds gleich 29 Tage 12 St. 44 Min. 2 Sec., 8650624.
in wenn, wie es leider nur zu oft der Fall ist, diese al-
Beobachtungen der Griechen oder Chaldäer gar zu fehler-

---

1 Ptolemaeus Almagest. Lib. IV. Cap. 2. Lalande Astronomie.
317.

2 Exposition du Syst. du Monde. Vme éd. T. I. p. 41.

haft sind, dann müssen wir uns mit den neueren Beobach gen begnügen, die zwar des grofsen Vortheils einer sehr gen Zwischenzeit entbehren, aber dafür wieder nur kleine Beobachtungsfehler geben. Dieses ist der Fall bei allen alten Planetenbeobachtungen, die uns Ptolemäus e ten hat, und die noch überdiefs an dem Umstande le dafs sie, besonders für die beiden unteren Planeten, M und Venus, keinen heliocentrischen, sondern nur den ge trischen Ort der Planeten geben, da doch jene Oerter, die h centrischen, unter den obigen Gröfsen l und l′ verstanden den. Wir werden aber am Ende dieses Artikels kurz zu gen suchen, wie man den heliocentrischen Ort eines Pla in seinen geocentrischen und umgekehrt verwandeln kann.

Hier wird der Ort seyn, die vorzüglichsten und älte Beobachtungen der Alten zur bequemen Uebersicht zusam zustellen. Die sieben ersten hat uns Ptolemäus in seinem W *Μεγάλη σύνταξις* erhalten, die beiden letzten aber haben die Jesuiten-Missionäre aus den Büchern der Chinesen getheilt. Die Angaben sind sämmtlich vor dem Anfange serer Zeitrechnung.

Im Jahre 228 vor Chr. G. am 1. März bedeckte S den Stern γ *Virginis*.

Im Jahre 240 am 3. September bedeckte Jupiter den δ *Cancri*.

Im Jahre 264 am 14. Nov. wurde eine gröfste El tion Mercurs von der Sonne beobachtet, woraus man Länge dieses Planeten 212° 47′ um 16h 16′ Paris. Zei schlossen hat.

Im Jahre 271 den 17. Januar wurde β *Scorpii* vom bedeckt.

Im Jahre 271 den 11. October wurde γ *Virginis* vo Venus bedeckt.

Im Jahre 719 am 8. März wurde von den Chaldäe Babylon eine Mondfinsternifs beobachtet.

Im Jahre 720 am 19. März beobachteten dieselben w eine Mondfinsternifs.

Im Jahre 1100 beobachtete Tschukong in China die S am Gnomon. Die Resultate dieser Beobachtung sind im *Vorrückung* umständlich angeführt.

Im Jahre 2155 endlich sollen, nach den Erzählungen ei-
bei den Chinesen heiligen Buches, die Astronomen Hi
Ho eine in diesem Jahre eingetretene Finsternifs falsch
echnet haben und dafür mit dem Tode bestraft worden
n. Die Beobachtung dieser Finsternifs selbst ist nicht auf
s gekommen.

Bestimmung der mittleren Länge der Planeten durch ihre Umlaufszeit.

Wenn sonach die Umlaufszeit T bekannt ist, so ist da-
rch, wie bereits oben gesagt, auch die mittlere tägliche Be-
gung a durch die Gleichung gegeben

$$a = \frac{360}{T}.$$

nnt man also die mittlere Länge l des Planeten für irgend
e bestimmte Zeit, die man die *Epoche* des Planeten zu
nen pflegt, so wird man für jede andere Zeit, die t Tage
jener Epoche entfernt ist, die mittlere Länge l′ des Pla-
en durch die Gleichung erhalten

$$l' = l + at,$$

t negativ genommen wird, wenn die zweite Zeit, für die
n l′ sucht, vor der Epoche liegt. Demnach reducirt sich
die Angabe der mittleren Länge der Planeten für jede
t auf eine blofse Addition oder Subtraction der Gröfse at
der Epoche.

Um aber diese Reduction gehörig vorzunehmen, mufs man
die Einrichtung unseres Kalenders Rücksicht nehmen, wel-
oben[1] erwähnt worden ist.

Das tropische Jahr der Sonne ist nämlich, nach dem Vor-
gehenden, T = 365,2422542 Tage. Da man aber zum
gerlichen und selbst zum astronomischen Gebrauche das
r viel bequemer in ganzen Zahlen, ohne Brüche von Ta-
, ausdrücken wird, und da man auf der andern Seite, wenn
n z. B. das Jahr zu 365 vollen Tagen annehmen wollte,
Jahreszeiten und mit ihnen die Arbeiten des Acker-

---

1 S. Art. *Jahr*. Bd. V. S. 671.

baues u. s. w. mit der Zeit ganz verrücken würde, so z. B. der Anfang des Frühlings, der jetzt um die Mitt März fällt, nach und nach in die späteren Monate des in den April, Mai u. s. w. fallen müſste, so hat man, beiden Forderungen zu genügen, die *Einschaltungen* e führt. JULIUS CÄSAR hat das erste Beispiel davon geg indem er je drei auf einander folgende Jahre zu 365 un nächstfolgende oder vierte zu 366 Tagen annahm, so da des durch die Zahl 4 ohne Rest theilbare Jahr unserer rechnung ein solches *Schaltjahr* von 366 Tagen ist, wä die drei anderen *gemeinen* Jahre nur 365 Tage enth Durch diese Einschaltung ist demnach die Länge des Jah $365\frac{1}{4} = 365{,}25$ Tagen festgesetzt worden, um 0,0077 groſs. Diese Differenz macht aber in 300 Jahren nahe 3 oder in 3000 Jahren schon einen vollen Monat, um die Jahreszeiten wieder verrückt werden, so daſs daher d diese Anordnung dem Uebel nur sehr unvollständig holfen worden ist. Diesen Fehler zu verbessern, wurd J. 1582 die bekannte Kalenderreform vorgenommen. Ma nämlich in diesem Jahre 10 ganze Tage, um die man jenes Fehlers bereits zu viel zählte, weggenommen, man nach dem 4. October dieses Jahres nicht den 5ten, dern sofort den 15ten zählte, und überdieſs noch die A nung gemacht, daſs seit diesem Jahre alle durch 4 th Jahre wieder Schaltjahre seyn sollten, wie zuvor, mit nahme aller derjenigen Säcularjahre (deren zwei letzt fern 00 sind), die nicht durch 400 ohne Rest theilbar So sind also die Jahre 1600, 2000, 2400 u. s. w. Scha von 366 Tagen, die Jahre 1700, 1800, 1900, 2100 u. aber sind nur gemeine Jahre von 365 Tagen. Da m nach aus jeden vier Jahrhunderten der von JULIUS CÄSAR geführten Rechnung wieder 3 Tage weggenommen hat, dadurch die Länge des bürgerlichen Jahrs seit dem Jahre auf $365\frac{97}{400} = 365{,}2425$ Tage gebracht worden. Auch ses *Gregorianische* Jahr, wie es vom Papst GREGOR heiſst, unter dessen Auspicien diese Reform eingeführt ist noch um 0,0002458 Tage zu groſs, und man hätte übrigens nur kleinen Fehler leicht verbessern können, man noch alle 4000 Jahre einen Tag unterdrückt hätte,

die Länge des Jahrs auf $365\frac{969}{4000} = 365{,}24225$ Tage
...t worden wäre. Drücken wir nun die Epochen irgend eines
... z. B. von 1838, durch J^{1838} aus, so wird man aus der
... für den Anfang des gegenwärtigen Jahrhunderts oder
...00 alle anderen auf folgende Art finden.

...ür die folgenden:	Für die vorhergehenden:
$=J^{1800}+36524\,a$	$J^{1700}=J^{1800}-36524\,a$
$=J^{1900}+36525\,a$	$J^{1600}=J^{1700}-36524\,a$
$=J^{2000}+36524\,a$	$J^{1500}=J^{1600}-36515\,a$
	$J^{1400}=J^{1500}-36525\,a$
	$J^{1300}=J^{1400}-36525\,a$ u. s. w.

...man ebenso die Epochen der Säcularjahre, so findet man
die Epochen der zwischenliegenden Jahre sofort durch
... Ausdrücke:

$$...^{43}=J^{1700}+43\,(365\,a)+10\,a,\ \text{weil}\ \frac{43}{4}=10+\ldots$$

$$...^{76}=J^{1800}+76\,(365\,a)+19\,a,\ \text{weil}\ \frac{76}{4}=19\ \text{u. s. w.}$$

... A die Epoche irgend eines *gemeinen* Jahres, so ist
...che des 0ten Januars dieses Jahres (d. h. des 31sten
...ers des vorhergehenden Jahres) gleich $A+0.a=A$,
...nso ist die Epoche des

0 Febr.	(31. Januar)	$= A + 31\,a$
0 März	(28. Febr.)	$= A + 59\,a$
0 April	(31. März)	$= A + 90\,a$
0 Mai	(30. April)	$= A + 120\,a$
0 Juni	(31. Mai)	$= A + 151\,a$
0 Juli	(30. Juni)	$= A + 181\,a$
0 Aug.	(31. Juli)	$= A + 212\,a$
0 Sept.	(31. Aug.)	$= A + 243\,a$
0 Octobr.	(30. Sept.)	$= A + 273\,a$
0 Nov.	(31. Oct.)	$= A + 304\,a$
0 Dec.	(30. Nov.)	$= A + 334\,a$.

... das Jahr ein Schaltjahr, so ist die Epoche des 0 Ja-
...leich $A-a$ oder alle Epochen der Tage der beiden
...l.

ersten Monate, Januar und Februar, sind in Schaltjahren
ein a kleiner, als in dem gemeinen Jahre, und da zu
des Februars das Schaltjahr einen Tag mehr hat, als da-
meine, so hebt sich dadurch jener Unterschied wieder
oder die Epochen sind in den zehn letzten Monaten be
meinen und bei Schaltjahren dieselben. Nach den neu
Sonnentafeln von ZACH und DELAMBRE ist die Epoch-
Sonne für das Jahr 1800 oder die mittlere Länge l der S
für den 0 Januar 1800 im Augenblicke des mittleren M
in Paris

$$l = 279^\circ\ 53'\ 59'',3 = 279^\circ,899804$$

und die mittlere tropische Bewegung der Sonne an einem
leren Tage

$$a = \frac{360}{365,2422542} = 0^\circ,98564722.$$

Damit ist es nun leicht, die Einrichtung der astronomi-
Tafeln für die mittleren Orte der Planeten zu erkennen
selbst solche Tafeln zu construiren. Um davon hier e
kurzen Abrifs zu geben, wollen wir die mittlere Länge
Sonne von dem gegenwärtigen Jahre 1837 auf zwöl-
gende Jahre mittheilen, wie sie für den Meridian von
statt hat, welche Stadt um $0^h\ 56'\ 10''$ östlich von der k
Sternwarte in Paris liegt.

Tafeln der Sonne.

Jahre	mittlere Länge	Monate	mittl. Länge	Tage	mittl. Länge	St.	mittl. Länge	Minut.
1837	279°,897	0 Febr.	30°,555	1	0°,986	1	0°,041	1
38	279,658	0 März	58,153	2	1,971	2	0,082	2
39	279,419	0 April	88,708	3	2,966	3	0,123	3
40	280,166	0 Mai	118,278	4	3,943	4	0,164	4
41	279,927	0 Juni	148,833	5	4,928	5	0,205	5
42	279,688	0 Juli	178,402	6	5,914	6	0,246	6
43	279,450	0 Aug.	208,957	7	6,900	7	0,287	7
44	280,197	0 Sept.	239,512	8	7,885	8	0,329	8
45	279,958	0 Oct.	269,082	9	8,871	9	0,370	9
46	279,719	0 Nov.	299,637	10	9,857	10	0,411	10
47	279,481	0 Dec.	329,206	20	19,713	20	0,821	30
1848	280,228			30	20,699			50

telst einer solchen Tafel wird man nun, ohne auf die vor-
;ehenden Multiplicationen mit grofsen Zahlen einzugehn,
eine ebenso einfache als bequeme Weise die mittlere Länge
Sonne für jede gegebene Zeit finden können. Man be-
ie noch, dafs man für Schaltjahre in der Columne der
e, in den beiden ersten Monaten des Jahrs, einen Tag
iger nehmen soll, als angegeben wird. Sucht man z. B.
Länge der Sonne für das Jahr 1842 den 23sten August
5′ 30″ mittlerer Par. Zeit oder um 2^h 5′ 30″ nach Mitter-
it, so hat man, da Paris um 0^h 56′ 10″ westlich von Wien
t, für dieselbe Epoche, in mittlerer Wiener Zeit ausge-
:kt, den 23. August 15^h 1′ 40″. Damit giebt aber die
iergehende Tafel

1842 . . .	279°,688
0 August	208,957
23 Tage . . .	22,679
15 Stunden . .	0,616
1,7 Min. . . .	0,001
	511,941
	360
gesuchte Länge ⊙ . . .	151°,941.

Man suche ebenso die Länge der mittleren Sonne für das
1844 am 8. Februar 3^h 12′ 20″ mittl. Berliner Zeit oder,
erlin 0^h 11′ 56″ westlich liegt, für 3^h 24′ 16″ mittlerer
ı. Zeit. Die Tafel giebt, da 1844 ein Schaltjahr ist, also
für den 7ten Febr. gesucht werden soll,

1844 . . .	280°,197
0 Febr. . . .	30,555
7 Tage . . .	6,900
3 Stunden . .	0,123
24,3 Min. . . .	0,017
gesuchte Länge ⊙ . . .	317°,792.

Vie man dann aus dieser mittlern Länge der Sonne oder
Planeten den wahren Ort derselben in der Bahn suchen
ist in dem Artikel *„mittlerer Planet“* erklärt worden.
man aber, ebenfalls ohne weitere Rechnung, durch blofse
von Tafeln, aus dem mittleren Orte nicht blofs den wah-
eliocentrischen, sondern auch den wahren geocentrischen

Ort dieser Himmelskörper finden kann, findet man in Littrow's Calendariographie. Wien 1828.

D. Abhängigkeit der Umlaufszeiten der Planeten von den grofsen Axen ihrer Bahnen.

Nach dem bekannten dritten Gesetze Kepler's verhalten sich die Quadrate der (siderischen) Umlaufszeiten der Planeten, wie die Würfel der grofsen Axen ihrer Bahnen. Nach den Beobachtungen hat man für die Erde die siderische Umlaufszeit T = 365,256384 und für Mars T' = 686,979579 Tage. Ist also a die halbe grofse Axe der Erdbahn und a' der Marsbahn, so hat man in Folge jenes Gesetzes

$$\frac{a'^3}{a^3} = \frac{T'^2}{T^2},$$

oder, wenn man statt T und T' die obigen Zahlen substituirt,

$$\frac{a'}{a} = \sqrt[3]{\left(\frac{T'}{T}\right)^2} = 1{,}523693,$$

oder endlich, wenn man die halbe grofse Axe a der Erdbahn nach dem astronomischen Gebrauche, als Einheit annimmt,

$$a' = 1{,}523693.$$

Auf diese Weise findet man also die grofsen Axen der Planetenbahnen, wenn die Umlaufszeiten derselben durch unmittelbare Beobachtungen gegeben sind. Die halbe grofse Axe der Erdbahn aber findet man, wie in dem Art. *Venus* gezeigt wird, durch die Beobachtung der Vorübergänge dieses Planeten vor der Sonnenscheibe.

Nach diesem dritten Gesetze Kepler's ist also das Verhältnifs des Würfels der grofsen Halbaxe zum Quadrat der Umlaufszeit für alle Planeten unseres Sonnensystems eine constante Gröfse. Allein nach dem bekannten zweiten Gesetze dieses grofsen Astronomen sind die von dem Radius Vector des Planeten um die Sonne beschriebenen Flächen den Zeiten proportional, so dafs also auch das Verhältnifs dieser Fläche zur Zeit, in welcher sie beschrieben wird, für jeden Planeten eine constante Gröfse ist. Dieses hat schon mehrere nicht genug umsichtige Leser auf den Zweifel geführt, ob

ese zwei Gesetze mit einander im Widerspruche seyen. Sie
blossen nämlich so. Ist a und b die halbe grofse und kleine
se und F die Fläche der ganzen Ellipse, so wie T die Um-
afszeit des Planeten in dieser elliptischen Bahn, so hat man
ich dem zweiten Gesetze Kepler's

$$\frac{F}{T} = M,$$

o M eine constante Gröfse bezeichnet. Es ist aber $F = \pi a b$
ler, wenn man die Bahn kreisförmig annimmt, $F = a^2 \pi$, al-
auch die vorige Gleichung, wenn $\pi = 3{,}14159\ldots$ ist,

$$\frac{a^2 \pi}{T} = M \text{ oder } \frac{a^2}{T} = \frac{M}{\pi}$$

nd dieses widerspricht allerdings dem dritten Gesetze, nach
elchem $\frac{a^3}{T^2}$ und nicht $\frac{a^2}{T}$ eine constante Gröfse seyn soll.

Allein der Irrthum in diesem Schlusse liegt in der ersten
leichung

$$\frac{F}{T} = M,$$

welcher stillschweigend angenommen worden ist, dafs die
röfse M eine für *alle* Planeten constante und identische Gröfse
yn soll, was keineswegs der Fall ist. Diese Gröfse M ist
imlich nur für alle Puncte der Bahn eines und desselben
laneten constant, aber sie variirt von einem Planeten zum
ndern, während im Gegentheile die Gröfse $\frac{a^3}{T^2}$ in der That
r *alle* Planeten und Kometen unseres Sonnensystems eine
d dieselbe unveränderliche Gröfse bezeichnet. Jene erste
leichung mufs nämlich so ausgedrückt werden

$$\frac{F}{T} = \tfrac{1}{2} \mu . \sqrt{p},$$

o μ eine für alle Planeten constante Gröfse und p den hal-
en Parameter jeder einzelnen Planetenbahn bezeichnet. Sub-
ituirt man in dieser Gleichung statt F den Werth

$$F = \pi a b = \pi a^{\frac{3}{2}} . \sqrt{p},$$

o erhält man sofort

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\mu^2}{4\pi^2},$$

wie es dem dritten Gesetze Kepler's gemäfs ist.

Ist nämlich überhaupt f die Fläche des elliptischen Sect dessen Scheitel im Brennpuncte der Ellipse ist, und t die Z während welcher der Radius Vector des Planeten diese Flä zurücklegt, so hat man

$$\frac{f}{t} = \tfrac{1}{2}\,\mu.\sqrt{p} \;\ldots\; \text{(I)}$$

also auch für die Fläche F der ganzen Ellipse, wo t in Umlaufszeit T übergeht,

$$\frac{F}{T} = \tfrac{1}{2}\mu.\sqrt{p},$$

oder, da

$$F = \pi a^{\frac{1}{2}}\sqrt{p} \text{ ist,}$$

$$\frac{\pi a^{\frac{3}{2}}\sqrt{p}}{T} = \tfrac{1}{2}\,\mu\sqrt{p} \text{ oder } \frac{a^3}{T^2} = \left(\frac{\mu}{2\pi}\right)^2 \;..\; \text{(II)}$$

oder endlich

$$\mu = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T} \;\ldots\; \text{(III)}$$

wo die vorletzte dieser Gleichungen oder wo die Gleich (II) das dritte Gesetz Kepler's und wo die Gleichung (I den Werth der erwähnten Constante μ giebt. Die G chung (I) nämlich regulirt die Bewegung jedes einzelnen P neten in seiner elliptischen Bahn, ohne Rücksicht auf die a dern; die Gleichung (II) aber ist das Band, welches die B wegungen aller Planeten und Kometen unter einander ver det; die Gleichung (III) endlich giebt, wenn man in ihr Werthe von a und T irgend eines Planeten unseres Sonnen systems substituirt, diejenige Constante μ, die diesem System eigenthümlich ist und durch die es sich, in Beziehung auf d in diesem Systeme herrschende Centralkraft, von allen and Systemen unterscheidet. Diese Gröfse μ kann daher als *Charakteristik* unseres Sonnensystems betrachtet werden. F die Erde z. B. ist die siderische Umlaufszeit T = 365,2563 und die halbe grofse Axe der Bahn a = 1; also ist auch na der Gleichung (III)

$$\mu = \frac{2\pi}{T} = \frac{6,2831853}{365,256384} = 0,0172021$$

Theilen des Halbmessers, oder in Secunden ausgedrückt

$$\frac{\mu}{\text{Sin. } 1''} = 3548'',19.$$

. Betrachtungen über diese Charakteristik des Sonnensystems.

Diese Gröfse $\mu = 0,0172021$ ist es also, wodurch unser nnensystem sich von allen übrigen Systemen des Welten-ums unterscheidet, in welchem ebenfalls mehrere Körper, ie hier die Planeten, um einen Centralpunct, wie hier die nne, sich bewegen. Das Verhältnifs der Fläche f zu der it t besteht nämlich, wie die obige Gleichung

$$\frac{f}{t} = \frac{1}{2}\mu . \sqrt{p}$$

igt, aus zwei Gliedern $\frac{1}{2}\mu$ und $\sqrt{p}$. Von diesen Gliedern das letzte $\sqrt{p}$ von dem Parameter (von der Gröfse) der neten- oder Kometenbahn abhängig und daher von einer in zur andern, im demselben Systeme, veränderlich, wäh-id das andere Glied $\frac{1}{2}\mu$ für alle Körper desselben Systems selbe constante Gröfse bleibt. Diese Gröfse μ bezieht sich nicht mehr auf die Körper, welche die Sonne umkreisen, dern sie bezieht sich nur auf diese Sonne selbst, als auf Centralkörper des ganzen Systems; sie bezieht sich auf eigentliche Kraft dieses Centralkörpers, die derselbe auf Planeten und Kometen, die zu ihm gehören, ausübt, endlich mit andern Worten, da die absolute Kraft eines pers nur durch seine *Masse* bestimmt wird, so bezieht die Gröfse μ auf die *Masse der Sonne*. Wenn man da-von unserem Systeme zu einem anderen, wenn man von erer Sonne zu einer anderen übergeht, um welche sich der andere Körper, übrigens nach denselben Gesetzen, be-en, so wird auch diese Gröfse μ einen anderen Werth lten. Dieses wird z. B. der Fall bei allen Doppelsternen , von deren mehreren wir bereits die elliptischen Bahnen einen dieser Sterne um den anderen beobachtet und der nung unterworfen haben. Allein auch schon in diesem

unseren eigenen Sonnensysteme können wir davon meh
Beispiele anführen. *Jupiter* z. B. ist so weit von der S
und von allen übrigen Planeten entfernt und seine Mass
so beträchtlich, daſs er mit seinen vier Monden gleichsam
eigenes, wenn gleich untergeordnetes System in unserem W
tenraume bildet, daher auch dieses System seine eigene C
rakteristik haben wird. Dasselbe gilt auch von unserer E
die mit ihrem Monde ein abgesondertes System bildet.
die Charakteristik dieser verschiedenen Systeme zu finden, w
den wir die obige Gleichung (III)

$$\mu = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T}$$

wieder vornehmen. Setzt man $a = 1$ und $T = 365,256$
Tage für die Erde, so erhält man, wie wir oben geseh h
ben, $\mu = 0{,}0172021$ und diese Gröſse μ ist, wie für si
klar, in Theilen des Halbmessers der Erdbahn ausgedrü
Will man sie aber in geographischen Meilen ausdrücken,
wird man a gleich 20665840 setzen, denn dieses ist die
zahl der Meilen, welche die halbe groſse Axe der Erdb
enthält. Läſst man dann T, wie zuvor, so erhält man

$$\mu = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T} = 1616075550 \text{ Meilen.}$$

Für den Mond unserer Erde aber ist $a = 51850$ Meilen
die siderische Umlaufszeit $T = 27{,}321661$ Tage, also ist
für dieses irdische System

$$\mu' = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T} = 2715160 \text{ Meilen.}$$

Für den vierten Satelliten Jupiters endlich ist $a = 2454..$
len und $T = 16{,}68902$ Tage, also auch

$$\mu' = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T} = 45768000 \text{ Meilen.}$$

Wollte man aber in diesen Bestimmungen der Gröſse μ
Umlaufszeit T nicht, wie oben, in mittleren Sonnent
sondern in Zeitsecunden ausdrücken, so würde man
obigen μ und μ' durch 24×60^2 oder durch 86400 dividi
Auf diese Weise wird z. B. für die Erde das obige $\mu = 0{,}017$
übergehn in

$\mu = 0{,}0000001991$ Halbmesser der Erdbahn

ebenso wird das vorhergehende $\mu' = 1616075550$ über-
in

$$\mu' = 18705 \text{ geogr. Meilen.}$$

die Bedeutung dieser wichtigen Gröfse μ näher kennen
lernen, wollen wir die zwei Gleichungen näher betrach-
die wir oben [1] für die Bewegung der Planeten und Kome-
um die Sonne gegeben haben. Diese Gleichungen sind,
n man daselbst μ^2 statt μ setzt,

$$\left.\begin{array}{l} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{\mu^2}{r^2} \cdot \frac{x}{r} = 0 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{\mu^2}{r^2} \cdot \frac{y}{r} = 0 \end{array}\right\}$$

$\frac{\mu^2}{r^2}$ die Kraft der Sonne in der Richtung des Radius
tor r des Planeten bezeichnet. Da aber diese Kraft nach
von Newton entdeckten Gesetze der Schwere gleich der
se dividirt durch das Quadrat der Entfernung r des an-
enden Körpers ist, so bezeichnet μ^2 die *Masse der Sonne.*
also die in der Entfernung r von der Sonne statt habende
iehung der Sonne $\frac{\mu^2}{r^2}$ ist, so wird man, zur näheren Be-
mung dieser Kraft, vor Allem eine Zeiteinheit und eine
meinheit festsetzen müssen. Jene ist für unser Sonnensy-
der mittlere Sonnentag und diese ist die halbe grofse
der Erdbahn. In Beziehung auf diese beiden Einheiten
also

$$\mu = 0{,}0172021 \text{ und } \mu^2 = 0{,}0002959.$$

e Zahlen aber sind so zu verstehn. Wenn die Sonne auf
n ruhenden materiellen Punct, dessen Entfernung von der
ne gleich r ist, während eines mittleren Tags fortwährend
rirkt (und zwar immer mit derselben Kraft, so dafs also
relative Entfernung beider Körper sich nicht änderte), so
l die Sonne am Ende dieses Tages dem materiellen Puncte
Geschwindigkeit ertheilt haben, mit welcher er, wenn er

---

1 S. Art. *Mechanik.* Bd. VI. S. 1569. Nr. III.

jetzt sich ganz allein selbst überlassen bliebe, in der einheit, d. h. in einem mittleren Tage, um die $\mu^2 = 0{,}0002959$ Halbmesser der Erdbahn, sich fortbe würde. Durch die Schwere der Erde aber erhält bekan jeder Körper auf der Oberfläche derselben im freien während der ersten Secunde die Geschwindigkeit von 30 Par. Fuſs, also auch die Geschwindigkeit von

$$\frac{30{,}1028}{22830} \text{ geogr. Meilen,}$$

oder endlich, da 15 geographische Meilen auf einem Gr Aequators gehn, die Geschwindigkeit von

$$\frac{30{,}1028}{22830} \cdot \frac{2\pi}{5400} = 0{,}00000153428 \text{ Erdhalbmessern,}$$

welche letzte Zahl wir g nennen wollen. Drückt man die Gröſse $\mu^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{T^2}$ ebenfalls im Erdhalbmessern au wird man, da die Sonnenparallaxe gleich 8,6 Secunde trägt, statt a die Gröſse $\frac{1}{\text{Sin. } 8'',6}$ setzen, so daſs man für die Kraft der Sonne den Ausdruck hat

$$\mu^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{g T^2} = \frac{4\pi^2}{g T^2 \text{ Sin.}^3 8'',6},$$

wenn die Kraft der Erde gleich der Einheit vorausg wird. Um diesen Ausdruck in Zahlen darzustellen, hat

$$\begin{aligned}
\text{Log. } 4\pi^2 &= 1{,}5963598 \\
\text{Log. } \frac{1}{\text{Sin.}^3 8'',6} &= 3{,}1397798 \\
& 4{,}7361396 \\
\text{Log. } T^2 &= 4{,}9982230 \\
& 9{,}7379166 \\
\text{Log. } g &= 4{,}1859663 \\
\text{Log. } \mu^2 &= 5{,}5520103 \\
\mu^2 &= 356460
\end{aligned}$$

oder die *Kraft* der Sonne ist 356460mal gröſser, als die der Erde, und dasselbe Verhältniſs muſs daher auch zwi den *Massen* dieser beiden Himmelskörper bestehn. Die (μ^2 ist also die Masse der Sonne, wenn die der Erde als heit angenommen wird.

Um dasselbe Resultat noch auf einem anderen Wege zu
lten, so ist der Bogen, welchen die Erde in ihrer mitt-
Bewegung um die Sonne während einer Secunde mittle-
Zeit beschreibt, gleich

$$\frac{2\pi}{T}$$

der Sinus versus dieses Bogens ist

$$2\,a\,\mathrm{Sin.}^2\,\tfrac{1}{2}.\frac{2\pi}{T}=\frac{2\pi^2 a}{T^2};$$

er letzte Ausdruck ist zugleich die Gröfse (in Theilen
Halbmessers a der Erdbahn ausgedrückt), um welche die
e in ihrer jährlichen Bewegung während einer Zeitse-
le gegen die Sonne fällt oder $\frac{2\pi^2 a}{T^2}$ ist die Anziehung der
ne in der Entfernung a von ihrem Mittelpuncte. Diejenige
fse aber, um welche die Körper auf der Oberfläche der
während einer Zeitsecunde gegen den Mittelpunct der
fallen, ist

$$\tfrac{1}{2}g = 15{,}0514 \text{ Par. Fufs.}$$

ist auch $\frac{\frac{1}{2}g}{a^2}$ der Raum, um welchen die Körper in der
ernung von a durch die Anziehung der Erde in einer Se-
le gegen die Erde fallen, oder $\frac{\frac{1}{2}g}{a^2}$ ist die Anziehung der
in der Entfernung a von ihrem Mittelpuncte. Da aber,
dieselbe Entfernung, die Anziehungen zweier Körper sich
ihre Massen verhalten, so hat man, wenn M die Masse
Sonne bezeichnet, die der Erde als Einheit angenommen,

$$M:1=\frac{2\pi^2 a}{T^2}:\frac{\frac{1}{2}g}{a^2}$$

$$M=\frac{4\pi^2 a^3}{g\,T^2},$$

auch $M=\mu^2$, wie zuvor.

Ist überhaupt a die halbe grofse Axe einer Planetenbahn,
der Erdbahn als Einheit angenommen; ist ferner T die
rische Revolution jenes Planeten in Tagen und Θ die
che mittlere Bewegung desselben Planeten in Graden aus-

gedrückt, so hat man zwischen diesen Gröfsen folgen[illegible]chungen:

$$\left.\begin{aligned} \Theta &= \frac{360}{T} \\ \frac{a^{\frac{3}{2}}}{T} &= \frac{\mu}{2\pi} = 0{,}0027378 \quad \text{und} \\ \Theta . a^{\frac{3}{2}} &= \mu = 0{,}98560744 \end{aligned}\right\}$$

wo der letzte Werth von μ die tägliche mittlere Be[illegible] der Erde in Graden ausgedrückt ist. In der That ha[illegible] oben

$$\frac{\mu}{\text{Sin. } 1''} = 3548{,}19 \text{ Secunden}$$

und diese Zahl durch 3600 dividirt giebt 0,98560744 [illegible] Die Differentiation dieser drei Gleichungen giebt

$$\partial\Theta = -360\frac{\partial T}{T^2};\ \partial T = 3T.\frac{\partial a}{2a};\ \partial\Theta = -540\frac{\partial}{T}$$

oder auch, wenn man blofs die Verhältnisse dieser Di[illegible]tiation zu ihren ursprünglichen Werthen sucht,

$$\frac{\partial\Theta}{\Theta} = -\frac{\partial T}{T};\ \frac{\partial T}{T} = \frac{3\partial a}{2a};\ \frac{\partial\Theta}{\Theta} = -\frac{3\partial a}{2a},$$

welche Ausdrücke also ganz unabhängig von dem Wert[illegible] Gröfse μ sind.

Der mannigfaltige Gebrauch dieser Ausdrücke zur [illegible]sung mehrerer Probleme ist für sich klar. Wenn man [illegible]suchen wollte, wie viel das Jahr der Erde geändert w[illegible] würde, wenn die mittlere Distanz a der Erde um [illegible] achten Theil geändert würde, so wird man in der [illegible]chung

$$\frac{\partial T}{T} = \frac{3\partial a}{2a}$$

die Gröfse $a = 1$ und $\partial a = \frac{1}{8}$ setzen, wodurch man e[illegible]

$$\frac{\partial T}{T} = \frac{3}{16} = 0{,}19 \text{ nahe genau,}$$

oder das Jahr der Erde würde um 0,19 seines Betrags,

um 69 Tage kürzer seyn, als es jetzt ist. Man kann
uch die Gleichung

$$\mu = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T}$$

ziehung auf T und μ selbst differentiiren, indem man a
nt annimmt, wodurch man erhält

$$\partial\mu = -\frac{\mu\,\partial T}{T} \text{ oder } \frac{\partial\mu}{\mu} = -\frac{\partial T}{T}.$$

B. für die Erde T = 365,25638 und $\frac{\partial T}{T} = \frac{1}{12}$, so ist

$$\frac{\partial\mu}{\mu} = \frac{1}{12} = 0{,}08$$

$$\partial\mu = \frac{0{,}017202}{12} = 0{,}00143,$$

eifst also: wenn die mittlere Entfernung der Erde von
onne dieselbe bliebe, wenn aber ihre Umlaufszeit um
12ten Theil oder um einen Monat kürzer wäre, als sie
st, so müfste auch die Masse oder die Dichtigkeit der
um $\frac{8}{100}$ ihres Betrags gröfser seyn, als sie jetzt ist, oder
mgekehrt, würde die Masse der Sonne, z. B. durch ihre
igung mit andern auf sie stürzenden Weltkörpern, um
gröfser, so würde dadurch das Jahr der Erde und
ller Planeten um den 12ten Theil ihrer gegenwärti-
änge kleiner werden. Bemerken wir noch zum Schlusse
Abschnitts, dafs das erwähnte dritte Gesetz KEPLER's,
ch das Verhältnifs der Halbmesser der Bahnen zu den Um-
iten bestimmt wird, in seiner ganzen Strenge nur dann
ist, wenn man die Massen der um die Sonne sich be-
den Körper gegen die Masse der Sonne als ganz unbe-
d vernachlässigen kann. Wenn man aber auf diese
n auch Rücksicht nimmt, so wird man statt der obigen
ung (III)

$$\mu = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T},$$

, wie wir gesehn haben, die Masse der Sonne ausdrückt,
lgenden Ausdruck setzen:

$$\sqrt{M+m} = \frac{2\pi a^{\frac{3}{2}}}{T} \quad \text{: . :} \quad \text{(IV)}$$

wo M die Masse der Sonne und m die Masse desjenigen Planeten bezeichnet, dessen Umlaufszeit T ist und zu welchem die halbe grofse Axe a der Bahn gehört, so dafs also die Gleichung (III) nur dann der Wahrheit vollkommen gemäfs ist, wenn man die Masse m eines jeden Planeten gegen die Masse M der Sonne als gänzlich verschwindend betrachten kann.

Ebenso wird man, wenn wieder m die Masse eines Planeten und m' die seines Satelliten bezeichnet, die Gleichung haben

$$\sqrt{m+m'} = \frac{2\pi . a'^{\frac{3}{2}}}{T'},$$

wo wieder a' die halbe grofse Axe der Bahn und T' die siderische Umlaufszeit des Satelliten um seinen Hauptplaneten bezeichnet. Die Division der beiden letzten Gleichungen giebt

$$\frac{M+m}{m+m'} = \left(\frac{a}{a'}\right)^3 . \left(\frac{T'}{T}\right)^2 \quad . . . \quad \text{(V)}$$

und diese Gleichung (V) ist es, die man eigentlich statt der Gleichung (III) substituiren mufs. Vernachlässigt man in dem letzten Ausdrucke die gegen die Einheit sehr kleine Gröfse $\frac{m'}{M+m}$, so erhält man

$$\frac{m}{M} = \frac{A}{1-A},$$

wo der Kürze wegen

$$A = \left(\frac{a'}{a}\right)^3 . \left(\frac{T'}{T}\right)^2$$

gesetzt worden ist. Für Jupiter z. B. ist a = 5,20278 Halbmesser der Erdbahn, oder a = 5,20278 × 20665800 geogr. Meilen, und T = 4332,5848 Tage. Für den vierten Satelliten dieses Planeten aber ist a' = 245400 Meilen und T' = 16,6890 Tage. Dieses giebt

$$\text{Log.} \left(\frac{a'}{a}\right)^3 = 0{,}0751610 - 8$$

und

$$\text{Log.} \left(\frac{T}{T'}\right)^2 = 4{,}8286336,$$

auch

$$A = 0{,}0008013$$

$$\frac{m}{M} = \frac{A}{1 - A} = 0{,}0008019 = \frac{1}{1247}$$

die Masse Jupiters ist der 1247ste Theil der Sonnenmasse. ei mufs bemerkt werden, dafs die oben angenommene fse Axe a′ der Satellitenbahn zu klein angenommen, daher h der Werth von $\frac{m}{M}$ zu klein erhalten worden ist. New- t[1] hat diese grofse Axe aus Pound's, seines Zeitgenossen, bachtungen fehlerhaft genommen und sonderbarer Weise en die Nachfolger dieses grofsen Astronomen sich bei die- Resultate beruhigt, ohne weitere unmittelbare Beobach- gen darüber anzustellen. Laplace hat in seiner Méc. ste diese Masse Jupiters auf dem oben angeführten Wege ch $m = \frac{1}{1054}$, also nur wenig gröfser, als Newton, der gleich $\frac{1}{1067}$ setzte, angenommen und diese Bestimmung sehr genau angesehn. Allein erst in den letzten Jahren Nicolai, dafs die Störungen der Juno durch Jupiter ein genaues Mittel geben, die Masse dieses letzten Planeten bestimmen, und er fand auf diesem Wege $m = \frac{1}{1054}$, wenn Masse M der Sonne gleich der Einheit gesetzt wird. Bald uf berechnete auch Encke die Störungen der Vesta durch ter und fand $m = \frac{1}{1050}$, so wie er auch aus den Per- ationen des nach ihm benannten Kometen $m = \frac{1}{1054}$, wie Nicolai, abgeleitet hatte. Der Unterschied der von ton angenommenen und der neueren Masse oder der Un- hied der beiden Gröfsen $\frac{1}{1067}$ und $\frac{1}{1050}$ beträgt nahe den n Theil des Ganzen, und die Astronomen konnten sich

---

[1] Principia Lib. III.

lange nicht erklären, warum eine so wichtige Gröſse, [...]
piters Masse für die Störungen unseres Planetensyste[...]
auf zwei verschiedenen Wegen so wenig übereinstimme[...]
funden wurde, bis endlich Airy darauf verfiel, die gro[...]
der Bahn des vierten Satelliten noch einmal und zwar [...]
ler Umsicht zu messen, wo er denn fand, daſs Pound[...]
stimmungen, auf welche Newton seine Rechnungen g[...]
und denen alle seine Nachfolger ohne Grund vertrauten[...]
lerhaft gewesen sind. In der That fand Airy aus sein[...]
obachtungen die Masse Jupiters $m = \frac{1}{1049}$, und dassel[...]
sultat erhielt auch Santini aus seinen Messungen der [...]
ten Elongation dieses Satelliten von seinem Hauptpla[...]
Kennt man aber die Masse m eines Planeten und seine [...]
lere Entfernung a von der Sonne, so wie seinen wahren [...]
messer R, so erhält man auch seinen scheinbaren Halbm[...]
ϱ, wie er aus dem Mittelpuncte der Sonne in der Entfer[...]
a gesehn wird, seine Dichtigkeit d und die Fallhöhe [...]
Körper auf seiner Oberfläche in der ersten Zeitsecunde [...]
die Gleichungen

$$\text{Sin.}\,\varrho = \frac{R}{a},$$

$$\frac{d}{d'} = \frac{m}{m'} \cdot \left(\frac{R'}{R}\right)^3,$$

$$\frac{g}{g'} = \frac{m}{m'} \cdot \left(\frac{R'}{R}\right)^2,$$

wo m', R', d' und g' dieselben Bedeutungen für einen an[...]
Planeten haben. Bezeichnet man ebenso durch O und O' [...]
Oberflächen und durch V und V' die Volumina oder die k[...]
perlichen Inhalte der beiden Planeten, so hat man

$$\frac{O}{O'} = \left(\frac{R}{R'}\right)^2 \text{ und } \frac{V}{V'} = \left(\frac{R}{R'}\right)^3.$$

Gehören z. B. die Gröſsen a', R' und $\text{Sin.}\,\varrho' = \frac{R'}{a'}$ u. s. [...]
für die Erde und a, R, ϱ ... für Jupiter, so hat man [...]
Masse der Erde

1 Memorie della Società Italiana delle Scienze in Modena. XXI. Astron. Nachrichten N. 210.

$$m' = \frac{1}{356460} \text{ der Sonnenmasse,}$$

den wahren Halbmesser der Erde

$$R' = \frac{5400}{2\pi} = 859{,}4366 \text{ geogr. Meilen,}$$

endlich für die Horizontalparallaxe der Sonne $\varrho' = 8'',6$. aber R der Halbmesser einer Kugel, so ist die Oberfläche selben $O = 4\,R^2\pi$ und das Volumen $V = \frac{4}{3}R^3\pi$, also auch für die Erde

$$O' = 9281916 \text{ Quadratmeilen}$$

$$V' = 2659073100 \text{ Kubikmeilen.}$$

Jupiter aber ist nach der alten Bestimmung Newton's $= \frac{1}{1067}$ und die halbe große Axe a seiner Bahn gleich 2791 Halbmesser der Erdbahn oder

$$a = 5{,}202791 \times \frac{5400}{2\pi \text{ Sin. } 8'',6} \text{ Meilen.}$$

er ist für Jupiter $\varrho = 18'',37$, also auch der wahre Halbmesser dieses Planeten

$$R = a \text{ Sin. } \varrho = 9551{,}27 \text{ Meilen.}$$

die Oberfläche desselben erhält man

$$\frac{O}{O'} = 123{,}508$$

$$O = 1146 \text{ Millionen Quadratmeilen}$$

für das Volumen dieses Planeten

$$\frac{V}{V'} = 1372{,}592$$

$$V = 3649820 \text{ Mill. Kubikmeilen.}$$

Verhältniß der Schweren auf der Oberfläche Jupiters und Erde ist aber

$$\frac{g}{g'} = \frac{m}{m'}\left(\frac{R'}{R}\right)^2 = 2{,}705$$

, da für die Erde $g' = 15{,}0514$ Par. Fuſs ist, für Jupiter

$$g = 40{,}7125 \text{ Par. Fuſs,}$$

das heiſst: die Körper fallen auf der Oberfläche Jupiters der ersten unserer Zeitsecunden durch 40,7125 Fuſs, w man auf die durch die schnelle Rotation dieses Planeten stehende Centrifugalkraft keine Rücksicht nimmt. Das V hältniſs der Dichtigkeiten der Massen dieser zwei Plan endlich ist

$$\frac{d}{d'} = \frac{m}{m'} \left(\frac{R'}{R}\right)^3 = 0{,}2434.$$

Gehören aber die Gröſsen m', R', d', g' . . . für die Erd m, R, d, g . . . für die Sonne, so ist

$$\frac{m}{m'} = 356460 \text{ und } \frac{R'}{R} = \frac{1}{113},$$

also auch, mit Hülfe der oben angeführten Gleichungen,

$$\frac{d}{d'} = 0{,}25;\ \frac{g}{g'} = 27{,}92 \text{ und } g = 420 \text{ Fuſs}$$

oder die Erde ist viermal dichter, als die Sonne, und die K per fallen auf der Oberfläche der Sonne in der ersten Sec durch 420 Par. Fuſs. Dabei wird es im hohen Grade in essant bleiben, daſs es dem menschlichen Geiste gelung von jenen durch so groſse Räume von uns getrennten H melskörpern nicht nur ihre Gröſse und Entfernung, so auch die mannigfaltigen Bewegungen derselben und sog Schweren auf ihrer Oberfläche und die gröſsere oder klei Dichtigkeit des inneren Gewebes zu bestimmen, aus wel diese Körper bestehn.

F. Säculare Bewegung des Monds.

Nach dem Vorhergehenden sind die siderischen Um zeiten aller Planeten um die Sonne, so wie der Satelliten ihre Hauptplaneten, für alle Zeiten constante oder unverä liche Gröſsen. Allein von diesem allgemeinen Gesetze sch der Mond unserer Erde eine merkwürdige Ausnahme zu chen, da seine siderische Umlaufszeit um die Erde, d guten Beobachtungen der alten und neuen Zeiten zufolge, mer kürzer wird. Diese Ausnahme, wenn sie in der T existirt, ist aber für die Erdbewohner und vielleicht für ganze Erde selbst von der gröſsten Wichtigkeit. Denn w

[U]mlaufszeit eines Himmelskörpers mit der Zeit abnimmt, [d]afs auch, dem dritten Gesetze Kepler's zufolge, die [mittle]re Entfernung desselben von seinem Centralkörper ab-[nehm]en oder der Mond wird in diesem Falle die Erde in [imme]r engeren Bahnen umkreisen und endlich auf sie stürzen [müss]en. Welche Folgen dieses für uns haben würde, ist leicht [vorau]sersehn.

[H]alley hatte zuerst bemerkt und Dunthorn nebst Tobias [May]er haben später durch eine sehr sorgfältige Untersuchung [über] allen Zweifel erhoben, dafs die mittlere Bewegung des [Mon]ds seit den ältesten bis auf unsere Zeiten mit jedem Jahr-[hund]ert immer schneller wird. Sie fanden nämlich, dafs die [Beob]achtungen nur dann mit den Berechnungen des Mondes [über]einstimmen, wenn man der wahren, heute statt haben-[den] täglichen mittleren Bewegung an jedem folgenden Tage [0",0]030683, also in einem Julianischen Jahre von 365¼ Tagen [den] Bogen 0",11207 und daher in einem Jahrhunderte (von [3652]5 Tagen) den Bogen 11",207 hinzusetzt. Welches ist [nun] die Ursache dieser höchst sonderbaren Veränderung der [mittl]eren Bewegung, also auch der Umlaufszeit des Mondes, [da d]och die Umlaufszeiten aller andern Körper unsers Son-[nens]ystems vollkommen constant und unveränderlich sind? [Läfst] sich diese vielleicht nur scheinbare Anomalie nicht auch [aus d]em allgemeinen Gesetze der Schwere erklären lassen, da [ihm d]och diese Erklärung mit allen andern Ungleichheiten des [Mond]s bereits so gut gelungen ist? Diese Frage hat die Geo-[mete]r lange Zeit sehr gequält. Einige suchten den Grund dieser [Ersch]einung in der Wirkung der Sonne auf die Mondbahn, an-[dere] in jener der Planeten, wieder andere in der nicht genau [kugel]förmigen Gestalt der Erde und des Mondes, in einer Stö-[rung] durch Kometen oder in dem Widerstande des Aethers, [der,] wenn er überhaupt existirt, die mittlere Bewegung des [Mond]s, aber ebenso auch aller übrigen Planeten, in der That [besch]leunigen müfste[1]. Noch andere wollten die Ursache die-[ser A]bweichung in der Zeit suchen, welche die Kraft der [Schwe]hung braucht, um von der Sonne bis zu den Plane-[ten z]u gelangen. Allein alle diese Meinungen wurden bald [ungen]ügend gefunden und das Räthsel, an dessen Auflösung

1 Vergl. Art. *Widerstand.*

sich so viele scharfsinnige Männer abgemüht hatten, blieb
seiner früheren Dunkelheit. Indefs ist die Uebereinstimm
aller anderen so mannigfaltigen und verwickelten Erschein
gen der Himmelskörper mit der von Newton entdeckten The
rie der allgemeinen Schwere so grofs und so bewunderung
würdig, dafs man nicht ohne lebhaftes Bedauern in diese
einzelnen Falle eine unerklärliche Ausnahme von jenem a
gemeinen Gesetze erblicken konnte.

Von dieser Betrachtung bewogen untersuchte La
die ganze Theorie der Mondbewegung noch einmal mit
gespanntesten Aufmerksamkeit, und ihm gelang es en
auch, die so tief verborgene und so lange vergeblich ges
te Ursache jener Anomalie glücklich zu entdecken. Es
bereits oben[1] die von Laplace gegebene Erklärung die
Erscheinung mitgetheilt und daselbst gezeigt worden, da
Ursache in der Veränderlichkeit der Excentricität der Erdb
liegt. Wir begnügen uns daher, hier nur noch dasjenige
Kürze nachzutragen, was an dem angeführten Orte überg
gen werden mufste.

Man sieht schon ohne alle Rechnung, dafs die So
je näher sie im Allgemeinen der Erdbahn ist, desto me
die Erde wirken müsse. Eine solche Annäherung der So
wird demnach auch die Mondbahn erweitern oder die U
laufszeit dieses Satelliten vergröfsern und umgekehrt. So
im Januar die Sonne am nächsten bei der Erde, also a
bei dem Monde, und im Julius ist sie wieder von diesen
den Weltkörpern am meisten entfernt. In der That ist
die wahre Umlaufszeit des Monds im Anfange eines jede
serer Jahre um beinahe 35 Zeitminuten gröfser als in der M
des Jahrs. Allein diese Unregelmäfsigkeiten stellen sich mit
Umlaufe der Erde, mit jedem Jahre wieder her und sind daher
periodisch, sodafs sie im Laufe eines jeden Jahrs gleichsam wi
verschwinden, ohne sich je mit der Zeit anzuhäufen. A
durch die erwähnte Abnahme der Excentricität der Erd
geht die Erde, also auch der Mond, von der Sonne i
weiter weg, die Mondbahn wird also auch, nach dem V
hergehenden, immer kleiner oder enger und die Umlaufszei

1 S. Art *Mond*. Bd. VI. S. 2368.

nds in dieser seiner Bahn mufs daher auch immer kürzer werden, dieses zwar so lange, als die Excentricität der Erdbahn in fortrender Abnahme begriffen ist. Nun nimmt zwar diese Excentri- nicht immer ab, sondern es wird auch einmal eine Zeit kom-, wo sie wieder zunimmt. Allein diese Zeit ist so weit uns entfernt und jene Abnahme dauert schon so viele tausende, dafs alle unsere Beobachtungen, auch die der echen und Chaldäer, noch in die Periode dieser Abnahme n und dafs nur die Theorie, indem sie den Beobachtun- so weit vorauseilt, uns von diesem Wechsel der Ab- Zunahme der Excentricität der Erdbahn zu belehren im nde ist. Nach dieser Theorie war nämlich die Excentrici- der Erdbahn um das Jahr 11450 vor dem Anfange unse- Zeitrechnung in ihrem gröfsten Werthe und gleich 0,01965 halben grofsen Axe der Erdbahn. Von jener Zeit nimmt lurch volle 36860 Jahre immer ab und wird erst um das 25400 nach Christus ihren kleinsten Werth 0,00393 er- en, um dann allmälig und in einer nahe ebenso lan- Periode wieder zuzunehmen. In unseren Tagen ist diese ntricität gleich 0,01679. In dieser grofsen Periode von 0 Jahren oder von mehr als 36 Jahrtausenden schwankt Excentricität jener Bahn zwischen den engen Grenzen 0,020 0,004, gleich einem grofsen Pendel, sehr langsam auf und er. In dieselbe Periode sind also auch die oben[1] er- ten säcularen Bewegungen der *Knoten* und der *Apsiden* Mondbahn eingeschlossen, da sie, wie dort gezeigt wur- aus derselben Quelle entspringen. Die Beobachtungen der menden Zeiten werden uns übrigens diese drei Bewegun- noch genauer kennen lehren, wenn sie sich in der Folge Jahrhunderte mehr angehäuft und wenn wir einmal die rie des Monds durch die Analyse noch mehr ausgebildet n werden.

Um noch zu zeigen, wie man zu dieser Kenntnifs der largleichung der mittleren Mondbewegung gekommen ist, en wir an, dafs man aus den Beobachtungen von der 1700 die Revolution des Monds auf das Genaueste be- nt habe, so dafs also diese Revolution allen Beobach-

[1] S. Art. *Mond.* Bd. VI. S. 2376.

tungen, die um den Anfang des 18. Jahrhunderts angest wurden, genau entspreche. Wenn man aber dann mit d selben Bestimmung die Beobachtungen im Anfange des geg wärtigen 19. Jahrhunderts verglich, so fand man, dafs diese letzte Zeit die *mittlere Länge* (nicht die Geschwin keit) des Mondes sich um 11″,2 oder um 0°,003111 zu l zeigte und dafs man daher am Ende des 18. Jahrhund für dessen Anfang man die obige Revolution bestimmt noch diese Gröfse 0°,003111 zur berechneten mittleren Li hinzu addiren mufs, um sie mit den Beobachtungen am E dieses Jahrhunderts übereinstimmend zu machen. Ehe man Ursache dieser Erscheinung aufsuchen konnte, mufste sich begnügen, sie einstweilen durch eine Formel den Be achtungen gemäfs darzustellen. Man nahm daher die Hy these an, dafs der Mond keine *constante* mittlere Geschw digkeit habe, wie dieses bei den Planeten allerdings der l ist, sondern dafs seine Geschwindigkeit mit der Zeit gle förmig wachse, etwa wie dasselbe auch mit der Gesch digkeit derjenigen Körper geschieht, die auf der Oberf unserer Erde frei fallen. Bezeichnet man nun durch constante mittlere Geschwindigkeit des Monds, die nä ohne jene Anomalie statt haben würde, und ist t die A der Jahrhunderte, die seit dem Jahre 1700 verflossen sin wie s der Bogen, den der Mond in seiner Bahn durc mittlere Bewegung zurücklegt, so ist $\frac{\partial s}{\partial t}$ der allgemeine druck der Geschwindigkeit, und man wird daher die chung haben

$$\frac{\partial s}{\partial t} = c + \alpha . t,$$

wo α eine Constante ist, die nun, so wie die Gröfse c, die Beobachtungen bestimmt werden soll.

Das Integral dieser Gleichung ist

$$s = ct + \tfrac{1}{2}\alpha . t^2,$$

wo also ct der Weg ist, welchen der Mond in t Jahrhu ten mit seiner für das Jahr 1700 bestimmten Umlaufszei rücklegen würde, und wo daher

$$x = \tfrac{1}{2}\alpha . t^2$$

die Correction dieses Weges oder derjenige Bogen ist,

n zu der, durch jene constante Umlaufszeit gefundenen mitt-
m Länge des Monds nach t Jahrhunderten noch hinzufügen
fs, um die mit diesen späteren Beobachtungen des Monds
reinstimmende Länge dieses Satelliten zu erhalten. Für
= 1 ist nach den Mondstafeln, die Lalande in seiner
ronomie aufgenommen hat, die Gröfse $\frac{1}{2}\alpha = 0°,003111$,
ist auch die gesuchte Correction

$$x = 0°,003111\ t^2,$$

l da diese Gleichung nur das Quadrat von t enthält, so ist
sowohl vor als auch nach der Epoche von 1700 immer
itiv, obschon die Gröfse t selbst, ihrer Natur nach, *vor*
n Jahre 1700 negativ genommen werden mufs. Dafs näm-
h für spätere Jahre als 1700 die Gröfse t, also auch die Cor-
ion x positiv seyn mufs, ist für sich klar. Für frühere
re aber läfst sich dieses auf folgende einfache Weise er-
en. Gesetzt, man sucht mit jener für 1700 bestimmten
olution die mittlere Länge des Monds rückwärts für das
r 1600, so wird man also zuerst von der für 1700 gege-
en Epoche die Bewegung des Monds für ein ganzes Jahr-
dert subtrahiren. Allein damit hat man offenbar den Werth
r Correction zu viel subtrahirt, weil die Bewegung für
0 schneller ist, als die für 1600, daher man also auch
jene Correction wieder addiren mufs.

Setzt man also, wie zuvor,

$$x = 0°,003111\ t^2$$

in Secunden ausgedrückt

$$x = 11'',2\ t^2,$$

rhält man

r 1700 . . . . $t = 0$ und die Correction $x = 0'',0$
r 1750 und 1650 $t = \pm\frac{1}{2}$ — — — $x = 2'',8$
r 1800 und 1600 $t = \pm 1$ — — — $x = 11'',2$ u.s.w.

len erwähnten Mondstafeln von Lalande ist die mittlere
ge des Monds für den Anfang des Jahrs 1700 im Pariser
ig

$$A = 40°\ 55'\ 56'',1$$

die tropische Bewegung des Monds in einem gemeinen
e von 365 Tagen

$$B = 129°\ 23\ 5'',2$$

angenommen werden. Allein diese letzte Bewegung B ist für die Epoche des Jahrs 1700 richtig und mufs daher jede andere Zeit verbessert werden. Sucht man z. B. diesen Tafeln des Monds die Länge dieses Satelliten für Jahr 1760, so hat man

Epoche für 1700	40°	55′	56″,1
Bew. für 60 Jahre	40	43	55,2
Länge für 1760	81	39	51,3
Säcul. Bewegung x =		+	4,0
corrigirte Länge für 1760 . .	81	39	55,3

weil nämlich hier $t = \frac{60}{100}$, also $t^2 = \frac{36}{100} = 0{,}36$, also $x = 11'',2t^2 = 4'',0$ ist. Ebenso hat man, wenn man diesen Tafeln die mittlere Länge des Monds für den Anfang des Jahrs 1200 nach Chr. G. sucht,

Epoche für 1700	40°	55′	56″,1
Bew. für 500 Jahre . . . —	99	26	0,0
Länge für 1200	301	29	56,1
Beweg. für 11 Tage . . +	144	56	24,9
	86	26	21,0
Säcul. Bewegung . . x = . . . +		4	40,0
corrigirte Länge für 1200 .	86°	31′	1″,0

wie in den Tafeln selbst angegeben ist, indem in dem letzten Beispiele $t = -5$, also auch $x = 11'',2t^2 = 280'',0 = 4'$ $40'',0$ ist.

Noch ist es interessant zu sehn, wie viel durch die säculare Bewegung des Monds die Umlaufszeit und die mittlere Entfernung des Monds von der Erde geändert werde. Die säculare Bewegung beträgt nach dem Vorhergehenden 0°,003111 in 100 Jahren, also auch in einem Tage

$$\partial\,\Theta = \frac{0^0{,}003111}{36525} = 0^0{,}00000008523$$

und dieses ist die Correction der mittleren täglichen Bewegung des Monds. Ist ferner T die Umlaufszeit des Monds in Tagen und a die halbe grofse Axe der Mondbahn, so erhalten wir, wenn wir die im vorhergehenden Abschnitte

es Artikels bereits aufgestellten Gleichungen wieder vor-
men,

$$\left.\begin{aligned} \partial T &= - T \cdot \frac{\partial \Theta}{\Theta} \\ \frac{\partial a}{a} &= - \tfrac{2}{3} \cdot \frac{\partial \Theta}{\Theta} \end{aligned}\right\} .$$

r nach den bereits angeführten Tafeln von LALANDE ist

$$\Theta = 13^\circ{,}1763966$$

l daher auch

$$T = \frac{360}{\Theta} = 27{,}321582 \text{ Tage},$$

l endlich

$$\partial \Theta = 0^\circ{,}00000008523.$$

stituirt man diese Werthe von T und $\partial \Theta$ in den vorher-
enden Tafeln, so erhält man

$$\partial T = - 0{,}0000001767$$

$$\frac{\partial a}{a} = - 0{,}000000004312,$$

dafs also Θ wächst, während T und a abnehmen.

Säculare Bewegung Jupiters und Saturns.

Auch diesen beiden gröfsten Planeten unseres Sonnensy-
s hat man noch zu Ende des vorhergehenden Jahrhun-
s eine ähnliche Veränderung ihrer mittleren Bewegung,
dem Monde, zugeschrieben. Schon HALLEY, NEWTON's
genosse, hatte bemerkt, dafs sich die mittlere Bewegung
rns immer verzögert, während die Jupiters im Gegen-
le sich beschleunigt. Die Astronomen führten deswegen
i in den Tafeln dieser beiden Planeten zwei ähnliche Cor-
ionen, wie oben für den Mond, ein, nämlich

$$- 83'',5\, t^2 \text{ für Saturn}$$

$$+ 34'',4\, t^2 \text{ für Jupiter},$$

wieder t die Anzahl der Jahrhunderte seit 1700 bezeichnet.

Die Auffindung der Ursache dieser Erscheinung aber fiel nicht minder schwer, als die so eben betrachtete ähnlich regelmäfsigkeit in der Mondbewegung. Wie es bei Un chungen solcher Art, die ins Tiefe gehn, zu geschehn so fand man auch hier zwar nicht eben sogleich das Ges aber dafür etwas Anderes, was noch viel interessante und was dann später, wenn gleich auf Umwegen, auch der zu dem so lange Gesuchten zurückführte. Man fand lich, in Folge der über diesen Gegenstand angestellten tischen Untersuchungen, dafs die grofse Axe der Bahn nes jeden Planeten, also auch die siderische Umlaufsz selben, für alle Zeiten constant und unveränderlich seyn oder dafs sie wenigstens nur periodische, keineswegs ab der Zeit fortschreitende Störungen erleiden könne[1]. D Theorem war für die Erhaltung des Planetensystems, mit es unmittelbar zusammenhängt, von den wichtigsten F Aber mit ihnen war auch zugleich bewiesen, dafs jene derungen der mittleren Bewegung, die man bei dem M und bei Jupiter und Saturn beobachtet hatte, nur periodi Störungen seyn konnten, wenn gleich vielleicht die Dauer rer Perioden viele Jahrtausende umschliefsen mag. Beim de fand man die Ursache dieses Phänomens, wie so eb dem vorhergehenden Abschnitte gezeigt worden ist, in Abnahme der Excentricität der Erdbahn. Aber welches ist Grund der ähnlichen Erscheinung für die zwei eben genan grofsen Planeten unseres Systems?

Nachdem Laplace den Grund dieser Anomalieen in f den Einwirkungen der Kometen, des Aethers u. s. w. unser Planetensystem lange vergebens gesucht hatte, ver endlich auf die Idee, dafs er vielleicht nur eine einfache der gegenseitigen Wechselwirkung dieser zwei Planeten einander seyn könnte, und die bereits oben[2] angeführte G chung zwischen T und r führte ihn auf die Ueberzeug dafs seine Vermuthung vollkommen gegründet sey. Um ses näher, als in dem angeführten Artikel geschehn ist, zu zeigen, wollen wir bemerken, dafs alle Aenderungen der L welche zwei Planeten durch ihre gegenseitigen Wirkungen

1 S. Art. *Perturbationen*. Bd. VII. S. 444.

2 Ebend. Bd. VII. S. 445.

len können, wenn man auf die Neigungen und Excentriten ihrer Bahnen Rücksicht nimmt, die allgemeine Form

$$A \, Sin. \, [(n' l' - n l) t + B]$$

en, wo l und l' die täglichen Bewegungen der Längen, t Anzahl der seit einer bestimmten Epoche verflossenen Tage l wo A und B zwei wenigstens für einen großsen Zeitraum e constante Grösen bezeichnen, während endlich die ösen n und n' nach der Ordnung gleich den natürlichen Zah- 1, 2, 3 . . . gesetzt werden. Für unsere gegenwärtige rachtung ist vorzüglich die Grösse A sehr wichtig, und es gt aus der Theorie der Perturbationen, daſs in jeder die- Störungsgleichungen die Gröſse A die Gestalt habe

$$A = \frac{M . \Theta^{n' - n}}{(n' l' - n l)^2 . t^2},$$

M eine constante Gröſse und Θ entweder die Excentrici- oder die Neigung der einen der beiden Planetenbahnen en die andere bezeichnet. Da nun die Excentricität so- hl, als auch die Neigung der Bahnen bei allen älteren Pla- n nur klein ist, so reicht es gewöhnlich schon hin, nur ersten dieser Störungsgleichungen zu berechnen, indem n die Gröſsen n und n' nur gleich 1 oder 2 oder höchstens ch 3 setzt, weil alle folgenden in die sehr kleine Gröſse , Θ^5 . . . multiplicirt und daher nur von sehr geringem rthe seyn werden. Dieser vortheilhafte Umstand macht es auch eigentlich nur möglich, die Störungen der Planeten berechnen, indem wir die hierher gehörenden sehr verwik- en Ausdrücke in Reihen auflösen und von diesen, ihrer sen Convergenz wegen, nur die ersten Glieder berück- tigen. Würden die Excentricitäten und Neigungen der etenbahnen sehr beträchtlich seyn, so würde jene Conver- z der Reihen nicht mehr statt haben und wir würden die ungen der Planeten nicht mehr auch nur mit einiger Ge- gkeit berechnen können. Allein die vorhergehende Schäz- g des Werthes von A würde nur sehr unvollkommen seyn, n man dabei, wie wir bisher gethan haben, nur auf den ler $\Theta^{n' - n}$ des in Rede stehenden Bruches Rücksicht neh- n wollte. Denn auch der Nenner

$$(n' l' - n l)^2 . t^2$$

ist veränderlich und er wird den Werth von A desto g[r]
machen, je kleiner er selbst ist. Er wird aber desto k[l]
seyn, je näher das Verhältniſs $\frac{l'}{l}$ dem veränderlichen [Ver-]
hältnisse $\frac{n}{n'}$ kommt, welches letzte die verschiedensten [W]
the $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ . . . annehmen kann, die zwische[n]
ersten natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 statt haben. Die[se Be-]
merkung, die man früher vernachlässigt und auf die [m]
LAPLACE aufmerksam gemacht hatte, war es, welch[e]
endlich auf die Entdeckung des wahren Grundes jener [wun-]
derbaren Erscheinung zwischen Jupiter und Saturn leitete.
oft nämlich die mittleren täglichen Bewegungen l und l',
auch die Umlaufszeiten, zweier Planeten sich nahe wie
ganze Zahlen n und n' verhalten, so oft kann jener W[erth]
von A sehr groſs und die daraus folgende Störung sehr [be-]
deutend werden. Für Jupiter ist die mittlere Bewegu[ng in]
365,25 Tagen $l = 30^0,349$ und für Saturn $l' = 12,221$,
ist auch

$$\frac{l'}{l} = \frac{12,221}{30,349} = 0,4026,$$

also auch nahe genug

$$\frac{l'}{l} = \frac{2}{5},$$

so daſs alle jene Störungsglieder, in welchen $n = 2$ [und]
$n' = 5$ sind, für diese zwei Planeten sehr beträchtlich w[er-]
den und daher eine besondere Untersuchung verdienen. [LA-]
PLACE nahm diese Untersuchung vor und fand seine Er[war-]
tung vollkommen bestätigt. Das Resultat seiner Untersu[chun-]
gen war, daſs in der Theorie Saturns eine groſse Ungl[eich-]
heit enthalten ist, welche auf 2952 Secunden steigen k[ann]
und deren Periode nahe 930 Jahre beträgt, welche zur m[itt-]
leren Bewegung dieses Planeten addirt werden muſs, um
der Wahrheit gemäſse Bewegung zu erhalten, und daſs
mittlere Bewegung Jupiters einer ähnlichen Ungleichheit
nahe derselben Periode unterworfen ist, die auf 1205 Sec[un-]
den steigen kann und von der mittleren Bewegung dieses P[la-]
neten subtrahirt werden muſs. Im Jahre 1560 unserer Ze[it-]
rechnung waren diese beiden Störungen nahe gleich Null,

werden auch wieder in allen den Jahren verschwinden, die
5 oder 2mal 465 oder 3mal 465 Jahre u. s. w. von jener Epo-
1560 vor- oder rückwärts entfernt sind. Die Periode
ser zwei Störungsgleichungen ist nämlich, nach dem Vor-
gehenden, gleich der Zeit, in welcher der Sinus von
(−21) t = 0,407 t alle möglichen Werthe durchgeht, d. h.
welcher der Winkel 0,407 t sich von 0 bis zu 360 Graden än-
t. Um diese Zeit zu finden, ist daher 0,407 t = 360 oder
te t = 900 und genauer t = 930 Jahre.

Laplace knüpfte an diese schöne Entdeckung noch eine
dere sehr sinnreiche Bemerkung, dafs man nämlich aus den
ttleren Bewegungen, welche ein Volk für diese zwei Pla-
ten gefunden hat, rückwärts auf die Zeit schliefsen kann, in
lcher dasselbe diese Beobachtungen angestellt hat. Die In-
r geben bekanntlich[1] ihren Planetentafeln ein sehr hohes
er, das mehrere Jahrtausende über den Anfang unserer ge-
wärtigen Zeitrechnung herausgeht. Wenn man aber diese
Tafeln näher untersucht, so findet man, dafs sie zu ei-
Zeit entworfen wurden, wo die mittlere Bewegung Sa-
s die langsamste und die Jupiters die schnellste war.
i Hauptepochen der indischen Chronologie erfüllen nahe
e Bedingung und von diesen Epochen fällt die eine in
Jahr 1490 nach Chr. und die andere 3100 Jahre vor
. Dafs der Umstand, nach welchem die mittlere Be-
ung des ersten + der doppelten des dritten — der drei-
en des zweiten Satelliten Jupiters immer gleich Null ist,
ähnlichen merkwürdigen Störungen dieser drei Monde An-
gegeben hat, ist schon oben[2] bemerkt worden. Weiter
n aber[3] werden wir sehn, dafs die Natur an diese *irra-
alen Verhältnisse* der Umlaufszeiten der Planeten den
sten Theil ihrer Sorgfalt für die Erhaltung dieses Systems
öpft habe, da ohne diese Verhältnisse eine längere Dauer
elben unmöglich gewesen wäre.

---

1 S. Art. *Vorrücken der Nachtgleichen.*
2 S. Art. *Trabant.*
3 S. Art. *Weltsystem.*

H. Heliocentrischer und geocentrischer Ort der Planeten.

Wir haben oben [Abschnitt (B) dieses Artikels] gezeigt, wie man aus zwei in der Zeit sehr verschiedenen Längen eines Planeten die Umlaufszeit desselben finden kann. Allein diese Längen müssen offenbar *heliocentrische* oder aus der Sonne gesehene Längen seyn und wir können nur *geocentrische* oder von der Erde aus gesehene Längen beobachten. Es ist daher noch die Frage zu beantworten, wie man aus den von uns beobachteten geocentrischen Oertern eines Planeten seine für dieselbe Zeit statt habenden heliocentrischen Oerter, und umgekehrt, ableiten kann, da das, was über diesen für die Astronomie höchst wichtigen Gegenstand im Artikel Ort gesagt wurde, als unvollständig und unzureichend angesehen werden muſs, obschon bereits in mehrern vorhergehenden Artikeln dieser zu vielen Untersuchungen sehr nothwendigen Verwandlungen der Planetenörter gedacht worden ist.

Sey L, P und R die von der Sonne gesehene Länge, die Distanz vom Pole der Ekliptik und der Radius Vector der Erde. Ebenso bezeichne l, p und r die *heliocentrische* Länge, die Poldistanz und den Radius Vector des Planeten, und für den *geocentrischen* Ort mögen endlich dieselben drei Gröſsen durch λ, π und ϱ ausgedrückt werden. Sey S der Mittelpunct der Sonne, T der Erde und P des Planeten. Man lege durch den Mittelpunct der Sonne drei feste, unter einander senkrechte gerade Linien X'SX und YSY' in der Ebene des Papiers und ZSZ' auf diese Ebene senkrecht, wo die mit einem Accent bezeichneten Hälften SX', SY', SZ' die negativ zu betrachtenden Theile dieser geraden Linien anzeigen sollen. Man fälle von dem Mittelpuncte T der Erde, so wie von dem Mittelpuncte P des Planeten die Lothe TB und Pb auf die Ebene XSY herab und ziehe in dieser Ebene von den Fuſspuncten B und b dieser Lothe die senkrechten Linien BA und ba auf die feste Gerade SX. Dieses vorausgesetzt, werden die drei rechtwinkligen, mit jenen drei festen Geraden parallelen Coordinaten der Erde gegen die Sonne seyn

Fig. 169.

$$SA = X, \quad AB = Y \text{ und } BT = Z,$$

ebenso wird man für die analogen Coordinaten des Pla-
m gegen die Sonne haben

$$Sa = x,\ ab = y \text{ und } bP = z.$$

ht man dann durch die Puncte B und T die mit SX pa-
elen Linien Bc und Td, durch c die mit SZ oder bP
llele Linie cd, und endlich durch d die mit SY paral-
Linie de, so wird man auch für die drei den vorigen
logen Coordinaten des Planeten gegen die Erde die Aus-
cke haben

$$Td = \xi,\ de = v \text{ und } eP = \zeta,$$

dafs also durch die drei letzten Coordinaten ξ, v, ζ der
centrische Ort des Planeten, durch x, y, z der heliocen-
che Ort des Planeten und durch X, Y, Z der heliocen-
he Ort der Erde angegeben wird. Der blofse Anblick der
r zeigt aber, dafs zwischen diesen drei Coordinatensyste-
die folgenden einfachen Gleichungen bestehn

$$\left.\begin{aligned} \xi &= x - X \\ v &= y - Y \\ \zeta &= z - Z \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad \text{(VI)}$$

nun diese Coordinaten durch die oben eingeführten Grö-
L, P, R u. s. w. auszudrücken, sey die durch die
e S in der Ebene der XY (welche wir für die Ebene
Ekliptik annehmen wollen) gezogene Gerade SN die Li-
ler Nachtgleichen, die mit der vorhin in derselben Ebene
ürlich gezognen festen Linie SX den Winkel NSX, den
N nennen wollen, bildet. Dieses vorausgesetzt hat man
lie geradlinigen Distanzen der drei Himmelskörper

$$ST = R,\ SP = r \text{ und } TP = \varrho.$$

man ferner in der Ebene der XY die geraden Linien
Sb und Te, so hat man für die drei oben genannten
en

$$\begin{aligned} L &= ASB + N \\ l &= aSb + N \\ \lambda &= dTe + N \end{aligned}$$

ndlich für die drei Winkeldistanzen von dem in der fe-
Linie SZ liegenden Pole der Ekliptik

$$P = 90^\circ - BST$$
$$p = 90^\circ - bSP$$
$$\pi = 90^\circ - eTP,$$

so dafs man demnach hat

$$SB = R \text{ Sin. } P$$
$$Sb = r \text{ Sin. } p$$
$$Te = \varrho \text{ Sin. } \pi.$$

Es ist aber auch $SA = SB \text{ Cos. } ASB$, $Sa = Sb$ Co
und $Td = Te \text{ Cos. } dTe$, oder, wenn man die so er
gebenen Werthe von SB, Sb und Te, so wie von $ASB = L$
$aSb = l - N$ und $dTe = \lambda - N$ in den drei letzten
drücken substituirt und wie zuvor $SA = X$, $Sa = x$
$Td = \xi$ setzt,

$$X = R \text{ Sin. } P. \text{ Cos. } (L - N)$$
$$x = r \text{ Sin. } p \text{ Cos. } (l - N)$$
$$\xi = \varrho \text{ Sin. } \pi \text{ Cos. } (\lambda - N)$$

und ebenso erhält man auch

$$Y = R \text{ Sin. } P \text{ Sin. } (L - N)$$
$$y = r \text{ Sin. } p \text{ Sin. } (l - N)$$
$$v = \varrho \text{ Sin. } \pi \text{ Sin. } (\lambda - N)$$

und endlich

$$Z = R \text{ Cos. } P$$
$$z = r \text{ Cos. } p$$
$$\zeta = \varrho \text{ Cos. } \pi.$$

Substituirt man aber diese Coordinatenwerthe in den drei
hergehenden Gleichungen (VI), so erhält man, wenn
der Kürze wegen $R' = R \text{ Sin. } P$, $r' = r \text{ Sin. } p$ und $\varrho' = \varrho$ Si
setzt, die folgenden sehr einfachen Ausdrücke:

$$\left.\begin{array}{l} \varrho' \text{ Cos. } (\lambda - N) = r' \text{ Cos. } (l - N) - R' \text{ Cos. } (L - N) \\ \varrho' \text{ Sin. } (\lambda - N) = r' \text{ Sin. } (l - N) - R' \text{ Sin. } (L - N) \\ \varrho' \text{ Cotg. } \pi = r' \text{ Cotg. } p - R' \text{ Cotg. } P \end{array}\right\} \ldots ($$

und diese Gleichungen enthalten die Auflösung unserer er
Aufgabe, nämlich des Problems, aus dem heliocentrischen O
eines Planeten den geocentrischen Ort desselben zu fin
Wenn man nämlich einen Planeten beobachtet hat, so w
man, für die Zeit dieser Beobachtung, aus den bekan

ementen der Erde und des Planeten oder aus den nach die-
ı Elementen verfertigten Tafeln die heliocentrische Länge
λ, die Breite $90° - P$, $90° - p$ und den Radius Vector R, r
rch Rechnung bestimmen, wo dann alle die Gröfsen, die
den Gleichungen (VII) rechts vom Gleichheitszeichen stehn,
iannt sind und sonach die drei links stehenden Gröfsen
π und ϱ' oder $\varrho = \frac{\varrho'}{\text{Sin.}\,\pi}$ sofort aus jenen gefunden werden
nen. Dabei ist die Gröfse N ganz willkürlich und man
n sie z. B. so annehmen, dafs die Berechnung der Gröfsen
π und ϱ dadurch am meisten erleichtert wird. Für $N = 0$
te man z. B.

$$\varrho' \text{Cos.}\,\lambda = r' \text{Cos.}\,l - R' \text{Cos.}\,L$$
$$\varrho' \text{Sin.}\,\lambda = r' \text{Sin.}\,l - R' \text{Sin.}\,L$$
$$\varrho' \text{Cotg.}\,\pi = r' \text{Cotg.}\,p - R' \text{Cotg.}\,P,$$

lafs man daher λ aus der Gleichung findet

$$\text{Tang.}\ \lambda = \frac{r' \text{Sin.}\,l - R' \text{Sin.}\,L}{r' \text{Cos.}\,l - R' \text{Cos.}\,L}.$$

ber so λ gefunden, so hat man auch ϱ' aus jeder der zwei
n und dann π aus der letzten Gleichung. Bequemer aber
für die Rechnung wird man

$$N = \tfrac{1}{2}(l + L)$$

n, wodurch man sofort die für Logarithmen geeigneten
rücke erhält:

$$\left.\begin{aligned} \text{Tang.}[\lambda - \tfrac{1}{2}(l+L)] &= \frac{r' + R'}{r' - R'}\ \text{Tang.}\,\tfrac{1}{2}(l - L) \\ \varrho' &= (r' + R').\frac{\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}(l - L)}{\text{Sin.}[\lambda - \tfrac{1}{2}(l + L)]} \\ \text{Cotg.}\,\pi &= \frac{r' \text{Cotg.}\ p - R' \text{Cotg.}\,P}{\varrho'} \end{aligned}\right\} \ldots \text{(VIII)}$$

Beisp. Ist $l = 258°\ 4'\ 59'',0$
$p = 93°\ 43'\ 38'',3$ und
$\text{Log.}\,r = 9{,}668747$;

an ferner ebenso für den heliocentrischen Ort der Erde
$L = 15°\ 59'\ 35'',9$
$P = 90°$ und
$\text{Log.}\,R = 9{,}9990770$,

so geben die Gleichungen (VIII) für den gesuchten geoc schen Ort des Planeten

$$\lambda = 214^\circ\ 41'\ 0'',3,$$
$$\pi = 91^\circ\ 21'\ 11'',9$$

und

$$\text{Log. } \varrho' = 0{,}1083364.$$

Wir wenden uns nun zu der zweiten unserer Aufgaben, lich aus dem gegebenen oder beobachteten *geocentrische* eines Planeten (nebst dem aus der Theorie der Sonn mer bekannten heliocentrischen Orte der Erde für di dieser Beobachtung) den entsprechenden *heliocentrisch* des Planeten durch Rechnung abzuleiten. Zu der Auf dieser Aufgabe könnte man wieder die vorigen Gleich (VIII) benutzen, wenn man sie auf folgende Weise stell:

$$r \text{ Sin. } p \text{ Cos. } l = R \text{ Sin. } P \text{ Cos. } L + \varrho \text{ Sin. } \pi \text{ Cos. } \lambda$$
$$r \text{ Sin. } p \text{ Sin. } l = R \text{ Sin. } P \text{ Sin. } L + \varrho \text{ Sin. } \pi \text{ Sin. } \lambda$$
$$r \text{ Cos. } p = R \text{ Cos. } P + \varrho \text{ Cos. } \pi.$$

Allein da man mit unsern Instrumenten nur unmittelba Gröfsen λ und π, nicht aber auch die Gröfse ϱ beoba kann, so läfst sich unsere Aufgabe durch diese Gleich nicht unmittelbar auflösen. Wollte man aber aus der be ten Theorie des Planeten auch noch eine der drei Gröfs p oder l als gegeben annehmen, so wäre die Auflösung a dings möglich. Wäre z. B. nebst den beiden beobac Gröfsen λ und π auch noch der Radius Vector r des Pla bekannt und überdiefs der Ort der Erde gegeben, so w man aus den letzten drei Gleichungen die drei unbeka Gröfsen l, p und ϱ auf folgende Weise finden. Quadri nämlich jene drei Gleichungen, so wird die Summe d Quadrate sofort den Ausdruck geben:

$$r^2 = R^2 + \varrho^2 + 2 R \varrho \text{ Cos. } \psi,$$

wo der Kürze wegen

$$\text{Cos. } \psi = \text{Sin. } P \text{ Sin. } \pi \text{ Cos. } (L - \lambda) + \text{Cos. } P \text{ Cos. } \pi$$

gesetzt worden ist. Man sieht, dafs die Hülfsgröfse ψ in Figur gleich dem äufsern Winkel T des Dreiecks STP Da sonach die Gröfse ψ vollkommen bekannt ist, so gibt vorhergehende für ϱ quadratische Gleichung, wenn man in Beziehung auf diese Gröfse auflöst,

$$\varrho = - R \operatorname{Cos.} \psi + \sqrt{r^2 - R^2 \operatorname{Sin.}^2 \psi}.$$

aber so die Gröfse ϱ bekannt, so findet man auch p und lurch die folgenden Ausdrücke:

$$\operatorname{Cos.} p = \frac{R \operatorname{Cos.} P + \varrho \operatorname{Cos.} \pi}{r},$$

$$\operatorname{Sin.} l = \frac{R \operatorname{Sin.} P \operatorname{Sin.} L + \varrho \operatorname{Sin.} \pi \operatorname{Sin.} \lambda}{r \operatorname{Sin.} p}$$

er

$$\operatorname{Cos.} l = \frac{R \operatorname{Sin.} P \operatorname{Cos.} L + \varrho \operatorname{Sin.} \pi \operatorname{Cos.} \lambda}{r \operatorname{Sin.} p}.$$

ese Auflösung findet ihre unmittelbare Anwendung, wenn n die von der Oberfläche der Erde beobachteten *Sonnen-ken* auf ihren vom Mittelpuncte der Sonne gesehenen Ort uciren will. Dann ist nämlich sehr nahe $\varrho = R$, also eine annte Gröfse, und überdiefs $P = 90^{\circ}$, da die Erde immer der Ebene der Ekliptik ist, wenn man hier die stets nur r kleinen Störungen derselben vernachlässigt. Dann hat

$$\operatorname{Cos.} p = \frac{R}{r} \operatorname{Cos.} \pi$$

$$\operatorname{Sin.} (l - \lambda) = \frac{R \operatorname{Sin.} (L - \lambda)}{r \operatorname{Sin.} p}$$

auch

$$\operatorname{Sin.} (l - L) = \frac{R \operatorname{Sin.} \pi \operatorname{Sin.} (\lambda - L)}{r \operatorname{Sin.} p}.$$

Allein da es aus guten Gründen aufser dem astronomi-Gebrauche ist, die Gröfse r bei der Auflösung dieses lems, der Verwandlung des geocentrischen Orts eines eten in seinen heliocentrischen, als gegeben vorauszu-n, so hat man zu diesem Zwecke einen andern Weg schlagen. Man setzt nämlich bei dieser Auflösung die *der Bahn* des Planeten oder die Neigung n derselben n die Ekliptik und die Länge k des aufsteigenden Kno-der Bahn in der Ekliptik als bekannte Gröfsen voraus. em gemäfs wird man also in den Gleichungen (VII) zu-die Gröfse N gleich k setzen. Nennt man dann u das *ment der Breite* oder die wahre Entfernung des Pla-

neten in seiner Bahn von dem aufsteigenden Knoten, so hat man

$$\begin{aligned}\text{Sin.}\,p\,\text{Cos.}\,(l-k) &= \text{Cos.}\,u\\ \text{Sin.}\,p\,\text{Sin.}\,(l-k) &= \text{Sin.}\,u\,\text{Cos.}\,n\\ \text{Cos.}\,p &= \text{Sin.}\,u\,\text{Sin.}\,n,\end{aligned}$$

und sonach gehn die Gleichungen (VII) in folgende über:

$$\left.\begin{aligned}r\,\text{Cos.}\,u - R\,\text{Cos.}\,(L-k) &= \varrho\,\text{Sin.}\,\pi\,\text{Cos.}\,(\lambda-k)\\ r\,\text{Sin.}\,u\,\text{Cos.}\,n - R\,\text{Sin.}\,(L-k) &= \varrho\,\text{Sin.}\,\pi\,\text{Sin.}\,(\lambda-k)\\ r\,\text{Sin}\,u\,\text{Sin.}\,n &= \varrho\,\text{Cos.}\,\pi\end{aligned}\right\}\ldots(\text{IX})$$

Die Division der beiden letzten dieser drei Gleichungen giebt

$$\frac{r\,\text{Sin.}\,u\,\text{Cos.}\,n - R\,\text{Sin.}\,(L-k)}{r\,\text{Sin.}\,u\,\text{Sin.}\,n} = \text{Tang.}\,\pi\,\text{Sin.}\,(\lambda-k),$$

also auch

$$r\,\text{Sin.}\,u = \frac{R\,\text{Sin.}\,(L-k)}{\text{Cos.}\,n - \text{Sin.}\,n\,\text{Tang.}\,\pi\,\text{Sin.}\,(\lambda-k)}\ldots(\text{A})$$

Ebenso giebt aber auch die Division der ersten und letzten der Gleichungen (IX)

$$\frac{r\,\text{Cos.}\,u - R\,\text{Cos.}\,(L-k)}{r\,\text{Sin.}\,u\,\text{Sin.}\,n} = \text{Tang.}\,\pi\,\text{Cos.}\,(\lambda-k),$$

oder, wenn man den Werth von r. Sin. u aus (A) substituirt,

$$r\,\text{Cos.}\,u = \frac{R\,[\text{Sin.}\,n\,\text{Tg.}\,\pi\,\text{Sin.}\,(L-\lambda) + \text{Cos.}\,n\,\text{Cos.}\,(L-k)]}{\text{Cos.}\,n - \text{Sin.}\,n\,\text{Tang.}\,\pi\,\text{Sin.}\,(\lambda-k)}\ldots(\text{B})$$

und die beiden Gleichungen (A) und (B) geben daher die zwei gesuchten Gröfsen r und u, aus welchen man wieder l und p durch die folgenden Ausdrücke ableiten kann:

$$\begin{aligned}\text{Tang.}\,(l-k) &= \text{Cos.}\,n\,\text{Tang.}\,u\\ \text{Cotg.}\,p &= \text{Tang.}\,n\,\text{Sin.}\,(l-k)\end{aligned}$$

oder

$$\text{Cos.}\,p = \text{Sin.}\,n\,\text{Sin.}\,u$$

$$\text{Sin.}\,p = \frac{\text{Cos.}\,u}{\text{Cos.}\,(l-k)}.$$

Um die Berechnung der zwei Gleichungen (A) und (B) durch Logarithmen zu erleichtern, kann man die beiden Hülfsgröfsen M und N einführen, so dafs man hat

$$\text{Tang. } M = \frac{\text{Cos.}(L-k)\,\text{Cotg.}\,\pi}{\text{Sin.}(L-\lambda)}$$

$$\text{Tang. } N = \frac{\text{Cotg.}\,\pi}{\text{Sin.}(\lambda-k)},$$

dann sofort die gesuchten Größen u, r und ϱ durch Gleichungen erhält:

$$\text{Tang. } u = \frac{\text{Sin. } M\,\text{Tang.}(L-k)}{\text{Sin.}(M+n)}$$

$$r = \frac{R\,\text{Sin. } N\,\text{Sin.}(L-k)}{\text{Sin.}(N-n)\,\text{Sin.}u}$$

$$\varrho = \frac{R\,\text{Sin.}N\,\text{Sin.}(L-k)\,\text{Sin.}n}{\text{Cos.}\pi\,\text{Sin.}(N-n)} = \frac{r\,\text{Sin.}u\,\text{Sin.}n}{\text{Cos.}\pi}.$$

sp. Ist für einen Planeten $\lambda = 80^0$, $\pi = 80^0$, $n = 5^0$ $= 15^0$ und setzt man für den entsprechenden Sonnen- $= 60^0$ und $R = 1$, so geben die vorhergehenden Aus- für den gesuchten heliocentrischen Ort des Planeten

$$u = 52^0\ 52'\ 12'',4,$$
$$\text{Log.}\,r = 0{,}208925$$

$$\text{Log.}\,\varrho = 9{,}811156.$$

ollen wir bemerken, dafs man zwischen diesen Gröfsen l und R', r', ϱ' oder den Projectionen von R, r, ϱ Ekliptik folgende allgemeine Ausdrücke hat:

$$\left.\begin{aligned} R'\,\text{Sin.}(l-L) &= \varrho'\,\text{Sin.}(\lambda-l) \\ R'\,\text{Sin.}(\lambda-L) &= r'\,\text{Sin.}(\lambda-l) \\ \varrho'\,\text{Sin.}(\lambda-L) &= r'\,\text{Sin.}(l-L) \end{aligned}\right\}$$

enso

$$\left.\begin{aligned} R'\,\text{Cos.}(l-L) + \varrho'\,\text{Cos.}(\lambda-l) &= r' \\ r'\,\text{Cos.}(\lambda-l) - R'\,\text{Cos.}(\lambda-L) &= \varrho' \\ r'\,\text{Cos.}(l-L) - \varrho'\,\text{Cos.}(\lambda-L) &= R' \end{aligned}\right\}.$$

legt aber in dem ebenen Dreiecke, welches von den iten R', r' und ϱ' gebildet wird, den Winkel an der die *Commutation*, den an dem Planeten die *jährliche* axe und endlich den an der Erde die *Elongation* zu

nennen; so dafs man also für diese drei Winkel die Ausdrücke hat:

Commutation . . . . . $= l - L$
Jährliche Parallaxe . . $= \lambda - l$
Elongation . . . . . $= 180° - (\lambda - L)$.

I. Verzeichnifs der Umlaufszeiten der Körper unseres Sonnensystems.

Zum Beschlusse dieses Artikels stellen wir die Umlaufszeiten der Planeten und Satelliten um die Sonne und die Rotationszeiten derselben um ihre eigenen Axen in eine tabellarische Uebersicht zusammen.

Umlaufszeiten der Planeten.

	Siderische Tage	Tropische Tage	Synodische Tage
Mercur	87,96928	87,96846	115,88
Venus	224,70078	224,69543	583,92
Erde	365,25637	365,24222	— —
Mars	686,97964	686,92971	779,93
Vesta	1325,4850	1325,2980	504,21
Juno	1593,0670	1592,7970	473,92
Ceres	1684,7350	1684,4340	466,38
Pallas	1686,3050	1686,0030	466,26
Jupiter	4332,58480	4330,5932	398,90
Saturn	10759,21981	10746,93761	378,10
Uranus	30686,8205	30586,90839	369,67

Umdrehungszeiten der Planeten um ihre Axe in mittleren Sonnentagen der Erde.

	Tage
Mercur	1,0035
Venus	0,9729
Erde	0,9973
Mars	1,0259
Jupiter	0,4135
Saturn	0,4370
Uranus	— —
Sonne	25,5000.

e Rotationszeiten der vier neuen Planeten sind noch unbe-
nnt. Von denen der älteren Planeten ist die Rotationszeit
r Venus noch am wenigsten bekannt, da einige Astronomen
selbe zu 0 Tag 23h 21′ oder 0,9729 Tag, wie oben, andere
er sogar zu 24⅓ Tagen angenommen haben.

Umlaufszeit des Monds.

	Tage					
Siderische Revolution	27,321661	= 27 T.	7h	43′	11″,5
Tropische	27,321582	= 27	7	43	4,7
Synodische	29,530589	= 29	12	44	2,9
Anomalistische	27,554600	= 27	13	18	37,4
Drachenmonat	27,21222	= 27	5	5	36,0,

die siderische Revolution die Umlaufszeit des Monds in
ziehung auf die Fixsterne, die tropische in Beziehung auf
: Nachtgleichen, die synodische in Beziehung auf die Sonne,
anomalistische in Beziehung auf die groſse Axe der Mond-
n und der Drachenmonat endlich die Umlaufszeit in Be-
hung auf die Knoten der Mondbahn in der Ekliptik be-
chnet. Diese groſse Axe der Mondbahn und auch die Kno-
dieser Bahn sind selbst wieder am Himmel beweglich.
e tropische Umlaufszeit der groſsen Axe oder der Apsiden
rägt 3232,57534 Tage oder 8 Julianische Jahre 310 Tage 13h
29″ und die Richtung dieser Bewegung ist direct oder
West nach Ost. Die tropische Umlaufszeit der Knotenlinie
t beträgt 6793,39108 Tage oder 18 Julian. Jahre 218 Tage
23′ 9″ und die Richtung dieser Bewegung ist rückläufig
r von Ost gen West. Die synodische Umlaufszeit der
tenlinie endlich ist 346,61985 Tage oder 346 Tage 14h
35″.

Die Umdrehungszeit des Monds um seine Axe ist genau
mittleren Umlaufszeit des Monds um die Erde gleich, also
h gleich 27,321661 Tagen in Beziehung auf die Fix-
ne.

Satelliten Jupiters.

Siderische Revolution.

	Tage
I . . .	1,76914
II . . .	3,55118
III . . .	7,15455
IV . . .	16,63877.

Satelliten Saturns.

Siderische Revolution.

	Tage
I . . .	0,94271
II . . .	1,37024
III . . .	1,88780
IV . . .	2,73948
V . . .	4,51749
VI . . .	15,94530
VII . . .	79,32960.

Satelliten des Uranus.

Siderische Revolution.

	Tage
I . . .	5,893
II . . .	8,707
III . . .	10,961
IV . . .	13,456
V . . .	38,075
VI . . .	107,694.

Von diesen sechs durch den ältern Herschel mehr g ten oder nur eben erblickten, als in der That beobac Monden ist blofs der II. und IV. von dem jüngern Her wieder gesehn worden, so dafs die Existenz der vier a noch zweifelhaft genannt werden kann.

Umlaufszeiten der Kometen.

Von den wahrscheinlich sehr zahlreichen Kometen, che unsere Sonne umschwärmen, kennen wir bisjetzt nu deren Umlaufszeit wir mit einiger Genauigkeit anzugeb Stande sind. Diese sind I. der *Halley'sche*, der 1682, 175 1835 erschien und der nahe alle 76 Jahre seine Bahn u

e vollendet. II. Der im J. 1815 von Olbers entdeckte et, dessen Umlaufszeit 74 Jahre beträgt. III. Der von im J. 1818 entdeckte und von Encke als ein Komet sehr kurzer Periode erkannte und berechnete Komet hat Umlaufszeit von 3,31 Jahren oder 3 Jahren 113 Tagen. Endlich der von Biela im J. 1826 entdeckte Komet hat Umlaufszeit von 6,74 Jahren oder von 6 Jahren 270 Ta- Der erste oder Halley'sche Komet bewegt sich retro-, die drei andern aber direct, wie die Planeten und alle liten, die sich ebenfalls direct oder von West nach Ost egen, mit Ausnahme der Satelliten des Uranus, die sich iner gegen die Ekliptik sehr stark geneigten Bahn (deren gung nahe 79 Grade beträgt) retrograd oder von Ost nach t bewegen. Wir werden weiter unten[1] Gelegenheit ha- die Ursache dieser allgemeinen Erscheinung und viel- t selbst die der erwähnten Ausnahme bei den Uranus- den näher kennen zu lernen.

L.

Umschattige.

Periscii; Perisciens; *Periscii.*

Diejenigen Bewohner der Erde, deren Schatten nach al- Puncten des Horizonts fällt, während z. B. in unseren nden der Schatten der Menschen, Bäume, Thürme u. s. w. nach Süden fallen kann, weil für uns die Sonne das ganze hindurch nie auf die Nordseite des Zeniths treten, also auch der Sonne gegenüberstehende Schatten aller Gegenstände nach Süden fallen kann. Jene Umschattigen sind nämlich Bewohner der beiden kalten Zonen, für welche bekannt- die Sonne mehrere Tage im Jahre gar nicht untergeht, ern alle 24 Stunden einen in allen seinen Theilen sicht- ganzen Kreis über dem Horizonte beschreibt, was dann von dem Schatten gelten mufs, den die von der Sonne ienenen Gegenstände hinter sich werfen. Die Bewohner Pole, die ein volles halbes Jahr hindurch Tag und ebenso Nacht haben, sind also auch ein halbes Jahr durch um-

[1] S. Art. *Weltsystem.*

schattig; die Bewohner der Grenzen der kalten Zon
oder die Bewohner der beiden Polarkreise, für wel
Sonne, in ihrem höchsten Sommer, nur einen einzig
nicht auf- oder auch nicht untergeht, sind daher au
einen Tag im Jahre Umschattige zu nennen. Schon
BO[1] hat auf diese Lage des Schattens eine Eintheilu
Bewohner der Erde zu gründen gesucht, aber zweckm
als die Neueren, blofs den *mittägigen* Schatten dabei b
sichtigt. Nach ihm giebt es *vier* Abtheilungen. I. Die *Um*
tigen, *Περίσκιοι*, in der kalten Zone, deren Schatten,
keinen eigentlichen Mittag haben, während 24 Stund
Puncte des Horizonts durchläuft. II. Die *Einscha*
Ἑτερόσκιοι, in den gemäfsigten Zonen, deren mittägiger S
ten immer nur nach einer Himmelsgegend hin gerichtet i
der nördl. gemäfsigten Zone nämlich nach Norden und in der
gemäfsigten Zone nach Süden. III. Die *Zweischattigen*,
φίσκιοι, in der heifsen Zone, deren mittägiger Schatten
Theil des Jahrs hindurch nach Norden und den andern
nach Süden gerichtet ist, da ihnen die Sonne in jener
gegen Süden und in dieser gegen Norden steht. Endlic
die *Unschattigen*, *Ἄσκιοι*, ebenfalls in der heifsen Zone,
nämlich einen Tag im Jahre zu Mittag gar keinen Sc
werfen, da ihnen in diesem Mittag die Sonne im Zenith
Eigentlich wurden die Letzten oder die *Ἄσκιοι* von V
NIUS, der die Eintheilung des STRABO zu verbessern su
eingeführt und statt derjenigen der III. Classe substituirt,
nämlich die Bewohner der beiden Wendekreise, die er
auch mit zur heifsen Zone rechnen wollte, nicht mehr Z
schattige, aber wohl noch Unschattige genannt werden
nen. Diese griechischen Worte kommen übrigens von
Umbra, und von *περὶ circum*, *ἕτερος alter*, *ἀμφὶ utr*
und der griechischen Vorsetzsylbe *α* her, die unserem un
spricht, wie in *βροτὸς* sterblich und *ἄβροτος* unsterblich.
auf beziehn sich viele Stellen der alten Dichter, die, im
gensatze mit den meisten neueren, nicht blofs von Wein
Liebe, sondern auch von den Erscheinungen am Himmel
singen verstanden. So sagt LUCAN[2], dafs die Araber, al

1 Geograph. Lib. II.

2 Pharsal. Lib. III. v. 247.

ihrem Heereszuge die heiſse Zone erreichten; sich ver-
nderten, den mittägigen Schatten nicht mehr zu ihrer lin-
Hand zu sehn, wenn sie, beim Gebete, ihr Gesicht nach
en kehrten.

Ignotum vobis, Arabes, venistis in orbem,
Umbras mirati nemorum non ire sinistras.

n der Stadt Syene in Aegypten, die nahe unter dem nörd-
hen Wendekreise liegt, sagt derselbe Dichter in den Worten

Umbras nusquam flectente Syene,

s sie, am Tage des Solstitiums, gar keinen Schatten mehr
tte, weil ihr dann die Sonne im Zenith stehe.

L.

U n d u l a t i o n.

Undulationstheorie (des Schalls und des chts), Wellentheorie; *Théorie de l'ondulan;* Theory of Undulation, Undulatory theory.

Die Theorie des Schalles hat man, der Natur der Sache näſs, von jeher, die Theorie des Lichts und seiner Bewegen aber erst in den neueren Zeiten auf die Wellenbegung gegründet. Zwar haben schon Descartes, Huyghens d Euler die Phänomene des Lichts aus der Wellenbeweng abzuleiten gesucht, aber die für ihre Zeiten sehr preisrdigen Bemühungen dieser Männer wurden aus Vorliebe eine andere, vorzüglich durch das Ansehn Newton's festıaltene Hypothese der Vergessenheit übergeben, bis endh erst in unseren Tagen die Undulationstheorie des Lichtes, rzüglich durch Young, Fresnel, Cauchy, Poisson, Araund Fraunhofer, wieder in ihre Rechte eingesetzt und gleich mit einer bewunderungswerthen Schnelligkeit ausgedet worden ist. Ueber die Vorzüge, welche diesen beiden rpothesen zukommen, ist bereits oben[1] gesprochen worden, her wir uns hier nicht weiter dabei aufhalten und sogleich

1 S. Art. *Licht.* Bd. VI. S. 309 ff.

zu unserem Gegenstande, der Auseinandersetzung der W
theorie, übergehn[1].

Eine sehr grofse Anzahl von Erscheinungen in der
leitet uns auf die ungemein wahrscheinliche Annahme,
alle Körper derselben, die festen, flüssigen und luftförm
aus sehr kleinen Elementen bestehn, die durch anziehend
abstofsende Kräfte auf einander wirken und sich, im
stande des Gleichgewichts, in bestimmten Entfernunge
einander halten. Wenn dieses Gleichgewicht auch nur f
nen Augenblick, z. B. durch den Stofs eines fremden
pers, gestört wird, so sieht man sofort mehrere dynam
Erscheinungen an dem gestörten Körper hervortreten, die
Weile fortdauern und erst dann verschwinden, wenn der
per sein voriges Gleichgewicht wieder angenommen hat.
erste und unmittelbare Folge jener störenden Einwirkung
steht eine Bewegung, eine Annäherung oder Entfernung
Elemente und, wenn die äufsere Störung aufhört, ein
streben dieser Elemente, ihre früher behaupteten Stellu
wieder einzunehmen, indem sie um diese Stellungen Sch
gungen machen, die meistens isochron sind, deren Ampl
aber immer kleiner wird, bis sie endlich ganz verschwi
und der Körper wieder zum Gleichgewicht, zur Ruhe

1 Die vorzüglichsten, bei dieser Darstellung benutzten Sch
sind: Young Course of lectures etc. Lond. 1807. II Vol. 4. En
Britan. (Art. *Chromatics*. Fresnel, sur la lumière. Supplément
traité de Chimie de Thomson. Par. 1822. Mém. de l'Acad. T.
VII. Annales de Ch. et de Ph. XV et XVII. Poggendorff's Ann
Th. III. V. XII. XVII. XXI. XXII. XXIII und XXX. Cauchy, M
de l'Acad. T. IX et X. Memoire sur la dispersion de la lu
Prag. 1836. Exercice V. Brewster, Phil. Transact. 1818, 1829,
Airy, on the undulatory theory of optics in s. Mathem. Tracts. C
bridge Transact. IV. Poisson, Mém. de l'Acad. T. VIII. X.
de Ch. et de Ph. T. XXII. Ampère, Ann. de Ch. et de Ph.
XXX. XXXIX. LVII. Weber, Wellenlehre auf Experimente
gründet. Leipz. 1825. Fraunhofer in Schumacher's astron. Abhand
gen; desselben neue Modificationen des Lichts und G. LXXIV. u.
Herschel, Encycl. Metropol. Art. Light. Deutsch von Schmidt. St
1831 und franz. von Verhulst mit Quetelet's Supplément. Paris 1
Hamilton, Theory of systems of rays. Transact. of Irish Acad. 1
Vol. XV. Kunzek, die Lehre von dem Lichte. Lemberg 1836. Schw
die Beugungserscheinungen. Mannheim 1835.

ier Theile zurückkehrt. Wenn diese Schwingungen der Körper umgebenden Luft und durch diese dem Ohre mitteilt werden, so entsteht, wie wir allgemein annehmen, uns hörbares *Geräusch*, ein *Schall* oder ein *Ton*, und in diese Schwingungen der Elemente der Körper einem eren, viel feineren und elastischeren Mittel, dem Aether, durch ihn dem Auge mitgetheilt werden, so entsteht, wie i in der Undulationstheorie annimmt, das, was wir durch *ht* und *Farbe* bezeichnen. Schon diese genetische Erklä-g des Tons und des Lichts zeugt von dem innigen Zu-menhange der beiden Erscheinungen, von denen wir die e Gattung durch unser Gehör, die andere aber durch den n unsers Gesichts auffassen. Nicht weniger innig sind auch wissenschaftlichen Darstellungen verbunden, von welchen eine durch die andere unterstützt und ergänzt wird, daher weckmäfsig erscheint, sie hier beide im Zusammenhange utragen, mit Uebergehung oder, wo nöthig, nur mit lei-Berührung desjenigen, was über die Schallwellen bereits l[1] gesagt worden ist.

A. Undulation des Schalles.

Entstehung und Eintheilung der Wellen.

Wenn ein fester elastischer Körper, der mit einem an- flüssigen oder luftförmigen, aber ebenfalls elastischen ium in Verbindung ist, in schnelle Schwingungen ver- wird, so theilt er dem Medium diese Schwingungen mit versetzt dadurch das Medium in eine eigene Art von Be-ing seiner Theile, die eine *wellenförmige Bewegung* ge-t wird. Jedermann kennt diese wellenförmige Bewegung, uf der Oberfläche eines ruhig stehenden Wassers entsteht, n man einen Punct desselben z. B. mit einem Stabe er-ttert. Es bilden sich kreisförmige Wellen auf der Ober-e des Wassers um diesen Punct, die sich mit grofser elligkeit um denselben fortpflanzen[2].

S. Art. *Schall*. Bd. VIII. S. 178 ff.

Weniger sind vielleicht manchen Lesern die *Eigenschaften* die-Vellen bekannt. Am einfachsten treten dieselben hervor, wenn

Zuerst wollen wir uns eine deutliche Idee von der wegung der Elemente der Flüssigkeit bei der Entstehung ser Wellen zu machen suchen. Es stelle die Linie (α) Lage dieser Elemente im ruhenden Zustande des Körpers Diese Lage gehe, durch die Einwirkung irgend einer Stö zur Zeit T in die Stellung (β); zur Zeit $T + \frac{\tau}{4}$ in die lung (γ); zur Zeit $T + \frac{2\tau}{4}$ in (δ); zur Zeit $T + \frac{3\tau}{4}$ i und zur Zeit $T + \tau$ in die Stellung (ζ) über, welche wieder mit der ersten (β) zur Zeit T dieselbe seyn soll. Elemente stehn also, der Zeichnung gemäfs, zur Zeit

Fig. 170.

---

die Wellen nicht z. B. durch das heftige Fallen oder Werfe Steines in das Wasser, sondern durch das sanfte Aufheben ei dem Wasser versenkten Körpers über den Wasserspiegel Nach Poisson's schöner Analyse werden nämlich in diesem Fa Gattungen von Wellen gebildet. Beide entstehn gleich anfang zwar zu derselben Zeit in unendlicher Anzahl. Die ersten p sich mit einer gleichförmig beschleunigten Geschwindigkeit fort bei dem freien Falle der Körper; die Distanz zweier nächsten lengipfel ist dem Quadrat der Zeit proportional, und die Höhe Gipfel nimmt im verkehrten Verhältnisse dieser Quadrate de ab, wenn die Flüssigkeit in einem Canale von bestimmter Breit halten ist, oder im verkehrten Verhältnisse der vierten Potenz Zeit, wenn die Flüssigkeit unbegrenzt und ganz frei ist. Diese Gattung von Wellen ist weniger auffallend oder bemerkbar, wei Gipfel so schnell abnehmen. Die der zweiten Gattung aber pflanze gleichförmig mit einer Geschwindigkeit fort, die der Quadrat des Durchmessers des eingetauchten Körpers proportional ist Höhen dieser zweiten Wellen nehmen ab, in geschlossenen C wie verkehrt die Quadratwurzel der Zeit, und im freien Wass verkehrt die Zeit selbst, und diese zweite Wellengattung ist vi ter zu bemerken, als die erste, besonders in der Nähe des tauchten Körpers. Beide Arten von Wellen pflanzen sich von der Oberfläche des Wassers bis in eine sehr grofse Tiefe derselben fort. Wenn die Wasserwellen einem festen Wider begegnen, so werden sie dadurch unterbrochen; der von dem stande getroffene Theil der Welle wird auf sich selbst zurückre und der übrige Theil der Welle stellt sich, hinter dem Widers wieder vollkommen her. Erregt man auf der Oberfläche eine gen Wassers, in mehreren Puncten desselben, verschiedene W so kreuzen und decken sich die so von jedem Erschütterung ausgehenden Wellen und legen sich über einander, ohne sich i rem Gange oder in ihrer Gestalt im Allgemeinen zu stören.

testen bei a, a' und a'' beisammen. Nehmen wir an,
wir unsere Aufmerksamkeit einer dieser Verdichtungs-
pen, z. B. derjenigen vorzüglich zuwenden, deren Mittel-
ct a' ist. Zur Zeit $T + \frac{\tau}{4}$ ist dieser Verdichtungsmittel-
ct bereits von den Elementen a' zu denen bei d' übergan-
, und dieses zwar nicht sowohl blofs durch eine fort-
eitende Bewegung aller Elemente in der Richtung a'd',
lern auch besonders durch eine solche *Differenz der Be-
ungen* dieser Elemente, dafs die um a' nicht mehr so nahe
einander stehn, als zuvor, und dafs ebenso die um d' jetzt
er bei einander stehn, als zuvor. Zur Zeit $T + \frac{2\tau}{4}$ ist der
dichtungsmittelpunct nach g' vorgeschritten, also eben dort-
wo zur Zeit T die geringste Verdichtung statt hatte. Zur
$T + \frac{3\tau}{4}$ ist dieser Verdichtungsmittelpunct in k' und zur
$T + \tau$ endlich wieder in a'', so dafs also am Ende der
ode τ die sämmtlichen Elemente des Körpers gegen ein-
r, in Beziehung auf ihre Verdichtung, dieselbe Stellung
n, wie im Anfange dieser Periode, wo nämlich bei a''
falls eine gröfste Verdichtung, ein Verdichtungsmittelpunct
gehabt hat. Nach dieser Zeit $T + \tau$ gehn die aufgezählten
heinungen ganz auf dieselbe Weise und in derselben Ord-
; wieder weiter, wie sie gleich nach der ersten Zeit T
ogen sind, und was wir so eben von dem Mittelpuncte a'
gröfsten Dichtigkeit gesagt haben, gilt ebenso auch von
n andern Puncte b', c', d', . . der ganzen Reihe.

Wenn man die erwähnten Bewegungen im Ganzen über-
t, so sieht man verschiedene Verdichtungen der einzel-
Theile des Körpers (oder verschiedene Näherungen und
nungen der einzelnen Elemente), die periodisch, gleich-
ig und continuirlich von der linken zur rechten Seite in
ganzen Reihe dieser Elemente fortschreiten. Man erhält
Bild von diesen Bewegungen, wenn man eine an ihren
en Enden gespannte Darm- oder Metallsaite, ihrer Länge
, mit einem an Kolophon (Geigenharz) abgeriebenen Tu-
schnell streicht. Der dadurch entstehende *Ton* ist die
ge jener abwechselnden Verdichtungen der Elemente, aus
chen die Saite besteht. Wenn man ein bestimmtes dieser

Elemente betrachtet und in seiner Bewegung verfolgt, so
merkt man, dafs dasselbe eine reciproke oder eine
gende Bewegung hat, indem dasselbe bald rechts, bald
der links von seinem ursprünglichen Stande der Ruhe
des Gleichgewichtes sich befindet. So geht z. B. das

a in der Zeit von T bis $T + \frac{\tau}{4}$ rechts, dann wieder

Zeit von $T + \frac{2\tau}{4}$ bis $T + \frac{3\tau}{4}$ links, so dafs es zur Zeit

seine gröfste rechte und zur Zeit $T + \tau$ seine grö
Ausweichung (Amplitüde) hat und dann von dieser
Zeit wieder rechts geht u. s. w. Ebenso hat das Elem

zur Zeit T seine gröfste linke, zur Zeit $T + \frac{2\tau}{4}$ seine

rechte, zur Zeit $T + \tau$ aber wieder seine gröfste linke
weichung u. s. w.

Man sieht aus dieser Darstellung, dafs das Intervall
schen zwei homologen, mit demselben Buchstaben bez
ten Elementen (wie z. B. das Intervall a a' oder a' a'' .

Zeit T oder das Intervall d d' oder d' d'' . . zur Zeit

u. s. w.) ganz unabhängig ist von der Gröfse der
gung (Amplitüde) jedes einzelnen Elementes. Denn
auch z. B. jedes dieser Elemente nur halb so grofse oder
es auch doppelt so grofse Schwingungen zu beiden
seines Orts des Gleichgewichts machte, als wir oben
nommen haben, immer würde doch der Mittelpunct der
ten Verdichtung zur Zeit T in den Puncten a, a', a''
bleiben u. s. w., und nur der Unterschied würde statt
dafs die Elemente bei a, a', a'' . ., wo sie vorhin
testen standen, oder bei g, g', g'' . ., wo sie vorhin
nigsten dicht standen, jetzt eine andere Dichtigkeit als
aber immer wieder ihre gröfste oder kleinste Dichtigkeit
ben würden, wie sie dieselbe auch zuvor in den
a, a', a'' . . . und g, g', g'' . . gehabt haben. Eine
Zusammenstellung der Elemente eines Körpers, wie
a bis l oder von a' bis l' oder von a'' bis l'' in
zeichneten Reihen (β), (γ), (δ) . . statt hat, wird
Welle genannt, und das Intervall zwischen je zwei
homologen Elementen a a' oder a' a'' oder a'' a''' . . . bei

e der Welle, welche Länge wir in der Folge immer λ bezeichnen wollen.

I. Es kann aber aufser dieser gegenseitigen Zusammen- Auseinanderrückung der Elemente auch andere, eben- periodische Bewegungen derselben geben, die ganz die- n Erscheinungen zeigen, wie die bisher aufgeführten. nen wir z. B. an, dafs diese Elemente, wenn sie sich lem Stande des Gleichgewichts, wie sie in (a) der Zeich- dargestellt werden, entfernen, bald über, bald wieder die gerade Linie a a″, die sie im Gleichgewichte einge- nen haben, treten. Das erste Element a ist hier im An- der Zeit T in seiner mittlern, zur Zeit $T + \frac{\tau}{4}$ in seiner ten, zur Zeit $T + \frac{2\tau}{4}$ wieder in seiner mittlern, zur $T + \frac{3\tau}{4}$ aber in seiner kleinsten Höhe, bis es, wie alle folgenden Elemente, am Ende der Zeit $T + \tau$ wieder erste Lage zur Zeit T einnimmt. Ebenso ist die gröfste ung der Elemente zur Zeit T in k, zur Zeit $T + \frac{\tau}{4}$ zur Zeit $T + \frac{2\tau}{4}$ in d′ u. s. w. In der ersten unserer llungen hatten die Elemente eine schwingende Bewe- die ganz in der Richtung der Gleichgewichtslinie a a″ lag, lcher man auch die Länge der aufeinanderfolgenden n zählte, und dabei nahmen die gegenseitigen Entfer- n der Elemente (oder die Dichtigkeiten des Körpers in einzelnen Puncten) abwechselnd ab und zu. In der wärtigen Darstellung aber, wo die Wellen ebenfalls, wie , von der Linken zur Rechten in der Gleichgewichts- a a″ fortschreiten, haben die schwingenden Bewegungen nzelnen Elemente in einer auf diese Gleichgewichtslinie *chten* Richtung statt, ohne dafs dabei die Distanzen die- emente (oder die Dichtigkeit des Körpers) eine wesent- Veränderung erfahren. Auch hier wird wieder jede pe- he Zusammenstellung dieser Elemente von a bis a′, oder bis a″ u. s. w. eine *Welle* genannt und das Intervall er a′ a″. . heifst wieder die *Länge der Wellen*. Man ein Bild von diesen Bewegungen, wenn man eine ge-

Fig. 171.

spannte Saite seitwärts aus der Lage ihres Gleichge
bringt, indem man sie mit dem Finger kneipt oder mit
Violinbogen streicht. Der dadurch entstehende Ton i
Folge jener periodischen Ausweichungen der Elemente,
Schwingungen der Saite, die auch dem Auge dadurch
bar werden, dafs die Saite während ihrer Schwingung
der Mitte viel dicker erscheint, als an ihren Endpuncten.

II. Jene ersten Bewegungen der Elemente werde
sie in der Richtung der Länge der Saiten vor sich
Längen- oder *Longitudinalschwingungen* genannt,
diese zweiten, wo die Elemente eine auf die Länge d
senkrechte Bewegung haben, *Seiten*- oder *Transversals*
gungen heifsen.

III. Es lassen sich aber auch noch mehrere andere S
gungen angeben, wie z. B. eine aus den beiden vorher
den zusammengesetzte oder eine, in welcher sich die El
nicht blofs, wie in der zweiten Darstellung, über und
die Gleichgewichtslinie in einer und derselben Ebene,
wo sie sich, wie bei den sogenannten *drehenden Schw*
gen, schraubenförmig, also in verschiedenen Ebenen b
u. s. w. Aber die beiden ersten sind die einfachsten
her auch diejenigen, aus welchen die meisten andern
mengesetzt werden können.

IV. Man kann diese Schwingungen durch Drähte,
starre Stäbe oder auch durch dünne Platten von Gl
Metall (überhaupt durch elastische Körper jeder Art)
len, die in einem oder auch in mehreren ihrer Punc
gelegt oder befestigt sind und dann an ihren freien
in eine schwingende Bewegung versetzt werden. Bed
diese Körper vorher mit feinem Sand oder Staub, so
die Schwingungen derselben dem Auge sichtbar, wie
gezeigt worden ist. Ja nicht blofs in diesen festen,
auch in tropfbaren und luftförmigen elastischen Körpe
sen sich diese Schwingungen erzeugen, wenn man sie
nen schwingenden Saiten oder Platten in Verbindung
wo dann die Schwingungen der letztern der Luft mi
und in ihr fortgepflanzt werden.

---

1 S. Art. *Schall* a. a. O.

V. Ist dieser Luftraum, in dessen einem Puncte die vi-
nde Erschütterung vor sich geht, nach allen Seiten frei
unbegrenzt, so werden sich diese Schwingungen der Luft,
jenem Puncte aus, ebenfalls nach allen Seiten ausdehnen
die Wellen, die wir bisher, gleichsam in ihren Elemen-
nur als Linien betrachtet haben, werden die Gestalt von
elflächen annehmen, deren Halbmesser immer gröſser wird,
eiter sich diese Kugelflächen von jenem ersten Puncte,
gemeinschaftlichen Mittelpuncte, entfernen, wo dann
ch diese *sphärischen Wellen* in einzelnen kleinen Thei-
derselben als *ebene Wellen* betrachtet werden können.
iese sphärischen Wellen in freien tropfbaren oder luft-
igen Medien nach der Richtung der Halbmesser dieser
lschaalen im Raume fortschreiten oder sich von ihrem
inschaftlichen Mittelpuncte entfernen, so wird dieser Halb-
r auch die *Richtung* der sphärischen Welle genannt.

VI. Um sich diese *ebenen Wellen*, von welchen wir in
olge öfter sprechen werden, deutlicher vorzustellen, kann
sich das elastische Medium, in welchem die Schwingun-
vor sich gehn, in parallele, unendlich nahe stehende
n getheilt denken, die alle senkrecht auf der Richtung
, in welcher sich die Wellen fortpflanzen. Wenn nun
je hundert oder je tausend dieser Ebenen in eine solche
ende Bewegung gesetzt werden, daſs sie auf jener er-
lichtungslinie nach einem bestimmten Gesetze vor- und
ärts gehn und dabei an gewissen Stellen sich abwech-
nähern und trennen (verdichten und verdünnen), wie
ieses z. B. oben bei einzelnen Puncten gesehn ha- Fig.
so wird dadurch das Medium in *ebene Longitudinal-* 170.
gungen versetzt werden. Wenn aber wieder je tau-
dieser Ebenen zwar unter sich und von dem Mittel-
der sphärischen Welle immer dieselbe Entfernung be-
, aber von dem auf ihnen senkrechten Halbmesser der
nach bestimmten Gesetzen zu beiden Seiten dieses Halb-
s hin und her ausweichen, so wird dadurch das Me-
eine den oben (II) angeführten *Transversalschwingun-*
nalogе Vibration annehmen. Wir werden bald sehn,
ne Schwingungen dem Tone oder Schalle und daſs
vorzugsweise dem Lichte angehören.

II. Nehmen wir nun alles Vorhergehende zusammen,

so können wir uns die *Welle* vorstellen als eine in einer gegebenen Richtung *fortschreitende Bewegung* einer bestimmten relativen Anordnung der Elemente eines elastischen Körpers, bei welcher jedes dieser Elemente in einer *schwingenden* (auf- und abgehenden) Bewegung begriffen ist. Um diese doppelte Bewegung zu versinnlichen, kann man annehmen, dafs z. B. bei den transversalen Schwingungen die Figur AmCnB in einem mit Luft erfüllten Cylinder nach Richtung der Axe ACB dieses Cylinders parallel mit sich selbst fortschreitet, und dafs jede unendlich dünne Luftschicht sich dann zu bewegen anfängt, wenn der erste Endpunct der Curve diese Schicht eben erreicht; dafs dann dieser Punct B der Schicht nach und nach durch alle Puncte dieser beweglichen Curve AmCnB geht, ohne dabei die durch die Gerade AB gezogene senkrechte Gerade zu verlassen, dafs endlich, wenn der letzte Endpunct A der Curve an B kommt, auch der Punct B der Schicht wieder seinen früheren Ort einnimmt, um daselbst in Ruhe zu bleiben, oder vielmehr (wenn die Schwingungen fortgesetzt werden, und auch die Curve aus mehreren der AmCnB ähnlichen Theilen besteht) seine so eben dargestellte Bewegung immer periodisch zu wiederholen.

Fig. 172.

VIII. Bemerken wir noch, dafs man die einzelnen Theile einer Welle, z. B. von a bis d oder von d bis g, von g u. s. w., die *Phasen* der ganzen Welle a bis m zu nennen pflegt. Man sagt: die Elemente einer Welle sind in derselben *Phase*, wenn *ihre Stellung und ihre Richtung* in der Bewegung dieselbe ist. So sind d und d′ oder h und h′ in derselben Phase; aber b und f sind es nicht, weil wohl ihre Stellung, aber nicht ihre Richtung der Bewegung dieselbe ist, und ebenso sind auch f und h nicht in derselben Phase, weil von diesen beiden Puncten wohl die Richtung der Bewegung, aber nicht die Stellung dieselbe ist. Man sieht, dafs alle Elemente dann in *derselben Lage* sind, wenn die Distanz dieser Elemente ein 1-, 2-, 3faches der Länge λ der ganzen Welle ist, und ebenso sind je zwei Elemente in *entgegengesetzten Phasen*, wenn ihre Distanz $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$, ... der Länge λ der Welle beträgt, wie dieses z. B. bei den Puncten a, g oder d, k oder d, k′ u. s. w. der Fall ist.

Fig. 170. u. 171.

Nähere Erklärung der Welle, Länge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit derselben.

Wenn die Elemente eines elastischen Körpers, z. B. ei- Metallplatte, aus der Lage ihres Gleichgewichts gebracht, wenn diese Elemente einander näher oder ferner gerückt len (was z. B. geschehn kann, wenn die an einem ihrer en befestigte Platte an dem anderen Ende durch irgend Kraft gebogen wird), und wenn dann diese Kraft plötz- aufhört zu wirken, so wird die Elasticität der Platte die- s wieder zu der ursprünglichen Lage ihres Gleichgewichts ckführen und die Vibration der Platte wird beginnen. Ist auf diese Weise in der vorigen Lage ihres Gleichgewichts kommen, so wird sie, ganz wie bei der bekannten Bewe- eines Pendels [1], eine Geschwindigkeit erhalten haben, die

---

[1] Es wird nicht unangemessen seyn, hier die vorzüglichsten ücke der einfachen Pendelbewegung zur Uebersicht kurz zu- enzustellen. Es bezeichne in einer leicht zu entwerfenden Figur Mittelpunct eines Kreisbogens A B, dessen Halbmesser $OA = OB = \lambda$ änge des einfachen Pendels bezeichnet. Sey C der mittlere des Bogens A B und M irgend ein Punct des Bogens zwischen d C. Man denke sich den Halbmesser OC vertical oder in ichtung der Schwere g (wo g = 9,809 Meter) und setze den el $COM = \Theta$ und $COA = \alpha$, wo also α den anfänglichen von Θ für den Anfang der Zeit t bezeichnet.

iefs vorausgesetzt hat man für die Winkelgeschwindigkeit $\frac{\partial \Theta}{\partial t}$ endels, vorausgesetzt, dafs α nur einen kleinen Winkel be- net,

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = -\alpha \sqrt{\frac{g}{\lambda}}.\,\mathrm{Sin.}\, t \sqrt{\frac{g}{\lambda}},$$

uch für die wahre Geschwindigkeit v des Endpunctes M des Pen- n seinem Kreisbogen ACB

$$v = \frac{\lambda \partial \Theta}{\partial t} = -\alpha \sqrt{g\lambda}.\,\mathrm{Sin.}\, t \sqrt{\frac{g}{\lambda}}$$

aher auch für den Bogen $AM = s$, da $v = \frac{\partial s}{\partial t}$ ist,

$$s = \alpha\lambda.\left[1 - \mathrm{Cos.}\, t\sqrt{\frac{g}{\lambda}}\right].$$

hnet man den *ganzen Schwung* dieses Pendels durch die Summe ingangs desselben durch den Bogen ACB und des darauf fol- n Hergangs durch den Bogen BCA, so wird man für die Dauer

eine Folge ihrer bisherigen Bewegung ist, mit welcher si
auf die andere Seite ihrer Gleichgewichtslage begeben
auf dieser andern Seite so weit fortschreiten wird, bis
Geschwindigkeit in Folge der auf sie einwirkenden Hi
nisse wieder vernichtet ist. In dieser Lage, wo sie die
Hälfte ihre Oscillation vollendet hat, wird sie durch di
sticität ihrer Elemente wieder zu der frühern Lage des G
gewichts zurückgebogen und durch die in dieser Lage
tene Geschwindigkeit wieder, wie zuvor, auf die ander
des Gleichgewichts geführt, bis sie den vorhergehenden
wieder rückwärts zurückgelegt haben und in dem ursprün
Puncte ihrer Bewegung angekommen seyn wird, wo si
ihre erste *ganze Oscillation* vollendet hat. Da aber di
Elasticität wieder, wie im Anfange jener Periode, auf si
wirkt, so wird die Platte, gleich dem oben erwähnten
del, die so eben beschriebene Bewegung wieder anfang
auch, obschon in immer kleiner werdenden Amplitud
Bogens, so lange fortsetzen, bis sie endlich die frühen
ihres Gleichgewichts nicht mehr verläſst und in derselb
Ruhe kommt. Wenn also ein elastischer Körper dur
augenblickliche Einwirkung einer Kraft seine Gestal
seine Lage geändert hat, so sucht er dieselbe wieder
nehmen, indem er um seine frühere Lage des Gl
wichts zu beiden Seiten derselben periodische Schwin
macht, deren Oscillationen allmälig abnehmem, währ
Zeiten dieser Schwingungen, wie bei der Pendelbew
doch immer dieselben bleiben.

I. Es wird erlaubt seyn, zum besseren Verständ
Folgenden schon hier den einfachsten Ausdruck zu

---

des Schwungs, in welcher also das Pendel wieder in sein
Lage zurückkommt, oder für die ganze Periode, in welcher
delbewegung alle ihre Veränderungen durchläuft, den
haben

$$t\sqrt{\frac{g}{\lambda}} = 2\pi,$$

wo π dis Ludolphische Zahl bezeichnet, so daſs daher die
des Schwungs seyn wird

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}.$$

, den man, wie wir später (§. 14 und 15) sehn werden, diese Oscillationen der elastischen Körper aufgestellt hat. eichnet nämlich M einen Punct der Welle CmCnB, zu Fig. 172. chem die auf die Abscissenaxe ACB senkrechte Ordinate I gehört, so ist diese Ordinate

$$P'M' = - B \text{ Cos. } \frac{2\pi t}{\tau}$$

l die Geschwindigkeit v des Punctes M ist

$$v = A \text{ Sin. } \frac{2\pi t}{\tau},$$

t die von dem Anfange der Bewegung an verflossene Zeit l τ die Zeit der Bewegung des Punctes M durch den Bo- AmCnB einer ganzen Welle bezeichnet. Die Gröfsen nd B sind Constanten, von welchen die erste B die gröfste weichung des Punctes M von der Abscissenaxe (oder die nannte *Oscillations-Amplitüde*) und die zweite A das imum der Geschwindigkeit (oder die sogenannte *Vibras-Intensität*) des Punctes M bezeichnet. Der Winkel $\frac{2\pi t}{\tau}$ lie *Oscillationsphase* und die Gröfse $\frac{t}{\tau}$ drückt die Anzahl vollständigen Oscillationen aus, die seit dem Anfange der egung verflossen sind. Während der ersten Oscillation kleiner als τ; während der zweiten liegt t zwischen τ 2τ; während der dritten zwischen 2τ und 3τ u. s. w. bemerkt von selbst die Analogie dieser beiden Ausdrücke len oben[1] für die Pendelbewegung gegebenen. Auch sieht , dafs die *Phasen*, die um eine gerade Anzahl von halben herieen π verschieden sind, gleich oder dieselben sind (§. 1.), während diejenigen, bei denen diese Anzahl ungerade ist, gengesetzte Phasen sind. So sind, wenn n eine ganze Zahl ichnet,

$$\frac{2\pi t}{\tau} \text{ und } \frac{2\pi t}{\tau} \pm 2n\pi \textit{ dieselben}$$

$$\frac{2\pi t}{\tau} \text{ und } \frac{2\pi t}{\tau} \pm (2n+1)\pi \textit{ entgegengesetzte Phasen.}$$

II. Dieselben Gleichungen zeigen ferner, dafs die Ge-

1 S. Art. *Umdrehung*.

schwindigkeiten den Sinus, die Amplitüden aber den Co
der Phasen proportionirt sind, dafs die Geschwindigkeit
den beiden ersten Quadranten positiv und in den b
letzten negativ sind, und dafs endlich die Amplitüden (
die Excursionen) im 1sten und 4ten Quadranten negativ,
2ten und 3ten Quadranten aber positiv sind.

III. Die gröfsten Geschwindigkeiten in m und n ent
cheh den kleinsten Amplitüden in m′ und n′ und die k
sten Geschwindigkeiten in A, C und B entsprechen den gr
ten Amplitüden in A′, C′ und B′. Die gröfste (positive und
gative) Amplitüde ist in A′ und C′, oder im Anfang A un
der Mitte C jeder Periode, wo die Geschwindigkeit Null
Die gröfste (positive und negative) Geschwindigkeit abe
in m und n, nämlich in den Gleichgewichtslagen m′ un
Im Anfange der Welle, in A, ist die Geschwindigkeit
und die Amplitüde hat in A′ ihren gröfsten negativen W
Wenn aber die Geschwindigkeit in m ihr positives M
mum erreicht, so ist die Amplitüde in m′ gleich Null u

IV. Nach dem Vorhergehenden bezeichnet die Grö

die Anzahl der vollständigen Oscillationen (oder Wellen
gen), die seit dem Anfange der Bewegung des elastischen
pers, der dadurch z. B. die Luft in ähnliche vibrirende
wegungen versetzt, verflossen sind. Ist aber x die Entfe
eines dieser vibrirenden Lufttheilchen von jenem errege
Körper, also auch, wenn wieder λ die Länge einer Luft

bezeichnet, $\frac{x}{\lambda}$ die Anzahl der Wellenlängen, die zwischen

nem erregenden Körper und dem Lufttheilchen enthalten

so wird die Gröfse $\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right)$ die Anzahl der Oscillationen

zeichnen, die verflossen sind, seitdem der Schall von dem
genden Körper ausgegangen ist. Hat man also für die O
lationsgeschwindigkeit des erregenden Körpers, wie zuvor,
Ausdruck

$$v = A \text{ Sin. } \frac{2\pi t}{\tau},$$

so wird man für die des Lufttheilchens haben

$$v = A \text{ Sin. } 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right),$$

a die Vibrationsintensität A dieselbe bleibt. Geht endlich demselben erregenden Körper noch eine andere Welle die hinter der gegenwärtigen um den Weg C oder um Vellenlängen vor oder zurück ist, so wird man für die llationsgeschwindigkeit des von dieser Welle erregten Luftchens haben

$$v = A \operatorname{Sin.} 2\pi \left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda} \pm \frac{C}{\lambda}\right).$$

werden aber sogleich (in VI) sehn, daſs das Verhältniſs beiden Gröſsen λ und τ ein constantes ist, so daſs, wenn $\frac{\lambda}{\tau} = a$ setzt, die letzte Gleichung übergeht in

$$v = A \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (at - x \pm C),$$

ganz ebenso erhält man auch für die Amplitüde den Ausk

$$P'M' = - B \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (at - x \pm C),$$

diese zwei Gleichungen sind es, die uns im Folgenden größten Nutzen seyn werden. Ihre Ableitung aus den n Gründen der Bewegung werden wir später (§. 14 u. f.) n.

V. Was im Anfange dieses §. von der ganzen elastin Platte gesagt worden ist, wird im Allgemeinen auch jedem einzelnen Elemente derselben gelten. Auch die wingungen dieser Elemente, z. B. unendlich dünner Streider Platte, werden, wie jene des Pendels, alle in glein Zeiten vor sich gehn oder sie werden *isochron* seyn, leich die Amplitüde dieser Schwingungen (durch die Steifdes Metalls, durch die Reibung, durch den Widerstand der t u. s. w.) mit der Zeit immer kleiner werden muſs, wie es auch durch Rechnung bestätigt wird und den darüber anellten Experimenten vollkommen gemäſs ist. Hier bemerken nur noch, daſs, wenn diese Schwingungen andauern und urch ein bestimmtes Resultat (z. B. einen mit andern verchbaren Ton, nicht bloſs ein unarticulirtes Geräusch) her-

vorbringen sollen, die Schwingungen aller einzelnen Ele
des tönenden Körpers in derselben Zeit vollendet werden
synchron seyn müssen, was nur bei solchen Körpern sta
die in Beziehung auf die Elasticität ihrer Theile regel
und homogen gebildet sind.

Nehmen wir nun an, daſs eine solche Platte vor der
nung einer mit Luft gefüllten Röhre (wie in der vorherg
den Figur) ihre Schwingungen mache und daſs diese Sch
gungen in der Richtung der Axe A C B dieser cylindris
Röhre vor sich gehn. Bei jeder Schwingung der Platte
die ihr nächste Luftschicht in der Röhre eine Verdich
und bei der nächstfolgenden Schwingung wieder eine
dünnung erfahren, und jede dieser Verdichtungen und
dünnungen der ersten Luftschicht wird sich der zweiten Sch
durch diese der dritten mittheilen u. s. w. Wenn aber
in Ruhe begriffene elastische Kugel von einer anderen gleich
ſsen elastischen Kugel gestoſsen wird, so erhält dadurch
erste die Geschwindigkeit der zweiten, während die zw
selbst in Ruhe tritt. Also würde auch jede dieser in dem
linder enthaltenen elastischen Luftschichten, sobald sie
von der vorhergehenden Schicht erhaltene Bewegung
nächstfolgenden mitgetheilt hat, in Ruhe zurücktreten, w
sie nicht von einer neuen Einwirkung der vorhergehen
wiederholt in Bewegung gesetzt würde. Daraus folgt,
jede dieser Luftschichten durch die ihr vorhergehende
Schwingungen der Platte nach der Reihe mitgetheilt erhält
zwar in derselben Ordnung, mit derselben Intensität und
in gleichen Zeiten, da die Schwingungen der Platte
nach dem Vorhergehenden isochron sind. Jede dieser Lu
schichten wird sich daher ganz so, wie die Platte selbst,
wegen, und die Formeln, die etwa für die Bewegung
Platte gefunden werden können, werden sofort auch für
Bewegung der Luftschichten gelten, denen jene Schwingu
der Platte mitgetheilt sind.

VI. Die Geschwindigkeit, mit welcher die einzel
Elemente einer Welle während der Dauer einer Schwing
sich bewegen, ist verschieden nach den Orten, welche d
Element zu verschiedenen Zeiten in seiner Welle einnim
Bewegt sich das Element, wie in der letzten Figur, in de

urve AmCnB, so ist die Geschwindigkeit des Elements, ch der Richtung der Geraden ACB gezählt, in den Puncten , C und B gleich Null, während sie in den in der Mitte n jenen liegenden Puncten m und n ihre gröfsten Werthe t. Nicht so verhält es sich aber mit derjenigen Geschwingkeit, mit welcher diese Wellen selbst in dem elastischen edium, z. B. in der Luft, fortgepflanzt werden. Diese *Fortlanzungsgeschwindigkeit*, die wir hier und künftig durch a zeichnen wollen, ist unabhängig von jener Geschwindigkeit r einzelnen Elemente, so wie auch von der Gestalt und von r Amplitüde der Schwingungen, welche diese Elemente maen, sondern sie hängt allein von der Elasticität e und der ichtigkeit d des fortpflanzenden Mittels ab. Schon NEWTON nd für diese Geschwindigkeit a den Ausdruck

$$a = \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

 lange also in einem bestimmten Raume die Elasticität und e Dichte der Luft unveränderlich ist oder sehr nahe als unränderlich angenommen werden kann, so lange ist auch in eser Luft die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen oder lange ist auch die *Geschwindigkeit des Schalles* constant. der atmosphärischen Luft, an der Oberfläche der Erde, beigt diese Geschwindigkeit des Schalls ungefähr 337,5 Meter einer Secunde; im Oxygengas nur 317, im Hydrogengas er 1270 M. Schneller noch pflanzt sich der Schall in fen Körpern fort, im Silber z. B. durch 3037, im Messing urch 3610, im Kupfer durch 4050 Meter, und in einigen olzarten beträgt diese Geschwindigkeit sogar 5000 bis 6000 eter in einer Secunde[1].

---

1 Wenn die Temperatur der Luft dieselbe bleibt, so wird die ichtigkeit der Luft dem auf derselben lastenden Drucke (der Barometrhöhe) proportional seyn. Da aber nach dem bekannten Mariotte'hen Gesetze die Elasticitat der Luft, bei gleicher Temperatur, ihr Dichte proportional ist, so wird durch den Barometerstand die eschwindigkeit des Schalls nicht geändert. Das Thermometer aber t auf diese Geschwindigkeit Einflufs. Aendert sich nämlich die emperatur der Luft um t Grade C., so wird ein gegebenes Volumen A ür 0° Therm.) sich ausdehnen und in das Volumen $a = A + mt.A$ ergehn, wo m ein constanter Factor ist, der die Aenderung des olumen Luft für einen Grad des Thermometers bezeichnet. Da nun

Da aber nach dem Vorhergehenden jede Welle in de[illegible] selben Zeit zurückgelegt wird, in welcher der schwing[illegible] Körper, der diese Wellen in der Luft erzeugt, eine ga[illegible] Schwingung vollendet, so hat man, wenn τ die Zeit e[illegible] ganzen Schwingung des tönenden Körpers bezeichnet, für [illegible] Länge λ der Welle den Ausdruck

$$\lambda = a\tau,$$

wo also für die Luft $a = 337{,}5$ Meter $= 1038{,}97$ Par. Fuß [illegible]

In der That, nach der in §. 1. gegebenen Darst[illegible] hat jedes Element des vibrirenden Körpers seine Schw[illegible] in der Zeit τ vollendet, so daſs es am Ende der Zeit T[illegible] wieder dieselbe Lage, wie am Ende der Zeit T ein[illegible] Aber in derselben Zwischenzeit τ ist auch die Luftwelle [illegible] ihre ganze Länge λ gegangen, und da, für jede gleichf[illegible] Bewegung, der durchlaufene Raum gleich dem Produc[illegible] Zeit τ in die Geschwindigkeit (das heiſst, in den w[illegible] einer Secunde durchlaufenen Raum) ist, so ist auch $\lambda =$ [illegible] wie zuvor.

VII. Um die Längen dieser Wellen in der Luft ein[illegible]

---

bei gleichen Massen sich die Dichten verhalten, wie verkehrt [illegible] Volumina, so ist, wenn D die ursprüngliche und d die ver[illegible] Dichte der Luft ist,

$$\frac{d}{D} = \frac{A}{a} \text{ oder } d = \frac{D}{1 + mt},$$

wo $m = \frac{1}{266{,}67} = 0{,}00375$ ist. Demnach erhält man für den [illegible] rigirten Ausdruck der Geschwindigkeit des Schalls in der Luft

$$a = 337{,}5 \sqrt{1 + mt}.$$

Bemerken wir noch, daſs die durch Newton's Theorie aufge[illegible] Formel $a = \sqrt{\frac{e}{d}(1 + mt)}$, da sie mit den Beobachtungen nich[illegible] nau übereinstimmte, durch Laplace eine wesentliche Verbesserung [illegible] halten hat, nach welcher sie folgende ist:

$$a = \sqrt{\frac{e}{d}(1 + mt) \cdot \frac{c'}{c}},$$

wo c die specifische Wärme der Luft für einen constanten Druck [illegible] c' dieselbe für ein constantes Volumen bezeichnet. Vergl. Art. [illegible] S. 413, wo die Geschwindigkeiten des Schalles bei verschied[illegible] Temperaturen genauer angegeben sind.

kennen zu lernen, bemerken wir, dafs schallende Kör-
wenn sie uns noch hörbar werden sollen, nicht weniger
und nicht mehr als 8200 Schwingungen in einer Se-
machen dürfen, wo dann in jenem Falle die tiefsten
diesem die höchsten uns noch hörbaren Töne entstehn.
nirt man also in der Formel

$$\lambda = 1038{,}97\,\tau$$

die Zahlen $\frac{1}{32}$ und $\frac{1}{8200}$, so erhält man für die Länge

tiefsten Tons $\lambda = 32{,}3$ Par. Fufs
ür die des höchsten $\lambda = 0{,}126$ Fufs oder nahe 1,5 Zoll.
Schwingungen in einer Secunde geben die Länge der
10,4 Fufs. Im Wasser, wo diese Wellen dem Auge
sten sichtbar werden, sind dieselben über viermal län-
Da nämlich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a im Was-
he 4400 Fufs in einer Secunde beträgt, so hat man

$$\lambda = 4400\,\tau,$$

s man also für

$$\tau = \frac{1}{32} \text{ erhält } \lambda = 137 \text{ Fufs}$$

$$\tau = \frac{1}{100} \;\ldots\; \lambda = 44{,}0 \;-$$

$$\tau = \frac{1}{8200} \;\ldots\; \lambda = 0{,}54 \;-$$

III. Die ersten entscheidenden Beobachtungen über die
windigkeit des Schalls in der Luft wurden von den Mit-
rn der Par. Akademie im J. 1738 zwischen Montlhéry
Montmartre in einer Distanz von 29000 Meter angestellt.
n beiden Enden dieser Basis waren Kanonen aufgestellt,
Blitz und Schall aus mehrern Zwischenpuncten beob-
wurden. Die Beobachter fanden auf diese Weise nicht
e Gröfse dieser Geschwindigkeit, sondern auch die Gleich-
keit derselben für alle Entfernungen von dem schallen-
Körper und seine Unabhängigkeit von der Witterung,
e von dem Zustande des Barometers. Für die Tempe-
der Luft fanden sie die oben angeführte Correction
m t), und ebenso bestätigte sich der Einflufs des Windes
en Werth von a. Ist nämlich φ der Winkel, den die

Richtung des Windes mit jener des Schalls macht, und zeichnet A die Geschwindigkeit des Windes, so muſs m der beobachteten Geschwindigkeit des Schalls noch die G A Cos. φ addiren oder von ihr subtrahiren, wenn der \ dieselbe oder eine mit dem Schalle entgegengesetzte Rid hat. Ueber die Fortpflanzung des Schalls in *festen Kö* hat besonders Biot im Groſsen an den Röhren der Wa leitungen in Paris und über die im *Wasser* haben St und Colladon am Genfersee Versuche angestellt[1].

IX. Poisson hat durch Analyse einen sehr einf Ausdruck gefunden zwischen der Anzahl n der Längensch gungen einer dünnen und schmalen Platte während eine cunde und der Geschwindigkeit a der Fortpflanzung Schwingungen im Innern der Platte. Bezeichnet näml die Länge dieser Platte, so ist

$$a = \frac{2\,l}{n},$$

und da man die Gröſsen n und l durch unmittelbare Me finden kann, so erhält man dadurch den gesuchten \ von a. Laplace hat noch einen allgemeinen Ausdruck g den, der die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a für alle fest flüssige Körper giebt. Bezeichnet nämlich g = 9,809 die Intensität der Schwere und ε diejenige Gröſse, um che sich eine aus der Masse des Körpers gebildete Säule ren Höhe die Einheit des Längenmaſses ist, unter dem fluſs eines dem Gewicht dieser Säule gleichen Zugs oder D verlängert oder verkürzt, so hat man

$$a = \sqrt{\frac{g}{\varepsilon}}.$$

Für Wasser z. B. hat man $\varepsilon = 0{,}0000048$, also auch $\frac{g}{\varepsilon} = 204$ wovon die Quadratwurzel nahe gleich 1430 Met. = 440 Fuſs ist, wie zuvor.

X. Wenn man nahe unter der Oberfläche eines ru Wassers eine dahin gebrachte Glocke in Bewegung setzt (li

1 Vergl. Art. *Schall.* Bd. VIII. S. 390, wo alle diese Gegen ausführlich erörtert sind.

t das Ohr aufser dem Wasser den Schall sehr gut, so
s der Glocke selbst noch nahe steht; aber der Schall
schnell ab, wenn sich das Ohr parallel zur Oberfläche
assers von der Glocke entfernt, und in der Distanz von
ter hört man aufser dem Wasser die Glocke nicht mehr,
ı ein Ohr in derselben Distanz, aber *unter* dem Was-
el, sie noch recht gut hören würde. Die Erklärung
Erscheinung liegt darin, dafs die Schallstrahlen, welche
r Glocke kommen und die untere Fläche des Wasser-
ı treffen, von dieser Fläche desto stärker zurückgewor-
rden, je kleiner der Winkel ist, den diese Strahlen mit
Wasserspiegel bilden, und dafs sie *alle* zurückgeworfen
i, wenn dieser mit der Entfernung von der Glocke natür-
nehmende Winkel eine gewisse Grenze erreicht hat.
rden später eine ganz analoge Erscheinung auch bei den
ellen finden.

. Noch wollen wir eine andere Eigenschaft der unter
asser tönenden Körper erwähnen. Der Ton einer
genden, untergetauchten Glocke ist kurz und an seinem
charf abgeschnitten, nicht nachdröhnend, wie in der
Man glaubte die Ursache dieser Erscheinung in der
ı Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls im Wasser
zu müssen, allein diese Geschwindigkeit kann keinen
auf die *Dauer* des Tons haben. Die Dauer eines
st die Zeit, die zwischen der Ankunft der ersten und
tten Welle der Luft in unserm Gehöre vorübergeht.
r alle Wellen von gleicher Länge λ sind, so ist diese
ich der Anzahl n der Wellen, multiplicirt durch λ und
durch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit a, oder diese
ist

$$\Theta = \frac{n\lambda}{a}.$$

ı nach dem Vorhergehenden $\lambda = a\tau$ ist, so hat man

$$\Theta = n\tau,$$

ifst: die Dauer des Tons in irgend einer elastischen
keit ist gleich der Dauer aller Schwingungen des in
Flüssigkeit vibrirenden Körpers. Dasselbe folgt auch
einfacher daraus, dafs die erste und die letzte Welle

eines Tons dieselbe Zeit gebrauchen, um von dem schallenden Körper bis zu unserm Ohre zu gelangen, und dafs also auch die Zwischenzeit ihrer Ankunft bei dem Ohre gleich seyn der Zwischenzeit ihres Abgangs von dem schallenden Körper. Jene plötzliche Abnahme des Tons scheint vielmehr aus der schnelleren Schwächung der Vibrationen des schallenden Körpers selbst zu entspringen, die aus der gröfsern Dichte des Mittels (des Wassers, im Gegensatze mit der Luft) folgt, in welchem jene Vibrationen statt haben. STURM und COLLADON haben auch die Bemerkung gemacht, dafs irgend eine Agitation des Wassers auf seiner Oberfläche keinen Einfluss weder auf die Geschwindigkeit, noch auf die Intensität des Tons, hat, wenn derselbe unter dem Wasser entstanden ist, dafs aber diese Intensität sehr merklich geschwächt wird, wenn man z. B. eine Tafel von Holz oder dergleichen zwischen den Beobachter über und die Glocke unter dem Wasser stellt, was bekanntlich in der freien Luft nicht statt hat.

3) Transversal-Schwingungen.

Wir gehn nun nach diesen vorläufigen allgemeinen Betrachtungen zu der näheren Beschreibung der verschiedenen Schwingungsarten über, indem wir uns wieder auf das bereits im Art. *Schall* Gesagte beziehn. Eine homogene, cylindrische Saite von Metall habe die Länge l, den Radius r auf diese Länge kreisförmigen Durchschnitts, das Gewicht p, und sie sey an dem einen Ende befestigt, während sie am andern mit dem Gewichte P belastet ist, welches Gewicht bei senkrecht hängenden Saiten unmittelbar an ihnen befestigt, bei horizontalen aber über eine Rolle geführt seyn mag. Wird diese Saite aus ihrer Lage des Gleichgewichts seitwärts entfernt und dann wieder sich selbst überlassen, so geräth sie in Transversalschwingungen der oben beschriebenen Art. Ist dann n die Anzahl dieser Schwingungen, die während einer Secunde statt haben, so erhält man, wie schon NEWTON gezeigt hat, den Werth von n durch die Gleichung

$$n = \sqrt{\frac{gP}{lp}},$$

wo wieder g = 9,809 Meter ist. Bezeichnet ferner Δ die Dichtigkeit der Masse, aus welcher die Saite besteht, so

n bekanntlich für das cylindrische Volumen $\pi r^2 l$, also auch das Gewicht derselben $p = \pi r^2 l d$, wo $\pi = 3,14159..$, so dafs man daher der obigen Gleichung auch die folde Gestalt geben kann[1]:

$$n = \frac{1}{rl} \sqrt{\frac{gP}{\pi d}}.$$

ir werden diese Formel weiter unten (§. 15. Anmerkung IV.) weisen. Bei zwei Saiten von derselben Dichtigkeit verhalten i also die Schwingungszahlen verkehrt, wie ihre Längen und ihre Durchmesser, und gerade wie die Quadratwurzeln ihrer annungen. Dieser aus der Theorie abgeleitete Ausdruck nmt mit den Beobachtungen vollkommen überein, und wir merken nur noch, dafs der Ton, den diese und überhaupt Schwingungen hervorbringen, desto tiefer wird, je klein ist, so dafs die höchsten Töne zu den gröfsten Wert von n, d. h. zu den schnellsten Schwingungen gehören.

I. Jede solche gespannte Saite läfst sich (durch Unterla- oder sogenannte *Stege*, wie bei der Violine) in 2, 3, 4.. he Theile theilen, und dann ist auch die Anzahl der vingungen dieser Theile 2-, 3-, 4..mal gröfser, als bei ganzen Saite, oder die Vibrationen dieser Theile sind 3-, 4..mal geschwinder als die der ganzen Saite. Ja verschiedenen partiellen Schwingungen können, und müssogar, alle unter einander zu gleicher Zeit statt haben, so auch ohne jene Unterlagen, die Schwingung der ganzen immer von mehrern solcher Partialschwingungen begleit, die alle coexistiren und sich jener Hauptschwingung hen oder unterordnen. Ein Bild von einem solchen ingungssysteme giebt die Zeichnung, wo die Haupt- Fig. 173. ingung der Saite AB von zwei Partialschwingungen ihrer n und zugleich von drei Partialschwingungen ihrer dritTheile begleitet ist. Soll bei diesen und überhaupt bei Schwingungen elastischer Körper ein eigentlicher, mit n scharf vergleichbarer *Ton* (nicht ein blofses Geräusch) hn, so müssen alle diese Nebenschwingungen mit der tschwingung *synchron* seyn, das heifst, in der Zeit eianzen Schwingung der ganzen Saite mufs auch jeder der

---

[1] Vergl. Art. *Schall.* Bd. VIII. S. 197.

erwähnten Theile derselben eine Anzahl von ganzen Sc
gungen vollendet haben. Diejenigen Puncte einer Sait
entweder durch künstliche Mittel (durch die erwähnten
u. s. w.) unbeweglich gemacht werden, oder die (weg
Coincidenz des Anfangs- und Endpunctes zweier nächsten
tialschwingungen) schon von selbst in Beziehung auf dies
tialschwingungen unbeweglich sind, werden *Knoten* ge
Man erkennt die letzte Gattung von Knoten bekanntlich
aufgelegte leichte Papierstückchen.

II. Dasselbe gilt auch von den Transversalschwing
der elastischen *Platten*. Wenn eine solche Platte an
ihrer Enden befestigt und an dem andern aus der Lage
Gleichgewichts gebracht wird, so werden auch die ein
Elemente der Platte ihre Lage auf die sie zunächst umgeb
Elemente ändern, sie werden dichter an oder weiter
einander rücken, und wenn die Ursache dieser Störung
hört, so wird die Elasticität der Platte wieder den früher
stand der Platte herzustellen suchen. Dann wird also
einzelne Element um seinen Ruhepunct aufeinanderfol
kleine Schwingungen machen, die unter sich isochron
wie die des Pendels, und die ganze Platte selbst wird
che Schwingungen machen, die aus jenen Pendelschwi
gen der einzelnen Elemente zusammengesetzt und auc
denselben isochron seyn werden, wenn die Hauptschwi
gen der Platten überhaupt andauern und einen bestimmten
hervorbringen sollen. Bei langen und schmalen elasti
Platten, die an einem ihrer schmalen Enden fest sind, v
sich die Anzahl der Schwingungen wie verkehrt das Quadr
vibrirenden Länge. Uebrigens wird auch jede Schwingu
ganzen Platten von mehrern Partialschwingungen der ein
Theile derselben begleitet und man bemerkt die Grenzen
Theile oder die *Knotenlinien* der Platten, wenn man die le
ehe man sie ihren Schwingungen überläſst, mit feinem
oder leichtem Staube bestreut.

III. Die Transversalschwingungen der elastischen
zeigen dieselben Erscheinungen der Partialschwingungen
der Knoten. Ist l die Länge, ϱ die Steifheit, δ die D
und e die Dicke des Stabs oder eines langen und sch
Streifens, so ist die Anzahl N seiner Transversalschwing
durch die Gleichung gegeben

$$N = \frac{ae}{l^2}\sqrt{\frac{g\varrho}{\delta}},$$

wieder g die Schwere und a eine für jeden Stab und für besondere Knotenliniensystem constante Gröfse bezeich- Bei Stäben aus demselben Metall, die blofs durch ihre e und Dicke verschieden sind, ist also das Verhältnifs Anzahl der Schwingungen wie ihre Dicke und verkehrt das Quadrat ihrer Länge, so dafs die Breite derselben, sie überhaupt nur klein ist, keinen Einflufs auf N hat. leicher Dicke geben die längern Stäbe ein kleineres N einen tiefern Ton und bei gleicher Länge geben die ren Stäbe ein gröfseres N oder einen höheren Ton.

4) Longitudinalschwingungen.

Diese Schwingungen entstehn, wie bereits erwähnt, wenn ine gespannte Saite oder einen Stab seiner Länge nach mit andern Körper, z. B. mit einem mit Colophonium bestreu- uche streicht, und die Veränderungen, die dadurch in aite oder in dem Stabe erzeugt werden, bestehn aus pe- ch abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen, aus seitigen Annäherungen und Entfernungen der Elemente, elchen die Saite oder der Stab zusammengesetzt ist. Die , welche durch die Längenschwingungen bei derselben rzeugt werden, sind immer viel höher, als die der Trans- schwingungen. Die Fortpflanzung der Töne schallender r in der Luft geschieht nur durch solche Längenschwin- n, beruht also auf abwechselnden Verdünnungen und htungen der Luftschichten, daher denn auch für diese ellen die Ordinaten PM der Curve AmCnB nicht d die Höhe und Tiefe der Elemente über der Mittel- ACB, als vielmehr die verschiedene Annäherung oder nung dieser Elemente für verschiedene Puncte der Luft- anzeigen. Um uns davon noch auf eine andere Weise utliches Bild zu machen, denken wir uns eine vibri- Platte am Eingange a′b′ einer hohlen, cylindrischen, uft gefüllten Röhre a′xyb′. Die in dieser Röhre ent- e Luft kann man sich in unendlich viele, sehr dünne

Fig. 172.

Fig. 174.

Vergl. Art. *Schall*. Bd. VIII. S. 200.

und einander parallele Luftschichten getheilt vorstellen. Sey
die anfängliche Lage oder die Gleichgewichtslage der elasti
Platte und seyen a′b′ und a″b″ die beiden äufsersten Gr
zen ihrer Schwingungen. Wenn diese Platte in ihrer e
Schwingung von a′b′ nach a″b″ geht, so wird in je
Puncte dieses Weges die der Platte nächstliegende Luftsch
eine Verdichtung erleiden, sie wird sich, in Folge ihrer
fsen Compressibilität, schnell zusammenziehn, aber da d
ebendiese Zusammenziehung ihre Elasticität vermehrt ist,
wird sie auch gleich darauf durch die Wirkung dieser El
cität ihren vorigen Raum wieder einnehmen und dab
die nächstfolgende Luftschicht zusammendrücken. Diese zw
Schicht wird, nachdem sie der elastischen Kraft der e
einen Augenblick nachgegeben, sich verdichtet und da
ihre eigne Elasticität vermehrt hat, ganz auf dieselbe W
wie zuvor die erste, auf die nächstfolgende dritte Schicht
ken u. s. w., so dafs also alle diese auf einander folg
Schichten nach der Reihe eine Verdichtung und gleich
wieder einen Zurückgang auf ihren frühern Zustand erl
und Alles wird sich in dem Innern des Cylinders so v
ten, als ob eine unendlich dünne Luftschicht in dieser
parallel mit der Axe dieses Cylinders, sich bewegte und
rend dieser Bewegung abwechselnde Compressionen un
latationen erhielte. Geht dann die schwingende Platte,
sie ihre eine Grenze a″b″ erreicht hat, wieder zurück
a′b′, so wird die ihr nächste Luftschicht eine Dilatati
halten, die sich, ganz analog mit jenen Compressionen
folgenden Luftschichten nach der Reihe mittheilt. D
das Gesagte nicht blofs von dem *ganzen* Wege a′a″ od
der Platte, sondern auch von jedem einzelnen Punct
Weges gilt, so werden eigentlich, während die Platte
nach a″ vorwärts geht, eine unzählige Menge solcher V
tungen der Luftschichten und, während die Platte wie
a″ nach a′ zurückgeht, ebenso viele Verdünnungen
Schichten erfolgen. Alle jene elementaren Verdichtung
sammengenommen werden die eine Hälfte der *ganzen*
a″A geben, wenn jene elementaren Verdichtungen in
sich von a″ bis A fortgepflanzt haben, in der Zeit, w
die Platte von a′ bis a″ gegangen ist. Wenn dann d
wieder rückwärts von a″ bis a′ geht, so werden die aus

kgange der Platte entspringenden Dilatationen der Luft-
chten sich ebenfalls durch denselben Raum, wie vorhin
Condensationen, fortpflanzen, oder diese Dilatationen wer-
sich über denselben Weg a''A erstrecken und die zweite
fte der *ganzen Welle* geben, die jetzt den Raum a''A
immt, während die erste oder condensirte Hälfte mit der
ltenen gleichförmigen Geschwindigkeit einen ebenso gro-
Weg von A bis x zurückgelegt hat, so dafs also die Länge
ganzen Welle a''x in ihrer Mitte A die condensirte Hälfte
von der dilatirten Hälfte a''A scheidet. Da die durch die
tische Platte bewegte Luftschicht in derselben Zeit τ durch
Weg a''x $= \lambda$ gegangen ist, in welcher die Platte eine
wingung zurückgelegt hat, so ist auch, wenn a die Ge-
windigkeit der Fortpflanzung jener Condensationen und Di-
ionen der Luftschichten bezeichnet, $\lambda = a\tau$, wie zuvor.
den Längenschwingungen bewegen sich also die Elemente
r Saite oder eines elastischen Stabes parallel mit der Länge
er Körper, während sie sich bei den Transversalschwin-
gen in einer auf die Länge dieser Körper senkrechten Rich-
auf und ab bewegen.

I. Wie vorhin den mit Luft gefüllten Cylinder, so kann
sich auch eine tönende Saite durch auf ihre Länge senk-
t geführte Schnitte in unendlich dünne Schichten getheilt
tellen. Bei den Längenschwingungen dieser Saiten wird
eine Reihe aufeinanderfolgender Elemente vor- und rück-
s, nach der Richtung der Länge der Saite, bewegt und
e Elemente selbst werden einander näher gebracht oder
er von einander entfernt. Hört dann die Einwirkung,
he diese Bewegung der Elemente verursacht hat, auf, so
die Elasticität der Saite sie alle wieder zu dem vorigen
nde des Gleichgewichtes zurück, und wenn diese perio-
en Näherungen und Entfernungen der Elemente unter sich
mäfsig und isochron sind, so entsteht das, was wir *Ton*
en, während ein unregelmäfsiges Bewegen derselben nur
Geräusch erzeugen kann.

II. Die einfachste Art dieser Längenschwingungen ist in Fig.
eichnung dargestellt. Hier haben alle Elemente oder alle 175.
auf die Länge der Saite senkrechten Schichten derselben
gemeinschaftliche Bewegung nach den beiden Endpuncten

A und B der Saite. Wenn sie von A nach B gehn, so fi
A Dilatation, in B aber Condensation statt, und umgek
wenn die Bewegung der Schichten von B nach A gerichte
so ist in B Dilatation und in A Condensation. In beiden
len ist an den beiden Endpuncten A und B der Saite die
schwindigkeit der Elemente gleich Null, weil in diesen
puncten die directe Bewegung in die retrograde übergeht,
in der Mitte zwischen den beiden Endpuncten ist diese
schwindigkeit am gröfsten, während in dieser Mitte die
densation oder Dilatation der Elemente ihren mittlern W
(des Gleichgewichts) hat. Eine zweite, schon zusamm
setztere Art ist in der folgenden Zeichnung dargestellt.
Fig. 176. theilt sich die Saite in zwei Theile, in welchen die B
gungen der Elemente eine entgegengesetzte Richtung h
Der Trennungspunct N der beiden Theile hat gar kein
wegung und bildet daher einen *Knoten* der Saite, aber in
sem Puncte N ist zugleich die Condensation, so wie die
auf folgende Dilatation am gröfsten. Andere Verbind
Fig. 177. u. 178. von mehreren Knoten sieht man in den folgenden Zeich
gen dargestellt. Wenn eine solche Saite mit mehrern K
in Längenschwingungen versetzt wird, so entstehn in
zwischen zwei nächsten Knoten enthaltenen Theile der
Partialschwingungen, die sich der Schwingung der ganzen
coordiniren und mit der der letztern insofern isochron
als immer eine ganze Anzahl von Partialschwingungen a
Schwingung der ganzen Saite gehn mufs, wenn ein ei
cher Ton entstehn soll.

III. Aus der blofsen Erklärung dieser beiden Arte
Schwingungen folgt schon, dafs die Elasticität der Sa
die Längenschwingungen einen viel gröfsern Einfluß
mufs, als auf die Transversalschwingungen, da die Be
der Elemente nach der Richtung der Länge der Saite o
ihre gegenseitigen Annäherungen und Entfernungen vo
ander gleichsam unmittelbar auf die Elasticität der Sai
wirken, während bei den Transversalschwingungen di
mente einer jeden Welle gleichsam alle in derselben Z
ihrer Gleichgewichtslage entfernt werden, ohne dafs di
Entfernungen unter einander eine beträchtliche Aender
leiden. Nennt man n′ die Zahl der Längenschwingung
n die Zahl der Transversalschwingungen einer und de

aite in derselben Zeit, und heifst l die Länge der Saite und die Verlängerung, welche diese Länge durch ihre Spannung (oder durch das zur Spannung an sie gehängte Gewicht) leidet, so hat man nach POISSON's schöner Analyse, wie ir später streng beweisen werden (§. 15. Anmerk. IV.),

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{l}{\alpha}}.$$

)ieser Ausdruck, den POISSON auf dem Wege der Theorie efunden hat, wurde von SAVART durch zahlreiche Versuche ollkommen bestätigt. Da übrigens α stets nur ein sehr kleier Theil von der Länge l einer Saite ist, so sieht man, dafs ' viel gröfser als n seyn mufs oder dafs die Töne der Länenschwingungen viel höher als die der Transversalschwinıngen sind, wie bereits oben gesagt worden ist. Dafs dünne latten und Stäbe ebenfalls Längenschwingungen annehen und dann ähnliche Knotenlinien, wie bei den Transırsalschwingungen, zeigen können, ist bereits oben[1] gesagt orden. Auch bei diesen Stäben hat POISSON durch seine nalyse das Verhältnifs der Längenschwingungen n' zu den ransversalschwingungen n gegeben. Ist nämlich l die Länge s elastischen Stabes und e die Dicke desselben, so hat man ir cylindrische Stäbe[2]

$$\frac{n}{n'} = 1{,}7806 \, \frac{e}{l}$$

ıd für Parallelepipeden oder sogenannte viereckige Stangen

$$\frac{n}{n'} = 2{,}0561 \, \frac{e}{l}.$$

uch diese Formeln hat SAVART durch seine Experimente beährt gefunden. Dieses gab zugleich ein bequemes Mittel, e Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalls in verschieenen festen Körpern zu bestimmen. Nennt man a die Gehwindigkeit des Schalls in der Luft und m den bestimmten on einer Pfeife, deren Länge l ist, so hat man

$$a = m\,l.$$

t aber a' die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalls,

---

1 S. Art. *Schall.* Bd. VIII. S. 202.
2 Ebend. S. 213.

z. B. in einem Metalle, und ist m' der bestimmte Ton, ein dünner Stab von diesem Metalle, dessen Länge l' ist, so hat man ebenso

$$a' = m' l',$$

also ist auch

$$\frac{a'}{a} = \frac{m' l'}{m l}.$$

So giebt z. B. ein Stab von Silber, dessen Länge 2 Fuß, wenn er in seiner Mitte aufgehängt wird, den Ton m'= oder m' = 36, wie wir sogleich in §. 9. sehn werden. an beiden Enden offene cylindrische Röhre als Pfeife derselben Länge aber giebt den Ton $m = u t_3$ oder m = also ist auch

$$\frac{a'}{a} = \frac{m'}{m} = \frac{36}{4} = 9$$

oder die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Schalls Silber ist neunmal gröfser, als in der Luft, wie auch oben (§. 2.) gesagt worden ist. Uebrigens werden wir sehn, dafs bei den Vibrationen der Saiten, Stäbe, u. s. w. die Längen- und Transversalschwingungen und meistens die drehenden Schwingungen *alle zu gleicher* bestehn und dafs sie von einander unabhängig sind, ohne die eine von der andern gestört oder geändert wird, und sie im Grunde alle *demselben Gesetze* folgen, welches für diese verschiedenen Schwingungsarten blofs von der der Dicke und von der Spannung der Saite u. s. w. modi wird. (Vergl. §. 14.)

5) Schwingungen der Körper von gegeben Gestalt.

Wenn man einen soliden Körper, z. B. eine dicke tallplatte, eine Glocke u. s. w., in schwingende Bewegung so bemerkt man auf der Oberfläche derselben im Allgemei zwei Gattungen von Vibrationen; die einen gehn in einer Oberfläche des Körpers senkrechten Richtung vor sich, andern haben in der diese Oberfläche tangirenden Ebe statt, die Richtungen dieser beiden Schwingungen sind unter sich vertical. Man erkennt diese beiden Schwingung

leicht, wie bei den vibrirenden Platten, wenn man die
fläche der Körper mit einem feinen Staube bedeckt. Dann
man bei den ersten der erwähnten Schwingungen den
b sich mehr oder weniger über die Oberfläche des Kör-
erheben und auf derselben gleichsam springen oder tan-
, während er bei den zweiten Schwingungen sich zwar
und oft sehr schnell bewegt, aber ohne dabei die Ober-
e des Körpers zu verlassen, auf welcher er nur hin und
ler zu gleiten scheint. Beide Bewegungen haben ihre ei-
n Knotenlinien, die sich aber oft sehr unter einander mi-
n, so dafs sie schwer zu trennen sind. Wahrscheinlich
t es auch noch mehrere andere Schwingungsarten, die
ichen jenen beiden in der Mitte liegen und daher eine
r oder weniger gegen die tangirende Ebene des Körpers
dem seiner Puncte geneigte Richtung haben. Vielleicht
diese sogar in unendlicher Anzahl vorhanden, aber sie
n nicht sowohl der Oberfläche, als vielmehr den inneren
len der Körper angehören.

6) Sphärische Wellen.

Wenn man von den Wellen einer vibrirenden Saite oder
in einer Röhre eingeschlossenen Luftschicht zu denjeni-
Wellen übergeht, die in einem nach allen Seiten unbe-
zten Luftraume durch die Erschütterung irgend eines mitt-
Puncts dieses Raumes entstehn, so kann man sich diesen
t als eine kleine Kugel vorstellen, die abwechselnd schnelle
lensationen und Dilatationen nach allen ihren Richtungen
lt und die daher auch diese Bewegungen nach allen
tungen von ihrem Mittelpuncte aus fortpflanzt. Die Ge-
indigkeit dieser Fortpflanzung bleibt in allen Entfernun-
von dem Mittelpuncte der Kugel dieselbe, so lange die
icität der die Kugel umgebenden Luft dieselbe bleibt;
die Länge λ jeder solchen sphärischen Welle (die jetzt
Gestalt einer Kugelschale annimmt) bleibt dieselbe, nur
die *Amplitüde* dieser Welle immer abnehmen, d. h. die
ten Ordinaten PM, die zu den Puncten m und n gehören, Fig. 172.
en immer kleiner werden, je weiter die Welle fortschrei-
oder je gröfser der Halbmesser jener Kugelschale wird.
e Ordinaten drücken aber die verschiedene Geschwindig-
der einzelnen Elemente einer Welle aus (die man daher

von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der ganzen Well
mer wohl zu unterscheiden hat), und es ist klar, dafs
Geschwindigkeit der einzelnen Elemente abnehmen mufs,
sich die Kraft, welche die Vibration der Luft hervor
über eine immer gröfsere Luftkugel, also über eine g
Masse verbreitet, welche jene Kraft in Bewegung setze

7) Intensität des Schalles.

Von dieser Amplitüde (oder Höhe) der Welle hän
die Stärke (oder *Intensität*) des Tons ab, und diese I
tät verhält sich im freien Luftraume, wie verkehrt das
drat der Entfernung von dem schallenden Körper, al
verkehrt das Quadrat des Halbmessers jeder Kugelschale,
sie dem Organ unsers Gehörs begegnet. Nicht so ist es,
der Schall durch die Luft in cylindrischen Röhren oder
feste Körper fortgepflanzt wird. Hier bleibt die Intensi
Schalles, also auch die Amplitüde der Luftwelle *constan*
die Luftschichten in der Röhre immer dieselbe Gröfse
nicht aber, wie bei jenen concentrischen Kugelschale
Masse so schnell anwachsen, wie dieses Alles auch de
über angestellten Experimenten vollkommen gemäfs ist.

8) Dauer, Klang und Accent des Tons

Die *Dauer* eines Tons, d. h. die Zeit, während w
er das Gehör afficirt, hängt von der Dauer der Vibra
des tönenden Körpers ab. Wenn ein Schlag auf eine
stischen Stab diesen sehr lange Zeit hindurch in Schwing
erhält, so wird auch die Dauer des durch den Stab h
gebrachten Tons sehr lang seyn, so wie auch diese l
sogleich unterbrochen und aufgehoben wird, wenn ma
Berührung des Stabes mit der Hand oder mit einem w
Tuche die Schwingungen desselben zerstört. Durch l
(*timbre*) eines Tons wird von uns der Unterschied bez
den wir bemerken, wenn *derselbe* Ton durch verschiede
strumente erzeugt wird. So ist z. B. der Ton a der d
Saite der Violine für unser Gehör ein ganz anderer, als
selbe Ton a, wenn er durch die Flöte oder durch das I
piano hervorgebracht wird, obschon die Höhe aller dieser
genau dieselbe bleibt. Die Ursache dieses Unterschie

hrscheinlich in den secundären Schwingungen zu suchen, lche jeden Hauptton begleiten. Noch weniger bekannt sind s die Ursachen des *Accents* der Töne, die der menschlichen mme bei der Rede und dem Gesang eigenthümlich sind d die wohl in der Organisation unserer Stimmwerkzeuge gen mögen.

9) Höhe der Töne.

Der Ton ist desto höher, je gröſser die Anzahl der hwingungen ist, die der tönende Körper in einer bestimm- Zeit zurücklegt. Es ist bereits oben gesagt worden, daſs schallenden Körper, wenn sie uns noch hörbar seyn sol-, nicht weniger als 32 und nicht mehr als 8200 Schwin- ngen in einer Secunde machen dürfen. Jener tiefste Ton derjenige, der von der gröſsten Orgelpfeife, deren Länge = 32 Fuſs ist, hervorgebracht wird, wie man findet, wenn n in der Gleichung des §. 2

$$\lambda = 1038{,}97\,\tau$$

Gröſse $\tau = \frac{1}{32}$ Sec. setzt; für $\tau = \frac{1}{64}$ erhält man $\lambda = 16$ iſs, für $\tau = \frac{1}{128}$ ist $\lambda = 8$ Fuſs nahe u. s. w., und so ist die ſel entstanden, die bereits oben[1] mitgetheilt worden ist. Es y uns erlaubt, die dort erwähnte Tonleiter hier zur kurzen ebersicht noch einmal aufzustellen.

Namen der Töne	ut	re	mi	fa	sol	la	si	ut_2 ..
Bezeichnung der Töne	c	d	e	f	g	a	h	c_2 ..
Verhältniſs der Saitenlänge	1	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{1}{2}$ ..
Verhältniſs der Schwingungszahlen	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2 ..

ir die nächst höheren Octaven sind die Bezeichnungen dieser öne in derselben Ordnung c_2, d_2, e_2 und für die dritte c_3, d_3, e_3 s. w. Um aber die Verhältnisse der Schwingungszahlen N finden, die zu diesen höhern Tönen gehören, hat man all- mein für die n^{te} Octave, wenn A die Schwingungszahl der rigen Tafel bezeichnet,

$$N = A \cdot 2^{n-1}.$$

---

1 S. Art. *Schall.* Bd. VIII. S. 293.

So erhält man

$$\text{sol}_2 \text{ oder } g_2 = \tfrac{3}{2}.2 = 3$$
$$\text{mi}_3 \text{ oder } e_3 = \tfrac{5}{4}.2^2 = 5$$
$$\text{si}_4 \text{ oder } h_4 = \tfrac{15}{8}.2^3 = 15$$
$$\text{fa}_5 \text{ oder } f_5 = \tfrac{4}{3}.2^4 = 21{,}333 \text{ u. s. w.}$$

Ist aber umgekehrt die Zahl N gegeben, und sucht man Bezeichnung des Tons, der zu dieser Zahl gehört, so div man diese Zahl n mal durch 2, bis man zu einer der sieben len der letzten Reihe in der vorhergehenden Tafel gelangt, dann ist die gesuchte Bezeichnung gleich A_{n+1}.

Ist z. B. die Zahl N = 36 gegeben, so hat man die genden Halbirungen

$$18;\ 9;\ \tfrac{9}{2};\ \tfrac{9}{4};\ \tfrac{9}{8},$$

also n = 5 Divisionen, so dafs also

$$36 = \text{re}_6 = d_6 \text{ ist.}$$

Ebenso giebt die Zahl 20 vier Halbirungen

$$10;\ 5;\ \tfrac{5}{2};\ \tfrac{5}{4},$$

so dafs also $20 = \text{mi}_5 = e_5$ ist, und ebenso ist $12 = \text{sol}_4 =$ und $15 = \text{si}_4 = h_4$ u. s. w.

Sucht man dann die Zahl der Schwingungen dieser T in einer Secunde, so darf man nur ihre Zahl N durch 32 durch die Schwingungszahl des tiefsten Tons multipli So giebt

$\text{sol}_2 = g_2$ . . . 3mal 32 oder 96 Schwingungen
$\text{mi}_3 = e_3$ . . . 5mal 32 oder 160 — —
$\text{si}_4 = h_4$ . . . 15mal 32 oder 480 — — u. s.

10) Coincidenz der Töne.

Zu dem, was bereits[1] über die Coincidenz der Töne merkt worden ist, kann hier noch analog mit dem, was kün tig von der Interferenz des Lichts gesagt werden soll, beig fügt werden, dafs die Coincidenz zweier Töne von versch dener Höhe nicht nur, wenn beide Töne länger dauern, Zeiten eine Schwächung der Intensität, sondern auch e neuen hervorbringen kann, der viel tiefer ist, als jeder d

1 S. Art. *Schall.* Bd. VIII. S. 302. 315.

eiden einfachen. Schon der berühmte Musiker TARTINI hatte emerkt, dafs der Ton sol_4 mit 384 Schwingungen in einer ecunde, wenn er mit dem Ton ut_5 mit 512 Schwingungen einer Secunde zusammenfällt, den viel tiefern Ton ut_3 on 256 Schwingungen erzeugt. Die Schwingungen jener eiden Töne verhalten sich wie 384 zu 512 oder wie 3 zu , woraus daher folgt, dafs der erste sol_4 drei Schläge macht derselben Zeit, in welcher der andere ut_5 vier Schläge llendet, und dafs daher der 0., 3., 6., 9te.. Schlag des sten zusammenfällt mit dem 0., 4., 8., 12ten.. des zweiten ons. Die Doppelschläge, die aus diesem Zusammenfallen tstehn, werden also 3mal langsamer seyn, als sol_4, und al langsamer, als ut_5, und daher wird der daraus entstende Doppelton durch die Zahl 512 — 384, das heifst, durch Zahl 128 oder durch ut_3 vorgestellt werden. Wir wern später bei der Theorie des Lichtes ebenfalls sehn, dafs Coincidenz der Lichtwellen die Intensität des Lichtes verndern, ja bis zur gänzlichen Umsichtbarkeit desselben aufen kann, analog mit dem, was wir hier bei den Schallllen bemerkt haben.

Das Vorhergehende wird als Einleitung zu der ihm so e verwandten Lehre von der Undulation des Lichtes gegen, wobei wir mehrere Erscheinungen, wie z. B. die von Reflexion des Schalles oder von dem Echo u. a., ganz Stillschweigen übergangen haben, theils weil diese Gestände schon in den frühern Artikeln dieses Werkes, so it sie den Schall betreffen, umständlich behandelt worden d, und theils auch, weil sie in der Lehre vom Lichte mit igen Modificationen nur zu Wiederholungen Veranlassung en würden, die hier, wo die Fülle des Stoffes ohnehin rreich ist, vermieden werden sollen.

Allgemeine Theorie der Undulation des Lichtes.

11) Erklärungen.

Wie wir zur Erklärung des Schalls ein elastisches Mem, die *Luft*, angenommen haben, durch welches die Viionen eines tönenden Körpers in wellenförmigen Bewe-

gungen bis zum Ohre fortgepflanzt werden, so nehm
nun auch, um die Erscheinungen des Gesichtssinnes
klären, ein anderes Medium, den *Aether*, an, durch w
die Vibrationen derjenigen Körper, die wir leuchtende
nen, auf eine analoge Weise, wie die Schallwellen, in
wellen bis zu unserem Auge geführt werden. Es wi
darauf ankommen, die uns bekannten Phänomene des L
der aufgestellten Annahme dieses Aethers gemäfs, ge
und vollständig darzustellen, wobei wir uns zunächst b
das gewöhnliche oder nicht polarisirte Licht beschränk

I. Dieser Aether wird als ein vollkommen ela
Fluidum vorausgesetzt, welches über den ganzen W
verbreitet und selbst zwischen den Elementen aller K
enthalten ist. Sein statischer Zustand des Gleichgewicht
durch die Repulsionskraft, die seine Theilchen unter si
üben, und durch die Einwirkungen bestimmt, die er v
Elementen der andern Körper erleidet. In Folge dieser
ist der Aether im freien Raume gleichförmig ausgebreitet,
all von derselben Dichte und von derselben, nach allen
sich erstreckenden Elasticität. Innerhalb der festen, fl
und luftförmigen Körper aber nimmt man an, dafs der
eine andere Dichte hat, als im freien Raume, und dafs
Elasticität, wie bei allen ponderabeln Körpern, in luf
gen, in flüssigen und in den *homogenen* und nicht kr
sirten festen Körpern constant, in den krystallisirten, ni
gelmäfsig polyedrischen Körpern aber veränderlich sey.

II. Die leuchtenden Körper sind, als solche, eb
vibrirende Körper, nur gehn ihre Vibrationen viel sc
und in viel kleineren Räumen vor sich, als die der
Luft tönenden Körper. Nennt man auch hier a die Fo
zungsgeschwindigkeit des Lichts im Aether, d die D
keit und e die Elasticität des Aethers, so hat man, wi
(§. 2. I.),

$$a = \sqrt{\frac{e}{d}}.$$

Obschon man aber weder die Gröfse d noch e durch
eine directe Messung erhalten kann, so weifs man doch
a ungemein grofs ist, indem die Fortpflanzungsgeschwi
keit des Lichts a in einer Zeitsecunde = 280 Millionen

Es mufs daher entweder die Elasticität des Aethers sehr
fs oder seine Dichtigkeit ungemein klein seyn. Diese Vibratio-
der leuchtenden Körper theilen dem Aether eine wellen-
nige Bewegung mit, wodurch diese Körper uns sichtbar
rden, so wie die tönenden Körper durch die wellenförmige
wegung der Luft uns hörbar werden. Von der Geschwin-
keit dieser Vibrationen der leuchtenden Körper hängt end-
die Länge der Lichtwellen im Aether, d. h. die *Farbe*
Körper ab, so wie von der Geschwindigkeit der Vibra-
nen der tönenden Körper die Länge der Schallwellen in
Luft, d. h. *die Höhe des Tons*, abhängt (§. 2.).

III. Aus diesen Annahmen folgt sofort, dafs die Licht-
llen im leeren Raume *sphärische Wellen* (§. 1.) sind, und
sie auch in allen homogenen Körpern, deren Elasticität
llen ihren Theilen dieselbe ist, eine sphärische Gestalt ha-
werden, d. h. dafs sich die von den leuchtenden Kör-
erzeugten Vibrationen mit constanter Geschwindigkeit
nach allen Richtungen gleichförmig ausbreiten werden,
lafs sich die dadurch erregten Lichtwellen in jedem Au-
blicke auf der Oberfläche einer Kugel befinden werden,
n Mittelpunct der leuchtende Punct ist.

IV. Wenn aber diese Lichtwellen des Aethers in solche
per dringen, deren Elasticität in verschiedenen Theilen
elben veränderlich ist, so können die Wellen in diesem
per nicht mehr jene frühere, einfache sphärische Gestalt
n, so können also auch die Geschwindigkeiten, mit wel-
sich diese Wellen fortpflanzen, nicht mehr constant, ja
önnen selbst die Richtungen, in welchen sie sich fort-
zen, veränderlich seyn. Diese offenbar mehr zusammen-
zte Erscheinung (die das sogenannte *polarisirte Licht* be-
wollen wir erst in der Folge näher betrachten; zunächst
en wir bei jenen ersten und einfacheren Erscheinungen
, wo das Licht sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit
härischen Wellen ausbreitet, deren Oberflächen in gröfsere
rnungen von dem leuchtenden Puncte gelangen, als eben
chtet werden kann. Da diese Voraussetzungen auch für
Schallwellen der Luft gelten, so wird das, was hier von
Lichtwellen gesagt wird, unter den der Natur der Sache
sen Modificationen auch unverändert für die Schallwellen

anwendbar seyn, so dafs dadurch eine vollständige Theori
Undulationen beider Arten bezweckt wird, wobei üb
unentschieden, aber auch gleichgültig bleibt, ob bei d
Lichtwellen die Elemente des Aethers, gleich denen der S
wellen in der Luft, in der Richtung ihrer sphärischen W
len vibriren, oder ob diese Vibrationen wie bei den W
eines bewegten Wassers in einer auf diese Richtung der W
senkrechten Stellung auf und nieder gehn. Diesem ge
wird es uns also auch erlaubt seyn, in der Folge die Li
wellen des Aethers auch als Schallwellen der Luft oder
als die Wellen einer schwingenden Saite zu betrachten
blofs des einfacheren Ausdrucks wegen, auch zuweilen
von *Lichtstrahlen* zu sprechen, wodurch wir die Halbm
der sphärischen Lichtwellen bezeichnen, um dadurch f
nahe verwandte und beinahe ganz analoge Gegenstände
Ausdruck abzukürzen und zugleich die beiden hier zu be
delnden Gegenstände in die ihnen angemessene nähere V
bindung zu bringen.

12) Refraction und Reflexion des Lichts

Ehe wir aber zu der eigentlichen Theorie der Un
dulation übergehn, wird es zweckmäfsig seyn zu zeigen,
durch diese Hypothese der Undulation die zwei gewöhnl
sten und wichtigsten Erscheinungen, die man bisher an
Lichte kennen gelernt hat, nicht nur ebenso gut, als d
die ältere Emanationshypothese Newton's, sondern eige
viel besser und genügender erklärt werden. Newton m
um die Phänomene der Refraction in seiner Hypothese d
stellen, den Elementen der Körper eine in ihrer gröfsten N
sehr starke *anziehende* Kraft zuschreiben, während er w
zur Erklärung der Reflexion, wenigstens ebenso starke a
stofsende Kräfte derselben Elemente vorauszusetzen sich
zwungen fühlte. Diese doppelte, sich nur eben nicht di
widersprechende Annahme war wenig geeignet, jener Hy
these den grofsen Beifall zu sichern, dessen sie sich la
durch die Autorität ihres Urhebers so lange erfreute.

I. Viel einfacher werden aber beide Erscheinungen
durch die Lichtwellen des Aethers erklärt. Wenn eine F
von Aetherwellen an der Oberfläche eines Körpers ankom

welchem der in ihm eingeschlossene Aether eine andere
chtigkeit oder eine andere Elasticität hat, als aufser diesem
rper, so entstehn auf der Oberfläche, die den Körper von
ihn umgebenden Aether des freien Raumes trennt, *zweierlei*
ellensysteme. Die Wellen der einen Art gehn durch den
dem Körper enthaltenen Aether weiter, indem sie ihren
hern Weg verfolgen; die Wellen der zweiten Art aber neh-
n eine ihrer frühern entgegengesetzte Richtung an, und
nzen sich wieder rückwärts in dem freien Aether fort,
e in das Innere des Körpers einzudringen. Die der Oberfläche
Körpers zunächst liegenden einzelnen Aethertheilchen,
nn sie durch die von aufsen einfallenden Wellen erschüt-
t werden, können dann als ebenso viele Mittelpuncte von
en sphärischen Wellen betrachtet werden, von welchen die
en die Refractionswellen, die andern aber die Reflexions-
len erzeugen, welche beide, wie gesagt, in ihren Rich-
gen einander entgegengesetzt sind.

II. Sey AB die Ebene, welche die Oberfläche des Kör-
s von dem aufser ihm liegenden Aether trennt. Seyen
er IL und I'L' zwei Radien (Halbmesser) einer einfallen-
Welle. Wir wollen diese Radien einander sehr nahe,
r sich parallel und in einer und derselben, auf die Ebene
senkrechten Richtung annehmen. Ebenso kann man auch
übrigen auf AB fallenden Radien als unter sich und mit
parallel voraussetzen und jede andere mit ILL'I' parallel
nde, auf AB senkrechte Ebene die *Einfallsebene* nennen.
e Annahme des Parallelismus der Radien setzt voraus,
der Mittelpunct der hier betrachteten Wellen (oder dafs
leuchtende Punct, von dem diese Wellen ausgehn) in ei-
sehr grofsen Entfernung von der Ebene AB liegt. Läfst
dann von dem Puncte L das Loth LP auf den Radius
herab, so wird dieses Loth LP in der Ebene der Welle
liegen, die wir eben betrachten. Da wir nun hier zu-
rst nur homogenes Licht (ohne Rücksicht auf die ver-
lenen Farben) betrachten, d. h. ein solches Licht, des-
Vibrationen alle unter sich isochron oder von gleicher
sind, so werden auch die Aethertheilchen L und P ganz
be Vibrationsgeschwindigkeit haben, oder, mit andern
n, das von dem Mittelpuncte I, I' der Welle ausge-
Licht wird gleiche Wege durchlaufen haben, um die

Fig. 179.

zwei Puncte L und P zu erreichen. In dem Puncte L′ wird das Licht den Weg PL′ mehr, als in L zurückg haben, also wird auch von den beiden Elementarwellen, ren Mittelpuncte L und L′ sind, die erste hinter der zw *zurück* seyn. Allein die Wirkung, welche diese beiden W len auf ein Aethertheilchen M, welches unter der Ebene liegt, ausüben, wird doch ganz *dieselbe* seyn, wenn das Licht die Differenz LM — L′M′ in derselben Zeit zur legt, in welcher es den Weg PL′ macht, weil die Ve gerung des von L kommenden Lichts wieder durch die here Entstehung der Lichtwelle ersetzt werden wird.

III. Nimmt man den so bestimmten Punct M in der fallsebene ALI an, und zwar in einer so grofsen Entfer von der Ebene AB, dafs alle Radien ML, M′L′..., die selbst enden, als unter sich parallel betrachtet werden kö so wird offenbar jede auf LM senkrechte Ebene *zu dem* *Zeit* von demjenigen Lichte erreicht werden, welches den Wellen zugehört, deren Mittelpuncte auf der Ebene liegen. Diese Wellen werden alle in dem Puncte M co diren und in diesem Puncte die Intensität des Lichtes mehren.

Fig. 180. IV. Wenn aber z. B. für den Punct N die eben er ten Bedingungen nicht statt haben, d. h. wenn der Pu nicht in einer der Einfallsebenen liegt, oder auch, we zwar in der Einfallsebene ALI liegt, aber wenn das L nicht die Differenz LN — L′N′ in derselben Zeit durch in welcher es den Weg PL zurücklegt, so werden die N kommenden Wellen mit den andern, deren Mittelp alle auf AB liegen, nicht mehr, wie zuvor, concordiren, dern sie werden sich gegenseitig stören und selbst theilw aufheben. Denn wenn man auch hier wieder den Punct N weit entfernt von der kleinen Ebene AB annimmt, dafs von ihm auf AB kommenden Radien als unter sich pa vorausgesetzt werden können, so ist klar, dafs das von diesen Elementarwellen ausgesendete Licht nicht mehr, wi vor, in demselben Augenblicke in allen Puncten derje Ebene ankommen kann, die man auf alle nach N gerich Radien senkrecht gestellt hat.

V. Man wird aber die Ebene AB in kleine und sich gleiche Rechtecke theilen können, so dafs die ähnlich

nden Puncte zweier nächsten Rechtecke nach dem Puncte N
che Radien schicken, für welche die Totalverzögerung des
en, in Beziehung auf die des anderen, genau eine halbe Welle
rage. Nimmt man also die Anzahl dieser Rechtecke sehr
ſs an, so werden die von diesen Rechtecken nach N ge-
ickten Wellen ihre Wirkungen gegenseitig zerstören oder
heben.

VI. Daraus folgt, a) daſs bei einer hinlänglich groſsen
ene AB die reflectirten und die gebrochenen Strahlen in
Einfallsebene (in einer auf AB senkrechten Ebene) liegen
rden, und b) daſs man, um ihre Richtungen in dieser Ein-
sebene in Beziehung auf zwei nahe einfallende Radien IL
I I′L′ zu finden, nur durch die Puncte L und L′ zwei pa-
ele Gerade LM und L′M′ so ziehn darf, daſs, wenn man
Loth L′P′ auf LM errichtet, das Licht ebenso viel Zeit
ucht, durch LP′, als durch L′P′ zu gehn. Für die zurück-
vorfenen Radien ist die Geschwindigkeit u des Lichtes die-
e, wie für die einfallenden, da sich bei der Reflexion das
t immer in demselben Aether bewegt. Es muſs also für die
exion LP′ = L′P oder es muſs der Winkel P′L′L = PLL′ Fig. 181.
endlich *es muſs der Reflexionswinkel dem Einfallswin-*
gleich seyn. Für die Refraction aber ist die Geschwin-
eit = v des Lichts im Körper verschieden von derjeni-
= u, die es auſser dem Körper im freien Aether hatte.
muſs auch das Loth LP′ von dem Lothe L′P verschie- Fig. 182.
oder es muſs seyn

$$\frac{LP'}{L'P} = \frac{v}{u}.$$

nan aber immer die beiden Puncte L und L′ in einer sol-
Entfernung von einander nehmen kann, daſs PL′ der
e λ einer Welle des freien Aethers genau gleich ist, so
L′P der Länge λ' einer Welle des in dem Körper ein-
lossenen Aethers gleich seyn, so daſs man daher haben

$$\frac{LP'}{L'P} = \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

l nun LL′ für die Einheit der Längen genommen, so sind
und L′P die Sinus des Refractionswinkels R und des Ein-

fallswinkels I, so dafs daher diese beiden Sinus das const
Verhältnifs haben werden

$$\frac{\text{Sin. CLI}}{\text{Sin. MLD}} = \frac{\text{Sin. I}}{\text{Sin. R}} = \frac{u}{v} = \frac{\lambda}{\lambda'},$$

d. h. dafs diese Sinus sich wie die beiden Geschwindigk
des freien und des in dem Körper eingeschlossenen Ae
oder auch, dafs sie sich wie die freien und eingeschloss
Wellenlängen des Aethers verhalten werden. Man pflegt d
Gröfse $\frac{\text{Sin. I}}{\text{Sin. R}}$ den *Refractionsindex* zu nennen. Für den Ü
bergang des Lichts aus Luft in Wasser ist

$$\text{Sin. I} : \text{Sin. R} = \tfrac{4}{3} = 1{,}333,$$

in Flintglas = 1,64, in Kronglas = 1,54, in Diamant =
u. s. w.

VII. Dadurch sind also die zwei bekannten Haupt
scheinungen der Refraction und der Reflexion vollständig
aus *demselben* Princip erklärt, während Newton in der
ihm aufgestellen Emanationshypothese zwei einander e
genstehende Annahmen einer anziehenden und einer abstofs
Kraft zu Hülfe nehmen mufste, um den von ihm zu erklä
den Phänomenen zu genügen.

VIII. Die obige Darstellung der beiden Erscheinu
durch die Undulationshypothese giebt auch zugleich eine
kommen genügende Erklärung von einer andern Eigensch
die man bei dem gebrochenen Lichte bemerkt und die
mit der Benennung der *Dispersion* des Lichtes bezeichnet
Bisher wurde nämlich, wie oben gesagt, nur homogenes L
betrachtet, das durchaus dieselbe Geschwindigkeit hat. W
dasselbe aber aus verschiedenen Theilen, deren jeder ein
sondere Geschwindigkeit hat, bestehn sollte, so folgt un
telbar aus der vorhergehenden Darstellung, dafs bei der R
flexion alle diese Theile (d. h. alle die *farbigen* Ra
auf *dieselbe Weise* zurückgeworfen werden, weil bei der R
flexion nur eine einzige Geschwindigkeit u, nämlich die
freien Aethers, statt hat. Bei der Refraction aber haben zwei G
schwindigkeiten, die äufsere u und die innere v, statt, a
werden sich auch, wenn der Werth von v für die versch
denen Theile des Lichts verschieden ist, diese Theile d

Refraction trennen und einzeln zum Vorschein kommen,
r das gebrochene Licht wird nicht mehr homogen und
ſs, sondern *gefärbt* und zwar jeder Theil in der ihm ei-
thümlichen Farbe erscheinen. Wir werden übrigens wei-
unten wieder auf diesen interessanten Gegenstand zurück-
mmen.

Bemerken wir hier noch, daſs die obige Gleichung

$$\frac{\text{Sin. I}}{\text{Sin. R}} = \frac{u}{v}$$

gt, daſs die Geschwindigkeit des Lichts, wenn es aus dem
ien Aether in einen Körper dringt, eine desto kleinere Ge-
windigkeit v hat, je stärker die brechende Kraft des Kör-
s ist, ein Satz, der mit der von Newton aufgestellten
pothese der Refraction im directen Widerspruche steht und
daher allein schon genügen wird, diese Hypothese zu ver-
en. Auch hat Fresnel unmittelbare Experimente mit zwei
egeln angestellt, aus denen die Wahrheit der Gleichung
n. I = u Sin. R auch auf praktischem Wege über jeden Zwei-
erhoben wird.

IX. Was in dem Vorhergehenden von der Reflexion des
ıtes gesagt worden ist, gilt unverändert auch von der Re-
ion des Schalls in der elastischen Luft. Wenn eine sol-
Schallwelle in ihrem Wege einer reflectirenden Fläche be-
et, so wird jeder Punct dieser Fläche als der Mittelpunct
r neuen, rückwärts gehenden Schallwelle zu betrachten
, die Radien der beiden zusammengehörenden Einfalls-
Reflexionswellen werden immer in derselben, auf jene
he senkrechten Ebene liegen und mit der Normale dieser
he in dem Einfallspuncte zu beiden Seiten dieser Nor-
gleiche Winkel bilden. Da die Erfahrung lehrt, daſs
r Ohr höchstens zehn verschiedene Töne während einer
nde vernehmen kann, d. h. daſs es diese Töne nicht
deutlich unterscheiden, in dem Gehöre trennen kann,
sie weniger als $\frac{1}{10}$ Zeitsecunde von einander entfernt
und da nach dem Vorhergehenden der Schall in einer
nde 1039 Par. Fuſs durchläuft, so können zwei auf ein-
folgende Töne von uns nur dann deutlich unterschieden
n, wenn die zwei tönenden Körper, von welchen diese
kommen, wenigstens 103,9 Fuſs von einander entfernt

sind. Um daher seine eigene Stimme durch das *Echo* von
nem den Ton reflectirenden Gegenstande zu hören, muſs e
wenigstens 51,95 oder nahe 52 Fuſs von diesem Gegenstan
entfernt seyn. Stehn vor dem Beobachter mehrere solche
flectirende Gegenstände, z. B. mehrere Mauern oder Fel
so wird der Beobachter denselben Ton, wenn er nur s
genug ist, zwei-, drei-, viermal . . . hören, wenn die 2
4 . . reflectirenden Gegenstände wenigstens 104 Fuſs von
ander, in der Richtung gegen den Beobachter, entfernt s
Wenn der Schall von krummen Oberflächen zurückgew
wird, so verhält er sich ganz ebenso, wie das von krum
Spiegeln zurückgeworfene Licht. POISSON hat zuerst d
Gegenstand einer allgemeinen Analyse unterworfen und
gende interessante Resultate gefunden. Geht der Schall
dem einen Brennpuncte eines Revolutions-Sphäroids au
wird er von der innern Oberfläche dieses Ellipsoids in
andern Brennpunct desselben reflectirt, und dieser refl
Schallstrahl nimmt an Intensität zu, je mehr er sich d
zweiten Brennpuncte nähert, so daſs in der Nähe dieses
ten Brennpuncts der Schall viel stärker ist, als selbst d
sprüngliche, aus dem ersten Brennpuncte ausgegangene
Die Geschwindigkeit des reflectirten Schalls aber ist jen
directen ganz gleich. Geht der Schall von dem Brenn
eines Revolutions-Paraboloids aus, so wird er parallel
Axe dieses Körpers zurückgeworfen, so daſs also die z
geworfenen Schallwellen eben sind und auf dieser A
Körpers senkrecht stehn. Geht endlich der Schall vo
Brennpuncte eines Revolutions-Hyperboloids aus, so
die Reflexion desselben an der hohlen sowohl, als a
der convexen Seite des Hyperboloids solche sphärische
len, die alle ihre Mittelpuncte in dem andern Brennpun
Hyperboloids haben. Die Erfahrung bestätigt alle die
sultate vollkommen. Allein das allgemeine Problem d
flexion der Schallstrahlen von jeder gegebenen krumm
che hat zu viele Schwierigkeiten, als daſs es bei dem
wärtigen Zustande unserer mathematischen Analysis a
werden könnte.

X. Bezeichnen wir, um noch einmal zu unserm
stande zurückzukommen, das Verhältniſs der Geschwi

des Lichts in der Luft zu der v im Glase durch μ, so dafs
m hat

$$\mu = \frac{n}{v} = \frac{\text{Sin. I}}{\text{Sin. R}},$$

folgt aus den oben gegebenen Erklärungen der Reflexion
d Refraction, dafs, wenn die einzelnen Theile einer Licht-
elle nach der Reflexion oder Refraction zusammentreffen oder
h begegnen, sie die Wege beschrieben haben, die den
eichen Zeiten entsprechen. Was die Reflexion betrifft, so
dieses dasselbe, als wenn man sagt, dafs der Gesammtweg
ler Wellentheile (d. h. die Summe der von ihnen vor und
ch der Reflexion zurückgelegten Wege) für jeden Punct
rselbe seyn mufs. Was aber die Refraction betrifft, so mufs
ses auf folgende Art verstanden werden. Wenn sich die
elle z. B. im Glase mit einer Geschwindigkeit bewegt, die
eich dem μ ten Theile der Geschwindigkeit derselben in der
ft ist, so ist der Weg im Glase, verglichen mit jenem in
r Luft, nicht unmittelbar durch seine Länge, die z. B. gleich
seyn soll, sondern sie ist eigentlich durch μ . L auszu-
icken. Wenn also nach der Refraction alle Elemente einer
elle sich wieder zu einem einzigen Elemente vereinigen
d wenn A der in der freien Luft, B aber der im Glase
rückgelegte Weg des Lichts ist, so wird für alle Elemente
ser Welle, dem Vorhergehenden gemäfs, nicht die Gröfse
+ B, sondern vielmehr die Gröfse $A + \mu . B$ immer die-
be constante Gröfse seyn. Dieses stimmt genau mit der 97.
oposition in Newton's Principien überein.

XI. Zum Schlusse dieses Gegenstandes wollen wir nun
h die dem Vorhergehenden gemäfse *Construction* der re-
tirten sowohl, als auch der gebrochenen Wellen mitthei-
. Sey also, um mit der *Reflexion* zu beginnen, ABC
e Welle, die in der Richtung AA′ fortschreitet. Wie je-
Element dieser Welle die spiegelnde Oberfläche CA′
eicht, haben wir dieses Element als den Mittelpunct einer
en sphärischen Welle zu betrachten, die mit der frühern
schwindigkeit fortschreitet. Wenn nun der Punct A nach
gekommen ist, so hat B schon einige Zeit früher den Punct
erreicht, so dafs der Punct B, wenn er nicht aufgehalten

Fig. 183.

worden wäre, in derselben Zeit nach D gelangt wäre, in welc
A nach A′ gekommen ist. Der Punct B′ (oder die Erschütter
die der Aether in dem Puncte B′ an der Spiegelfläche er
ten hat) hat sich demnach in dem umliegenden Aether ei
ner Kugelfläche ab ausgebreitet, deren Radius B′b = l
ist. Ebenso wird der Punct C die Spiegelfläche noch ei
Zeit vor dem Puncte B erreicht und daselbst wieder (stat
derselben Zeit nach E zu gehn, während A nach A′ gega
ist) sich in die Kugelfläche cd ausgebreitet haben, deren
dius Cc = CE ist. Dasselbe gilt auch von allen zwisc
liegenden Puncten. Geht man nun von allen diesen kle
oder Elementarwellen zur Betrachtung der ganzen grofsen W
über, die von jenen gebildet wird, so mufs ihre Oberf
offenbar diejenige Fläche seyn, welche alle diese kleinen
geln berührt und die daher denselben Winkel mit CA′ m
den A′E oder AC, aber auf der entgegengesetzten Seite,
ihr bildet. Die Richtung der Welle, die auf diese be
rende Ebene senkrecht ist, bildet daher mit dem Einfalls
vor und nach der Reflexion denselben Winkel.

Um nun ebenso die Construction der *Refractions*
zu geben, sey wieder ABC die in der Richtung AA′ (Fig. 184.)
schreitende Welle. So wie die aufeinanderfolgenden T
dieser Welle die brechende Ebene CA′ erreichen, so er
sie in dem im Innern des Mediums eingeschlossenen A
Vibrationen an der Oberfläche desselben, und diese b
wieder die Mittelpuncte kleiner Wellen, die sich in sp
schen Gestalten im Innern des Mediums fortpflanzen, und
mit einer kleinern Geschwindigkeit, als die, welche sie
her im freien Raume hatten. Im Augenblicke, wo A an
kommt, hatte B schon etwas früher den Punct B′ erreicht
würde in jenem Augenblick nach D gekommen seyn,
er durch das brechende Mittel nicht daran gehindert wo
wäre. Dafür hat sich dieser Punct B′ in eine sphärische W
ab verbreitet, deren Radius kleiner als B′D und zwar in
Verhältnifs kleiner ist, als die Geschwindigkeit vor und
der Ankunft in B′ vermindert worden ist. Nimmt man
wieder, wie zuvor, für das Verhältnifs dieser Geschwi
keiten die Gröfse μ an, so ist der Radius der neuen Kug

$$B'b = \frac{1}{\mu} . B'D.$$

ch früher wurde die brechende Fläche in dem Puncte C
eicht und daselbst eine sphärische Welle cd erzeugt, de-
Radius

$$Cc = \frac{1}{\mu} . CE$$

. Dasselbe kann auch von jedem zwischenliegenden Puncte
sagt werden. Die grofse Welle, welche aus allen diesen
inen Elementarwellen besteht, wird zu ihrer Oberfläche die-
ige Ebene haben, welche alle diese Elementarwellen be-
ırt, und die daher mit der brechenden Ebene C A′ einen
inkel bildet, dessen Sinus gleich $\frac{Cc}{CA'}$ ist. Dieser Winkel
aber demjenigen gleich, den die Richtung der Welle (wel-
Richtung auf der Oberfläche der Welle immer senkrecht
mit der auf der brechenden Fläche senkrechten Linie
cht, ist also der Refractionswinkel R, so dafs man daher
t

$$\text{Sin. R} = \frac{Cc}{CA'}.$$

ız ebenso hat man aber auch für den Incidenzwinkel I

$$\text{Sin. I} = \frac{CE}{CA'},$$

dafs man daher die Gleichung erhält

$$\frac{\text{Sin.R}}{\text{Sin.I}} = \frac{Cc}{CE} = \frac{1}{\mu}.$$

) Princip der Coexistenz kleiner Oscillationen und der ungestörten Superposition derselben.

Noch müssen wir zwei allgemeine Grundsätze der Bewe-
ıg erwähnen, welche bei einem aus mehrern Körpern be-
henden Systeme statt finden, wenn die Bewegungen dieser
en gegenseitigen Anziehungen unterworfenen Körper nur sehr
in sind.

Wenn ein solches System um eine bestimmte Lage sei-
Gleichgewichts kleine Schwingungen macht, in Folge der
ıwirkung mehrerer auf alle Körper des Systems zugleich
wirkenden Kräfte, so kann man die Schwingungen eines

jeden einzelnen dieser Körper als allein und für sich hend betrachten, ohne dafs dadurch die Schwingung andern Körper des Systems eine merkliche Störung er und ebenso kann man auch die Wirkungen, die von einzelnen jener auf das ganze System wirkenden Kräft stehn, als für sich allein entstehend betrachten, ohne da durch die Wirkung der übrigen Kräfte gestört wird. Grundsatz ist unter der Benennung *des Princips der C stenz der kleinen Oscillationen* in der Mechanik bek Man kann dasselbe als einen Ausflufs des allgemeinen Gr satzes der Differentialrechnung betrachten, nach welche Differential einer Function U von mehrern veränderliche fsen x, y, z . ., so lange man diese Variationen als u lich klein ansieht oder so lange man die Producte und h ren Potenzen dieser Variationen vernachlässigt, gleich i Summe der Differentiale von U in Beziehung auf jede zelne der Gröfsen x, y, z . ., so dafs also das vollstä Differential von U ist

$$\partial U = \left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)\partial x + \left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)\partial y + \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)\partial z + \ldots$$

Wie aber hier durch diese Isolation der einzelnen Diffe tiale die Rechnung für das vollständige ∂U sehr abg wird, so wird durch jene analoge Trennung der Kräfte der Bewegungen eines jeden einzelnen der Körper, aus w das System besteht, die Bestimmung der Bewegung des g zen Systems erleichtert, und zwar in so hohem Grade, dafs ohne dieses Princip, bei dem gegenwärtigen Zustande un Analysis ganz unmöglich wäre, die meisten der hierher hörenden Probleme auch nur durch Annäherung aufzu Einen zweiten ähnlichen Fall von dieser Erleichterung h wir in der Astronomie bei dem sogenannten *Problem drei Körper*. Da die Massen d. h. die anziehenden Kräf ler Planeten viel kleiner sind, als die der Sonne, und da e so die Dimensionen dieser Himmelskörper viel kleiner si als die Distanzen, durch welche sie von einander ge sind, so ist es uns erlaubt, bei der Bestimmung der Be gung eines jeden Planeten um die Sonne die Störung

1 Vergl. Poisson Traité de Mécan. 2me éd. T. II. p. 436.

lche derselbe von allen anderen erleidet, isolirt und für je-
i dieser störenden Planeten besonders, als ob dieser letztere
in da wäre, zu betrachten. Unter dieser Beschränkung
d uns allein jenes Problem noch auflösbar und die Resul-
e dieser Auflösung stimmen, wie die Erfahrung lehrt, auf
s Beste mit den Beobachtungen überein. Müfsten wir aber
der Bestimmung der Bewegung eines jeden einzelnen die-
Planeten auf die Störungen *aller* andern, wie sie zu glei-
r Zeit statt haben, und müfsten wir zugleich auf die Ab-
chung dieser Planeten von der diese Rechnungen unge-
in vereinfachenden Kugelgestalt Rücksicht nehmen, so würde
wahrscheinlich für immer unmöglich seyn, die Auflösung
er Aufgabe auch nur durch eine entfernte Näherung zu er-
hen.

I. Mit diesem Princip nahe verwandt ist das der *Su-
position der kleinen Bewegungen* eines Systems von unter
i verbundenen Körpern, das in Folge von auf dasselbe
wirkenden Kräften kleine Oscillationen um den Zustand sei-
Gleichgewichtes macht. Nehmen wir an, dafs α, β, γ...
ursprünglichen Werthe (für den Anfang der Bewegung oder
$t=0$) der verschiedenen Coordinaten x, y, z, x', x'' . .
l, durch welche jeder einzelne Körper des Systems, den
lingungen der Aufgabe gemäfs, für jede Zeit t bestimmt
den soll, und dafs

$$\alpha+u, \quad \beta+v, \quad \gamma+w \; . \; . \; . \; .$$

Werthe dieser Coordinaten am Ende der Zeit t vorstel-
, wo also die Gröfsen u, v, w . . . als Functionen der Zeit
suchen seyn sollen. Unter der Voraussetzung, die hier
wesentlich zu betrachten ist, dafs alle diese Gröfsen
v, w . . . nur klein sind, so dafs man ihre Producte und
höheren Potenzen weglassen kann, wollen wir für ir-
d einen Augenblick nach dem Anfange der Bewegung des
tems die unbekannten Gröfsen u, v, w... durch U, V, W..,
den nächstfolgenden Augenblick durch U', V', W'. . .,
den dritten Augenblick durch U'', V'', W''. . . u. s. w.
eichnen. Dieses vorausgesetzt wird man in Folge jenes
eiten Princips für die gesuchten Werthe von u, v, w . . .
Ausdrücke haben

$$u = U + U' + U'' + \ldots$$
$$v = V + V' + V'' + \ldots$$
$$w = W + W' + W'' + \ldots$$

und darin besteht das erwähnte Princip der Superpositi
kleinen Bewegungen.

II. Nach diesem Principe pflanzen sich, wie dieses
die Beobachtung vollkommen bestätigt wird, die Wasserw
die z. B. durch mehrere zu gleicher Zeit in das Wa
worfene kleine Körper entstehn, jede für sich auf de
fläche des Wassers fort, indem sich jede um ihren
punct kreisförmig ausbreitet, und wenn sich zwei
Wellen, die aus verschiedenen Mittelpuncten kommen,
gend einer Richtung begegnen, so durchschneiden sie
gegenseitig, ohne dafs die eine derselben von der andere
stört oder modificirt wird, so dafs für jeden Augenblic
Erhöhung der Wasserfläche in jedem Puncte gleich ist
Summe aller positiven und negativen Erhöhungen, die
die verschiedenen in diesem Puncte sich eben kreuzenden W
len erzeugt werden. Nach demselben Principe legen sich
die Schallwellen in der Luft, die von verschiedenen P
kommen, wenn sie sich begegnen, über einander, ohne
zu stören oder auf irgend eine Weise zu modificiren, so
für jeden Augenblick und in jedem Puncte der Luft die R
tung und die Geschwindigkeit der Bewegung jedes Luft
chens gleich ist der algebraischen Summe aller Richtun
und aller Geschwindigkeiten, die den einzelnen, sich in
sem Puncte der Luft schneidenden Wellen zukommen.
dieses ist der Erfahrung vollkommen gemäfs, da wir zwei
mehr Töne, die von verschiedenen Instrumenten an ve
denen Orten zu unseren Ohren gelangen, deutlich und
Verwirrung vernehmen können. Die Töne, welche von m
reren Instrumenten eines Orchesters in derselben Zeit a
stimmt werden, erleiden in unsern Ohren, ihrer Gleichz
keit ungeachtet, keine Modification und jeder dieser Töne w
von uns ganz ebenso, als ob er allein da wäre, vernom
Auch die oben (§. 10.) betrachtete Concordanz verschied
Töne, die zu gleicher Zeit von derselben Saite ertönen,
als ein schöner Beweis der Wahrheit dieses Princips zu b
trachten. Wenn nämlich eine gespannte Saite zu gleicher Z

enigen isochronen Schwingungen macht, die ihrer ganzen
ge, und diejenigen, die nur dem dritten Theil ihrer Länge
prechen, so ist die dadurch erzeugte Bewegung der Luft
z dieselbe, als wenn zwei verschiedene Saiten, von wel-
n die eine dreimal länger ist, als die andere, ihre iso-
onen Schwingungen machten, wie man denn auch zu
cher Zeit nicht nur den Grundton einer jeden Saite, son-
n auch den ihm entsprechenden höhern Ton (die Quinte
nächstfolgenden Octave) deutlich vernimmt. Aus demsel-
Grunde endlich hört man auch zu gleicher Zeit sehr deut-
diejenigen zwei Töne, welche eine gespannte Saite durch
e Längen- und durch ihre Transversalschwingungen er-
gt. Wir werden daher durch die schon oft bemerkte Ana-
e zwischen den Schall- und den Lichtwellen gleichsam von
st auf die Annahme geführt, dafs dieses Princip auch bei
durch das Licht erzeugten Bewegungen des Aethers seine
wendung finde. Den schönsten und treffendsten Beweis
diesen Superpositionen der Lichtwellen werden wir aber
inem der nächstfolgenden Abschnitte durch die Theorie
Interferenz des Lichtes erhalten.

Fundamentalgleichung der akustischen und optischen Schwingungen.

Sey AMB eine vollkommen elastische, nur wenig aus- Fig. 185.
nbare, homogene und durchaus gleich dicke Saite, die in
Richtung ihrer Länge von einem gegebenen Gewichte P
annt und an ihren beiden Endpuncten A und B befestigt
Das Gewicht der Saite soll gegen P als unbeträchtlich
n, so dafs also die Saite, die sonst durch die Kraft der
were die Gestalt einer Kettenlinie annehmen würde, in
Zustande ihrer Ruhe oder ihres Gleichgewichtes als eine
de Linie APB zu betrachten ist. Dieses vorausgesetzt
ernen wir nun diese Saite ein wenig aus der Lage ihres
chgewichts, so wird sie durch ihre Elasticität wieder zu
er ihrer ursprünglichen Lage APB zurückzukehren suchen.
nn sie aber in dieser Lage angekommen ist, werden alle
Theile eine Geschwindigkeit haben, nach welcher sie auf
andere Seite ihrer Gleichgewichtslage übergehn und auf
er Seite so weit fortschreiten mufs, bis ihre Geschwin-

digkeit von der Elasticität der Saite aufgehoben ist, wird sie sodann wieder zu ihrer ursprünglichen Lage APB zurück kehren und überhaupt diese ihre schwingenden Bewegungen um die Gerade APB in immer kleineren oder weniger gekrümmten Bogen so lange fortsetzen wird, bis sie endlich in dieser Geraden zur Ruhe gelangt oder wieder in ihr Gleichgewicht zurückkehrt. Welches ist nun für jede gegebene Zeit seit dem Anfange dieser Bewegung der Saite der Ort und die Geschwindigkeit eines jeden ihrer Puncte?

Sey am Ende der Zeit t die Gestalt der Saite AM'B also irgend eine Curve von einfacher oder auch von doppelter Krümmung, in welcher M' die Lage ist, die der Punct für diese Zeit eingenommen hat. Es sey P die senkrechte Projection dieses Punctes M' auf die Gerade AMB, ferner

$$AM = u, \quad AP = u + x.$$

Die zwei andern senkrechten Coordinaten des Punctes M' wollen wir durch y und z bezeichnen, die also beide auf die Axe AMB der x, so wie auch unter sich selbst, senkrecht stehn. Da, der Voraussetzung gemäſs, die Saite AM'B nur sehr wenig aus ihrer Gleichgewichtslage AMB gebracht worden ist, so werden die Gröſsen x, y, z ebenfalls sehr klein seyn, und die obige Frage wird beantwortet seyn, wenn man die drei Gröſsen x, y, z als Werthe der Function von u und t bestimmt haben wird.

Sey ∂s das Element mM' oder M'm' der Curve AM'B und ε die Dichtigkeit der Saite in diesem Puncte M' multiplicirt in die Fläche des auf die Länge der Saite senkrechten Schnitts, also $\varepsilon \partial s$ das Element der Masse der Saite. Im Zustande des Gleichgewichts sind diese Elemente der Masse ihren Längen proportional, da die Saite homogen und überall gleich dick vorausgesetzt worden ist. Die Länge des Elements, die dem Puncte M in der Gleichgewichtslage entspricht, ist ∂u. Nennt man also p das Gewicht und l die Länge der ganzen Saite, so wie g = 9,809 Meter die Schwere, so ist die Masse dieses Elements der Saite gleich $\frac{p \partial u}{gl}$, und da die Masse des Elements während der Bewegung der Saite ungeändert bleiben muſs, so hat man

$$\varepsilon \partial s = \frac{p \partial u}{gl}.$$

nn nun auf dieses Element $\varepsilon\partial s$ eine accelerirende Kraft kt, deren Componenten nach den Richtungen der Coordin x, y, z durch X, Y, Z ausgedrückt werden, deren beende Kräfte, nach denselben Richtungen zerlegt, also ∂s, $Y\varepsilon\partial s$, $Z\varepsilon\partial s$ sind, und wenn überdiefs durch T die nnung des Elements $\varepsilon\partial s$ nach der Richtung des Bogens Curve in M', also auch durch $T\frac{\partial(u+x)}{\partial s}$, $T\frac{\partial y}{\partial s}$ und $T\frac{\partial z}{\partial s}$ se nach der Richtung der x, y und z zerlegten Spannun ausgedrückt worden, so hat man nach den bekannten Funentalformeln der Statik für das *Gleichgewicht* der Saite die i folgenden Gleichungen:

$$\partial . T\frac{\partial(u+x)}{\partial s}+X.\varepsilon\partial s=0,$$

$$\partial . T\frac{\partial y}{\partial s}+Y.\varepsilon\partial s=0,$$

$$\partial . T\frac{\partial z}{\partial s}+Z.\varepsilon\partial s=0.$$

diesen Gleichungen des Gleichgewichts entstehn aber sodie Gleichungen der Bewegung der Saite, wenn man nach i bekannten von D'Alembert zuerst aufgestellten Verfahin den vorhergehenden Ausdrücken blofs statt X, Y und ie Gröfsen $X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$, $Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ und $Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$ substituirt, lafs man daher, da noch überdiefs $\varepsilon\partial s=\frac{p\partial u}{gl}$ ist, für e Gleichungen der Bewegung der Saite haben wird:

$$\partial . T\frac{\partial(u+x)}{\partial s}+\left(X-\frac{\partial^2 x}{\partial t^2}\right)\frac{p\partial u}{gl}=0,$$

$$\partial . T\frac{\partial y}{\partial s}+\left(Y-\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right)\frac{p\partial u}{gl}=0,$$

$$\partial . T\frac{\partial z}{\partial s}+\left(Z-\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\right)\frac{p\partial u}{gl}=0.$$

mt man aber, wie es hier der Fall ist, aufser der durch Elasticität der Saite entstehenden Spannung T weiter keine eren, auf die Saite einwirkenden Kräfte an, so sind die

Gröſsen X, Y und Z gleich Null, man erhält für die g[illegible]ten Endgleichungen, welche die Bewegung der schwin[illegible] Saite ausdrücken,

$$\left.\begin{aligned} \partial . T \frac{\partial (u + x)}{\partial s} &= \frac{p}{g l} . \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} . \partial u \\ \partial . T \frac{\partial y}{\partial s} &= \frac{p}{g l} . \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} . \partial u \\ \partial . T \frac{\partial z}{\partial s} &= \frac{p}{g l} . \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} . \partial u \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (A)$$

und dieser Gleichungen Integral wird die gesuchte Be[illegible] der Saite geben.

I. Allein bei dem gegenwärtigen Zustande der A[illegible] ist die Integration der drei letzten Gleichungen unmögli[illegible] lange sie nicht zuerst auf eine lineare Form gebracht w[illegible] können. Auf diese Form aber wird man sie bringen, [illegible] man die Gröſse der Schwingungen oder die Amplitüde [illegible] selben, wie man der Natur der Sache nach wohl darf, [illegible] klein annimmt. Da nämlich ∂u das Element der Saite[illegible] für das Gleichgewicht und ∂s für die Bewegung ist, [illegible] die Spannungen, welche die Saite in diesen beiden Zustä[illegible] erleidet, die Gröſsen P und T zum Maſse haben, so [illegible] die Differenz T — P dieser Gröſsen proportional seyn [illegible] Verhältnisse der Ausdehnung $\partial s - \partial u$ des Elements [illegible] Länge ∂u desselben, oder man wird haben

$$T - P = \frac{q (\partial s - \partial u)}{\partial u},$$

wo q ein gegebenes constantes Gewicht bezeichnet, [illegible] von der Materie und der Dichtigkeit der Saite abhängen [illegible] Ueberdieſs hat man auch, da $u + x$ die Abscisse des Pu[illegible] M′ ist,

$$\partial s^2 = (\partial u + \partial x)^2 + \partial y^2 + \partial z^2.$$

Auch darf man annehmen, daſs nicht bloſs die einzelnen Pu[illegible] der Curve A M′ B, sondern daſs auch die Richtungen ihrer Ta[illegible]genten in den verschiedenen Puncten dieser Curve sich [illegible] sehr wenig von der geraden Linie A P B des Gleichgew[illegible] entfernen, so daſs also die Gröſsen

$$\frac{\partial x}{\partial s} \text{ und } \frac{\partial y}{\partial s}$$

sehr kleine Brüche gegen die Einheit seyn werden, deren drate man vernachlässigen kann. Unter dieser Voraus- ung erhält man aber

$$\partial s = \partial u + \partial x \text{ und } T - P = q\,\frac{\partial x}{\partial u}.$$

nachlässigt man endlich ebenso die sehr kleinen Producte

$$\frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial y}{\partial s} \text{ und } \frac{\partial x}{\partial u} \cdot \frac{\partial z}{\partial s}$$

substituirt man die Werthe von

$$\partial s = \partial u + \partial x \text{ und von } T = P + q\,\frac{\partial x}{\partial u}$$

en letztern drei Gleichungen (A), so erhält man die fol- len Ausdrücke

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} &= b^2\,\frac{\partial^2 x}{\partial u^2} \\ \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} &= a^2\,\frac{\partial^2 y}{\partial u^2} \\ \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= a^2\,\frac{\partial^2 z}{\partial u^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (B)$$

ler Kürze wegen

$$b^2 = \frac{g l q}{p} \text{ und } a^2 = \frac{g l P}{p}$$

:t worden ist. Das Integral dieser drei Gleichungen giebt esuchte Bewegung der schwingenden Saiten unter der oben inten Bedingung, dafs die Vibrationen derselben nur in geringen Abweichungen von der Lage des Gleichgewichts ın.

I. Da die drei veränderlichen Gröfsen x, y und z in den ıungen (B) bereits separirt sind, so dafs jede dieser Glei- en nur eine dieser drei Gröfsen als Function von u und t t, so folgt aus ihnen sofort, dafs die Schwingungen der wie dieselben in den mit den drei senkrechten Ebenen y, xz und yz statt haben, unter sich ganz unabhängig

sind oder dafs diese drei Schwingungen zu gleicher Zei
haben, ohne dafs eine derselben von der andern geänd
modificirt wird (§. 4. zu Ende).

III. Die Gleichungen (B) zeigen also, dafs jede
tion in drei andere aufgelöst werden kann, deren Richt
unter sich senkrecht sind, die alle unter sich dieselbe
und dieselbe Phase (§. 1. II.) haben. Am einfachsten w
seyn, für die Axen dieser drei Richtungen einer Well
Richtung des Lichtstrahls (oder den Halbmesser der sp
schen Welle) und zwei andere unter sich senkrechte g
Linien zu wählen, die in der tangirenden Ebene der sp
schen Welle liegen.

IV. Da der constante Factor a den beiden letzte
Gleichungen (B) gemeinschaftlich ist, so folgt, dafs die t
versalen Schwingungen nach der Richtung der y dieselbe
mit jenen nach der Richtung der z, so dafs es also sch
nügt, nur die eine dieser beiden Schwingungsarten zu
trachten. Endlich folgen aber auch die *Längenschwingu*
die durch die erste jener drei Gleichungen ausgedrückt
den, ganz denselben Gesetzen, wie die Transversalsch
gungen, da die erste jener Gleichungen von den beide
dern nur durch den constanten Factor b verschieden ist,
$b = a\sqrt{\frac{q}{p}}$ ist.

V. Die Schallwellen pflanzen sich, wie wir geseh
ben, in der Luft alle mit derselben Geschwindigkeit fort,
Länge dieser Wellen (d. h. die Höhe oder Tiefe des T
mag welche immer seyn. Nicht so verhält es sich aber
dem Lichte. Je kürzer die Wellenlänge λ des Aeth
(d. h. nach §. 11. II., je näher die Farbe des Lichts dem
letten Ende des Sonnenspectrums ist), desto langsamer p
sich die ganze Welle im Aether fort, so dafs also die vi
ten Strahlen die kleinsten Wellenlängen, die schnellsten
brations- und die langsamsten Fortpflanzungsgeschwindig
ten haben, während die rothen Strahlen die gröfsten We
längen, die langsamsten Vibrations- und die schnellsten F
pflanzungsgeschwindigkeiten besitzen.

VI. Bemerken wir überhaupt den grofsen Untersch
der zwischen den Schallwellen in der Luft und den Lichtw

im Aether statt hat. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit
: der Raum, den diese Wellen in einer Secunde zurück-
n, beträgt in der Luft (nach §. 2. I.) 337, im Aether aber
)00000 Meter. Die Länge einer Welle der Lufttheilchen
, für die höchsten uns noch hörbaren Töne, ist (nach
. II.) nahe 41 Millimeter ($1\frac{1}{2}$ Zoll), während die Wellen-
e im Aether bei den rothen Strahlen (siehe unten §. 17.)
0,00062 Millimeter beträgt, also über 66tausendmal klei-
ist. Jener höchste Ton legt (§. 2. II.) in einer Secunde
), der violette Lichtstrahl aber in derselben Zeit 662 Bil-
en Schwingungen, also über 80000millionenmal mehr,
jener Ton, zurück. Ein leuchtender Punct macht in einer
ınde so viele Oscillationen, als Wellen auf die Strecke
Weges gehn, durch welche sich das Licht in einer Se-
e fortpflanzt, und diese Strecke beträgt nach dem Vor-
ehenden 280 Millionen Meter oder nahe die Entfernung
Monds von der Erde. Nach der Tafel des §. 17. schwingt
em millionsten Theile einer Zeitsecunde der rothe Strahl
aillionenmal und der violette 662millionenmal, und diefs
wahrscheinlich die beiden äufsersten Grenzen, unter
ıen uns das Licht noch sichtbar ist.

VII. Noch mufs ein anderer wesentlicher Unterschied
chen den Schall- und Lichtstrahlen bemerkt werden. Bei
bewegen sich die Lufttheilchen vorzugsweise in einer
ie Oberfläche der sphärischen Welle senkrechten Rich-
oder in der Richtung des Schallstrahls (des Halbmessers
Welle), bei diesen aber bewegen sich die Aethertheilchen
end ihrer Vibrationen auf der Oberfläche der sphärischen
n oder in einer senkrechten Richtung auf den Lichtstrahl.
rstere Gattung der Vibrationen, die der Luft, ist daher von
rwährenden Verdichtungen und Verdünnungen der Luft
tet, die bei den Vibrationen des Aethers vielleicht gar
statt haben. Möglich, dafs bei jeder Störung des Gleich-
hts in der Luft und in dem Aether immer beide Gat-
ı von Vibrationen (in der Richtung der Fortpflanzung
Welle und senkrecht darauf) entstehn, dafs aber unser
ür diese zweiten Schwingungen in der Luft, so wie un-
nge für jene ersten Schwingungen im Aether unempfind-
st, und dafs es vielleicht Geschöpfe giebt, deren Sinne
uns unmerkbaren Schwingungsarten der Luft und des

Pppp 2

Aethers sehr wohl vernehmen. Stellen wir uns, um jene
den Bewegungen deutlicher darzustellen, die Elemente
elastischen Mediums, in welchem der Schall oder das L
entsteht, in unter sich parallelen Ebenen vertheilt vor,
alle senkrecht auf der Richtung stehn, in welcher sich
sphärische Welle fortpflanzt. Dann wird derjenige Zu
der Oscillationen dieses Mediums, welcher dem Schall
spricht, in einem *Vor- und Rückwärtsgehn* jener Eb
senkrecht auf ihren Oberflächen, bestehn, diese Eb
werden sich unter einander abwechselnd nähern und
von einander entfernen und es werden gewisse Perioden
kleinsten und gröſsten Verdichtung des Mediums (Nähe
jener Ebenen) eintreten. Bei denjenigen Oscillationen
welche dem Lichte entsprechen, werden jene Ebenen sich
rallel mit sich selbst bewegen, während ihre senkrechten
stände von einander immer nahe dieselben bleiben; jede
ser Ebenen wird immer dieselbe Entfernung von dem M
puncte ihrer sphärischen Welle behalten, aber in bestim
Perioden und nach bestimmten Gesetzen *Seitenabweich*
machen, so daſs also jene Schallwellen den Longitud
schwingungen (§. 1. II.), diese Lichtwellen aber
Transversalschwingungen entsprechen.

15) Integration der Gleichungen (B).

Wir wollen uns nun anschicken, die endlichen
drücke aufzusuchen, die den drei Differentialgleichungen
der zweiten Ordnung entsprechen. Da aber diese Glei
gen nicht zwischen den gewöhnlich so genannten, so
zwischen *Partialdifferentialen* statt haben, so wird
unangemessen seyn, über die Integration solcher Glei
hier einige kurze Betrachtungen vorausgehn zu lassen.

I. Nehmen wir an, wir seyen bei der Auflösung
eines Problems, das sich auf die Geometrie im Raume
schen den drei unter sich senkrechten Coordinaten x,
bezieht, zu der Gleichung gelangt

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c,$$

wo c eine constante Gröſse bezeichnet. Da jede Glei
zwischen drei solchen veränderlichen Gröſsen x, y, z, s

endliche oder auch eine Differentialgleichung irgend einer
nung seyn, im Allgemeinen immer für eine krumme Flä-
gehört, so wird also auch die gegebene Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

eine solche Fläche gehören, und es wird nun noch darauf
ommen, diese Fläche näher zu bestimmen. Diese Glei-
ng sagt aber, dafs die gesuchte Fläche der Art ist, dafs,
in in ihrer endlichen Gleichung das Differential von z blofs
Beziehung auf x genommen oder wenn in dieser Glei-
ng blofs die zwei Gröfsen z und x als veränderlich vor-
gesetzt werden, der Differentialcoefficient $\frac{\partial z}{\partial x}$ immer gleich
r constanten Gröfse c seyn soll. Diese *partielle* Betrach-
der beiden veränderlichen Gröfsen z und x, ohne wei-
Rücksicht auf die dritte Gröfse y, wird in der gegebenen
ichung, nach der in der Analyse gebräuchlichen Art, durch
beiden Klammern ausgedrückt. Mit einer nur geringen
merksamkeit bemerkt man aber sogleich, dafs die ge-
ne Gleichung $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$ auch so dargestellt werden kann

$$z = cx + f(y),$$

f(y) irgend eine wie immer von y abhängige Gröfse
eine willkürliche Function von y bezeichnet. So kann
z. B. annehmen

$$z = cx + ay^m \text{ oder } z = cx + a\,\mathrm{Sin.}^m y$$

$$z = cx + a^{my} \text{ u. s. w.,}$$

alle diese Ausdrücke für das partielle Differential von z
Beziehung auf x oder für den Werth von $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$ die Grö-
e wieder geben, wie sie sollen. Wir werden daher die
chung zwischen den endlichen Gröfsen x, y und z oder
Gleichung

$$z = cx + f(y)$$

das Integral des gegebenen Ausdrucks

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

betrachten, und diese endliche Gleichung wird daher au
gleich die Fläche vorstellen, welche wir suchen.

Um diese Fläche zu construiren, wollen wir uns
coordinirten Ebene der xz eine gerade Linie vorstelle
mit der Axe der x einen Winkel bildet, dessen trigono
sche Tangente gleich a ist. Die Gleichung dieser Gerad
bekanntlich

$$z = cx + b$$

und die Differentialgleichung derselben zwischen den gew
lichen Differentialen ∂x und ∂z ist daher auch

$$\partial z = c \partial x \text{ oder } \frac{\partial z}{\partial x} = c,$$

ein Ausdruck, der mit dem vorhergehenden $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) =$
auf die Klammern, welche die partiellen Differential
zeichnen, vollkommen übereinstimmt, so dafs also

$$z = cx + b$$

das Integral von der Gleichung

$$\frac{\partial z}{\partial x} = c$$

mit gewöhnlichen Differentialen seyn wird. Die con
Gröfse b drückt hier bekanntlich die Höhe über der Eben
xy aus, in welcher jene Gerade die Axe der z schneid
$z = b$ für $x = 0$ ist. Allein diese Gröfse b kommt i
Differentialgleichung $\frac{\partial z}{\partial x} = c$ nicht mehr vor, d. h. diese D
rentialgleichung ist von b ganz unabhängig, und daraus folgt
diese Differentialgleichung viel allgemeiner ist, als ihr I
$z = cx + b$. Während nämlich dieses Integral nur
einzige bestimmte Gerade ausdrückt, zu der die Gröfsen a
b gehören, drückt die Differentialgleichung $\partial z = c\partial x$
die Geraden aus, zu welchen die Gröfse a gehört, wel
auch der Werth der zweiten Gröfse b seyn mag. Oder
andern Worten: die Gleichung $z = cx + b$ gehört nu
diejenige Gerade, deren trigonometrische Tangente
Winkels gleich a und deren Höhe über dem Anfangspuncte
Coordinaten gleich b ist, während die Gleichung $\partial z =$
für alle die Geraden gehört, welche dieselbe Tangente

inkels haben, wenn auch ihre Höhe b noch so sehr von
er ersten verschieden seyn mag, oder endlich: die Glei-
ung $\partial z = c \partial x$ gehört für alle Geraden, die man in der
rdinirten Ebene der xz mit jener ersten bestimmten Gera-
n $z = cx + b$ parallel gezogen hat.

Diese Allgemeinheit läfst sich aber noch weiter treiben,
offenbar auch jede andere Gerade mit derselben Tangente a
r gegebenen Differentialgleichung $\partial z = c \partial x$ entsprechen
rd, selbst wenn sie nicht in der coordinirten Ebene der
, sondern nur in einer dieser Ebene überhaupt parallelen
ene gezogen wird, die übrigens so weit, als man will, vor
er hinter dieser festen coordinirten Ebene liegen mag. Die
stanz dieser beiden Ebenen aber wird eben durch die Coor-
ate y, die wir bisher noch gar nicht berücksichtigt ha-
, ausgedrückt, so dafs man also sagen kann, die Gleichung
$= c$ gehört für alle jene geraden Linien, die mit der ersten
raden $z = cx + b$ in oder auch aufser der coordinirten
ene der xz parallel sind, und um diese gröfste Allgemein-
der Lage dieser Linie auf eine kurze und einfache Weise
zudrücken, hat man jene Einschliefsung der Gröfse $\frac{\partial z}{\partial x}$
ihre Klammern gewählt, so dafs also die Gleichung zwi-
en den partiellen Differentialen

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

Complex aller jener Geraden bezeichnet, die der Ebene
xz parallel sind, und mit der Axe der x einen Winkel
en, dessen trigonometrische Tangente gleich c ist, wo es
z willkürlich bleibt, wie weit sich diese Geraden von der
rdinirten Ebene der xz zu beiden Seiten derselben entfer-
. Wie aber die Gleichung $\frac{\partial z}{\partial x} = c$ aus der gegebenen
lichen Gleichung $z = cx + b$ durch Differentiation ent-
den ist, indem das Differential der constanten Gröfse ihrer
ur nach verschwindet, so wird auch die Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

zwischen partiellen Differentialen aus der gegebenen Glei-
chung

$$z = cx + f(y)$$

durch die Differentiation entstehn, da der Ausdruck $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$
nur das Differential von z in Beziehung auf x oder nur un-
ter der Voraussetzung ausdrückt, daſs bei diesem Differential
die Gröſse y als constant, also auch jede Function f(y) may
als constant und daher das Differential dieser Function, wie
oben das Differential der constanten Gröſse b, als verschwin-
dend angenommen wird. Nimmt man daher alle jene unzäh-
ligen, unter sich parallelen, aber in verschiedenen Ebenen lie-
genden Geraden, deren Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

ist, in einer bestimmten, übrigens willkürlichen Reihenfolge
an, so daſs man immer von jeder einzelnen dieser Geraden
zu der ihr nächstliegenden übergeht, so wird man eine krum-
me Fläche erhalten, deren Gleichung durch das Integral der
letzten Gleichung oder durch

$$z = cx + f(y)$$

ausgedrückt wird. In diesem letzten Ausdrucke ist das Will-
kürliche, welches in dem erwähnten ganz freien Uebergang
von der einen jener Geraden zu ihrer nächstfolgenden liegt,
durch die Gröſse f(y) bezeichnet, so daſs also diese Gröſse
f(y) ebenfalls eine ganz willkürliche Function von y aus-
drückt, eine Potenz, einen Logarithmus, einen Sinus von y
oder von irgend einem aus y und constanten Gröſsen zusam-
mengesetzten Ausdrucke, oder auch bald diese, bald jene
Function von y, so daſs selbst das Gesetz, nach welchem
diese Function fortgeht, plötzlich abbrechen und in ein an-
deres übergehn, ja daſs selbst diese Function ganz gesetzlos
und rein willkürlich fortschreiten kann, wenn sie nur für
den Augenblick bloſs durch die Coordinate y bestimmt wird
und von den beiden andern x und z immer unabhängig
bleibt.

Wenn man also, um das Vorhergehende kurz zusammen-
zunehmen, eine mit der Ebene der xz parallele Gerade in

selbst parallel und so bewegt, dafs sie mit der Ebene
xy stets denselben Winkel bildet, so wird die Fläche,
he durch die Bewegung jener Geraden entsteht, durch die
hung zwischen partiellen Differentialen

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

edrückt werden und das Integral dieser Gleichung wird

$$z = cx + f(y),$$

f(y) eine *ganz willkürliche* Function von y bezeichnet.
selbe Fläche läfst sich auch auf folgende Weise darstellen.
Gleichung einer bestimmten, in der Ebene der xz ver-
hneten Geraden ist $z = cx + b$. Es bewege sich dann
willkürliche und willkürlich gelegte Curve von einfa-
oder doppelter Krümmung mit sich selbst parallel und so,
ein bestimmter Punct derselben immer durch jene Ge-
geht, so wird diese Curve eine Fläche beschreiben, de-
Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c$$

$$z = cx + f(y)$$

Ist für einen besondern Fall die Gröfse $c = 0$, so hat man

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = 0 \text{ oder } z = f(y)$$

die Gleichung einer Ebene, die durch die Bewegung ei-
Geraden entsteht, die in allen ihren Lagen mit der Axe
x parallel bleibt. Bewegt man daher mit ganz willkürli-
Zügen der Hand einen geradlinigen Stab so, dafs er bei
r Bewegung seiner ersten ursprünglichen Lage immer pa-
bleibt, so wird, wenn man jene erste Lage für die Axe
x annimmt, die von dem Stabe im Raume beschriebene
e durch die Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = 0 \text{ oder } z = f(y)$$

edrückt werden.

II. Um ebenso, in einem zweiten Beispiele, die Con-
tion der Fläche zu finden, deren Gleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{a}{z}$$

ist, so hat man für die bekannte Gleichung der Apolloni
Parabel, deren halber Parameter a ist, die Gleichung

$$z^2=2ax.$$

Die trigonometrische Tangente des Winkels, welchen die
metrische Tangente dieser Parabel in jedem ihrer Puncti
der Axe der x bildet, ist aber

$$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{a}{z}$$

und daraus folgt sofort, dafs diese Parabel, wenn sie
stets parallel mit der Ebene der xz bewegt, die ges
Fläche beschreiben wird, deren Differentialgleichung

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)=\frac{a}{z}$$

und deren endliche Gleichung daher

$$z^2=2ax+F(y)$$

ist, wo wieder $F(y)$ irgend eine ganz willkürliche Fun
von y bezeichnet.

III. Nehmen wir als drittes Beispiel die Gleichung
schen partiellen Differentialen

$$a\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)+b\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)=1,$$

wo a und b constante Gröfsen bezeichnen. Um die Fl
zu finden, die durch diese Gleichung ausgedrückt wird,
merken wir zuförderst, dafs die Gleichung der tangire
Ebene einer jeden Fläche, in dem Puncte $x'\,y'\,z'$ derselb
folgende ist

$$z-z'=(x-x')\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)+(y-y')\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)\;\ldots\;(1)$$

und dafs ferner, wie aus den ersten Gründen der analyti
schen Geometrie bekannt ist, die gerade Linie, deren Gl
chungen

$$\left.\begin{array}{l}x=az+\alpha\\ y=bz+\beta\end{array}\right\}\;\ldots\;(2)$$

sind, mit der Ebene, deren Gleichung

$$Lx + My + Nz = 1$$

n soll, dann parallel ist, wenn die Bedingungsgleichung
t hat

$$aL + bM + N = 0.$$

ses vorausgesetzt wird die Linie, deren Gleichungen (2)
l, mit der tangirenden Ebene (1) dann parallel seyn, wenn
Bedingungsgleichung

$$a\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) + b\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = 1 \ldots (3)$$

teht, und dieses ist zugleich der oben aufgestellte Ausuck. Daraus folgt daher, daſs diese Gleichung (3) oder vielhr die durch diese Gleichung bezeichnete krumme Oberflä- durch die Bewegung einer Ebene entsteht, die in allen n Lagen mit der Linie (2) parallel ist. Diese Fläche ist er ein *Cylinder* in der allgemeinsten Bedeutung des Worts, die Basis desselben eine ganz willkürliche Curve von einer oder doppelter Krümmung seyn kann. Ist $b = 0$, so n die Gleichungen der Geraden (2) in die folgende einfa- über

$$x = az + \alpha,$$

wird auch die Gleichung (3), wenn man $b = 0$ und $= \frac{1}{c}$ setzt,

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = c,$$

ches wieder der erste der oben betrachteten Fälle ist.

IV. Nach diesen Vorbereitungen gehn wir nun zu der ichten Integration unserer drei partiellen Differentialgleingen über, die sich alle, wie man sieht, auf die folgende m bringen lassen

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 . \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \ldots \quad (C)$$

das Integral der Gleichung (C) zu finden, wollen wir zubemerken, daſs das der Gleichung

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0$$

nbar gleich ist

$$z = \varphi(x) + \psi(y),$$

wo $\varphi(x)$ irgend eine Function von x und $\psi(y)$ von y ist. Denn wenn man von dem letzten Ausdrucke das Differential von z in Beziehung auf x sucht und der Kürze wegen $\frac{\partial \varphi(x)}{\partial x}$ durch $\varphi'(x)$ bezeichnet, so hat man

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) = \varphi'(x),$$

und da $\varphi'(x)$ wieder eine bloſse Function von x, ohne y seyn muſs, so ist das Differential des letzten Ausdrucks in Beziehung auf y oder

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0, \text{ wie zuvor.}$$

Hätte man ebenso die Gleichung $z = \varphi(x) + \psi(y)$ zuerst in Beziehung auf y differentiirt, so würde man erhalten haben

$$\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \psi'(y)$$

und davon ist wieder das Differential in Beziehung auf x

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}\right) \text{ oder } \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0, \text{ wie zuvor.}$$

Dieses vorausgesetzt sey nun

$$x = y' + \frac{x'}{a}$$

und

$$y = y' - \frac{x'}{a},$$

durch welche beide Gleichungen also bloſs die beiden Coordinaten x und y mit anderen x′ und y′ verwechselt werden, so daſs z. B die Curve, welche durch eine Gleichung zwischen diesen beiden Coordinaten x, y oder x′, y′ ausgedrückt wird, unverändert bleibt. Diese zwei Gleichungen geben, wenn man sie in Beziehung auf ihre veränderlichen Gröſsen differentiirt,

$$\partial x = \partial y' + \frac{\partial x'}{a}$$

und

$$\partial y = \partial y' - \frac{\partial x'}{a}$$

l das Product dieser beiden Ausdrücke ist

$$\partial x \partial y = \partial y'^2 - \frac{\partial x'^2}{a^2},$$

dafs demnach die obige Gleichung

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0$$

die folgende übergeht

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y'^2 - \frac{\partial x'^2}{a^2}}\right) = 0,$$

) auch so geschrieben werden kann

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial y'^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x'^2}\right).$$

ein dieses ist offenbar unsere obige Gleichung (C), wenn n blofs in ihr z in y und y in t übergehn läfst. Daraus gt, dafs, wenn von den beiden Gleichungen

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}\right) = 0 \text{ und } \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

Integral der einen bekannt ist, dadurch auch das Integral andern gegeben wird. Es ist nämlich von

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t}\right) = 0 \text{ das Integral } y = \varphi(x) + \psi(t)$$

l ebenso ist von

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \text{das Integral } y = \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right) + \psi\left(t - \frac{x}{a}\right)$$

r auch, was dasselbe ist, da φ und ψ ganz willkürliche ıctionen von $t \pm \frac{x}{a}$ oder von $x \pm at$ bezeichnen,

$$y = \varphi(x + at) + \psi(x - at) \ldots (C')$$

der That giebt diese letzte Gleichung, wenn man sie zwei- l in Beziehung auf t und auf x differentiirt,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = a.\varphi'(x + at) - a.\psi'(x - at),$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2.\varphi''(x + at) - a^2.\psi''(x - at),$$

l ebenso

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \varphi'(x + at) + \psi'(x - at),$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \varphi''(x + at) + \psi''(x - at),$$

so dafs also wieder

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

ist, wie es der Gleichung (C) gemäfs seyn soll.

Diese Gleichung (C), so wie ihr Integral (C'), drückt als, wie überhaupt jede einzelne Gleichung zwischen drei Coordinaten, eine krumme Fläche aus. Um diese Fläche zu construiren oder dieselbe im Raume darzustellen, wollen wir wieder die einfachere jener beiden identischen Gleichungen, als den Ausdruck

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0$$

vornehmen, deren Integral ist

$$z = \varphi(x) + \psi(y).$$

Man verzeichne in der coordinirten Ebene der xz eine willkürliche Curve $\xi\zeta$ und ebenso in der Ebene yz eine andere willkürliche Curve $\upsilon\zeta$, wo diese beiden Curven aus mehrern andern Curven zusammengesetzt, an mehrern Stellen ganz unterbrochen oder discontinuirt und selbst ganz gesetzlos seyn können. Man nehme $AP = x$ und darauf senkrecht in der Ebene der xz die Gerade $PN = \varphi(x)$. Man nehme eben so $AQ = y$ und darauf senkrecht in der Ebene der yz die Gerade $QN' = \psi(y)$. Man ziehe QM' mit AP und PM' mit AQ parallel und errichte in dem Puncte M', senkrecht auf der Ebene der xy, das Loth $M'M = z$ so, dafs $M'M = P'N +$ …, das heifst, dafs $z = \varphi(x) + \psi(y)$ ist, so wird M ein Punct der gesuchten Fläche seyn, die durch die Gleichung (C) dargestellt wird. Dasselbe folgt auch ohne Zeichnung … unmittelbar aus der gegebenen Gleichung

Fig. 186.

$$\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) = 0.$$

Setzt man nämlich der Kürze wegen

$$p = \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \text{ und } q = \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right),$$

ann jene Gleichung entweder durch $\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 0$, oder durch $\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right) = 0$ ausgedrückt werden. Allein die Glei-ng $\left(\frac{\partial p}{\partial y}\right) = 0$ sagt, dafs der Winkel, dessen trigonome-he Tangente p ist, unabhängig von y, d. h., dafs die Cur-ζ selbst ganz unabhängig von y ist, also in der coordi-n Ebene der xz liegt. Ebenso zeigt auch die Glei-ng $\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right) = 0$, dafs die Curve $v\zeta$ von x unabhängig seyn daher in der Ebene der yz liegen müsse[1].

Anmerkung I. Da die Functionen, welche das Integral Gleichung (C) enthält, ganz willkürlich sind, so kann man lben verschiedene Gestalten geben je nach dem Zwecke, man dadurch erreichen will. Eine der einfachsten dieser lten oder eines der einfachsten dieser Integrale der ge-en Gleichung

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

e folgende:

$$y = A \operatorname{Sin.} \frac{n \pi x}{\lambda} \,.\, \operatorname{Cos.} \frac{n a \pi t}{\lambda} \;\ldots\; (1)$$

und n constante Gröfsen, λ die Länge der Welle (§. 2.) t das Verhältnifs der Peripherie des Kreises zum Durch-r bezeichnet. Diese Formel ist zuerst von dem engli-Geometer TAYLOR aufgestellt worden, noch ehe die all-ne Integration der Gleichung (C) durch D'ALEMBERT ge-wurde. In der That giebt die Gleichung (1), wenn man Beziehung auf t differentiirt,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\frac{n a \pi}{\lambda} . A \operatorname{Sin.} \frac{n \pi x}{\lambda} . \operatorname{Sin.} \frac{n a \pi t}{\lambda},$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\left(\frac{n a \pi}{\lambda}\right)^2 A \operatorname{Sin.} \frac{n \pi x}{\lambda} \operatorname{Cos.} \frac{n a \pi t}{\lambda},$$

---

[1] Vergl. über die Integration dieser Gleichung LACROIX Calcul Int. T. II. p. 686 und über die Gleichungen mit partiellen Dif-len ARBOGAST Mém. sur la nature des fonctions arbitraires, eine 790 von d. Petersb. Akademie gekrönte Preisschrift.

und ebenso durch die Differentiation in Beziehung auf x

$$\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{n\pi}{\lambda} \text{ A Cos. } \frac{n\pi x}{\lambda} \text{ Cos. } \frac{na\pi t}{\lambda}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\left(\frac{n\pi}{\lambda}\right)^2 \text{ A Sin. } \frac{n\pi x}{\lambda} \text{ Cos. } \frac{na\pi t}{\lambda},$$

so dafs also durch diese Werthe von $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ und $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ der Gleichung (1) vollkommen genügt wird.

Eine zweite, in den meisten Fällen sehr anwendbare Form dieses allgemeinen Integrals ist in der Gleichung enthalten

$$y = \text{A Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right] \quad . \; . \; . \quad (2)$$

wo wieder A, C und λ constante Gröfsen bezeichnen, von denen die letzte die Länge der Welle anzeigt. Diese Gleichung giebt, wenn man sie zweimal in Beziehung auf t differentiirt,

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \text{A} \left(\frac{2a\pi}{\lambda}\right) \text{Cos.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\text{A} \left(\frac{2a\pi}{\lambda}\right)^2 \text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

und ebenso giebt die doppelte Differentiation in Beziehung auf x

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -\text{A} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) \text{Cos.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\text{A} \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

so dafs also auch diese Werthe von $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ und $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ der Gleichung (C) vollkommen entsprechen. Bemerken wir noch, dafs man, wenn a die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichts und τ die Zeit einer ganzen Vibration bezeichnet, nach §. 2. hat $\lambda = a\tau$, und dafs daher die Gleichung (2) auch so ausgedrückt werden kann

$$y = \text{A Sin.} \left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + C\right].$$

Anmerkung II. Wenn aber der aufgestellten Gleichung der Werth) nach der gefundenen Gleichung (2))

$$y = A \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right]$$

richt, so entspricht ihr auch der ähnliche Ausdruck

$$y = A \operatorname{Sin.} \left[\frac{2(n+1)\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

alle ganze Zahlen 1, 2, 3 . . bezeichnen kann, und so auch die analogen Ausdrücke

$$y = A' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2(n+1)\pi}{\lambda}(at - x) + C\right],$$

$$y = A'' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2(n+1)\pi}{\lambda}(at - x) + C\right] \text{ u. s. w.,}$$

vieder A', A'', A''' . . constante Gröfsen bezeichnen. Ja nur jeder dieser einzelnen Werthe von y, sondern auch algebraische Summe wird der obigen Gleichung (C) enthen, so dafs man daher für das gesuchte Integral dieser hung den Ausdruck haben wird

$$= \Sigma . A^{(n)} . \operatorname{Sin.} \left[\frac{2(n+1)\pi}{\lambda}(at - x) + C\right] \; . \; . \; . \quad (3),$$

das bekannte Summenzeichen ist und wo n die natür Zahlen 0, 1, 2, 3 . . bezeichnet. Dieser Uebergang ler Gleichung (2) zu der viel allgemeineren und aus unjen unter sich ähnlichen Gliedern bestehenden Gleichung it aber dadurch begründet oder möglich gemacht, dafs die rentialgleichung (C)

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 . \frac{\partial^2 y}{\partial x^2},$$

ie es sich hier handelt, eine lineäre Gleichung, d. h. solche ist, in welcher die in ihr vorkommenden Diffe-lcoefficienten

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) \text{ und } \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)$$

ihrer ersten Potenz vorkommen. Denn nach den er-'rincipien der Differentialrechnung ist das Differential von umme einer Anzahl von veränderlichen Gröfsen dasselbe

mit der Summe aller Differentiale dieser einzelnen Gr
oder es ist

$$\partial[ax+by+cz+..] = a\partial x + b\partial y + c\partial z + .$$

Nicht so aber wird man auch das Differential von dem
drate einer Summe von Gröſsen gleich der Summe aller
ferentiale von den Quadraten dieser einzelnen Gröſsen
können, oder es wird nicht seyn

$$\partial.[ax+by+cz+..]^2 = \partial.a^2x^2 + \partial.b^2y^2 + \partial.c^2y^2 +$$

und ebenso für alle übrigen Exponenten. Aus dem
Grunde wird man also auch das oben angeführte allgem
Integral der Gleichung (C) nicht bloſs durch

$$y = \varphi(x \pm at),$$

sondern überhaupt durch eine willkürliche Anzahl solcher
drücke, also durch

$$y = \varphi(x \pm at) + \psi(x \pm at) + \chi(x \pm at) + ..,$$

also kurz durch die Gleichung

$$y = \Sigma.\varphi(x \pm at)$$

bezeichnen können.

Anmerkung III. Es giebt aber noch eine andere m
würdige und allgemeinere Form dieses Integrals, nämlich

$$y = \frac{2}{\lambda} A \operatorname{Sin.} \frac{n\pi x}{\lambda} \operatorname{Cos.} \frac{na\pi t}{\lambda} + \frac{2}{na\pi} B \operatorname{Sin.} \frac{n\pi x}{\lambda} \operatorname{Sin.} \frac{n}{\lambda}$$

die der Gleichung

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2 . \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

ebenfalls entspricht, wie man sich durch Differentiation le
überzeugen wird, und in diesem Ausdrucke können die G
ſsen A und B nicht bloſs Constanten vorstellen, wie s
sondern auch durch sogenannte bestimmte (zwischen zwe
stimmten Grenzen der Veränderlichen enthaltene) Integ
und selbst eine unbestimmte Summe solcher Integrale bez
nen. Welches nämlich auch die Gröſsen $y = \varphi(x)$ u
$\frac{\partial y}{\partial t} = \varphi'(x)$ seyn mögen, wenn sie nur für $x = 0$ und

: λ beide verschwinden, so hat man, wie LAGRANGE zugezeigt hat, immer die beiden Ausdrücke[1]

$$\left.\begin{aligned} &= \frac{2}{\lambda}\Sigma\left(\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi x'\partial x'\right)\operatorname{Sin.}\frac{n\pi x}{\lambda} \\ &= \frac{2}{\lambda}\Sigma\left(\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi' x'\partial x'\right)\operatorname{Sin.}\frac{n\pi x}{\lambda} \end{aligned}\right\} \ldots (a)$$

ituirt man also in den vorigen Ausdrücken für y

statt A die Gröfse $\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi x'\partial x'$

statt B die Gröfse $\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi' x'\partial x'$,

hält man für das gesuchte allgemeine Integral der Glei- (C)

$$\Sigma.\left(\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi x'\partial x'\right).\operatorname{Sin.}\frac{n\pi x}{\lambda}\operatorname{Cos.}\frac{na\pi t}{\lambda}$$

$$\frac{\cdot}{\pi}\Sigma.\left(\int_0^\lambda \operatorname{Sin.}\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi' x'\partial x'\right).\operatorname{Sin.}\frac{n\pi x}{\lambda}\operatorname{Sin.}\frac{na\pi t}{\lambda}\ldots (4)$$

an wird sich auch hier wieder leicht durch Differentiaberzeugen, dafs jedes einzelne Glied, also auch die e aller Glieder der letzten Gleichung den ursprüngliusdruck

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = a^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

giebt.

tzt man in dieser Gleichung (4) die Gröfse $x = 0$ ich $x = \lambda$, so erhält man $y = 0$, welches auch der von t seyn mag. Differentiirt man aber die Gleichung Beziehung auf y und t, so erhält man

---

1. POISSON Traité de Mécanique. 2me éd. T. I. p. 638. T. II.

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{2}{\lambda}\Sigma.\left(\int_0^\lambda \text{Sin.}\,\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi' x'\partial x'\right).\text{Sin.}\,\frac{n\pi x}{\lambda}\,\text{Cos.}\,\frac{na\pi t}{\lambda}$$

$$-\frac{2an\pi}{\lambda^2}\Sigma.\left(\int_0^\lambda \text{Sin.}\,\frac{n\pi x'}{\lambda}\,\varphi x'\partial x'\right).\text{Sin.}\,\frac{n\pi x}{\lambda}\,\text{Sin.}\,\frac{na\pi t}{\lambda}$$

wo wieder n eine ganze und positive Zahl bezeichn
wo das Summenzeichen Σ sich auf alle Werthe von 1
bis $n = \infty$ erstreckt. Macht man in den Gleichung
und (5) die Gröſse $t = 0$, so erhält man

$$y = \varphi x \text{ und } \frac{\partial y}{\partial t} = \varphi' x,$$

wo nämlich die Werthe von φx und $\varphi' x$ durch die v
gehenden Gleichungen (a) gegeben werden.

Anmerkung IV. Uebrigens kann man die Gleic
für die Vibrationen des Lichts oder des Aethers auch a
gende einfachere Weise finden. Da die Amplitüden die
brationen so ungemein klein sind, so kann man an
daſs die accelerirende Kraft, die auf das Aethertheilchen
immer proportional ist der Distanz, die das bewegte
theilchen von dem Orte seines Gleichgewichts trennt.
her y diese Distanz, so hat man für die Geschwindi
des Aethertheilchens zur Zeit t

$$v = -\frac{\partial y}{\partial t}.$$

Bezeichnet dann E eine der Elasticität des Aethers p
nirte Gröſse, so kann man annehmen

$$-\frac{\partial v}{\partial t} = Ey \text{ oder } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + Ey = 0$$

und das Integral dieser Gleichung, die nur gewöhnlich
partielle Differentiale enthält, ist

$$y = A\,\text{Cos.}\,(t\sqrt{E} + C),$$

wo A und C die zwei Constanten der Integration be
Nimmt man für den Anfang der Zeit t den Augenbl
die Vibration des Aethertheilchens eben anfängt, so
$y = A$ für $t = 0$, woraus folgt, daſs auch die Constan
ist, so daſs daher die letzte Gleichung in die folgend
chere übergeht

$$y = A \, Cos. \, t\sqrt{E}.$$

die Periode τ einer ganzen Oscillation zu finden, wird $t\sqrt{E} = 2\pi$ setzen, so dafs also $\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{E}}$ wird und man

$$y = A \, Cos. \, \frac{2\pi t}{\tau}$$

endlich, da die Länge der Welle $\lambda = a\tau$ ist,

$$y = A \, Cos. \, \frac{2\pi a t}{\lambda} \quad \ldots \quad (6)$$

davon ist das erste Differential, wenn man der Kürze en $\frac{2\pi A a}{\lambda} = B$ setzt,

$$-\frac{\partial y}{\partial t} \text{ oder } v = B \, Sin. \, \frac{2\pi a t}{\lambda} \quad \ldots \quad (7)$$

leichung (6) giebt den Ort des vibrirenden Lichttheilchens ziehung auf seinen ursprünglichen Ort des Gleichge-s, und die Gleichung (7) giebt die Geschwindigkeit dieses nden Lichttheilchens oder auch die Geschwindigkeit des-n vibrirenden Aethertheilchens, das sich in dem Mittel-e der Vibration befindet. Daraus folgt aber sofort, dafs für die Vibration eines jeden andern Aethertheilchens, n Distanz von dem Mittelpuncte der Vibration (oder von vibrirenden Lichttheilchen) gleich x ist, haben wird

$$= A \, Cos. \, \frac{2\pi}{\lambda}(at - x) \text{ und } v = B \, Sin. \, \frac{2\pi}{\lambda}(at - x).$$

n nun die Anzahl der auf einander folgenden Wellen sehr ist, so kann man für x auch die Gröfse $x + n\lambda + D$, wo n eine ganze Zahl und D irgend eine andere Con-bezeichnet, und dadurch gehn die beiden letzten Glei-gen in die folgenden über

$$y = A \, Cos. \, \frac{2\pi}{\lambda}(at - x + D) \quad \ldots \quad (8)$$

$$v = B \, Sin. \, \frac{2\pi}{\lambda}(at - x + D) \quad \ldots \quad (9)$$

nämlich die Sinus und Cosinus eines Bogens nicht geän-werden, wenn man diesen Bogen um $2n\pi$ vergröfsert.

Diese beiden Gleichungen stimmen aber gänzlich mit de vorigen Gleichung (2) der Anmerkung (I) und mit ihrem Dif ferential überein. Zwar wird dort die Gröſse y durch den Si nus und $v = -\frac{\partial y}{\partial t}$ durch den Cosinus des Winkels

$$\left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right]$$

ausgedrückt, während hier umgekehrt y durch den Cosin und v durch den Sinus des Winkels

$$\left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + D\right]$$

gegeben ist. Da aber die Gröſsen C und D willkürlich sin so können beide Ausdrücke als identisch betrachtet werd

Es kann daher sowohl die Amplitüde y der Welle, al auch die Geschwindigkeit v der Vibration eines Aethertheil chens durch die Gleichung (2) oder durch eine Gleichung der Form

$$y = A \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(at - x) + C\right]$$

ausgedrückt werden. In dieser Gleichung ist C eine Const die zwischen den Grenzen 0 und λ enthalten ist und eigentlich die *Phase* (§. 1. II.) der Welle ausgedrückt und die Gröſse y kann sowohl die Geschwindigkeit als die Amplitüde der Vibration bezeichnen.

Anmerkung V. Es wurde bereits oben (zu Ende §. 14.) gesagt, daſs sich jede Vibration in drei andere unter senkrechte auflösen läſst. Nimmt man die Richtungen, che jedes Aethertheilchen zur Zeit t in seiner Vibration nimmt, den drei senkrechten Coordinaten der x, y rallel, so lassen sich für dieselbe Zeit die Entfernungen Theilchens von dem Orte seines Gleichgewichts durch gende Ausdrücke bestimmen:

$$x = A \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(at - D); \quad y = A' \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(at - D');$$

$$z = A'' \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(at - D'').$$

Eliminirt man also aus diesen drei Gleichungen die Zeit t, wird man folgende zwei Gleichungen erhalten:

$$\left.\begin{array}{l} {}^2 + \left(\frac{z}{A''}\right)^2 - \frac{2xz}{AA''} \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(D-D'') = \text{Sin.}^2 \frac{2\pi}{\lambda}(D-D'') \\ {}^2 + \left(\frac{z}{A''}\right)^2 - \frac{2yz}{A'A''} \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(D'-D'') = \text{Sin.}^2 \frac{2\pi}{\lambda}(D'-D'') \end{array}\right\}$$

diese zwei Gleichungen gehören für die Curve von dop- er Krümmung, d. h. für die Trajectorie, die von dem htheilchen während seiner Vibration im Raume beschrie- wird.

Anmerkung VI. Um endlich noch zu sehn, auf welche ise alle vorhergehende Werthe von y die Schwingun- der Saiten oder die der Luft und des Aethers aus- cken, wollen wir den obigen Ausdruck (zu Ende der An- kung I)

$$y = A \text{ Sin.} \left[2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \frac{x}{\lambda}\right) + C\right]$$

ler vornehmen und zur gröſsern Einfachheit die Gröſsen nd x gleich Null setzen, so daſs man hat

$$y = A \text{ Sin.} \frac{2\pi t}{\tau},$$

τ die Zeit einer Schwingung bezeichnet. In dieser Glei- ig wird der Werth von y gleich Null, so oft die Zeit t, seit dem Anfange der Schwingungen verflossen ist, ein iplum von der Schwingungszeit τ wird, d. h. also, im nge und am Ende einer jeden Schwingung. So oft t um wächst, ändert y sein Zeichen, behält aber seinen vori- Werth bei, weil dann der vorige Werth von $\frac{2\pi t}{\tau}$ in $+\pi$ übergeht. Für $t = \frac{1}{4}\tau = \frac{5}{4}\tau = \frac{9}{4}\tau \ldots$ (das t, am Ende der ersten der vier *Phasen* (§. 1.), in welche Welle oder jede Schwingung eingetheilt wird) hat y sei- gröſsten positiven Werth, und ebenso hat y für

$$t = \tfrac{3}{4}\tau = \tfrac{7}{4}\tau = \tfrac{11}{4}\tau \ldots$$

am Ende jeder dritten Phase seinen gröſsten negativen th u. s. w., wie auch z. B. die gegebene Zeichnung dar- t, wenn man die Welle in dem Puncte A anfangen läſst die Ordinaten PM = y in den beiden ersten Phasen

Fig. 172.

A m C der Welle positiv und in den beiden andern C n B ...gativ annimmt. So wie y die Ordinate PM für jeden P... M der Curve A m C n B . . . vor- und rückwärts des in ... Figur gezeichneten Theils dieser Curve ausdrückt, so ... durch $\frac{\partial y}{\partial t}$ die Geschwindigkeit der Bewegung dieses Pun... in einer auf die Axe ACB senkrechten Richtung bezeich... wo die Curve A m C n B eigentlich die Projection des wa... Wegs des beweglichen Puncts (oder des Elements der We... in der Ebene der xy bezeichnet. Die letzte Gleichung

$$y = A \,\text{Sin.}\, \frac{2\pi t}{\tau} = A \,\text{Sin.}\, \frac{2 a \pi t}{\lambda}$$

und deren Differential

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{2 A \pi}{\tau} \,\text{Cos.}\, \frac{2\pi t}{\tau} = \frac{2 a A \pi}{\lambda} \,\text{Cos.}\, \frac{2 a \pi t}{\lambda}$$

zeigt, dafs die Werthe von y und von $\frac{\partial y}{\partial t}$ wieder diese... werden, so oft die Welle wieder in dieselbe Phase tritt, ... dafs daher die Welle, in Beziehung auf den Ort und auf ... Geschwindigkeit aller ihrer Puncte, am Ende einer jeden Ze... oder am Ende eines jeden Wegs $\frac{\lambda}{a}$ wieder in denselben Z... stand tritt, den sie am Anfange dieser Zeit oder im Anfa... dieses Wegs gehabt hat. Im leeren Raume, und wenn ... die beiden Endpuncte einer Saite ganz fest annimmt, w... demnach diese Saite eine unbestimmte Anzahl von klei... Vibrationen machen, deren Dauer $\tau = \frac{\lambda}{a}$ ist. Allein der W... derstand der Luft und die Mittheilung eines Theils der B... wegung der Saite an jene zwei fixen Endpuncte denselb... wird die Amplitüde dieser Schwingungen (oder die gröfst... positiven und negativen Werthe von y) nach und nach ve... mindern, ohne aber den Isochronismus dieser Schwingung... merklich zu ändern, ganz so, wie dieses auch bei der g... ähnlichen Bewegung eines gewöhnlichen Pendels der Fall ... Wenn also während einer Zeitsecunde n solche Schwingu... gen statt haben, deren jede die Dauer τ hat, so ist die Läng... λ einer jeden Welle $\lambda = a\tau$ also auch $\tau = \frac{\lambda}{a}$, und da zwi... am Ende der Gleichungen (B) die Gröfse

$$a^2 = \frac{g \lambda P}{p}$$

ır, so ist auch

$$\tau = \sqrt{\frac{p \lambda}{g P}}$$

ıd endlich, da $n\tau = 1$ Zeitsecunde ist,

$$n = \sqrt{\frac{g P}{p \lambda}}$$

ereinstimmend mit dem, was bereits oben (in §. 3.) gesagt orden ist. Für eine und dieselbe Saite ist also, wie diese eichung zeigt, diese Zahl n (das heifst, die *Höhe* des ıns) der Quadratwurzel ihrer Spannung P proportional; für ei aus derselben Masse geformte Saiten und von derselben ke ist das Gewicht p derselben ihrer Länge λ proportional, o verhält sich auch die Zahl n, wenn die Spannungen bei- r Saiten dieselben sind, wie verkehrt die Längen derselben; llich für zwei gleichlange und gleichgespannte Saiten ver- t sich die Zahl n wie verkehrt die Quadratwurzel aus ih- ı Gewichte p.

Alles, was hier von den *Transversalschwingungen* einer te gesagt worden ist, wird sich unmittelbar auch auf die *ngenschwingungen* derselben anwenden lassen, wenn man in den vorhergehenden Ausdrücken statt der Gröfse a die ölse b substituirt, wie dieses unmittelbar aus den Gleichun- ı (B) hervorgeht, von welchen die erste für x und b den ngenschwingungen angehört. Setzt man in den vorherge- ıden Integralen der Gleichung (C) statt y die Gröfse x l statt $\frac{\partial y}{\partial t}$ die Gröfse $\frac{\partial x}{\partial t}$, so wird man den Ort und die schwindigkeit jedes Elements der Welle in den Längen- wingungen erhalten. Nennt man dann τ' die ganze Dauer er Längenschwingung und n' die Anzahl dieser Schwin- ıgen in einer Zeitsecunde, so hat man, wie zuvor,

$$\tau' = \frac{\lambda}{a},$$

r vielmehr, da für die Längenschwingungen a in b über- t,

$$\tau' = \frac{\lambda}{b}$$

oder, da (nach dem Ende des §. 14.)

$$b = \sqrt{\frac{g\lambda q}{p}}$$

ist, so hat man auch

$$\tau' = \sqrt{\frac{p\lambda}{gq}},$$

oder endlich, da $n'\tau = 1$ Zeitsecunde ist,

$$n' = \sqrt{\frac{gq}{p\lambda}}.$$

Vergleicht man diese zwei Werthe von n und n', von welchen der erste für die Transversal- und der zweite für die Längenschwingungen gehört, so erhält man

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{q}{P}}.$$

Dieser letzte Ausdruck scheint mit dem oben (§. 4.) angeführten auf den ersten Blick nicht übereinzustimmen. Aber es bezeichnet, wie wir oben gesagt haben, P die Spannung der Saite im Zustande des Gleichgewichts, und q ist ein gegebenes constantes Gewicht, das von der Materie und der Dicke der Saite abhängt. Dieses Gewicht q bezeichnet also diejenige Spannung, die man anwenden mufs, um die natürliche Länge der Saite zu verdoppeln, wenn man das Gesetz der Ausdehnung der Saite constant annimmt. In der That, setzt man voraus, dafs für eine gegebene Spannung Δ die Länge eines bestimmten Theils dieser Saite sich in dem Verhältnisse von $(1+\delta)$ zur Einheit ausdehnt, so wird das Element M der Saite, das im Zustande des Gleichgewichts und in dem der Bewegung die Spannungen P und T erleidet, sich in den Verhältnissen von $1 + \frac{\delta P}{\Delta}$ und $1 + \frac{\delta T}{\Delta}$ zur Einheit verlängern; die Längen ∂x und ∂s in diesen zwei Zuständen werden sich also wie $\Delta + \delta P$ zu $\Delta + \delta T$ verhalten, so daß man haben wird

$$\frac{\partial s}{\partial u} = \frac{\Delta + \delta T}{\Delta + \delta P},$$

voraus folgt, wenn man das Quadrat von δ wegläſst,

$$\frac{\partial s - \partial u}{\partial u} = \frac{\delta (T - P)}{\Delta}.$$

Es war aber (oben, kurz vor den Gleichungen (B))

$$\partial s - \partial u = \partial x \text{ und } T - P = \frac{q \partial x}{\partial u},$$

also ist auch der letzte Ausdruck

$$q = \frac{\Delta}{\delta},$$

das heiſst, q ist die Spannung, die zu der Verlängerung $\delta = 1$ der Saite gehört, oder diejenige Spannung, welche die Länge der Saite verdoppeln würde, wenn die Verlängerung derselben immerfort gleichförmig zunehmen sollte. Da aber die Spannung P einer tönenden Saite stets sehr weit von jener entfernt ist, welche die Länge dieser Saite verdoppeln würde, so folgt, daſs das Verhältniſs der Längen zu den Transversalschwingungen oder daſs die Gröſse

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{q}{P}}$$

immer sehr bedeutend gegen die Einheit seyn müsse. Man kann sie *a priori* durch die Verlängerung einer Saite bestimmen, die durch eine direct gemessene Spannung P erzeugt wird. Denn nennt man α diese Verlängerung, so hat man

$$P = \frac{\alpha \Delta}{\delta \lambda},$$

weil $\delta \lambda$ die zu der Spannung Δ gehörende Verlängerung ist. Substituirt man diese Werthe von

$$P = \frac{\alpha \Delta}{\delta \lambda} \text{ und } q = \frac{\Delta}{\delta}$$

in dem vorhergehenden Ausdrucke

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{q}{P}},$$

so erhält man

$$\frac{n'}{n} = \sqrt{\frac{\lambda}{\alpha}}$$

übereinstimmend mit der oben (§. 4.) angeführten Gleichung.

C. Interferenz des Lichtes.

16) Interferenz des Lichtes in ihrer einfachst[en] Gestalt.

Nach diesen allgemeinen Betrachtungen über die Gl[ei]chungen (B), von welchen die ganze Theorie der Undulati[on] abhängt, wollen wir jetzt zu den verschiedenen Anwendu[n]gen und Folgerungen übergehn, die sich aus jenen Gleichun[n]gen ergeben. Eine der interessantesten und zugleich für d[ie] Undulationstheorie wichtigsten Erscheinungen ist die, die m[an] unter der Benennung der *Interferenz* des Lichtes begrei[ft]. Durch diese Erscheinung ist die Wellentheorie des Lichtes e[i]gentlich begründet und in ihren Hauptzügen ausgebildet wo[r]den, so wie durch sie der nunmehr unbestrittene Vorzug d[ie]ser Theorie vor der Emanationshypothese begründet word[en] ist, daher es angemessen erscheinen wird, die folgenden B[e]trachtungen ebenfalls mit ihr zu beginnen.

Um uns zuerst mit der Thatsache, um die es sich hi[er] handelt, bekannt zu machen, so bemerkte schon Grimal[di] im sechzehnten Jahrhunderte, dafs ein erleuchteter Kö[r]per, wenn unter gewissen Umständen noch ein neues Lic[ht] auf ihn fällt, in dieser doppelten Beleuchtung dunkler ersch[ei]nen könne, als bei der einfachen; allein die wichtige Be[ob]achtung ging unbemerkt vorüber, bis endlich Young im Jah[re] 1800 die Physiker wieder auf diesen merkwürdigen Gegen[-]stand mit Nachdruck aufmerksam machte. Sein zu dieser i[n]teressanten Entdeckung führender Versuch war folgender. E[r] liefs das Sonnenlicht, nachdem es durch eine gefärbte Gla[s]platte MN gegangen war, durch zwei sehr feine und sehr n[ahe] kreisförmige Oeffnungen O und O′, die in einem Schirm a[n]gebracht waren, in ein finsteres Zimmer fallen. Die durc[h] diese Oeffnungen eintretenden Strahlenkegel OAB und O′A[B] werden sich bei C durchschneiden, und wenn man diese Durchschnittsstellen auf einer weifsen Tafel auffängt, so wi[rd] man auf dieser Tafel mehrere helle und dunkle Puncte neben einander bemerken. Wenn aber die eine der beiden Oef[f]nungen O oder O′ verschlossen wird, so verschwindet diese Abwechslung der hellen und dunklen Flecken auf der weifsen Tafel sogleich und an ihrer Stelle bemerkt man blofs ei-

Fig. 187.

ı gröſseren, in allen seinen Theilen nahe gleich lichten
cken.

Noch viel augenfälliger wird man diesen Versuch nach
ssel's Anleitung auf folgende Weise anstellen. In dem
sterladen eines verfinsterten Zimmers bringt man in einer
inen Oeffnung eine biconvexe Glaslinse von sehr kurzer
nnweite an, so daſs, wenn die Linse von der Sonne be-
ienen wird, im Brennpuncte des Glases ein kleines und
r lebhaftes Lichtbild entsteht, welches wir als die Quelle
jenigen Lichtes betrachten wollen, dessen Interferenz wir
untersuchen wünschen. Um ein homogenes oder bloſs ein-
biges Licht, in welchem die Erscheinung am deutlichsten
vortritt, zu erhalten, wird man vor die Linse, auf der an-
ı Seite ihres Brennpunctes, eine z. B. dunkelroth gefärbte
sscheibe stellen. In dem verfinsterten Zimmer aber wird man
i ebene Spiegel (von Metall oder auch von auf der Rück-
geschwärztem Glase) so aufstellen, daſs sie nur sehr we-
gegen einander geneigt sind oder daſs sie mit einander
nahe einen Winkel von 180 Graden bilden, wo daher
von diesen beiden Spiegeln zurückgeworfenen Lichtstrah-
sich in zwei Bündeln kreuzen, die nur einen sehr klei-
Winkel unter einander bilden. Sey S der Brennpunct
Linse oder die erwähnte Lichtquelle und MN, MN′ die
chschnittslinien der beiden Spiegel mit einer Ebene, die
h S geht und senkrecht auf derjenigen Linie steht, in
her die beiden Spiegel selbst einander schneiden. Die
llenden Strahlen SG und SG′ werden von den beiden
geln nach GE und G′E zurückgeworfen und das Auge in
ürde die beiden Bilder der Lichtquelle in den Puncten I
I′ hinter den Spiegeln zu sehn glauben. Statt dieses Au-
wollen wir aber einen weiſsen Schirm KEK′ durch den
t E so stellen, daſs er senkrecht auf der Linie EO stehe,
durch die Mitte O der Linie II′ geht. Nach den be-
ten Reflexionsgesetzen werden die zwei reflectirten Strah-
GE und GE′ in dem Puncte E des Schirms dann ankom-
, wenn sie, von der Lichtquelle S an gezählt, die zwei glei-
Wege SGE = SG′E = EI = EI′ zurückgelegt ha-
Man wird daher die beiden Puncte I und I′ hinter den
geln als zwei identische Lichtquellen betrachten können,

Fig. 188.

die man der ersten S substituirt hat, und ebenso wird man das von den beiden Spiegeln in G und G′ zurückgeworfene Licht als reflectirte Lichtwellen ansehn, die alle die Gestalt einer Kugelfläche haben, deren Mittelpunct I und I′ ist. Diese Lichtwellen werden dem Aether in jedem Augenblicke eine neue Vibration mittheilen, und da die Gröfse und Richtung dieser Vibrationen, wovon die einen von I, die andern von I′ kommen, wegen des sehr kleinen Winkels IEI′ bei beiden Wellenarten gleich und sehr nahe dieselben sind, so wird der Punct E des Schirms sehr glänzend und doppelt so hell erleuchtet erscheinen, als wenn nur einer der beiden Spiegel da wäre. In jedem andern Puncte P des Schirmes aber, aufser der auf II′ gezogenen Normale OE, werden die von G und G′ reflectirten Wellen, die von den Mittelpuncten I und I′ zu kommen scheinen, nicht mehr, wie zuvor, je zwei zusammengehörende, paarweise zu derselben Zeit in dem Puncte E ankommen, sondern die eine wird um die Distanz PI′—PI = p später oder früher als die andere in dem Puncte E eintreffen. Ist nun diese Distanz p gleich einer halben Wellenlänge des Lichts, so werden die Aethertheilchen in P in jedem Augenblicke von zwei Geschwindigkeiten in Bewegung gesetzt werden, die einander an Gröfse gleich, aber in ihrer Richtung gerade entgegengesetzt sind. Die eine dieser Geschwindigkeiten wird das Aethertheilchen in demselben Augenblicke ebenso viel aufwärts, als die andere abwärts, oder ebenso viel vorwärts, als die andere rückwärts zu bewegen suchen, und das Resultat dieser beiden Bewegungen wird sehr nahe eine völlige Ruhe des Elements oder ein Minimum des Lichts, ein gänzlicher Mangel des Lichts seyn oder der Punct P des Schirms wird, in Vergleichung mit dem sehr hell erleuchteten Puncte E, dunkel erscheinen. Ist aber für einen andern Punct P′ die oben angeführte Differenz p gleich einer ganzen Wellenlänge, so werden die von den beiden aus I und I′ kommenden Wellen hervorgebrachten Vibrationen des Aethers in diesen Punct P′ wieder übereinstimmen oder beide Wellen werden den Punct P nicht nur mit derselben Geschwindigkeit, sondern auch in derselben Richtung zu bewegen suchen, so dafs also auch die Bewegung dieses Punctes, so wie die unmittelbar daraus folgende Beleuchtung desselben wieder, wie in E, das Doppelte der einfachen Beleuchtung oder dafs in P′

ır ein sehr hell beleuchteter Punct des Schirms seyn muſs. ɔer die Concordanz und die Discordanz der Wellen, also der Beleuchtung von dem gröſsten zu dem kleinsten he derselben und umgekehrt auf eine nirgends unterbro- oder auf eine stetige Weise fortschreitet, so wird auch Licht zn beiden Seiten des Puncts E stetig ab- und wie- m- und wieder abnehmen, oder man wird zu beiden n des Puncts E auf dem Schirme helle und dunkle Strei- mit einander abwechseln sehn, wie dieses auch in der den Beobachtungen vollkommen gemäſs ist. Man sieht bst sehr deutlich die hellrothen Streifen oder Fransen m man, wie erwähnt, eine rothe Glasscheibe vor die Linse tzt hat) mit andern dunklen und fast schwarzen Fransen chseln. Alle sind unter sich parallel und äquidistant und Anzahl steigt bis auf 20, ja selbst 30, obschon ihre Leb- gkeit abnimmt, wie ihre Entfernung von der Mitte E ist.

Diese Abnahme der Streifen in gröſserer Weite von E ohne Zweifel ihren Grund darin, daſs man nur selten oder mit ganz homogenem (gleichfarbigem) Lichte experimenti- kann. Wenn aber auch Licht von andern Farben beige- ht ist, also auch Wellen von verschiedenen Längen zu- h in denselben Puncten des Aethers eintreffen, so wird eschehn, daſs während z. B. für den Punct P die Diffe- genau gleich 1, 2, 3 . . ganzen Wellenlängen des ro- Lichts ist, dasselbe für die anders gefärbten Strahlen auch statt hat, und daſs daher dadurch die von den ro- Strahlen in P erzeugte gröſsere Lichtstärke von den an- gefärbten Strahlen wieder vermindert wird, was um so ger eintreten muſs, je weiter der Punct P von dem Mit- ncte E entfernt ist. Wiederholt man dasselbe Experi- mit einem andern, z. B. mit blauem oder gelbem Lichte, eht man wieder jene Abwechselung der hellen und dun- Streifen, aber die *Breite* dieser Streifen ist für jede Farbe andere. Stellt man endlich gar kein gefärbtes Glas vor inse oder operirt man mit weiſsem Lichte (d. h. mit al- arben zugleich), so bemerkt man auf dem Schirm eine Auf- derfolge von Streifen, die aus allen jenen früheren gefärbten en zusammengesetzt sind; der mittlere Streifen bei E ist und zu beiden Seiten desselben sieht man dunkle mit

regenbogenfarbigen Fransen abwechseln, bis endlich di
den äufsersten Grenzen des Lichtbildes wieder von w
Lichte eingefafst erscheinen. In allen den erwähnten
verschwindet diese Abwechselung der Streifen des Schirm
gleich, wenn einer der beiden Spiegel weggenommen
bedeckt wird, woraus daher die Nothwendigkeit des Z
menkommens zweier Lichtbündel für die Erscheinung
Streifen unmittelbar folgt.

Die oben erwähnte nur kurze Focaldistanz der Gla
ist ebenfalls nöthig, wenn das Experiment recht ange
erscheinen soll. Man mufs nämlich die erwähnte Licht
oder den Brennpunct S der Linse als den kreisförmigen D
schnitt eines Kegels (dessen Basis die Sonne und dessen S
tel die Mitte der Linse ist) mit einer auf der Axe dieses
gels senkrecht stehenden Ebene ansehn. Dieser Kreis
offenbar desto kleiner seyn, je kürzer die Brennweite der
ist. Man sieht aber auf den ersten Blick, dafs dieser
nur sehr klein seyn darf; denn man stelle sich nur vor,
bei den vorhin angeführten Versuchen der Punct S sich
mer hin und her bewege, so werden dadurch auch jene S
fen auf dem Schirme in Bewegung gerathen, und ebenso
auch jeder Punct der Peripherie dieses Kreises, wenn er
beträchtliche Gröfse hat, seinen eigenen Streifen auf der
erzeugen; alle diese Streifen werden sich über einander
oder unter einander mischen und man wird sie nicht
deutlich unterscheiden können.

Endlich müssen auch die Lichtstrahlen, wenn sie
Interferenz eingehn sollen, aus derselben Quelle S kom
Man könnte jene Fransen und Streifen nie erhalten, wenn
die zwei auf die beiden Spiegel fallenden Lichtbündel
und SG′ aus zwei verschiedenen Lichtquellen S und S′
gehn liefse. Die Ursache davon ist ohne Zweifel folgende.
ist äufserst unwahrscheinlich, dafs irgend ein leuchtender
Punct S seine Vibrationen durch eine beträchtlich lange
in immer isochronen Bewegungen fortsetzen kann. Im
folge dieser nach einander eintretenden Vibrationen w
ohne Zweifel manche Störungen, Verzögerungen und
schleunigungen statt haben. Allein diese Perturbationen
den der Interferenz des Lichts im Allgemeinen nicht

gen seyn, so lange nur dieses Licht selbst aus einer und
selben Quelle S kommt, da die verschiedenen Wellen, die
he in denselben Augenblicken aus dieser Quelle fliefsen,
e mit denselben Perturbationen behaftet und daher ihre
ncordanz und Discordanz auch dieselben seyn werden. Al-
n wenn diese Wellen von zwei verschiedenen Lichtquellen
sströmen, so wird das eine Wellensystem ganz andere Stö-
gen erleiden, als das andere, und jene regelmäfsige Ver-
pelung und Vernichtung des Lichts wird nicht mehr statt
en, so dafs das Auge in dem Bilde des Schirms nur noch
e undeutliche, in ihren verschiedenen Stellen verwaschene,
lere Fläche erkennen wird.

Wenn man also, um alles Vorhergehende kurz zusammen-
assen, zwei Lichtwellensysteme (oder zwei Lichtstrahlen,
h der alten Art zu reden), die aus derselben Quelle kom-
ı und dasselbe (farbige oder weifse) Licht enthalten, zu
cher Zeit auf ein Aethertheilchen wirken läfst, so wird
urch dieses Theilchen in eine doppelte wellenförmige Be-
ung versetzt, und die vier Phasen einer jeden dieser zwei
llen werden mit einander im Allgemeinen nicht überein-
men, oder das Aethertheilchen wird vermöge der ersten
lle, auf der es sich bewegen soll, z. B. am Ende der 1.,
3ten Phase seyn, während es in Folge der zweiten Welle
lemselben Augenblicke schon das Ende der 2., 3., 4ten
e u. s. w. erreicht haben wird. Da nun beide Wellen,
rer Voraussetzung gemäfs, von gleichfarbigem Lichte
sen Wellenlängen λ alle von gleicher Gröfse sind) kom-
, so kann es geschehn, dafs das eine System dieser Wel-
etwas früher oder später von der Lichtquelle ausgeht, als
andere, oder auch, dafs sie, obschon zu gleicher Zeit aus
Lichtquelle ausgetreten, doch verschiedene Wege (SG + GE)
(SG' + G'E) durchlaufen, bis sie zu ihrem gemein-
ftlichen Durchschnittspunct E gelangen. Wenn nun die
rch entstehende Verzögerung oder Beschleunigung irgend
gerade Anzahl von halben Schwingungslängen (also
$\frac{\lambda}{2}$), $4\left(\frac{\lambda}{2}\right)$, $6\left(\frac{\lambda}{2}\right)$ . . oder λ, 2λ, 3λ . ., im Allge-
en $n\lambda$, wo n die natürlichen Zahlen 1, 2, 3 . . be-
net) beträgt, so werden diese zwei Wellensysteme dem
ertheilchen in jedem Augenblicke gleiche Geschwindigkeiten

und auch in gleichen Richtungen mittheilen, und die Folge davon wird ein helleres Licht dieses Theilchens, wird eine gröſsere Intensität der Beleuchtung des Aethers in der Nähe dieses Theilchens seyn. Wenn aber jene Verzögerung eine ungerade Anzahl von halben Schwingungen (also $\left(\frac{\lambda}{2}\right), 3\left(\frac{\lambda}{2}\right), \ldots$ oder überhaupt $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ Schwingungen) beträgt, so werden jene zwei Wellensysteme in dem Augenblicke ihres Zusammentreffens dem Aethertheilchen zwar noch immer gleiche Geschwindigkeiten, aber in entgegengesetzten Richtungen mittheilen und die Folge der Superposition dieser zwei Wellen wird eine Aufhebung aller Bewegung des Aethertheilchens seyn, oder das Theilchen wird in Ruhe bleiben, keine Vibration erhalten, also auch kein Licht mehr haben. Dies wird z. B. der Fall seyn, wenn das Aethertheilchen in Folge der einen Vibration die Welle AMCNB und in derselben Zeit in Folge der andern Vibration die Welle amcnb beschreiben und zu gleicher Zeit die Stellen A und a, M und m, N und n u. s. w. einnehmen soll, wo z. B. die Ordinaten PM, pm .. der Curve die Geschwindigkeiten des Aethertheilchens ausdrücken. Diese Geschwindigkeiten sind für die Puncte M und m, so wie für die Puncte N und n dieselben, aber von verschiedenen Zeichen, so daſs sie sich in diesem Falle gegenseitig aufheben oder daſs diese Geschwindigkeiten und daher auch das Licht gänzlich verschwinden. Wenn man also zwei Lichtbündel mit einander vermischt, oder wenn man zu einem bereits bestehenden Lichte noch neues Licht giebt, so kann die Folge davon (nicht eine verstärkte Beleuchtung, wie man erwarten sollte, sondern ein gänzlicher Mangel aller Beleuchtung oder eine völlige Finsterniſs seyn. In diesem merkwürdigen gegenseitigen Aufheben oder Zerstören, in dieser *Interferenz*[1] des Lichts, durch die Beobachtungen über allen Zweifel erhoben ist, zugleich der schönste Beweis für die Undulationstheorie

Fig. 189.

1 Thomas Young hat diesen Ausdruck eingeführt. Er ist genommen vom englischen Worte *to interfere*, sich verwickeln, und mischen u. s. w.

stärkste Widerlegung der alten Emissionstheorie des Lichts,
ich die Interferenz durch diese letzte Lehre durchaus nicht
ren läſst. Wir werden bald (§. 19.) denselben Gegen-
mit Hülfe der mathematischen Analyse näher zu be-
ten Gelegenheit erhalten.

7) Geschwindigkeit der Vibrationen des Lichts.

Die Interferenz giebt zugleich ein sehr einfaches Mittel,
Länge der Wellen und die Geschwindigkeit der Vibra-
n des Lichts in diesen Wellen zu messen. Man kann
lich die zwei so eben untersuchten Lichtbilder I und I' Fig. 190.
r den beiden Planspiegeln als zwei identische Lichtquel-
etrachten, die man der früheren einfachen Quelle S sub-
rt. Die von den Spiegeln zurückgeworfenen Lichtwellen
en, wie bereits erwähnt, sphärische Wellen seyn, die
Mittelpunct in I und I' haben. Die vollen Kreise der
mögen die Oberflächen aller derjenigen aus I und I'
enden sphärischen Wellen bezeichnen, die zu derselben
um λ, um 2λ, um 3λ.. oder kurz um eine ganze An-
von Wellenlängen von einander abstehn. Die punctirten
e aber sollen diejenigen Wellen bedeuten, die von jenen
um $\frac{\lambda}{2}$ oder $3\frac{\lambda}{2}$ oder $5\frac{\lambda}{2}$ . . abstehn. Dieses voraus-
t werden diejenigen Puncte, in welchen sich zwei volle
auch zwei punctirte Kreise schneiden, diejenigen seyn,
ine Concordanz der Vibrationen, also eine höhere Inten-
des Lichts, also auch ein *heller Streifen* entsteht, wäh-
im Gegentheile alle die Puncte, in welchen ein voller
einen punctirten trifft, eine Discordanz der Vibratio-
eine Aufhebung des Lichts, also auch einen dunklen
en zeigen werden. Seyen CE und C'E die beiden vol-
reise, die durch den Punct E gehn, und seyen B und
zwei Durchschnittspuncte derselben vollen Kreise mit
unctirten Kreisen B'E' und BE', die jenen vollen Krei-
mittelbar nachfolgen. Ist dann $BB' = b$ die Breite ei-
treifens und ist $IEI' = EBE' = EB'E' = \varphi$ der Win-
unter welchem sich zwei nächste volle und punctirte
schneiden, so hat man sehr nahe $BE = \frac{1}{2} b$ und

$EE' = \frac{1}{2}\lambda$, wenn wieder λ die Länge der Lichtwelle bezeichnet; also auch

$$\lambda = b \text{ Sin. } \varphi.$$

Hat man also den Winkel φ gemessen (was mittelst eines Repetitionskreises sehr wohl geschehn kann), und kennt man (durch Hülfe eines mit einem Fadenmikrometer versehenen Mikroskops) auch die Breite b der lichten Streifen, so kann man daraus, mittelst der letzten Gleichung, auch die Länge der Lichtwellen bestimmen. Diese Gleichung zeigt, daß die Breite b der Streifen für dasselbe farbige Licht desto größer ist, je kleiner der Winkel φ genommen wird, d. h. je näher die beiden Spiegelbilder I und I' an einander genommen werden und je weiter sie oder ihr mittlerer Punct O vom Mikrometer des Mikroskops entfernt sind. Man muſs daher den Neigungswinkel der beiden oben erwähnten Planspiegel so nahe an 180 Grade nehmen, als möglich, damit b so groſs als möglich oder damit die Messungen so genau als möglich werden. FRESNEL hat diese Messungen mit groſser Genauigkeit vorgenommen und folgende Resultate gefunden.

Licht des Sonnen-spectrums	λ = Länge der Welle	
	in Millimetern	In Duodec.-Linien des Pariser Fuſses
Violett	0,000423	0,000187
Indigo	0,000449	0,000199
Blau	0,000475	0,000211
Grün	0,000512	0,000227
Gelb	0,000551	0,000244
Orange	0,000583	0,000258
Roth	0,000620	0,000275

Nennt man nun, wie zuvor, a die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichts, die, wie bekannt, 280000000 Meter in einer Zeitsecunde beträgt, und bezeichnet τ die Zeit einer ganzen Schwingung des Lichts oder des Aethers, so hat man, wie oben für die Schallwellen,

$$\lambda = a\tau \text{ oder } \tau = \frac{\lambda}{a},$$

und da man die Länge λ der Lichtwelle für jede einzelne

e bereits aus der vorhergehenden Tafel kennt, so wird mittelst der Gleichung $\tau = \frac{\lambda}{a}$ die Zeit einer jeden ingung des Lichtes bestimmen können. Da diese für τ rhaltenden Zahlen alle ungemein klein gegen die Zeitein- (gegen eine Zeitsecunde) sind, so wird es angemessener, die Anzahl n der Schwingungen zu bestimmen, die ei- jeden farbigen Lichte während der Zeit einer Secunde mmt. Man hat aber $n\tau = 1$ Sec., also auch

$$n = \frac{1}{\tau}$$

$$n = \frac{a}{\lambda},$$

da in der vorhergehenden Tafel die Längen λ der Wel- i Millimetern ausgedrückt sind, so wird man in der letz- leichung auch die Gröfse a = 280000000000 Millimeter a. Substituirt man dann für λ die Zahlen der Tafel, so man für die Anzahl n der ganzen Schwingungen, wel- des farbige Licht während einer Zeitsecunde zurücklegt:

Farbe	n
Violett	662 Billionen
Indigo	624 —
Blau	589 —
Grün	547 —
Gelb	509 —
Orange	480 —
Roth	451 —

8) Analytische Theorie der Interferenz.

lachdem wir in dem Vorhergehenden die allgemeinen einungen der Interferenz und auch die Ursache derselben, t dieses ohne mathematische Analyse geschehn kann, darge- aben, so ist nun noch übrig, die eigentliche wissenschaftliche ie derselben unmittelbar aus den vorhergehenden allge- n Gleichungen (B) der Undulation abzuleiten. Wir wol- bei, mit beständiger Rücksicht auf Fresnel's, Cauchy's 'oisson's ausgezeichnete Arbeiten in diesem höchst in- nten Zweige der Physik, vorzüglich auf die durch Klar-

heit und Vollständigkeit sich auszeichnende Darstellung Rücksicht nehmen, die Airy in dem oben angeführten Werke[1] gegeben hat.

Die Gleichungen (B) des §. 14. haben in dem folgenden §. 15. verschiedene Formen ihrer Integration erhalten. Wir beschränken uns hier zuvörderst auf eine der einfachsten dieser Formen, nämlich auf die Gleichung (2) der Anmerkung (1) des §. 15. Wenn man nämlich die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Lichts, die wir bisher a genannt haben, der Einfachheit der nun folgenden Bezeichnungen wegen mit α ausdrückt, so hat man nach der erwähnten Gleichung (1) des §. 15.

$$y = a \text{ Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right] \ldots\ldots \quad (D)$$

für die Ordinate y des Elements der Welle, die der Abscisse x für die Zeit t entspricht. Das Differential dieser Gleichung in Beziehung auf y und t giebt

$$\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{2a\alpha\pi}{\lambda} \text{ Cos.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right] \ldots\ldots \quad (D')$$

für die Geschwindigkeit des Elements der Welle in der Richtung der y.

In diesen Ausdrücken bezeichnet λ die Länge der Welle, π die Ludolph'sche Zahl, und A und a sind zwei Constanten, von welchen die letzte a den gröfsten Werth von y oder die *Amplitüde* (§. 6.) der Vibration bezeichnet. Der Bogen $\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A$, von welchem die Gröfse y, so wie $\frac{\partial y}{\partial t}$ als eine Function erscheint, wird das *Mafs der Phasen* (§. 1. II.) genannt. Diese Ausdrücke zeigen, dafs, da die Zeit t gleichförmig wächst, die auf einander folgenden Schwingungen alle *isochron* oder von gleicher Dauer sind, dafs ihre Amplitüde constant und dafs die *Dauer* einer jeden Schwingung gleich 2π dividirt durch den Factor von t, das heifst, gleich 2π dividirt durch

1 Undulatory Theory of Optics. Cambr. 1831.

gleich $\frac{\lambda}{\alpha}$ oder endlich gleich τ ist, wo, wie oben, $\tau = \frac{\lambda}{\alpha}$ die
ıer einer Schwingung des leuchtenden Körpers, also auch
durch ihn in Vibration gesetzten Aethers bezeichnet. Diese
sdrücke gelten übrigens für alle Gattungen von Wellen,
selbe mag in einer vor- und rückgängigen Bewegung der
mente (des Aethers oder der Luft) nach der Richtung des
tschreitens der Welle, wie in unserer ersten Figur, oder sie
in einer auf diese Richtung senkrechten, auf- und nie-
gehenden Bewegung, wie in der zweiten Figur, bestehn.
gt man durch den Mittelpunct eines sphärischen Wellensy-
ms, das z. B. auf der horizontalen Oberfläche eines ste-
nden Wassers entsteht, eine verticale Ebene, und bezeich-
der Durchschnitt dieser Ebene mit dem ruhenden Was-
piegel die Axe der x, so wird diese Ebene die auf dem
egten Wasser entstehenden Wellen in einer Curve schnei-
, deren auf dem Wasserspiegel senkrecht stehende Coor-
aten y in der schneidenden Ebene liegen. Wird endlich
Lage der Axe der x durch eine gespannte, im Gleichge-
ht stehende Saite ausgedrückt, und bezeichnet man durch
ie auf jene erste Lage senkrechte Entfernung jedes Ele-
nts der Saite, welche dieselbe durch irgend eine augen-
kliche Störung jener Lage erhalten hat, so wird die Curve,
che die Saite für jede Zeit t einnimmt, so wie auch die-
ge, welche die der Saite zunächst liegenden Luftschichten
alten und auf die anderen ihnen nächstliegenden Schich-
fortpflanzen, durch dieselbe obige Gleichung ausgedrückt
rden. Wir haben aber oben (Anmerk. II. des §. 15.) ge-
n, dafs die allgemeinen Gleichungen (B) oder dafs der Dif-
ntialausdruck (§. 15. IV.)

$$\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right) = a^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right) \ldots \quad (C)$$

welchem eigentlich die ganze Undulationstheorie enthalten
nicht blofs durch eine einzige der obigen ähnliche Glei-
ng, sondern dafs sie vielmehr durch eine ganz willkürli-
Anzahl solcher Gleichungen dargestellt wird, so dafs man
er für das Integral der Gleichung (C) den Ausdruck an-
men kann

$$y = \Sigma . a \,\text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right],$$

wo Σ das gewöhnliche Summenzeichen ist, und dafs d
die Gleichung (D) eigentlich dem folgenden Ausdrucke gl
bedeutend ist

$$y = a \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right]$$

$$+ b \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + B\right]$$

$$+ c \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + C\right] + \ldots,$$

wo die Gröfse α oder die Geschwindigkeit der Fortpfla
(des Lichts im Aether oder des Schalls in der Luft)
dem Vorhergehenden im Allgemeinen eine unveränder
Gröfse ist.

I. Jedes dieser einzelnen Glieder der Gleichung (
drückt eine einfache, isolirte Welle und alle zusammen d
ken daher, wenn sie zu gleicher Zeit bestehn sollen,
Coincidenz oder auch die Superposition aller dieser einfac
Wellen aus. Betrachtet man nun zuerst nur zwei dieser co
cidirenden Wellen, für welche also die Abscisse x dens
Werth haben soll, nämlich

$$y = a \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right]$$

und

$$y' = a' \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right],$$

so kann die Summe y_{1} diefer beiden Ausdrücke auch auf f
gende Art dargestellt werden:

$$y_{,} = (a \text{ Cos. } A + a' \text{ Cos. } A') \text{ Sin. } \left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)\right)$$

$$+ (a \text{ Sin. } A + a' \text{ Sin. } A') \text{ Cos. } \left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)\right)$$

und dafür endlich kann man noch kürzer setzen

$$y_{,} = a_{,} \text{ Sin. } \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A_{,}\right] \ldots \quad (1),$$

wenn man nämlich die beiden Gröfsen $a_{,}$ und $A_{,}$ so a
nimmt, dafs man hat

$$a_{,} \text{Sin.} A_{,} = a \text{Sin.} A + a' \text{Sin.} A',$$
$$a_{,} \text{Cos.} A_{,} = a \text{Cos.} A + a' \text{Cos.} A'.$$

nn man die beiden letzten Gleichungen quadrirt und ad-, so hat man

$$a_{,}^2 = a^2 + a'^2 + 2aa' \text{Cos.} (A - A')$$

ebenso giebt die Division jener zwei Hülfsgleichungen

$$\text{Tang.} A_{,} = \frac{a \text{Sin.} A + a' \text{Sin.} A'}{a \text{Cos.} A + a' \text{Cos.} A'}.$$

Gleichung (1) zeigt, dafs die Summe der Ordinaten von wei Wellen in demselben Medium, zu dem die Geschwinkeit α gehört, wieder als die Ordinate einer andern dritten lle betrachtet werden kann, die aus jenen beiden gleichzusammengesetzt ist. Die Länge λ der zusammengesetzten lle ist dieselbe, wie die der beiden einfachen, aber die sten, positiven und negativen Werthe von y sind vereden. Der gröfste Werth der Vibration ist

bei der ersten einfachen Welle gleich a,
bei der zweiten einfachen Welle gleich a'
und bei der zusammengesetzten Welle gleich

$$a_{,} = \sqrt{a^2 + a'^2 + 2aa' \text{Cos.} (A - A')}.$$

ser Werth von $a_{,}$ hängt daher, wie die letzte Gleichung t, von dem Werthe des Winkels $A - A'$ ab. Ist $A - A' = 0$, at $a_{,}$ selbst wieder seinen gröfsten Werth, nämlich

$$a_{,} = a + a'.$$

iber $A - A'$ oder, was dasselbe ist, $A' - A = 180°$, so $a_{,}$ seinen kleinsten Werth, nämlich

$$a_{,} = a - a'.$$

19) Concurrenz von zwei gleichgrofsen Wellen.

Nehmen wir an, dafs die Maxima der beiden einfachen ationen gleich sind oder dafs $a = a'$ ist. Für diese Voraus-ng ist aber, wie aus den vorhergehenden Gleichungen ,

$$= \sqrt{2a^2 + 2a^2 \text{Cos.} (A - A')} = 2a \text{Cos.} \tfrac{1}{2} (A - A')$$

$$\text{Tang.}\, A_{,} = \frac{\text{Sin.}\, A + \text{Sin.}\, A'}{\text{Cos.}\, A + \text{Cos.}\, A'} = \text{Tg.}\, \tfrac{1}{2}(A + A') \text{ oder } A_{,} = \tfrac{1}{2}(A +$$

Hier müssen wir nun zwei Fälle unterscheiden.

I. Ist nämlich für den ersten Fall $A' = A$, so sind beiden ersten einfachen Vibrationen

$$a\,\text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right] \text{ und } a'\,\text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right]$$

da nicht nur $a = a'$, sondern auch $A = A'$ ist, in nichts verschieden oder sie sind unter sich ganz identisch, wie die Wellen (β) und (ζ). Für diesen ersten Fall ist aber

Fig. 171.

$$a_{,} = 2a \text{ und } A_{,} = A,$$

also die dritte oder zusammengesetzte Welle

$$2a\ \text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right],$$

oder die zusammengesetzte Welle hat (wegen $A_{,} = A$) ihren gröfsten Werth an derselben Stelle, wie jede der den einfachen, und das Maximum der zusammengesetzten doppelt so grofs, als das jeder einfachen.

II. Ist aber für den zweiten Fall $A' = A \pm 180°$ oder $A' = A \pm \pi$, so geben die vorigen Gleichungen

$$a_{,} = 0,$$

d. h. das Maximum der zusammengesetzten Vibration ist Null oder: es hat für diesen Fall gar keine Vibration, also auch kein Licht statt.

Um diesen wichtigen Fall näher zu betrachten, wollen wir in dem Ausdrucke

$$y' = a'\,\text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right] = a\,\text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right]$$

der zweiten einfachen Vibration den gegenwärtigen Werth $A' = A \pm \pi$ substituiren, so dafs man also hat

$$y = a\,\text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}\ (\alpha t - x) + A \pm \pi\right]$$

oder, was dasselbe ist,

$$y = a\ \text{Sin.}\left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x \pm \tfrac{1}{2}\lambda) + A\right].$$

Allein dieses ist ganz und gar derselbe Ausdruck oder die

lbe Form, welche man erhält, wenn man in der ersten Vi-
ration

$$a \sin. \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right]$$

att x die Gröfse $x \mp \frac{1}{2}\lambda$ setzt.

Das heifst also: der Ausdruck der zweiten Vibration

$$a \sin. \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right]$$

, wenn man in ihm nach unserm zweiten Falle $A' = A \pm \pi$
tzt, ganz identisch mit dem Ausdrucke der ersten Vi-
ration

$$a \sin. \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right],$$

nn man nur in dieser ersten Vibration statt x die Gröfse
$\mp\frac{1}{2}\lambda$ setzt. Wenn also zwei gleichgrofse Wellen (in wel-
en nämlich $a = a'$ ist), von welchen aber die eine um $\frac{1}{2}\lambda$
ater der andern zurück oder vor ihr voraus ist, sich be-
gnen, so heben sie sich [da $a_{,} = 0$ ist] einander auf, und Fig. 171.
hat gar keine Vibration, also auch kein Licht in dem Orte
: Begegnung statt. Die Wellen (β) und (δ) oder auch (γ)
d (ε) sind in diesem Falle entgegengesetzt, da die Höhen
r einzelnen Elemente dieser Wellenpaare bei der einen
elle den Vertiefungen derselben bei der andern Welle ent-
echen und umgekehrt, so dafs für dasselbe Element die Or-
naten y in beiden Wellen überall dieselbe Gröfse und ent-
gengesetzte Zeichen haben. Eine jede Welle kann daher
rch eine andere völlig aufgehoben oder vernichtet werden,
nn beide dieselbe Länge λ haben, wenn sie in derselben
chtung fortschreiten, wenn ihre Maxima gleich sind, und
nn endlich die eine der andern um eine halbe Wellen-
ge vor oder nach geht. Da überdiefs die Beschleunigung
er Verzögerung von einer oder zwei oder auch mehrern
nzen Wellen ganz und gar keine Aenderung in der Wel-
bewegung hervorbringen kann, so wird man den so eben
altenen Satz noch allgemeiner so stellen können, dafs die
ei mit den erwähnten Eigenschaften versehenen Wellen
in allen den Fällen aufheben oder zerstören, wenn ihre
genseitige Distanz $\frac{1}{2}\lambda$, $\frac{3}{2}\lambda$, $\frac{5}{2}\lambda$ .. oder überhaupt $\frac{2n+1}{2}\lambda$

beträgt, wo n die natürlichen Zahlen 1, 2, 3 . . . bezei
net. In dieser Zerstörung der Wellen oder in dieser ge
seitigen Aufhebung des Lichts besteht aber die *Interfe*
(§. 16.) desselben, und wir haben bereits oben (§. 10.)
merkt, dafs auch bei den Schallwellen in der Luft analoge
scheinungen statt haben, so wie wir auch später (§. 22.) w
der auf denselben Gegenstand zurückkommen werden, wo
Intensität des interferirten Lichts untersucht werden soll.

In allen übrigen Fällen, welche zwischen jenen beiden (
$A = A$ und wo $A' = A + \pi$ ist) in der Mitte liegen, fi
man, dafs c oder das Maximum der zusammengesetzten W
immer kleiner ist als 2a oder 2b, das heifst, immer kl
ner als das doppelte Maximum jeder der zwei einfac
Wellen.

III. Seyen demnach, um das Vorhergehende zur beq
men Uebersicht zusammenzunehmen, die beiden einfac
Wellen

$$y = a \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) \text{ und } y' = a' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right]$$

wo wir die erste Constante A gleich Null gesetzt haben,
die Gröfse A′ allein schon die Verschiedenheit der Pha
beider Wellen hinlänglich ausdrückt, und sey, um noch m
abzukürzen, der Winkel

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) = \omega,$$

so dafs demnach die beiden einfachen Wellen sind

$$y = a . \operatorname{Sin.} \omega \text{ und } y' = a' \operatorname{Sin.} (\omega + A'),$$

so hat man für die aus ihnen zusammengesetzte Welle

$$y_{,} = a . \operatorname{Sin.} (\omega + A_{,}),$$

wo die Gröfsen $a_{,}$ und $A_{,}$ durch folgende Gleichungen be
stimmt werden:

$$a_{,} \operatorname{Sin.} A_{,} = a' \operatorname{Sin.} A' \text{ und } a_{,} \operatorname{Cos.} A_{,} = a + a' \operatorname{Cos.} A',$$

oder wo man hat

$$a_{,} = \sqrt{a^2 + a'^2 + 2 a a' \operatorname{Cos.} A'} \text{ und Tang. } A_{,} = \frac{a' \operatorname{Sin.} A'}{a + a' \operatorname{Cos.} A'}.$$

Man wird also immer jene zwei einfachen Gleichungen in
eine einzige $y_{,} = a_{,} \operatorname{Sin.} (\omega + A_{,})$ zusammensetzen könne

enn man nur die Gröfsen $a_,$ und $A_,$ den letzten Bedingungsleichungen gemäfs annimmt. Ebenso wird man auch umkehrt jede einzelne Welle $y_, = a_, \text{Sin.}(\omega + A_,)$ in zwei ndere

$$y = a \,\text{Sin.}\,\omega \text{ und } y' = a' \,\text{Sin.}\,(\omega + A')$$

erlegen können, wenn man nur die Gröfsen a und a' so animmt, dafs man hat

$$\left.\begin{array}{l} a = a_, \text{Cos. } A_, \\ a' = a_, \text{Sin. } A_, \end{array}\right\} \text{ oder auch } \left.\begin{array}{l} a = a_, \dfrac{\text{Sin.}(A' - A_,)}{\text{Sin. } A'} \\ a' = a_, \dfrac{\text{Sin. } A_,}{\text{Sin. } A'} \end{array}\right\},$$

obei der Winkel A' der beiden einfachen Wellen willkürh bleibt.

IV. Da das hier angewendete Verfahren ganz analog mit m des sogenannten Kräfteparallelogramms in der Mechanik , so sieht man, dafs, wenn zwei einfache Wellen in ihrer öfse und Lage durch zwei Seiten eines Parallelogramms dartellt werden, die aus ihnen zusammengesetzte Welle durch Diagonale dieses Parallelogramms gegeben seyn wird und gekehrt. Geht für den einfachsten Fall das Parallelogramm ein Rechteck über oder ist der Winkel $A' = 90° = {}^1 \pi$, wird man also die zwei einfachen Wellen

$$y = a \text{ Sin. } \omega \text{ und } y' = a' \text{ Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$

eine einzige $y_, = a_, \text{ Sin.}(\omega + A_,)$ zusammensetzen, wenn n die Gröfsen $a_,$ und $A_,$ den folgenden Gleichungen gemäfs mt:

$$\left.\begin{array}{l} a_, \text{Cos. } A_, = a \\ a_, \text{ Sin. } A_, = a' \end{array}\right\} \text{ oder } \left.\begin{array}{l} a_, = \sqrt{a^2 + a'^2} \\ \text{Tang.} A_, = \dfrac{a'}{a} \end{array}\right\}.$$

l ebenso wird man umgekehrt jede einzelne Welle

$$y_, = a_, \text{ Sin. } (\omega + A_,)$$

wei andere

$$y = a \,\text{Sin.}\,\omega \text{ und } y' = a' \,\text{Sin.}\,(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$

egen können, wenn man die Gröfsen a und a' den folgen- Ausdrücken gemäfs nimmt:

$$\left.\begin{aligned} a &= a_{,} \operatorname{Cos.} A_{,} \\ a' &= a_{,} \operatorname{Sin.} A_{,} \end{aligned}\right\}.$$

V. Von den übrigen besondern Fällen kann man folgende bemerken. Ist $A' = 0$ oder sind die beiden einfachen Wellen in derselben Phase, so hat man, wie aus (III) folgt, für die aus ihnen zusammengesetzte Welle $y_{,} = (a + a') \operatorname{Sin.} \omega$. Ist daher überdiefs $a' = -a$, so ist $y_{,} =$ Ist $A' = 180° = \pi$ oder sind die zwei einfachen Wellen ihren Phasen entgegengesetzt, so ist für die zusammengesetzte Welle $y_{,} = (a - a') \operatorname{Sin.} \omega$. Ist überdiefs $a' = a$, so $y_{,} = 0$.

Ist endlich bei den zwei einfachen Wellen in (III) Gröfse $a = a'$, so hat man $a_{,} = 2a \operatorname{Cos.} \frac{1}{2} A'$ und $A_{,} =$ und daher für die zusammengesetzte Welle

$$y_{,} = 2a \operatorname{Cos.} \tfrac{1}{2} A' \operatorname{Sin.} (\omega + \tfrac{1}{2} A').$$

Ist aber $a = -a'$, so erhält man $a_{,} = 2a \operatorname{Sin.} \frac{1}{2} A'$ $A_{,} = \frac{1}{2}(A' + \pi)$, also auch für die zusammengesetzte Welle

$$y_{,} = 2a \operatorname{Sin.} \tfrac{1}{2} A' \operatorname{Sin.} \left(\omega + \frac{A' + \pi}{2}\right).$$

20) Concurrenz mehrerer Wellen.

So wie wir im Vorhergehenden zwei Wellen combinirt haben, so wird man auch drei und mehrere derselben verbinden können. Sind z. B. diese drei Wellen

$$a \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right],$$

$$a' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A'\right],$$

$$a'' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A''\right],$$

so hat man für die Summe dieser Ausdrücke

$$(a \operatorname{Cos.} A + a' \operatorname{Cos.} A' + a'' \operatorname{Cos.} A'') \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

$$+ (a \operatorname{Sin.} A + a' \operatorname{Sin.} A' + a'' \operatorname{Sin.} A'') \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

und dieser Summe kann man auch folgende Gestalt geben

$$F \,\text{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + G \,\text{Cos.}\, \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x);$$

en letzten Ausdruck endlich kann man wieder gleich
en

$$a_{,} \,\text{Sin.}\, \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A_{,}\right],$$

n man nämlich die Gröfsen $a_{,}$ und $A_{,}$ nach §. 18. I. so an-
mt, dafs man hat

$$F = a_{,} \,\text{Cos.}\, A_{,} \text{ und } G = a_{,} \,\text{Sin.}\, A_{,},$$

r, was dasselbe ist,

$$a_{,} = \sqrt{F^2 + G^2} \text{ und Tang. } A_{,} = \frac{G}{F}.$$

n sieht, wie man dieses auf eine unbestimmte Anzahl von
ncidirenden Wellen fortsetzen kann. Ist diese Anzahl un-
llich grofs und sind, wie man mit Recht annehmen kann,
e einzelnen Wellen (d. h. ihre gröfsten Werthe a, a', a''..)
e unendlich klein, so dafs man diese Gröfsen a, a', a''...
Differentialgröfsen betrachten kann, so werden die Gröfsen
und G der Natur der Sache nach durch die Integralrech-
g gegeben werden, und dann wird man die Endresultate $a_{,}$
l $A_{,}$ ganz, wie zuvor, bestimmen.

I. Wenn nur eine einzige Welle (des Schalls durch die
ft oder des Lichts durch den Aether gehend) angenommen
d, so kann natürlich von einer Interferenz keine Rede
n. Allein so wie eine einzelne Schallwelle keinen Ton,
wird auch eine einzelne Lichtwelle noch kein Licht, we-
stens kein für unseren Gesichtssinn merkbares Licht her-
bringen. Auch betrachtet man aus dieser Ursache in der
ustik sowohl, als auch in der Optik immer eine Aufein-
derfolge von mehreren Wellen, die aus demselben oder auch
s mehrern Mittelpuncten ausgehn.

II. Der gröfste Werth einer jeden Vibration oder die soge-
nnte *Gröfse der Welle* oder auch die *Amplitüde* derselben
. 6.), das heifst, der Werth der vorigen Gröfsen a, a', a''..,
rd, streng genommen, auch nicht bei den einander näch-
n, aus einem Mittelpuncte kommenden sphärischen Wellen
ich grofs seyn. Es ist oben (§. 6 und 7.) gezeigt worden,
fs diese Amplitüde, von welcher die Intensität (des Schalls

oder des Lichts) abhängt, bei sphärischen Wellen im unbe-
grenzten Raume sich wie verkehrt das Quadrat des Halbmes-
sers der Welle verhält. Diesem gemäſs wird man also an
eine *vollkommene Interferenz* des Lichts nicht annehmen kön-
nen. Aber es ist klar, daſs in einiger Entfernung von den
Mittelpuncten die einander nächsten Wellen doch wenigstens
ungemein wenig in ihrer Gröſse oder Amplitüde verschieden
seyn werden, so daſs eine vollkommene Gleichsetzung der-
selben für unsere Sinne keinen bemerkbaren Fehler erzeugen
kann.

III. Bei der Luft ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit
des Schalls, wie wir oben gesehn haben, im Allgemeinen für
alle Wellenlängen λ dieselbe. Man hat anfangs bei dem Ae-
ther dieselbe Voraussetzung für die Lichtwellen gemacht, allein
man fand sich im Verfolge genauerer Untersuchungen genöthi-
gen, diese Hypothese für die Undulation des Lichts in
vielen besondern Fällen unstatthaft aufzugeben. Wir werden
weiter unten wieder auf diesen Gegenstand zurückkommen.
Hier wird es genügen zu bemerken, daſs zwei Ausdrücke
von der Form

$$a \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + A\right] \text{ und } a' \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda'}(\alpha' t - x) + A'\right]$$

in welchen die Gröſsen α und α', also auch, wegen der
allgemeinen Gleichung $\lambda = \alpha\tau$, die Gröſsen λ und λ' ver-
schieden sind, nicht auf einen einzigen Ausdruck von dersel-
ben Form gebracht werden können, auſser wenn man anneh-
men wollte, daſs zwischen den letzten vier Gröſsen das Ver-
hältniſs

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\lambda}{\lambda'}$$

statt fände, zu welcher Annahme man aber keinen Grund
geben könnte.

IV. Nehmen wir nun eine Reihe von einfachen Wellen
von folgender Form an:

$$\left.\begin{array}{l} y = a \operatorname{Sin.}(\omega + A) \\ y' = a' \operatorname{Sin.}(\omega + A') \\ y'' = a'' \operatorname{Sin.}(\omega + A'') \\ \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot \\ y^n = a^n \operatorname{Sin.}(\omega + A^n) \end{array}\right\} \ldots (1)$$

wieder der Kürze wegen $\omega = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$ gesetzt wird.
jede dieser einfachen Wellen

$$a \, \mathrm{Sin.}(\omega + A)$$

nach §. 19. IV. in zwei andere

$$a \, \mathrm{Cos.} A \, . \, \mathrm{Sin.} \omega \text{ und } a \, \mathrm{Sin.} A \, . \, \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$

legen läfst, deren Phasen um $\frac{1}{2}\pi$ verschieden sind, so wird auch statt jener gegebenen Wellen die folgenden Wellpaare setzen können:

$$y = a \, \mathrm{Cos.} \, A \, . \, \mathrm{Sin.} \omega + a \, \mathrm{Sin.} A \, . \, \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$
$$y' = a' \mathrm{Cos.} \, A' . \mathrm{Sin.} \omega + a' \, \mathrm{Sin.} A' \, . \, \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$
$$y'' = a'' \mathrm{Cos.} \, A'' . \mathrm{Sin.} \omega + a'' \, \mathrm{Sin.} A'' . \, \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$
$$y^n = a^n \, \mathrm{Cos.} \, A^n \, . \, \mathrm{Sin.} \omega + a^n \, \mathrm{Sin.} A^n . \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi).$$

t man aber der Kürze wegen

$$\Sigma . a \, \mathrm{Cos.} \, A = a \, \mathrm{Cos.} A + a' \, \mathrm{Cos.} \, A' + a'' \, \mathrm{Cos.} \, A'' + \ldots$$

$$\Sigma . a \, \mathrm{Sin.} \, A = a \, \mathrm{Sin.} A + a' \mathrm{Sin.} \, A' + a'' \, \mathrm{Sin.} \, A'' + \ldots,$$

rhält man für die Summe aller vorhergehenden Wellen- den Ausdruck

$$\Sigma . a \, \mathrm{Cos.} \, A \, . \, \mathrm{Sin.} \omega + \Sigma . a \, \mathrm{Sin.} \, A \, . \, \mathrm{Sin.}(\omega + \tfrac{1}{2}\pi)$$

diese Doppelwelle läfst sich wieder nach §. 19. IV. auf folgende einfache Welle

$$y_{,} = a_{,} \, \mathrm{Sin.}(\omega + A_{,}) \ldots . \quad (2)$$

kführen, wenn man die beiden Gröfsen $a_{,}$ und $A_{,}$ so t, dafs man hat

$$a_{,} = \sqrt{(\Sigma . a \, \mathrm{Sin.} \, A)^2 + (\Sigma . a \, \mathrm{Cos.} \, A)^2}$$

$$\mathrm{Tang.} \, A_{,} = \frac{\Sigma . a \, \mathrm{Sin.} \, A}{\Sigma . a \, \mathrm{Cos.} \, A},$$

fs demnach alle vorhergehenden, durch die Gleichungen orgestellten Wellen auf die einzige Welle (2) zurückge- werden können, die der Summe von jenen gleichbedeu- ist.

) Verhalten der durch kleine Oeffnungen dringenden Lichtwellen.

Eine grofse Anzahl von aufeinander folgenden, ähnli- sphärischen Lichtwellen bewegen sich gegen den ebenen

Schirm AB, in welchem eine kleine Oeffnung ab angeb[racht] ist; man suche die Gröfse der Schwingung (oder die A[mpli]tüde der Vibration) für irgend einen Punct M des Halb[mes]ses, den man auf der andern Seite des Schirms aus dem [Mit]telpuncte C der Oeffnung beschrieben hat. Nimmt ma[n die] Oberflächen der sphärischen Wellen in der Nähe der [Oeff]nung ab als kleine, dem Schirme selbst parallele Ebene[n], und nennt man CM = r den Halbmesser des Kreises, Ca = Cb den Halbmesser der Oeffnung und endlich den Winkel BCM = [Θ], so kann man sich den Durchmesser ab der Oeffnung in [eine] grofse Menge gleicher Theile getheilt vorstellen. Sey Cx eines dieser Theilchen und ∂x die Breite desselben, [so hat] man

Fig. 191.

$$Mx = \sqrt{r^2 + x^2 - 2rx \cos.\Theta}.$$

Wenn nun eine Welle bei der Oeffnung ab ankomm[t,] wird jedes von jenen kleinen Theilchen an der Oeffnung [eine] divergirende Welle erzeugen, die für alle Werthe von Θ [die]selbe Intensität hat. Denn wenn es sich von Schallwell[en in] der Luft handelte, und wenn eine Anzahl $\alpha\beta$ von Luft[theil]chen der Oeffnung ab zugetrieben würde, so würde d[adurch] die Luft in der Oeffnung verdichtet werden, und diese V[er]dichtung würde eine neue Luftwelle erzeugen, die für [alle] Werthe von Θ dieselbe Intensität hätte. Dasselbe w[erden] wir also auch für den Aether annehmen können. Ebenso [wer]den wir die Gröfse der Schwingung oder die Amplitüde [der] Vibration, im Aether wie in der Luft, der Entfernung [um]verkehrt proportional annehmen, wenn die Welle den P[unct] M der Peripherie unseres Kreises erreicht hat. Da nun die kleinen Wellen, die in den verschiedenen Puncten [der] Oeffnung ab erzeugt werden, in derselben Phase (§. 1[8.] Ende) stehn, so wird für jede derselben die Gleichung g[elten]

$$\partial y = \frac{a.\partial x}{Mx} \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - Mx),$$

wenn man, wie es hier offenbar erlaubt ist, die const[ante] Gröfse A der Gleichung (D) des §. 18. wegläfst, da die[se] auf die gegenwärtige Untersuchung ohne weitern Einfluſs [ist.] Löst man aber den vorhergehenden Ausdruck von Mx [auf,] so findet man

$$Mx = r - x \operatorname{Cos.} \Theta + \frac{x^2}{2r} . \operatorname{Sin.}^2 \Theta + \ldots$$

aber x so klein gegen den Halbmesser r des Kreises, dafs n die Gröfse $\frac{x^2}{2r}$ ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann, hat man

$$\partial y = \frac{a . \partial x}{Mx} \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r + x \operatorname{Cos.} \Theta)$$

d davon ist das Integral

$$y = a \int \frac{\partial x}{Mx} \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r + x \operatorname{Cos.} \Theta)$$

der auch, da der Werth von Mx für eine sehr kleine Oeffng sehr nahe constant oder gleich $MC = r$ ist,

$$y = \frac{a}{r} \int \partial x \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r + x \operatorname{Cos.} \Theta).$$

hrt man diese Integration aus, so erhält man

$$y = -\frac{a\lambda}{2r\pi \operatorname{Cos.} \Theta} \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r + x \operatorname{Cos.} \Theta)$$

d nimmt man, wie es die Natur der Aufgabe mit sich ngt, dieses Integral von $x = -b$ bis $x = +b$, so erhält n für den gesuchten Werth von y

$$= \frac{a\lambda}{2r\pi \operatorname{Cos.}\Theta} \left[\operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r - b \operatorname{Cos.} \Theta) - \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r + b \operatorname{Cos.} \Theta) \right]$$

d dieser Ausdruck läfst sich auch so schreiben

$$y = \frac{a\lambda}{r\pi \operatorname{Cos.} \Theta} . \operatorname{Sin.} \frac{2b\pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - r) \ldots (2)$$

ese Gleichung (2) giebt aber, wenn man sie mit der allmeinen Gleichung (D) zusammenstellt, eine Welle, deren nplitüde a′ gleich ist

$$a' = \frac{a\lambda}{r\pi \operatorname{Cos.} \Theta} . \operatorname{Sin.} \frac{2b\pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} .$$

eses vorausgesetzt wollen wir nun zwei Fälle unterscheiden.

I. Sey für den ersten Fall die Wellenlänge λ gröfser, der Radius b der Oeffnung; dieses ist der Fall für die *hallwellen*, wo wir oben (§. 2. II.) gesehn haben, dafs die

Länge dieser Wellen für den tiefsten uns noch hörbaren über 32 Par. Fuſs und selbst für den höchsten Ton noch Duod.-Zoll beträgt. Für diesen Fall wird also der Bogen

$$\frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda}$$

immer sehr klein und daher nur sehr wenig von seinem S verschieden seyn, wenn man nur, wie wir vorausgesetzt ben, die Oeffnung des Schirms selbst ungemein klein sin Für die Schallwellen hat man daher die Amplitüde

$$a' = \frac{a \lambda}{r \pi \operatorname{Cos.} \Theta} \cdot \frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} = \frac{2 a b}{r},$$

so daſs also a' eine von Θ ganz unabhängige Gröſse ist, daſs, wenn Schallwellen durch die kleine Oeffnung Schirms dringen, das Ohr dieselben in *allen* Puncten Kreisumfanges AMB oder nach allen Richtungen Θ gleich hören wird, so lange nur die Entfernung r des Ohrs von Oeffnung dieselbe bleibt, wie dieses auch der Erfahrung kommen gemäſs ist.

II. Ist aber für den zweiten Fall die Gröſse λ viel k ner als b, wie dieses bei dem Lichte von allen Farben, der oben (§. 17.) gegebenen Tafel, zutrifft, so ist für Punct N der Kreisperipherie, welcher der Oeffnung nahe recht gegenübersteht, der Winkel Θ nahe gleich 90°, Cos. Θ nahe gleich Null, also auch

$$\operatorname{Sin.} \frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} \text{ nahe gleich } \frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda},$$

so daſs daher die Amplitüde a" für die in N auffallen Lichtwellen den Werth erhält

$$a'' = \frac{a \lambda}{r \pi \operatorname{Cos.} \Theta} \cdot \frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} = \frac{2 a b}{r},$$

wie zuvor für die Schallwellen. Für alle andere Puncte Peripherie aber ist diese Amplitüde gleich Null, so oft

$$\frac{2 b \pi \operatorname{Cos.} \Theta}{\lambda} = \pm \pi \text{ oder } = \pm 2\pi \text{ oder } = \pm 3\pi \text{ u. s. w.}$$

das heiſst, so oft

$$\operatorname{Cos.} \Theta = \pm \frac{\lambda}{2 b} \text{ oder } = \pm \frac{2 \lambda}{2 b} \text{ oder } = \pm \frac{3 \lambda}{2 b} \text{ u. s. w.}$$

ird. Es giebt also in der Peripherie zu beiden Seiten des ınctes N eine Folge von Puncten, wo gar kein Licht, son- rn völlige Finsternifs herrscht, und dieser Puncte sind desto ehr, je kleiner λ gegen b ist. Zwischen diesen ganz fin- ern Puncten giebt es allerdings wieder mehrere lichte Puncte, er sie sind alle viel schwächer beleuchtet, als der oben be- ıchtete Punct N. In der That wird man für die noch am irksten beleuchteten dieser mittleren Puncte sehr nahe

$$\text{Sin.}\ \frac{2\,b\,\pi\,\text{Cos.}\,\Theta}{\lambda} = \pm 1$$

tzen, so dafs daher die Amplitüde derselben

$$a'' = \frac{a\,\lambda}{r\,\pi\,\text{Cos.}\,\Theta}$$

n wird. Da aber (nach §. 7.) die Intensität der Beleuch- g sich wie das Quadrat der Amplitüde der Schwingung hält, so hat man, wenn I diese Intensität für den Punct und I' die Intensität für alle andere Orte der Peripherie, sie noch am gröfsten ist, bezeichnet,

$$I : I' = \left(\frac{2\,a\,b}{r}\right)^2 : \left(\frac{a\,\lambda}{r\,\pi\,\text{Cos.}\,\Theta}\right)^2,$$

r es ist

$$\frac{I'}{I} = \frac{\lambda^2}{4\,b^2\,\pi^2\,\text{Cos.}^2\,\Theta},$$

sehr kleine Gröfse, so lange nur Θ etwas von 90° ver- ieden ist. Nach der Tafel des §. 17. hat man z. B. für fses Licht im Mittel $\lambda = 0{,}0005$ Millimeter. Ist also z. B. Halbmesser b der Oeffnung ein Millimeter (oder 0,44 Par. d.-Linie), so ist auch

$$\frac{I'}{I} = \frac{0{,}0000000063}{\text{Cos.}^2\,\Theta}.$$

eine gegen die Einheit immer äufserst geringe Gröfse, so e nicht Cos. Θ sehr nahe an Null ist. Daraus folgt nach, dafs blofs in dem der Oeffnung ab senkrecht nüberstehenden Puncte N des Kreisumfangs eine be- bare Intensität der Beleuchtung statt hat, während alle re Puncte des Kreises sehr nahe in totaler Finsternifs n.

III. Diese Folgerung ist für die Undulationslehre von der gröfsten Wichtigkeit, da durch sie der vorzüglichste Einwurf, welcher ihr von ihren Gegnern gemacht worden ist, vollstän-dig widerlegt wird. Man hat nämlich eingewendet, dafs das Licht, wenn es, wie der Schall, durch Wellen verbreitet werden sollte, sich auch, wie der Schall, nach allen Rich-tungen von der Oeffnung ab gleichförmig ausbreiten müsse, da man doch im Gegentheile sähe, dafs ein durch eine kleine Oeffnung eines verfinsterten Zimmers eindringendes Licht nur die dieser Oeffnung in der Richtung des Lichtes gegenüber liegenden Puncte, keineswegs aber nach Art des Schalls das ganze Zimmer erfülle. Die Widerlegung dieses scheinbar so starken Einwurfs liegt aber, wie man aus dem Vorhergehen-den sieht, darin, dafs die Wellen des Lichtes unvergleichbar kleiner sind als die des Schalls, und die hier aufgestellte Theo-rie zeigt deutlich, dafs diese beiden Erscheinungen sich kei-neswegs widersprechen und dafs, aus demselben Grunde, der Schall sich nach allen Seiten, das Licht aber nur in einer einzigen Richtung, die zugleich die Richtung der Fortpflan-zung der Lichtwellen ist, für unsere Sinne bemerkbar fort-pflanzen kann.

IV. Im Vorhergehenden wurden die zweiten und hö-hern Potenzen der sehr kleinen Gröfse x vernachlässigt. Man sieht aber leicht, dafs, wenn man auch diese höheren Poten-zen noch mitgenommen hätte, dadurch unsere vorhergehende Folgerung keine wesentliche Aenderung erleiden könnte. Man würde nämlich für den ersten Fall oder für die Schallwellen ganz und gar dasselbe Resultat gefunden haben und für den zweiten Fall würden blofs diejenigen Puncte zu beiden Sei-ten von N, wo eine völlige Finsternifs und wo noch eine, obschon immer äufserst schwache, gröfste Beleuchtung herrscht, etwas weniges aus ihren Stellen vor- oder rückwärts gescho-ben werden, was alles in unsern obigen Schlüssen nichts än-dern kann.

V. Noch läfst sich aus dem Vorhergehenden eine an-dere wichtige Folgerung ziehn. Bei unserer Unkenntnifs des Gesetzes der Intensität, nach welchem sich die aus einem Mit-telpuncte kommenden sphärischen Lichtwellen in verschiede-nen Richtungen fortpflanzen, haben wir in der einfachsten

pothese angenommen, dafs diese Intensität für alle Rich-
gen dieselbe sey. Obschon diese Annahme nicht unmit-
ar bewiesen werden konnte, so wird sie doch durch die
Lösung unsers letzten Problems vollkommen bestätigt. Wir
en nämlich gefunden, dafs, wenn die Länge λ der Welle
en den Halbmesser b der Oeffnung sehr klein ist, eine un-
Sinnen noch merkbare Intensität des Lichts blofs in der-
gen Richtung statt hat, in welcher sich die Lichtwelle
t, ehe sie jene Oeffnung errreichte, fortgepflanzt hat, was
auch den Beobachtungen vollkommen gemäfs ist. Das-
würde aber auch noch der Fall seyn, wenn die Inten-
des Lichtes nicht constant, sondern irgend eine Function
Winkels Θ wäre, welchen es mit der ursprünglichen
tung der Welle macht. Da nämlich die Intensität blofs
$\Theta = 90^0$ für uns noch merkbar ist, so werden wir jene
tion nur so annehmen dürfen, dafs sie in der Nähe von
90^0 sich nur nicht schnell ändert und dafs sie, wenn
Winkel Θ kleiner wird, rasch abnimmt.

VI. Das Vorhergehende setzt ebenfalls voraus, dafs die
wellen sich in allen Richtungen mit derselben Geschwin-
it fortpflanzen und dafs auch die Richtung der Bewe-
aller jener kleinen Wellen, die durch die Oeffnung a b
mit der auf der Ebene des Schirms senkrechten Rich-
der ursprünglichen grofsen Welle identisch ist. Denn
rch die Oeffnung ab gehende Theil der grofsen Welle
htet nur denjenigen Theil des Halbkreises, welcher senk-
über ab steht, und wenn man diese Oeffnung ver-
ssen und dafür den Schirm an einer andern Stelle öff-
ollte, so würde wieder nur derjenige Theil des hinter
chirme befindlichen Raumes beleuchtet werden, welcher
neuen Oeffnung senkrecht gegenüber steht. Eben durch
Erfahrungen ist man aber auf die zuerst aufgestellte Hy-
e der Emanation oder der geradlinigen Ausströmung des
s gekommen, die sich auch allerdings durch ihre Ein-
it vor allen andern darbieten mufste.

Intensität des durch Spiegel interferirten Lichts.

Wir haben bereits oben (§. 19.) gesehn, dafs zwei aus

derselben Quelle kommende Lichtstrahlen sich in ihrem Lich[illegible]
gegenseitig bald verstärken, bald auch schwächen, ja sog[illegible]
einander ganz aufheben können. Wir wollen nun sehn, wi[illegible]
man den Grad dieser Intensität des Lichtes, der durch d[illegible]
Concurrenz zweier solcher Strahlen entsteht, genauer bestim[illegible]
men kann. Nehmen wir an, daſs von dem leuchtenden Pun[illegible] (Fig. 192.)
A eine Reihe von divergirenden Lichtwellen ausgehe und a[illegible]
zwei Planspiegel BC und CD falle, die nur um einen se[illegible]
kleinen Winkel ω gegen einander geneigt sind, so daſs beid[illegible]
zusammen sehr nahe in eine und dieselbe Ebene fallen. Sey
C die Projection der geraden, auf der Ebene der Zeichnun[illegible]
senkrechten Linie, in welcher sich diese zwei Spiegel schnei[illegible]
den, und EF ein ebenfalls auf der Zeichnungsebene sen[illegible]
recht stehender Schirm, der das von den beiden Spiegeln [illegible]
flectirte Licht auffängt, ganz so, wie wir dieses oben (§. [illegible]
Fig. 188.) angenommen haben. Dieses vorausgesetzt se[illegible]
das (durch die gewöhnlichen Regeln der Katoptrik bei e[illegible]
nen Spiegeln bestimmte) Bild von A, wie es von dem Sp[illegible]
gel BC entworfen wird, und ebenso H das durch den Sp[illegible]
gel CD erzeugte Bild desselben Lichtpunctes A, so daſs [illegible]
also annehmen kann, das Licht komme nicht sowohl von d[illegible]
sem Puncte A, als vielmehr von den beiden Puncten G u[illegible]
H dieser zwei Bilder. Die von dem ersten Spiegel BC [illegible]
rückgeworfenen Lichtwellen werden sich (nach §. 12.) ve[illegible]
halten, als ob sie aus dem Mittelpuncte G ausgegangen [illegible]
ren, und die Entfernung jedes Elements M einer sol[illegible]
Welle von G wird immer gleich seyn der Summe der E[illegible]
fernungen NM und NA, wenn N den Punct des Spiegels [illegible]
bezeichnet, in welchem der von A kommende Lichtstrahl a[illegible]
fällt und von welchem dieser Strahl nach dem Puncte M [illegible]
Schirms EF zurückgeworfen wird. Es ist nämlich, wie a[illegible]
den ersten Elementen der Optik folgt, $NM = GN$ [illegible]
ebenso $AN = GN$, also auch $AN + NM = GM$.

Nehmen wir ferner an, daſs die von dem bloſs imag[illegible]
ren Puncte G entstehende Welle in demselben Augenbli[illegible]
aus diesem Puncte G ausgehe, in welchem die wahre W[illegible]
aus dem Lichtpuncte A entspringt, und daſs sie auch die[illegible]
Intensität des Lichtes habe. Ganz ebenso soll auch die [illegible]
dere, von dem zweiten Spiegel CD kommende Welle [illegible]
dem imaginären Puncte H in demselben Augenblicke und

rselben Intensität ausgehn, mit welcher die wahre Welle
n A ausgeht, so dafs also das hier aufzulösende Problem
entlich in der Bestimmung der Intensität zweier Lichtwel-
besteht, die in derselben Zeit und mit derselben Intensi-
von den beiden Mittelpuncten G und H, ausgehn und
h, wenn sie dem Schirm EF begegnen, unter einander ver-
schen. Zu diesem Zwecke sey L der mittlere Punct der
e beiden Puncte verbindenden Geraden GH und O der
nct des Schirms, in welchem die Gerade LC verlängert
n Schirme begegnet. Setzen wir die Linien $AC = f$ und
$)=g$, so ist, wie man sofort sieht, der Winkel $GCH = 2\omega$,
d da $GC = AC = HC$ ist, so steht CL senkrecht auf GH
d halbirt den Winkel GCH, so dafs man also hat

$$GL = HL = f \operatorname{Sin.} \omega$$

l

$$LO = f \operatorname{Cos.} \omega + g.$$

nmt man nun die Gröfse oder die Amplitüde jeder Welle
Entfernung derselben von ihrem Mittelpuncte verkehrt pro-
tional an, so wird man für jeden dem Puncte O des
irms sehr nahen Punct M, unserer allgemeinen Gleichung
des §. 18. zufolge, den Ausdruck haben

$$y' = \frac{a}{GM} \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - GM + A).$$

aber die Veränderungen in der Länge der Linie GM un-
r Voraussetzung gemäfs nur sehr klein seyn können, so
d man in dieser Gleichung links vom Sinuszeichen statt
l die constante Gröfse LO, die sehr nahe gleich $f + g$ ist,
en können, so dafs man daher hat

$$y' = \frac{a}{f + g} . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - GM + A),$$

wieder α und A die zwei oben (§. 18.) eingeführten Con-
ten bezeichnen. Auf ganz dieselbe Weise wird man auch
die von dem Mittelpuncte H ausgehende Lichtwelle haben

$$y'' = \frac{a}{f + g} \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - HM + A),$$

die Constante A in beiden Gleichungen für y und y' die-
e seyn mufs, weil die Wellen von den beiden Puncten
nd H, der obigen Voraussetzung gemäfs, in demselben

Augenblicke ausgehn, also auch für jede gegebene Zeit in derselben Phase sind. Wenn nun diese beiden Wellen sich in dem dem Puncte O sehr nahen Puncte M des Schirms begegnen, so wird man für die aus dieser Begegnung entspringende Welle den Ausdruck haben $y = y' + y''$ oder

$$y = \frac{a}{f+g}\left\{ \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - GM + A) + \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - HM + A) \right\}$$

welche Gleichung auch so geschrieben werden kann:

$$y = \frac{2a}{f+g} \text{Cos.} \frac{\pi}{\lambda}(GM - HM) . \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - \frac{GM+HM}{2} + A\right).$$

Da nun nach dem Vorhergehenden die Intensität des Lichts sich wie das Quadrat der Amplitüde der Welle verhält und da nach §. 18. Gleichung (D) die Amplitüde gleich dem Factor der trigonometrischen Function dieser Gleichung d. i. gleich dem gröſsten Werthe der Gröſse y ist, so wird man für die Intensität I dieser vermischten oder dieser Doppelwelle den Ausdruck haben

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2} \text{Cos.}^2 \frac{\pi}{\lambda} (GM - HM).$$

Um diese Gleichung weiter zu reduciren, bemerken wir, daſs man hat

$$GM^2 = LO^2 + (GL + OM)^2$$

oder, was dasselbe ist,

$$GM^2 = (f \text{Cos.} \omega + g)^2 + (f \text{Sin.} \omega + OM)^2,$$

wofür man annähernd setzen kann

$$GM = f \text{Cos.} \omega + g + \tfrac{1}{2} . \frac{(f \text{Sin.} \omega + OM)^2}{f \text{Cos.} \omega + g}.$$

Ganz auf dieselbe Art erhält man auch

$$HM = f \text{Cos.} \omega + g + \tfrac{1}{2} . \frac{(f \text{Sin.} \omega - OM)^2}{f \text{Cos.} \omega + g}.$$

Die Differenz dieser beiden Gröſsen ist daher

$$GM - HM = \frac{2 f \text{Sin.} \omega . OM}{f \text{Cos.} \omega + g},$$

oder, da der Winkel ω immer nur äuſserst klein ist,

$$GM - HM = \frac{2 f . OM . \text{Sin.} \omega}{f + g}.$$

aben daher für die Intensität der Doppelwelle d. h. Lichtstärke in dem Puncte M des Schirms

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2} \text{Cos.}^2 \left(\frac{2\pi . OM}{\lambda} . \frac{f \text{Sin.} \omega}{f+g} \right) \ldots \quad (E)$$

Ausdruck für I variirt also je nach den verschiedenen des Punctes M gegen den fixen Punct O des Schirms. hten wir einige dieser Lagen besonders.

. Wenn M mit dem Puncte O der verlängerten Linie sammenfällt, so ist OM gleich Null und die Glei- (E) giebt

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2}$$

dieses ist zugleich der *gröfste Werth*, den die Licht- der Doppelwelle auf dem Schirme erhalten kann.

II. Wenn M von dem fixen Puncte O zu beiden Sei- des letztern sich entfernt, so dafs man z. B. hat

$$OM = \pm \frac{f+g}{f \text{ Sin.} \omega} . \frac{\lambda}{4},$$

ird der Winkel $\frac{2\pi . OM}{\lambda} . \frac{f \text{Sin.} \omega}{f+g} = \pm \frac{1}{2}\pi$, also der us dieses Winkels gleich Null, also ist auch für diesen

$$I = 0,$$

die Intensität des Lichts verschwindet für diesen Punct Schirms, der daher ganz dunkel oder lichtlos ist.

III. Nimmt man aber den Punct M so, dafs man hat

$$OM = \pm \frac{f+g}{f \text{ Sin.} \omega} . \frac{\lambda}{2},$$

wird jener Winkel gleich $\pm \pi$ und daher

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2}$$

die Intensität des Lichtes in diesem Puncte hat wieder n gröfsten Werth, wie in I oder wie für $OM = 0$.

IV. Nehmen wir ferner M so an, dafs man hat

$$OM = \pm \frac{f+g}{f \text{ Sin.} \omega} . \frac{3\lambda}{4},$$

so wird der erwähnte Winkel gleich $\pm \frac{3\pi}{2}$ und daher

$$I = 0,$$

oder dieser Punct ist wieder ganz finster, wie der in II.

V. Nimmt man endlich allgemein den Punct M so, dafs man hat

$$OM = \pm 2n . \frac{f+g}{f \,\mathrm{Sin.}\,\omega} . \frac{\lambda}{4},$$

wo n irgend eine ganze und gerade Zahl bezeichnet, so ist jener Winkel gleich $n\pi$ und daher

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2},$$

oder I hat seinen gröfsten Werth, wie in (I).

Ist aber

$$OM = \pm (2n+1) . \frac{f+g}{f \,\mathrm{Sin.}\,\omega} . \frac{\lambda}{4},$$

so ist jener Winkel gleich $(2n+1)\frac{\pi}{2}$, oder I hat seinen kleinsten Werth $I = 0$ und der Punct M ist ganz lichtlos. Dieses gilt von den Puncten des gröfsten und kleinsten Lichts. Zwischen diesen Puncten nimmt aber die Intensität des Lichts stufenweise ab oder zu. Man sieht daher, übereinstimmend mit dem, was bereits oben (§. 16.) gesagt worden, dafs es auf dem Schirme von dem fixen Puncte O aus in der Geraden IK eine Reihe von äquidistanten Puncten geben wird, wo die Stärke der Beleuchtung abwechselnd am gröfsten und am kleinsten ist, dafs der Punct O selbst einer der meisten beleuchteten ist, und dafs endlich alle Puncte der kleinsten Beleuchtung ganz ohne Licht oder völlig dunkel seyn werden. Da aber der Schirm als eine auf der Ebene der Zeichnung (des Papiers) senkrecht stehende Tafel angenommen worden ist, so sieht man, dafs es noch mehrere solche gerade Linien mit abwechselnder Beleuchtung geben wird, die alle der IK parallel in der Ebene des Schirms liegen. Diese Linien haben je nach dem verschiedenen Neigungswinkel der Spiegel auch verschiedene Breiten und werden die *Streifen* (*Franges*, *Fringes*) genannt. Aus den vorhergehenden Werthen von OM folgt, dafs, wenn die Gröfse (f

die Distanz LO des Bildes der Spiegel von dem Schirm
ıen ist, die Breite OM des Streifens, für jede bestimmte
:, sich verkehrt wie f Sin. ω oder verkehrt wie GH ver-
so dafs, je näher sich die beiden Bilder G und H der
n Spiegel kommen, desto gröfser auch die Breite der
fen seyn wird.

VI. In dem Vorhergehenden wurde, der Kürze und
ern Einfachheit wegen, die Reflexionsebene AEBCDF
echt auf die Durchschnittslinie der beiden Spiegel ange-
nen. Allein man sieht ohne Rechnung, dafs eine Nei-
der Spiegel gegen die Ebene der Zeichnung die oben
ıdenen Resultate im Allgemeinen nicht ändern wird.

VII. Im Obigen wurde durchaus nur gleichartiges Licht
sgesetzt, z. B. das zusammengesetzte weifse Sonnenlicht.
rs würde sich die Sache verhalten, wenn die zwei Strah-
um deren Mischung es sich hier handelt, z. B. von ein-
n verschieden gefärbten Strahlen des Sonnenlichts oder
zwei verschiedenen unserer künstlichen Lichter kä-
In solchen Fällen mufs aber das Licht als aus ver-
lenen Wellen zusammengesetzt betrachtet werden, deren
einen besondern Werth für die Gröfse λ hat, wie wir
(§. 17.) gesehn haben.

VIII. So lange daher nur von gleichartigem Lichte die
ist oder so lange bei den beiden aus G und H kom-
en Wellen die Längen λ derselben auch die nämlichen
he haben, so ist, wie wir gesehn haben, für den fixen
O die Intensität des Lichts am gröfsten und gleich

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2},$$

es auch der Werth dieser den beiden Wellen gemein-
lichen Gröfse λ seyn mag. In diesem Puncte O wird da-
uch die Intensität der blofsen rothen oder der blofsen
n Strahlen u. s. w. jede für sich, so wie dann auch die
ität des ganzen zusammengesetzten oder weifsen Son-
hts am gröfsten seyn, weil der letzte Ausdruck von I
unabhängig von λ ist. Da nun überhaupt die Beleuch-
ines jeden Lichtes gleich dem Quadrate der beleuchten-
raft a desselben, dividirt durch das Quadrat $(f+g)^2$ der

Entfernung des Lichts von dem beleuchteten Körper i
wird jener fixe Punct O des Schirms von den gesamm
färbten Sonnenstrahlen viermal stärker durch die beiden
spiegel BC und CD erleuchtet werden, als wenn da
des Punctes A nur mittelst eines einzigen dieser beiden
gel auf den Schirm reflectirt worden wäre. Kein
Punct des Schirms erfreut sich dieses Vortheiles, denn
man die Länge einer Welle z. B. für das violette Licht
λ', für das indigofarbne durch λ'', für das blaue durch
bezeichnet und wenn man den Werth von a für diese F
in derselben Ordnung durch a', a'', a'''. . ausdrückt und
z. B. den Punct M betrachtet, dessen Entfernung vo
fixen Puncte, wie oben in III.

$$OM = \frac{f+g}{f \,\text{Sin.}\, \omega} \cdot \frac{\lambda'}{2}$$

ist, so erhält man, nach dem Vorhergehenden, für die
sität des violetten Lichts

$$I' = \frac{4a'^2}{(f+g)^2},$$

für das indigofarbne

$$I'' = \frac{4a''^2}{(f+g)^2} \cdot \text{Cos.}^2 \frac{\pi\lambda'}{\lambda''},$$

für das blaue

$$I''' = \frac{4a'''^2}{(f+g)^2} \cdot \text{Cos.}^2 \frac{\pi\lambda'}{\lambda'''} \text{ u. s. w.}$$

Wenn aber diese farbigen Lichtarten nur von einem ein
Spiegel nach dem Puncte M des Schirms, ohne Mischung
ohne Interferenz derselben, wären zurückgeworfen word
würde man für die Intensitäten der Beleuchtung des Pun
M erhalten haben

$$\frac{4a'^2}{(f+g)^2}, \quad \frac{4a''^2}{(f+g)^2}, \quad \frac{4a'''^2}{(f+g)^2} \text{ u. s. w.}$$

und diese Ausdrücke sind von den vorhergehenden oft
verschieden. Daraus folgt demnach, daſs die verschied
einzelnen Farbenlichter nicht in demselben Verhältnisse
mischt sind, wie in dem ursprünglichen Lichte, und
wenn z. B. das aus dem Puncte A ausströmende Licht wei
Sonnenlicht ist, kein Punct des Schirms, auſser jenem f

ıcte O, wieder mit reinem weifsen Lichte beleuchtet seyn
d. In der That, die Breite der erwähnten hellen und
klen Streifen des Schirms wird für jede einzelne Farbe des
nenlichts dem dieser Farbe entsprechenden Werthe von λ
portional seyn. Die Streifen des violetten Lichts werden
er enger seyn, als die des grünen, die des grünen en-
als die des gelben u. s. w. Aber der durch den Punct O
ende Streifen besteht aus allen jenen gefärbten Streifen, de-
jeder die gröfste Intensität seiner ihm eigenthümlichen Be-
htung hat. In diesen Streifen wird also eine *vollkommene*
chung *aller* Farben des Sonnenlichtes statt haben; in dem
hstfolgenden Streifen, zu beiden Seiten von jenem, wird
r nahe noch eine ebenso vollkommene Abwesenheit des
htes, sehr nahe eine völlige Dunkelheit herrschen; in dem
en oder in dem nächstkommenden hellen Streifen wird
rothe Licht bereits etwas über die andern Farben heraus-
in, und noch mehr wird dieses in den später folgenden
ten Streifen der Fall seyn, wo das rothe Licht über das
gefarbne, das orangefarbne über das gelbe u. s. w. her-
eten und gleichsam darüber wegfliefsen wird, so dafs
r diese von dem fixen Puncte O mehr und mehr entfern-
Streifen auch mehr und mehr gefärbt erscheinen werden,
rend der durch O gehende Streifen in dem hellsten wei-
Lichte glänzt. Nach der in §. 17. gegebenen Tafel für
Längen der einzelnen gefärbten Lichtwellen sollen die hel-
Streifen auf ihrer äufseren, von O abgekehrten Seite roth
auf ihrem inneren Rande violett erscheinen, was auch
kommen mit den Beobachtungen übereinstimmt. In grö-
n Entfernungen von O wird sich der breitere rothe Rand
Aufsenseite mit dem ebenfalls breitern blauen Rande der
nseite der nächsten Streifen immer mehr und mehr mi-
, die ganz lichtlosen Streifen werden immer enger und
ger finster werden und endlich ganz aufhören, so dafs, in
beträchtlichen Entfernung von O, nicht nur die dunk-
treifen verschwinden, sondern auch die einzelnen Farben
ichten Streifen sich in solchem Mafse unter einander mi-
werden, dafs das Auge im Allgemeinen nur noch eine
gleichförmig beleuchtete weifse Stelle des Schirms be-
en kann, was ebenfalls Alles den Beobachtungen voll-
nen gemäfs ist. Ueberhaupt können diese Streifen immer

dann nicht mehr gesehn werden, wenn der eine von den b
Lichtströmen, deren Coincidenz jene Erscheinungen v
sachte, einen Weg zurückgelegt hat, der um mehrere W
von λ von dem Wege des andern Stromes verschiede
Gebraucht man weifses Sonnenlicht bei diesen Experim
so verschwinden jene Streifen, sobald der Weg des
Strahls um zehn oder zwölf Werthe von λ gröfser oder
ner ist, als der Weg des andern.

IX. Diese Gröfse λ ist, wie wir oben (§. 17.) ge
haben, für alle Arten von Licht ungemein klein, so d
uns wohl immer unmöglich gewesen seyn würde, den w
Werth derselben zu messen. Allein der Winkel ω der
den Spiegel kann offenbar so klein gemacht werden, als
nur immer will, oder mit andern Worten, der Werth
Gröfse

$$\frac{f+g}{f \text{ Sin. } \omega} . \lambda$$

kann so grofs gemacht werden, als es uns gefällt, und
liegt die Möglichkeit, jene kleinen Werthe von λ noch
rer Messung zu unterwerfen, wie wir dieses bereits
(§. 17.) gesagt haben. Auch ist schon in dem Vorherge
den erwähnt worden, dafs diese ebenso einfache als su
che Erklärung der Interferenz des Lichtes zugleich den sc
sten Beweis für die Richtigkeit der Undulationstheorie g
Wenn einer der beiden Lichtstrahlen durch einen und
sichtigen Körper aufgehalten oder unterbrochen wird, so
schwindet sofort das ganze Phänomen der Interferenz und
jene früher dunkeln Streifen werden sofort wieder licht.
ist wohl für sich klar, dafs man diese Erscheinungen d
die Emanations- oder Emissionstheorie, wie man diese
auch wenden und drehn mag, nie auf eine einfache und
nügende Weise erklären wird, und man kann auch nicht
sehn, wie irgend eine andere Theorie, aufser jener der U
dulation, davon eine befriedigende Rechenschaft geben kön

23) Intensität des interferirten Lichts durc Prismen.

Fig. 193. Nehmen wir nun an, dafs von dem leuchtenden Punct
eine Reihe von divergirenden Wellen ausgehe, die auf

ma BCD fallen, dessen beide Seiten BC und CD unter gleich sind und mit der dritten Seite BD den sehr klei- Winkel ω bilden, welches wird die Intensität des Lich- in den verschiedenen Puncten des Schirms EF seyn, wo von dem Prisma gebrochenen Lichtströme sich vermi- en? Wir haben oben (§. 12.) gesehn, dafs bei der Bre- ng des Lichts, wenn es z. B. aus der Luft in Glas über- , der Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Re- ionswinkels sich verhält, wie die Geschwindigkeit des ts in der Luft zu der Geschwindigkeit desselben im Glase. eichnet man das Verhältnifs dieser beiden Geschwindig- en der Kürze wegen durch μ, so ist μ gröfser als die Ein- , weil nach §. 12. VIII. die Geschwindigkeit des Lichts den dichteren Mitteln kleiner ist, als in den dünneren. es vorausgesetzt hat man (wenn die Buchstaben dieser r eine analoge Bedeutung mit denen der unmittelbar vor- ehenden Figur haben) sehr nahe

$$AG = AH = AC.(\mu - 1).\mathrm{Sin}.\omega = (\mu - 1) f \,\mathrm{Sin}.\omega.$$

n in §. 22., wo die Interferenz des Lichts durch die Re- on desselben von zwei Planspiegeln erzeugt wurde, hat- wir für den Werth der Linie GL = LH oder, was hier, ler Punct A mit L zusammenfällt, dasselbe ist, für den th der Linie

$$GA = AH = f \,\mathrm{Sin}.\omega,$$

is daher sofort folgt, dafs die Antwort auf die gegen- ge Frage gegeben seyn wird, wenn man in der Formel . 22. statt f Sin. ω die Gröfse $(\mu - 1) f \,\mathrm{Sin}.\omega$ setzt, so man daher sogleich für die hier zu suchende Intensität I ichtes den Ausdruck erhält

$$= \frac{4a^2}{(f+g)^2} \mathrm{Cos.}^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} . \frac{(\mu - 1) f \,\mathrm{Sin}.\omega}{f+g} . OM \right) \ldots (E')$$

us dieser Gleichung wird man ganz ähnliche Folgerun- wie aus der Gleichung (E) des §. 22. ableiten. So er- wir z. B. für die Breite der hellen und dunklen Strei- er Fransen auf dem Schirm EF den Ausdruck

$$\frac{(f+g)}{(\mu - 1) f \,\mathrm{Sin}.\omega} . \frac{\lambda}{4},$$

s also hier die Distanzen der Mittelpuncte der hellen und

dunklen Streifen nicht mehr (wie in §. 22. IX.) blofs von
sondern vielmehr von der Gröfse

$$\frac{\lambda}{\mu - 1}$$

abhängen. Allein μ variirt bekanntlich mit λ, da μ am grö-
ten ist für die kleinsten λ und umgekehrt durch die ganze
Reihe des Farbenspectrums. Die Breiten dieser Streifen sind
also von denen des §. 22. etwas verschieden und nicht un-
gleich und die oben erwähnte Mischung der Farben, zugleich
mit der Verschwindung der dunklen Streifen, hat schon für
kleinere Distanzen von dem Puncte O statt, als in §. 22.

24) Intensität des interferirten Lichts, wenn einer der beiden Lichtströme durch einen diaphanen Körper geht.

Setzen wir nun voraus, dafs von dem nach §. 22 und
23. interferirten Lichte einer der beiden Lichtströme durch
eine Glasplatte geht, deren beide Seiten unter sich parallel
sind. Sey für den Fall des §. 22., wo die Interferenz durch
zwei Spiegel erzeugt wird, PQ diese Glasplatte und Δ die
Dicke derselben. Da das Verhältnifs der Geschwindigkeit
des Lichts in der Luft zu der im Glase durch μ bezeichnet
wird, so wird man den Weg des durch die Glasplatte gehen-
den Lichtstroms, der ohne dieses Glas gleich LO seyn würde,
jetzt nur gleich

Fig. 192.

$$\mathrm{LO} + (\mu - 1).\Delta$$

setzen, um auf diesen Durchgang des Lichts durch das Glas
Rücksicht zu nehmen. Nun hatten wir oben (§. 22) für die
Intensität I den Ausdruck erhalten

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2}\,\mathrm{Cos.}^2\frac{\pi}{\lambda}(\mathrm{GM} - \mathrm{HM}),$$

also wird man auch hier, bei dem Durchgange des Lichts
durch die Platte, haben

$$I = \frac{4a^2}{(f+g)^2}\,\mathrm{Cos.}^2\frac{\pi}{\lambda}\,[\mathrm{GM} - \mathrm{HM} - (\mu - 1)\Delta],$$

oder, wenn dieser Ausdruck, wie der analoge des §. 22 re-
ducirt wird,

$$= \frac{4a^2}{(f+g)^2} \text{Cos.}^2 \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{f \text{Sin.} \omega}{f+g} OM - \frac{\mu - 1}{2} . \Delta \right) \ldots (E'')$$

andelt man diese Gleichung, wie zuvor die Gleichung des §. 22., so sieht man, dafs jetzt die Orte der gröfs- Intensität oder der stärksten Beleuchtung erhalten werden, n man die Gröfse

$$\frac{f \text{Sin.} \omega}{f+g} OM - \frac{\mu - 1}{2} \Delta$$

der Reihe gleich

$$0 \text{ oder } \pm \frac{\lambda}{2} \text{ oder } \pm \lambda \text{ u. s. w.}$$

t, das heifst, wenn man annimmt

$$OM = \frac{f+g}{2 f \text{Sin.} \omega} (\mu - 1) \Delta,$$

r

$$= \frac{f+g}{2 f \text{Sin.} \omega} [(\mu - 1) \Delta \pm \lambda],$$

r

$$= \frac{f+g}{2 f \text{Sin.} \omega} [(\mu - 1) \Delta \pm 2\lambda] \text{ u. s. w.}$$

I. Wenn nun die Gröfse $\mu - 1$ für alle Farben des nenspectrums denselben Werth hätte, so würden die letz- Ausdrücke mit denen des §. 22. I., II., III. .. völlig einstimmen, nur würde die Breite der Fransen jetzt gleich

$$\frac{f+g}{2 f \text{Sin.} \omega} (\mu - 1) \Delta$$

l. Das ganze System dieser Fransen würde daher durch Interposition der Glasplatte blofs die Aenderung erleiden, es etwas näher an den oberen Punct K oder F des Schirms ckt würde. Da aber $\mu - 1$ für verschiedene Farben auch er That verschiedene, wenn gleich nur wenig verschiedene the hat, so wird nebst jener Veränderung des gan- Systems auch noch eine geringe Aenderung in der Breite Colorirung der Fransen eintreten; Aenderungen übrigens, alle vollständig durch Hülfe der letzten Gleichung (E″) mmt werden können.

II. Man sieht leicht, dafs man, wenn zu diesem Ex-

periment eine Platte von ganz gemeinem Glase genommen wird, die beiden Längen des Weges der zwei Lichtströme

$$GM \text{ und } HM + (\mu - 1)\Delta$$

wegen der ungemein kleinen Gröfse λ für jeden Punct der Tafel zwischen I und K um mehrere Multipla von λ verschie-den erhalten müsse, da eine solche Glasplatte in jedem ihrer Puncte eine andere Dicke hat. In diesem Falle würde man also nur gemischtes weifses Licht und durchaus keine Fransen sehn. Man kann sich aber dadurch helfen, dafs man eine an beiden Seiten nahe parallele und dünne Spiegelscheibe in Stücke bricht und das eine dieser Stücke in den einen, das andere aber in den andern der beiden Lichtströme hält. Bes-ser noch wird man das eine dieser Stücke auf den Lichtstrahl senkrecht halten, während man das andere gegen den zweiten Lichtstrahl unter einer kleinen Neigung stellt, und dann diese Neigung des letztern Stücks so lange ändern, bis jene Fransen ganz rein erscheinen. Die schiefe Stellung des zweiten Stücks gegen den zweiten Lichtstrom hat nämlich die Wirkung, als ob dieses zweite Stück an Dicke etwas zugenom-men hätte, bis es die gewünschte Wirkung hervorbringt.

D. Farbige Kreise.

25) Erscheinungen der farbigen Kreise.

Aufser dem erwähnten Experimente mit zwei nur gegen einander geneigten Spiegeln giebt es noch eine Menge anderer Versuche, bei welchen ebenfalls jene würdigen hellen und dunklen Streifen erscheinen. Sie ren eigentlich alle zu dem Capitel von der Interferenz Lichtes, von der sie als eine blofse Folge zu betrachten Zur bequemeren Uebersicht wollen wir sie aber besonders trachten und in zwei Classen eintheilen, deren erste die bigen Ringe begreift, die bei dem Durchgange des durch sehr dünne Körper entstehn, während die zweite alle diejenigen Phänomene umfassen soll, die bei dem gange des Lichts durch sehr kleine Oeffnungen statt Phänomene, die unter der Benennung der *Diffraction* der *Beugung*) des Lichtes bekannt sind.

Der Apparat, den Newton zur Beobachtung der

:h ihm benannten Ringe gebrauchte, bestand aus einem Spie-
glas, dessen Seiten parallel sind, und aus einer plancon-
:en Glaslinse von grofsem Krümmungshalbmesser (von nahe
ıdert Fufs Länge). Wenn man die convexe Seite der Linse
en das Spiegelglas sanft andrückt und auf den Berührungs-
nct beider Gläser z. B. rothes Sonnenlicht (das man durch
bekannte Brechung des weifsen Lichts durch ein Prisma
ält) fallen läfst, so sieht das Auge in O, wenn es auf der- Fig. 194.
ıen Seite der Gläser, wie die Sonne S steht, in dem Be-
rungspuncte der Gläser einen schwarzen runden Flecken,
diesen Flecken aber einen rothen Ring, um diesen Ring
eder einen schwarzen, dann einen rothen Ring u. s. w.
:se Ringe werden also von dem Auge in O durch *Re-*
ion gesehn. Steht aber das Auge in O′ auf der der Sonne
enüberliegenden Seite der Gläser, wo es die von den Glä-
ı *gebrochenen* Strahlen erhält, so sieht es in dem Berüh-
gspuncte einen runden, rothen Flecken, um denselben ei-
dunklen Kreis, um diesen wieder einen rothen Kreis u. s. w.
h ist hier die dunkle, so wie auch die rothe Farbe nicht
ebhaft, wie in der ersten Lage O des Auges.

Es würde schwer seyn, die veränderliche Dicke der sehr
nen Luftschicht unmittelbar zu messen, die zwischen den
len Gläsern enthalten ist. Aber dafür lassen sich die Halb-
ser jener Ringe desto genauer messen und daraus kann
die Dicke der Schichten leicht durch Rechnung ableiten.
nämlich $eq = x$ die Dicke der Luftschicht für den Punct
od $de = cq = r$ der Halbmesser eines Rings, so wie R
Krümmungshalbmesser der convexen Seite der Linse, so
man aus der bekannten Eigenschaft des Kreises

$$r^2 = x(2R - x)$$

, da x gegen 2R nur sehr klein ist, nahe

$$r^2 = 2R.x,$$

lafs also die Dicke der Schichten für dieselbe Linse dem
drate des Halbmessers des Rings proportionirt ist. New-
, der diese Versuche zuerst anstellte, fand, dafs die Qua-
: der Halbmesser der aufeinander folgenden rothen Ringe
wie die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . verhalten und
ler schwarzen wie die geraden Zahlen 0, 2, 4, 6 . . .,
n er dieselben aus O oder durch Reflexion betrachtete.

Aus dem Puncte O' aber, durch Refraction betrachtet, fand er umgekehrt die Quadrate der Halbmesser der rothen Ringe gleich 0, 2, 4, 6 . . und die der schwarzen 1, 3, 5, 7 . ., so dafs also, auch die Dicke der Luftschicht zwischen den beiden Gläsern nach dem Vorhergehenden in demselben Verhältnisse steht. Ganz dieselben Verhältnisse fand er auch für jeden andern einfachgefärbten Strahl, so wie, wenn statt der Luft eine andere Flüssigkeit, z. B. Wasser, zwischen die Gläser gebracht wurde, obschon der absolute Werth der Zahlen eines jeden Ringes für jede Farbe und für jede Flüssigkeit ein anderer ist. In derselben Flüssigkeit sind z. B. die Ringe der rothen Farbe gröfser, als die der violetten, und für dieselbe Farbe verhalten sich die Dicken der Luft- und Wasserschichten desselben (z. B. des dritten Rings) wie sich die Sinus des Einfalls- und des Refractionswinkels bei dem Übergange des Lichts aus der Luft in das Wasser verhalten. Läfst man endlich, statt des bisher gebrauchten einfachen Regenbogen, das zusammengesetzte weifse Sonnenlicht auf die Gläser fallen, so sieht man zwar noch jene Ringe, aber unter ihnen keine schwarzen mehr, sondern man erblickt nur die in allen Farben des Regenbogens schimmernden oder die bunten Ringe, wie sie in der Reihe des prismatischen Spectrums auf einander folgen, was nach NEWTON blofs der Superposition der verschiedenen Farben dieses Spectrums zuzuschreiben ist. Je näher übrigens das Sonnenlicht Sd senkrecht auf die Gläser fällt, desto kleiner, heller und schärfer begrenzt sind jene Ringe, da sie im Gegentheil für schief auffallende Strahlen gröfser und matter gefärbt erscheinen.

I. Aehnliche Erscheinungen findet man auch in den natürlichen Krystallen, wenn sie in ihrem Innern dünne, mit Luft oder andern Flüssigkeiten gefüllte Spalten haben, ferner in dünnen Schichten von Wasser, Weingeist, Oel u. dgl., womit man einen glatten, dunklen Körper überzieht, so wie an dünnen Fischschuppen, an den Wänden fein ausgeblasener Glaskugeln, und selbst an den dünnen Oxydschichten, die sich an polirtem Stahl oder Kupfer während einer starken Erhitzung bilden. Diese Farben erscheinen sowohl im durchgehenden als auch im reflectirten Licht und sie ändern sich mit der Natur und Dicke der Plättchen und mit dem Einfallswinkel des Lichtes. Besonders lebhaft wird dieses Farbenspiel

kt, wenn man auf die Oberfläche des Wassers einen klei- Tropfen Terpentinöl herabfallen läfst und sich so stellt, man den Himmel darin abgespiegelt sieht. Das Oel ver- et sich schnell auf der Oberfläche des Wassers und bildet sehr dünne Schicht, die durch die schnelle Verdunstung er dünner wird. Am deutlichsten endlich sieht man s Hervorgehn der Farben selbst aus farblosen Körpern die Aenderungen dieser Farben mit der Dicke der Körper den gewöhnlichen *Seifenblasen*. Diese sehn anfangs ganz slich aus, nehmen aber bald, wie ihre Wände dünner len, verschiedene lebhafte Farben an, die auch beständig hseln, wenn durch die Vergröfserung der Blase die Dicke Wand immer mehr abnimmt. Wenn sie dem Zerplatzen ist, so erscheint in ihrem höchsten, dem Halme näch- Theile (wenn der Blasende den Halm senkrecht von sich ein schwarzer Punct, und um ihn reihen sich irisirende Kreise in symmetrischer Ordnung [1].

II. Man sieht ohne Erinnerung schon aus dem ange- en Beispiele, dafs es zur Erzeugung jenes Farbenspieles nöthig ist, die Schicht irgend eines flüssigen Mittels hen zwei Glasplatten einzuschliefsen, da sich dieselben n auch und zwar noch lebhafter zeigen, so oft ein sehr es Blättchen eines festen Körpers in der Luft (oder in d einer anderen Flüssigkeit) dem Lichte ausgesetzt wird. eint ein solches Blättchen bei einer bestimmten Dicke x, Beispiel im rothen Lichte, so wird es bei der Dicke 5x, 7x . . durch Reflexion wieder roth, obschon immer icher erscheinen, je mehr diese Dicke zunimmt. Uebri- ändert sich der Werth von x mit der Brechbarkeit (Far-

---

1 Neuerdings ist vorgeschlagen worden, in einer etwa 4 bis 6 Unzen er haltenden Flasche von hellem Glase ein kleines Stückchen in etwa 2 Unzen Wasser aufzulösen, die Luft aus dem Glase Sieden zu entfernen und die luftleere Flasche fest zu verkor- nd zu verpichen. Wird die Auflösung erwärmt und geschüt- so bildet sich eine Blase die zuweilen während 12 und mehre- tunden nicht platzt, und die Kreise vortrefflich zeigt. Taucht die Oeffnung eines grofsen Weinglases oder kleinen Bierglases ifenwasser, so erhält man nach dem Herausziehn und Umkehren eine Blase mit herrlichen Kreisen.

be) des Lichts und mit dem Brechungsverhältniſs des B
chens in Beziehung auf das es umgebende Mittel.

III. Um die Dicke dieser Körper, bei welcher sie
Lichterscheinungen erzeugen, näher kennen zu lernen,
Newton mittelst seines oben erwähnten Apparats für das
schen Orange und Gelb in die Mitte fallende Sonnenlich
Dicke x der Luftschicht zwischen den beiden Gläsern a
Stelle des fünften schwarzen Rings, dessen Halbmesser
engl. Zoll betrug,

$$x = \frac{1}{17800} = 0{,}0000562 \text{ Zoll}$$

oder $x = 0{,}001427$ Millimeter. Da aber die Dicke an
Stelle des fünften dunklen Rings, nach dem Vorhergehen
gleich $10X$ ist, wo X die Dicke derselben Farbe für de
sten dieser Ringe bezeichnet, so ist die Dicke der Schich
der Stelle des ersten gelborangefarbnen Lichts

$$X = 0{,}0001427 \text{ Millimeter.}$$

Für das äuſserste Roth fand er ebenso $X = 0{,}000161$ un
das äuſserste Violett $X = 0{,}000101$.

26) Erklärung dieser Erscheinung nach New

Dieser groſse Physiker, der die von Huyghens, sei
Zeitgenossen, aufgestellte und vertheidigte Undulationsth
des Lichtes durchaus nicht annehmen wollte, suchte jene
scheinungen durch eine eigens von ihm zu diesem Zw
ausgedachte Eigenschaft des Lichtes zu erklären. Nach
soll das Licht eine Disposition besitzen, vermöge dere
bald den anziehenden, bald wieder den abstoſsenden Kr
der Körper, die es auf seinem Laufe trifft, leichter zu fo
geneigt ist. Er nannte dieses *Anwandelungen* (*accessus*;
accès) des Lichts zur Refraction und zur Reflexion. Die A
wandlung des Lichts zur Refraction (zum Durchgang d
andere Körper) soll ihr Maximum erreichen, wenn die D
des Körpers $0, 2x, 4x, 6x$ .. beträgt, und die Anwandl
zur Reflexion soll bei der Dicke $x, 3x, 5x$.. des Körpers
gröſsten seyn, so daſs also der Weg $2x$ die Periode ang
in welcher der Lichtstrahl alle Phasen seiner doppelten A

idlung zurücklegt, daher er auch die Gröſse $2x$ die Länge
r Anwandlung genannt hat. Fällt ein farbiger Lichtstrahl
ein dünnes Blättchen, dessen Dicke $2x$, $4x$, $6x$.. ist,
elangt er an die Hinterseite des Blatts genau in derselben
e, mit welcher er an die Vorderseite kam; wenn er da-
vorhin durchging, so wird er auch jetzt durchgehn, und
Blättchen wird daher im reflectirten Lichte *schwarz* er-
inen. Ist aber die Dicke des Blättchens x, $3x$, $5x$..., so
det sich nach Newton jeder durch die Vorderseite ge-
ene Lichtstrahl bei seiner Ankunft an der Rückseite in
r der vorigen entgegengesetzten Phase der Anwandlung.
nun der Strahl bei seinem Eintritte in einer Anwand-
zum Durchgange, so wird er jetzt in einer An-
llung zum Reflex seyn und daher an der Hinterseite,
von einem Spiegel, zurückgeworfen werden. Dieser
kgeworfene Strahl gelangt dann abermals an die Vorder-
des Blatts mit der Anwandlung zum Durchgange, da der
e Weg, den er von der ersten bis zur zweiten und von
rieder bis zur ersten Seite zurückgelegt hat, gleich
$+ 6x + 10x + ..$, also ein gerades Vielfache von x
Vermöge dieser Zurückwerfung an der Hinterseite und
r Refraction auf der Vorderseite wird daher der Strahl
er in das Auge des Beobachters gelangen und das Blätt-
wird ihm *gefärbt* erscheinen.

So sinnreich diese Erklärung auch erscheinen mag, so wird
diese Anwandlung des Lichts durch keine andere Er-
nung bestätigt, sondern sie steht nur als eine isolirte Hy-
se ohne weitere Verbindung mit der Natur da, um jene
omene der Farbenringe so gut, als es eben angeht, zu
ern. Es erscheint sonderbar und gewagt, dem Lichte
entgegengesetzte Eigenschaften und überdieſs eine ab-
selnde Neigung, bald dieser, bald jener Eigenschaft den
g zu geben, anzudichten. Auch sieht man nicht, wie
mmt, daſs die Vorderseite des Mittels, die doch auch
Newton immer einen Theil des auffallenden Lichtes zu-
irft, ganz ohne Einfluſs auf diese Erscheinungen blei-
oll.

27) Erklärung dieser Erscheinungen nach Undulationstheorie.

In der Undulationstheorie lassen sich jene Erschein
sehr leicht darstellen, ohne dafs es nöthig wäre, dem L
irgend eine neue Eigenschaft anzudichten. Diese Erkl
läfst sich auf die zwei folgenden Puncte zurückführen.

I. Die durch Reflexion gesehenen Farbenringe ent
aus der *Interferenz* der auf der Vorder- und auf der R
des Blättchens (oder der Luftschicht) reflectirten Strahlen,
II. die durch Refraction gesehenen Farbenringe entstehen
der *Interferenz* der direct durch das Blättchen gebroch
und der von den beiden Seiten desselben reflectirten
dann durch Brechung in das Auge des Beobachters gel
Strahlen. Ehe wir dieses näher zeigen, wollen wir die
pflanzung der Wellen in flüssigen Mitteln im Allgemeinen
trachten. Wenn das elastische Mittel durchaus dieselbe D
hat, so wird jede augenblickliche Erschütterung, die ein T
chen dieses Mediums erhält, sogleich dem nächstfolg
Theilchen mitgetheilt werden, und dann wird das erste T
chen in Ruhe bleiben, wenn es anders nicht durch
tere Einwirkung äufserer Kräfte in fortgesetzter Beweg
halten wird, ganz ebenso, wie dieses bei zwei elasti
Kugeln von gleicher Gröfse der Fall ist, wenn die eine
selben sich gegen die zweite ruhende bewegt. Nach
Stofse wird die erste Kugel ruhn und die zweite wird
mit der Geschwindigkeit der ersten und in derselben R
tung bewegen, in welcher sich zuvor die erste bew
Seyen A und A′ diese zwei vollkommen elastischen K
A die bewegte und A′ die ruhende. Seyen m und m
Massen dieser beiden Kugeln und v die Geschwindigkeit
ersten Kugel A. Ist $m = m'$, so wird, wie man aus den
sten Gründen der Mechanik weifs, nach dem Stofse die K
A ruhen und A′ wird sich mit der Geschwindigkeit v in
Richtung der ersten Kugel weiter bewegen. Dieses ist
vorige Fall, in welchem bei einem gleich dichten elastisch
Medium alle Elemente desselben als gleichmäfsig zu betra
ten sind. Ist aber für einen zweiten Fall m gröfser als
so wird A durch den Stofs nicht mehr, wie zuvor, se
ganze Geschwindigkeit verlieren, sondern beide Kugeln w

ı in der *vorigen* Richtung gemeinschaftlich weiter be-
Ist endlich für einen dritten Fall m kleiner als m,
die erste Kugel A nicht nur ihre ganze Geschwin-
verlieren, sondern überdiefs noch eine andere in ent-
setzter Richtung erhalten, so dafs sich jetzt beide Ku-
verschiedenen Richtungen weiter bewegen werden.

ınden wir dieses auf unsern Gegenstand an, so wird
einem gleichdichten elastischen Mittel die Vibration
Welle von einem Elemente des Mittels zu dem an-
ergehn, und jedes dieser Elemente wird, sobald es
ibration an das nächstfolgende Element abgegeben hat,
verbleiben, wenn es anders nicht durch neue, auf
einwirkende Kräfte gestört wird. Wenn aber die
ıus einem Mittel in ein anderes von verschiedener
eit übertritt, so wird sie an der Grenze beider Mittel
lexion erleiden. Diese Reflexion aber kann doppelter
ı. Kommt, wie in unserm obigen zweiten Falle, die
ıs dem dichtern Mittel in das dünnere (z. B. aus Glas in
) behalten die Elemente des dichtern Mittels, die jetzt
ın des dünneren zusammenstofsen, nach diesem Stofse
ıen Theil ihrer frühern Geschwindigkeit und gehn auch
elben in der früheren Richtung fort. Wenn aber, wie
m obigen dritten Falle, die Welle aus dem dünneren
ı das dichtere (aus Luft in Glas) übergeht, so verlie-
Elemente des dünnern Mittels durch den Zusammen-
t denen des dichtern nicht nur ihre frühere Ge-
gkeit gänzlich, sondern sie erhalten noch von den
ı des dichtern Mittels eine Geschwindigkeit in einer
ȷen entgegengesetzten Richtung, so dafs sich jetzt die
der beiden Medien in entgegengesetzten Richtungen
oder dafs die Welle, die früher in dem dünnern Mit-
ırts ging, jetzt in dem dichtern Mittel rückwärts geht
ectirt wird.

ehn wir nun wieder zu dem vorhergehenden Appa-
TON's zurück und nehmen wir an, dafs z. B. das
he Licht, dessen Wellenlänge λ seyn mag, nahe senk-
die beiden Gläser falle, und dafs das Auge in O die
ılen durch Reflexion erhalte. Ist wieder x die Dicke
ichicht in dem betrachteten Puncte, so wird das an
ten Seite der Schicht reflectirte Licht den Weg 2x

mehr zurückgelegt haben, als das von der ersten Seite; es wird also in seiner Welle um $2x$ hinter diesem zurückbleiben, und da es aus dem dünneren in das dichtere Mittel reflectirt wird, so ändert die Vibrationsgeschwindigkeit an der zweiten Seite der Schicht ihr Zeichen. Dieses ist aber eben so viel, als ob diese Verzögerung $2x$ um eine halbe Welle oder um $\frac{1}{2}\lambda$ vermehrt worden wäre, so dafs also die interferirenden Lichtströme gegen einander um die Gröfse $2x + \frac{1}{2}\lambda$ abstehn werden, und daraus folgt, dafs beide in vollständiger Uebereinstimmung seyn werden, so oft die Gröfse x eines von den Gliedern der Reihe

$$\tfrac{1}{4}\lambda,\ \tfrac{3}{4}\lambda,\ \tfrac{5}{4}\lambda\ \ldots$$

ist oder so oft die Dicken der Luftschichten, die der Mitte der farbigen Kreise entsprechen, sich wie die Zahlen 1, 3, 5 verhalten. Im Gegentheile werden diese Lichtwellen in vollständiger Discordanz seyn, wenn x eines der Glieder der Reihe

$$\tfrac{2}{4}\lambda,\ \tfrac{4}{4}\lambda,\ \tfrac{6}{4}\lambda\ \ldots$$

ist oder wenn die Dicken der Luftschichten sich wie die geraden Zahlen 0, 2, 4, 6 .. verhalten, wo dann die Ringe schwarz erscheinen müssen.

II. Wenn aber das Auge in O′ die Strahlen vom Glase durch Refraction erhält, so wird das an den beiden inneren Wänden der Luftschicht zweimal zurückgeworfene Licht den Weg $2x$ mehr, als das durch das Glas rein gehende Licht zurücklegen; jene zwei Zurückwerfungen sind beide aus dem dünneren ins dichtere Mittel geschehn, daher sich die Zeichenänderungen der Vibrationsgeschwindigkeit an den beiden Seiten der Luftschicht gegenseitig aufheben, und der totale Rückstand der einen Welle über die andere $2x$ ist. Es wird also wieder Uebereinstimmung der Wellen bei ihrer Interferenz geben, so oft x eines der Glieder der Reihe

$$0,\ \tfrac{2}{4}\lambda,\ \tfrac{4}{4}\lambda,\ \tfrac{6}{4}\lambda\ \ldots$$

ist, und eine völlige Discordanz, so oft x eines der Glieder der Reihe

$$\tfrac{1}{4}\lambda,\ \tfrac{3}{4}\lambda,\ \tfrac{5}{4}\lambda\ \ldots$$

ist. Daraus folgt, dafs die Dicke der Luftschichten, die den Mitten der farbigen Ringe entsprechen, sich wie die ge-

len 0, 2, 4, 6 . . und die Dicken der schwarzen Ringe die ungeraden Zahlen 1, 3, 5, 7 . . verhalten müssen.

Diese einfache Erklärung stimmt vollkommen mit den behteten Erscheinungen überein, und aus ihr folgt noch unelbar, 1) dafs die kleinste Dicke einer Luftschicht oder ird eines dünnen körperlichen Blättchens, für welches ein immtes farbiges Licht die Anwandlung zur leichtesten Reon hat (um mit Newton's Ausdrücken zu reden), gleich ist, das heifst, gleich dem vierten Theile der Wellenlänge elben gefärbten Lichts, das sich in der Substanz dieser cht oder dieses Blättchens bewegt; 2) dafs diese Dicke, dieselbe Substanz, von einer Farbe zur andern sich wie Werth von λ für diese Farben ändert, dafs also diese e am gröfsten für die rothe und am kleinsten für die tte Farbe ist; 3) endlich dafs diese Dicke für dieselbe e von einer Substanz zur andern in demselben Verhältsich ändert, wie sich die Wellenlänge dieser Farben in den hiedenen Substanzen ändert, d. h. also in dem Verhältdes Sinus des Einfallswinkels zu dem Sinus des Reonswinkels, wenn das Licht aus der ersten dieser Suben in die zweite übergeht.

Nachdem wir nun in §. 25. die Erscheinungen der farbigen e und in §. 27. die allgemeine Erklärung derselben vorgen haben, wollen wir, wie dieses ebenfalls oben bei den neinen Phänomenen der Interferenz geschehn ist, die matische Analyse auf diesen Gegenstand anwenden, um ihn rch erst in sein volles Licht zu setzen.

8) Interferenz des mehrmals reflectirten Lichts.

Seyen BK und HM zwei parallele Glasplatten, die an inneren Seiten CK und EH nur sehr wenig von einentfernt sind. Von dem auf diese Platten fallenden strome AB wird ein Theil an der untern Seite CK der Platte und ein Theil an der obern Seite EH der un-Platte reflectirt. Wenn nun diese verschiedenen Theile, dem sie die Platte verlassen haben, interferiren, welches das Resultat dieser Interferenz seyn? Fig. 195.

Es werde der Strahl oder der Lichtstrom AB in der er-

sten Platte nach BC gebrochen. Von diesem in C ank menden Lichte werde ein Theil nach CD reflectirt, wäh der andere Theil nach CE auf die zweite Platte gebro wird. Dieser letzte in E ankommende Theil werde vo zweiten Platte wieder theilweise nach EF reflectirt und da theilweise nach FG in der ersten Platte gebrochen, w parallel mit CD ist. Es habe nun μ wieder dieselbe deutung, wie in §. 23., oder es sey

$$\mu = \frac{\text{Sinus des Einfallswinkels}}{\text{Sinus des Refractionswinkels}}$$

oder auch (nach §. 12. VIII.)

$$\mu = \frac{\text{Geschwindigkeit des Lichts in der Luft}}{\text{Geschwindigkeit des Lichts im Glase}}.$$

Zieht man FD senkrecht auf CD, so ist der Weg, w die eine Welle von C durch E nach F in der Luft be ben hat, gleich CE + EF, während der Weg, de andere Welle in der ersten Glasplatte von C bis D be ben hat, nach §. 12. X. durch μ.CD ausgedrückt Der Unterschied dieser beiden Wege ist also

$$CE + EF - \mu . CD.$$

Sey Δ die Distanz der innern Seiten der beiden Platte β der Einfallswinkel des Lichts in B, so wie γ der Refra winkel in F. Zieht man En senkrecht auf CK, so ist E und der Einfallswinkel CEn = nEF = β, so wie CF der Refractionswinkel, also hat man auch

$$CE = EF = \frac{\Delta}{\text{Cos.}\ \beta} \text{ und } CE + EF = \frac{2\Delta}{\text{Cos.}\ \beta}.$$

Weiter ist

$$Cn = Fn = \Delta \text{Tang.} \beta \text{ und } FC = 2\Delta \text{Tang.} \beta,$$

so wie

$$CD = FC \text{Sin.} \gamma = 2\Delta \text{Tang.} \beta \text{ Sin.} \gamma.$$

Jener Unterschied der Wege ist also

$$CE + EF - \mu . CD = \frac{2\Delta}{\text{Cos.}\ \beta} - 2\Delta\mu \text{Tang.} \beta \text{Sin.}$$

oder, da $\mu = \frac{\text{Sin.} \beta}{\text{Sin.} \gamma}$ ist,

$$CE + EF - \mu . CD = 2\Delta \text{Cos.} \beta.$$

rd demnach die Vibrationsgeschwindigkeit oder auch die
plitüde der Welle des in dem Glase von C nach D re-
irten Lichtes nach der Gleichung (D) des §. 18. durch

$$a \text{ Sin. } \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

gedrückt, wo die Distanz x durch den entsprechenden Weg
Lichts in der Luft gemessen wird, so wird die Vibra-
sgeschwindigkeit des von E nach F in der Luft reflectirten
hts durch

$$a' \text{ Sin. } \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x - 2\Delta \text{ Cos. } \beta)$$

gedrückt, und die Intensität dieser beiden Wellen, wenn
interferiren, wird durch die Intensität derjenigen Welle
estellt werden, die durch die Summe der beiden letzten
lrücke bezeichnet ist.

I. Allein wir haben bisher noch nicht dasjenige Licht
ichtet, das von F nach H reflectirt und dann in H wie-
zum Theil nach K reflectirt und in K wieder nach KL
ochen wird u. s. w. Es ist aber klar, dafs, wenn man
Kürze wegen $A = 2\Delta \text{ Cos. } \beta$ setzt, das in K reflectirte
t um die Gröfse 2A verspätet seyn wird und ebenso das
nächstfolgende um die Gröfse 3A u. s. w. Setzt man
as von Glas in Luft gehende Licht die Vibration gleich

$$a \text{ Sin. } \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

ird die ihr entsprechende reflectirte Vibration gleich

$$b . a \text{ Sin. } \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

ie die entsprechende refractirte Vibration gleich

$$c . a \text{ Sin. } \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

wo b und c constante Gröfsen bezeichnen. Nehmen wir nun
afs bei dem Uebergange des Lichts aus Luft in Glas der Factor
Sinus multiplicirt werden soll durch e für die reflectirte und
f für die refractirte Vibration, so hat man, wenn dieser Factor
as durch BC gehende Licht, wie oben, a heifst, für den
r des in C reflectirten Lichts ab, für den Factor des in

F gebrochenen Lichts $a c e f$, für den Factor des in K gebro-chenen Lichts $a c e^3 f$ u. s. w. Setzt man also der Kürze wegen

$$\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) = \varphi \text{ und } \frac{2\pi}{\lambda}.A = \frac{2\pi}{\lambda}.2\Delta \operatorname{Cos}.\beta = B,$$

so erhält man für die Summe aller dieser Vibrationen den Ausdruck

$$a b \operatorname{Sin}.\varphi + a c e f[\operatorname{Sin}.(\varphi - B) + e^2 \operatorname{Sin}.(\varphi - 2B) + e^4 \operatorname{Sin}.(\varphi - 3B) + e^6 \operatorname{Sin}.(\varphi - 4B) + ..]$$

oder auch nach einer bekannten Summation der letzten Reihe (§. 43. im Anf.)

$$a b \operatorname{Sin}.\varphi + a c e f.\frac{\operatorname{Sin}.(\varphi - B) - e^2 \operatorname{Sin}.\varphi}{1 - 2e^2 \operatorname{Cos}.B + e^4}.$$

II. Diese Summe aller bisher betrachteten einzelnen Vibrationen kann man aber ganz analog mit dem im §. 20 Gesagten wieder als eine einzige Vibration betrachten, welche die Form hat

$$F.\operatorname{Sin}.\varphi + G.\operatorname{Cos}.\varphi,$$

wo dann wieder die Gröſse $F^2 + G^2$ die *Intensität* des Lichtes in dem Puncte ausdrückt, wo alle jene einzelnen Wellen sich in der Interferenz begegnen. Nimmt man zwischen den Gröſsen e und f die Bedingungsgleichungen

$$b = -e \text{ und } c f = 1 - e^2,$$

wodurch die Bestimmung der Gröſsen F und G einfacher wird, so hat man, wenn man in dem vorhergehenden Ausdruck

$$a b \operatorname{Sin}.\varphi + a c e f.\frac{\operatorname{Sin}.(\varphi - B) - e^2 \operatorname{Sin}.\varphi}{1 - 2e^2 \operatorname{Cos}.B + e^4}$$

den Factor von $\operatorname{Sin}.\varphi$ gleich F und den von $\operatorname{Cos}.\varphi$ gleich G setzt, nach einer einfachen Entwickelung für diese Intensität $I = F^2 + G^2$ wie in §. 22. den Ausdruck

$$I = \frac{4a^2 e^2 \operatorname{Sin}.^2 \frac{B}{2}}{(1 - e^2)^4 + 4e^2 \operatorname{Sin}.^2 \frac{B}{2}},$$

oder, da man hat

$$B = \frac{2\pi}{\lambda} A = \frac{4\pi\Delta}{\lambda} \operatorname{Cos}.\beta,$$

$$I = \frac{4a^2e^2 \,\text{Sin.}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \,\text{Cos.}\beta}{(1-e^2)^4 + 4e^2 \,\text{Sin.}^2 \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \text{Cos.}\beta}.$$

III. Dieses ist also der gesuchte Ausdruck für die Inten-
des durch eine dünne Luftschicht gegangenen Lichts,
n man blofs das von den beiden Glasplatten *reflectirte*
t betrachtet. Wir wollen in dem folgenden §. 29. auch
durch die zweite Glasplatte *gebrochene* Licht auf gleiche
se betrachten. Es ist aber für sich klar, dafs statt dieser
ıen Luftschicht zwischen zwei parallelen Glasplatten auch
dünnes Glasblättchen oder überhaupt jeder andere sehr
ıe Körper, z. B. der äufserste Rand einer Seifenblase
:hen zwei Luftschichten gesetzt werden kann, ohne dafs
ch der Ausdruck von I geändert wird.

IV. Ist nun der Abstand $En = \Delta$ der beiden Glasplatten
die Dicke Δ des von einem festen Körper genom-
n Blättchens gleich Null, so ist auch die Intensität I gleich
welches auch der Werth von λ seyn mag, d. h. mit wel-
Farben man auch den Versuch anstellt. Auch ist es den
chtungen gemäfs, dafs, wenn zwei Glasplatten u. dgl. sich
n Puncten genau berühren, keine Reflexion statt hat, und
o haben wir bereits oben gesehn, dafs eine Seifenblase
em höchsten oder dünnsten Theile, kurz vor dem Zer-
ı, vollkommen schwarz wird.

. Aber die Intensität I verschwindet auch noch in al-
n Fällen, wo

$$\Delta \,\text{Cos.}\beta = \frac{\lambda}{2} \text{ oder } \lambda \text{ oder } \frac{3\lambda}{2} \text{ oder } \frac{5\lambda}{2} \text{ u. s. w.}$$

ir jede bestimmte Farbe wird man aber der Gröfse Δ
uch dem Winkel β immer die zu diesen Gleichungen
rliche Gröfse geben können. Nicht so für das zusam-
etzte oder weifse Licht. Für das letzte wird man die
Δ Cos. β nie so bestimmen können, dafs sie für alle
en Farben gleich $\frac{1}{2}\lambda$ oder $\frac{2}{2}\lambda$ oder $\frac{3}{2}\lambda$.. wird, oder
rd man nur die irisirten Farbenringe, aber keine ganz
ı Stellen sehn.

. Nimmt man $\Delta \,\text{Cos.}\beta = \frac{\lambda}{4}$, so erhält man

$$I = \frac{4a^2e^2}{(1+e^2)^2}.$$

Nimmt man also z. B. den Werth von λ, der für die mitt-
ren Strahlen des Spectrums (für die grüngelben) gehört, so
wird die Intensität des Lichts in den verschiedenen Farben-
ringen nahe dieselbe, wie bei dem einfallenden Lichte, das
heifst, das durch die Glasplatten reflectirte Licht wird als
weifs seyn. Für gröfsere Werthe von Δ aber wird dieser Fall
nicht mehr statt haben, d. h. das reflectirte Licht wird dann
noch immer farbig erscheinen, bis endlich Δ so groß wird,
dafs für eine gröfsere Anzahl von verschiedenen Farben (die
nämlich ebenfalls nur wenig verschiedenen Werthen von λ
entsprechen) der Werth von $\frac{4\Delta \text{Cos.}\beta}{\lambda}$ gleich den ungeraden
Zahlen 1, 3, 5, 7 . . wird, in welchem Falle

$$\frac{4\Delta \text{Cos.}\beta}{\lambda} = 1;\ \ 3;\ \ 5;\ \ 7\ ..,$$

also auch

$$\frac{2\pi}{\lambda}\Delta \text{Cos.}\beta = \frac{\pi}{2};\ \frac{3\pi}{2};\ \frac{5\pi}{2};\ \frac{7\pi}{2}\ ..\ \text{wird},$$

welche Winkel wieder nahe den gröfsten Werth von I
geben.

29) Interferenz des mehrmals gebrochenen Lichts.

Wenn aber der auf die erste Platte auffallende Licht-
strom AB durch die zweite Platte gebrochen wird, so
nach dem Vorhergehenden der Factor des Sinus für das
gebrochene Licht gleich a.cf und für das in H ge-
Licht gleich a.ce²f seyn u. s. w. Demnach ist die im
Puncte H in die zweite Glasplatte eintretende Welle
der in E eingetretenen wieder um dieselbe Gröfse $A = 2\Delta$
zurück, wie in §. 28., so dafs man also wieder, wie dort,
die Summe aller Vibrationen erhalten wird

$$a.cf[\text{Sin.}\varphi + e^2\,\text{Sin.}(\varphi - B) + e^4\,\text{Sin.}(\varphi - 2B) + \ldots$$

wo wieder

$$B = \frac{2\pi}{\lambda}A = \frac{4\pi}{\lambda}\Delta \text{Cos.}\beta \text{ und } \varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) \text{ ist.}$$

Summirt man diese Reihe, wie oben, so erhält man

$$a \,.\, cf. \frac{\text{Sin.}\,\varphi - e^2\,\text{Sin.}\,(\varphi + B)}{1 - 2\,e^2\,\text{Cos.}\,B + e^4},$$

afs man also für die Interferenz des gebrochenen Lichts
Intensität I', wie zuvor, gleich

$$I' = \frac{a^2(1-e^2)^2}{(1-e^2)^2 + 4\,e^2\,\text{Sin.}^2\frac{B}{2}}$$

$$I' = \frac{a^2(1-e^2)^2}{(1-e^2)^2 + 4\,e^2\,\text{Sin.}^2\frac{2\pi}{\lambda}\,\varDelta\,\text{Cos.}\,\beta}$$

lt.

I. Die verhältnifsmäfsigen Aenderungen der Intensität I'
gebrochenen Lichts sind also, wie die letzte Formel zeigt,
geringer, als die der Intensität I des reflectirten Lichts
28. Der gröfste Werth von I' ist a^2 und der kleinste ist

$$\frac{a^2(1-e^2)^2}{(1+e^2)^2}.$$

die absoluten Aenderungen von I' sind doch ganz die-
n, wie die von I, wie denn auch in der That die Sum-
er beiden Ausdrücke von I und I' immer gleich a^2 ist.
an sonach die Gleichung

$$I + I' = a^2 \text{ oder } \frac{I}{a^2} = 1 - \frac{I'}{a^2}$$

o sagt man, dafs die eine dieser beiden Intensitäten das
ement der andern ist.

. Das in I. erwähnte Verhältnifs der beiden Intensitä-
erhebt uns der Aufzählung der einzelnen Fälle für I',
ir dieses oben in §. 28. für I gethan haben. Wenn
h für irgend einen besondern Werth von $\varDelta$ die Gröfse I
ximum bei einer bestimmten Farbe giebt, so giebt I'
selbe Farbe und denselben Werth von $\varDelta$ ein Mini-
. s. w. Giebt ein Werth von $\varDelta$ ein Maximum von I
rothe, einen mittlern Werth von I für die grüne und
I = 0 oder die schwarze statt der violetten Farbe, so
u gleicher Zeit die Gröfse I' ein Minimum für das

rothe, einen Mittelwerth für das grüne und ein Maximum für das violette Licht geben.

III. Bemerken wir noch, daſs bei dem gebrochenen Lichte die Farben nie so lebhaft sind, als sie unter gleichen Verhältnissen bei dem reflectirten Lichte erscheinen, weil bei dem gebrochenen Lichte, wie der vorhergehende Ausdruck von I' zeigt, keine der Farben *gänzlich* verschwindet, d. h. weil kein Werth von Δ oder von λ die Gröſse I' gleich Null machen kann, wie dieses auch der Erfahrung vollkommen gemäſs ist.

30) Interferenz des durch zwei Prismen gehenden Lichts.

Fig. 196.

Wenn zwei nahe rechtwinklige Prismen mit ihren Hypotenusen CK und EH sich sehr nahe berühren, und wenn von dem einfallenden Lichte der innere Einfallswinkel an der Seite der Hypotenuse nahe gleich ist dem ganzen Reflexionswinkel, so daſs ein Theil des Lichtes durch das erste Prisma reflectirt und ein Theil durch das zweite Prisma gebrochen wird, so wird man für die Intensität der Interferenz beider Theile ganz dieselben Ausdrücke, wie in §. 28 und 29. finden. Indeſs verdient dieser besondere Fall eine eigene Betrachtung, weil es hier ganz in unserer Macht steht, den Einfallswinkel dem totalen Reflexionswinkel so nahe, als wir nur eben wollen, gleich zu nehmen (was in §. 28. und 29. nicht der Fall ist), weil wir also auch den Winkel β (d. h. den Refractionswinkel des ersten Prisma in die Luft) so nahe, als wir wollen, an 90 Graden annehmen können, so daſs also der Werth von Δ Cos. β ungemein klein werden kann, ohne eben auch die Entfernung Δ der Prismen sehr klein zu nehmen. Wenn nun in den Ausdrücken für die Intensität I und I' der Werth von Δ Cos. β mäſsig klein (z. B. gleich dem tausendsten Theil eines Zolls) genommen wird, so wird man zwischen den beiden äuſsersten (rothen und violetten) Farben des Spectrums wohl zwanzig und mehr deutlich verschiedene Farben erhalten, die durch dunkle Schattenstreifen getrennt sind, da jede von ihnen, in Folge ihres verschiedenen Werthes von λ, des von

$$\text{Sin.}^2 \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \text{Cos.} \beta = 1$$

:hen wird. Die ganze auf diese Weise entstehende Mi-
ung des Lichts wird demnach im Allgemeinen wieder weifs,
bei dem gewöhnlichen Sonnenlichte, erscheinen. Wenn
r der Werth von Δ Cos. β ungemein klein, beinahe un-
lich klein genommen wird (so dafs z. B. Δ Cos. β noch klei-
als λ ist), so wird man kaum eine oder höchstens zwei
ıen finden, für welche der Ausdruck

$$\text{Sin.}^2 \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \text{Cos.} \beta = 1$$

l, so dafs also dann in dem so entstehenden Lichtbilde
oder zwei Farben vorherrschen und sehr hell erscheinen.

I. Auch mufs bemerkt werden, dafs für unsern Fall, wo
he gleich 90° ist, schon eine sehr geringe Aenderung des
ıctionswinkels γ den Einfallswinkel β sehr stark ändern
. Es war nämlich (§. 28.)

$$\mu = \frac{\text{Sin.} \beta}{\text{Sin.} \gamma}.$$

rentiirt man diese Gleichung, indem man μ als constant
ıssetzt, so erhält man

$$\partial \beta \, \text{Cos.} \beta \, \text{Sin.} \gamma - \partial \gamma \, \text{Cos.} \gamma \, \text{Sin.} \beta = 0$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial \gamma} = \frac{\text{Tang.} \beta}{\text{Tang.} \gamma},$$

fs also, da β nahe an 90° oder Tang. β sehr grofs ist,
leiner Werth von $\partial \gamma$ die Gröfse $\partial \beta$ schon sehr grofs
n kann. Also wird auch eine kleine Veränderung des
:tionswinkels γ den Werth von Δ Cos. β schon bedeu-
ındern können, wodurch denn auch der Ausdruck für die
ıtät I oder I′ sehr geändert wird. Fällt daher auf diese
ı Prismen z. B. Wolkenlicht in verschiedenen Richtun-
n, oder wird das Sonnenlicht (durch eine Glaslinse) in
iedenen Richtungen auf jene Prismen geleitet, so wird
flectirte Licht sowohl als auch das durch diese Prismen
hene Licht, wenn es von einem Schirm aufgefangen
sehr helle Streifen oder Fransen zeigen. Da die Lage
ie Breite dieser Streifen für jede Farbe eine andere ist,

so wird das Ganze derselben eine Reihe von sehr lebh[illegible]
Farbenbildern geben. Dasselbe erhält man auch, wenn [illegible]
ein solches Doppelprisma so vor das Auge hält, daſs [illegible]
Licht durch dasselbe in verschiedenen Richtungen zu [illegible]
Auge gelangt.

31) Farbenringe zwischen zwei Glaslinsen.

Wenn zwei convexe Linsen oder wenn eine solche Li[illegible]
und ein Planglas sich in dem Puncte O berühren, so [illegible]
man die Intensität des interferirten Lichts für jeden [illegible]
nahen Punct M der Linse auf folgende Weise durch die A[illegible]
lyse bestimmen. Wenn die Linse, wie wir hier vor[illegible]
setzen, einen sehr groſsen Krümmungshalbmesser hat, so [illegible]
man für jeden dem Berührungsorte O sehr nahen Punct M [illegible]
beiden Flächen sehr nahe als parallel ansehn können, so [illegible]
also auch das in §. 28. und 29. Gesagte hier wieder [illegible]
Anwendung findet. Um aber den unserem gegenwärtigen F[illegible]
angemessenen Ausdruck für $\Delta = MM'$ zu finden, so sey, [illegible]
zwei Convexlinsen, r der Krümmungshalbmesser der [illegible]
Seite der oberen und r' der der oberen Seite der [illegible]
Linse. Dann ist aber Δ oder die Distanz MM' gleich [illegible]
Summe der zwei Sinusversus eines Bogens, dessen Halbm[illegible]
ser r und r' ist. Allein Sin. vers. $\Theta = 1 -$ Cos. [illegible]

Fig. 197.

$$\text{Cos.}\,\Theta = 1 - \frac{\Theta^2}{1.2} + \frac{\Theta^4}{1.2.3.4} - \ldots$$ oder, wenn Θ klein [illegible]

$$\text{Cos.}\,\Theta = 1 - \frac{\Theta^2}{1.2},$$ also auch Sin. vers. $\Theta = \frac{\Theta^2}{2}$ für einen [illegible]
gen Θ, dessen Halbmesser die Einheit ist, und daher auch

$$\text{Sin. vers.}\,\Theta = \frac{\Theta^2}{2r}$$

für einen Bogen, dessen Halbmesser gleich r ist. Dieser [illegible]
gen Θ ist aber hier OM, also ist auch

$$\Delta = \frac{\Theta}{2r} + \frac{\Theta.}{2r} = \tfrac{1}{2}\,\Theta.\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right).$$

Substituiren wir diesen Werth von Δ in den Ausdrücken, [illegible]
wir oben (§. 28. und 29.) für die Intensitäten I und I' [illegible]
halten haben, so hat man für die Intensität I des reflect[illegible]
Lichts

$$I = \frac{4a^2 e^2 \mathrm{Sin.}^2 \psi}{(1-e^2)^2 + 4e^2 \mathrm{Sin.}^2 \psi}$$

für die Intensität des gebrochenen Lichts

$$I' = \frac{a^2(1-e^2)^2}{(1-e^2)^2 + 4e^2 \mathrm{Sin.}^2 \psi},$$

er Kürze wegen der Winkel

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} \Theta^2. \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right) \mathrm{Cos.}\,\beta$$

t worden ist. Dieses vorausgesetzt wollen wir nun die n Werthe von I und I' besonders betrachten.

I. Intensität I des reflectirten Lichts.

1) Diese Intensität verschwindet in allen den Fällen, wo :0 ist, d. h. wo man hat

$$=0 \text{ oder} = \frac{\lambda\,\mathrm{Sec.}\beta}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} \text{ oder} = \frac{2\lambda\,\mathrm{Sec.}\beta}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} \text{ oder} = \frac{3\lambda\,\mathrm{Sec.}\beta}{\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}} \cdots$$

hat folglich für jede einzelne Farbe einen schwarzen t an der Berührungsstelle O der beiden Linsen und diefs noch eine Reihe von schwarzen kreisförmigen Rin- deren gemeinschaftlicher Mittelpunct O ist, und von n schwarzen Ringen verhalten sich die Quadrate ihrer messer wie die natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 . . .

2) Die hellsten oder lebhaftesten farbigen Ringe aber er- man, wenn man $\psi = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}$ . . setzt, das heifst

$$^2 = \frac{\lambda\,\mathrm{Sec.}\,\beta}{2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)} \text{ oder} = \frac{3\lambda\,\mathrm{Sec.}\beta}{2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)} \text{ oder} = \frac{5\lambda\,\mathrm{Sec.}\beta}{2\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)} \cdots$$

liegen zwischen jenen schwarzen Ringen mehrere farbige e und von diesen haben die lebhaftesten zu den Qua- en ihrer Halbmesser die Zahlen

$$\tfrac{1}{2},\ \tfrac{3}{2},\ \tfrac{5}{2},\ \tfrac{7}{2} \ldots$$

3) Da sich die Halbmesser der hellsten farbigen Ringe 2) für jede bestimmte Farbe wie die Gröfsen $\sqrt{\mathrm{Sec.}\,\beta}$

verhalten, so folgt, daſs diese Halbmesser gröſser werden wenn man den einfallenden Lichtstrahl gegen die Oberfläche der Linsen in O mehr neigt oder, was dasselbe ist, wenn man das Auge des Beobachters von der auf diese Oberfläche senkrechten Linie OS mehr und mehr rechts oder links bewegt.

4) Für dieselbe Neigung β, aber für verschiedene Farben, verhalten sich die Halbmesser jener farbigen Ringe (in 2) wie die Gröſse $\sqrt{\lambda}$. Die verschiedenen gefärbten Strahlen, die in dem weiſsen Sonnenlichte enthalten sind, bringen daher eine Reihe von Ringen hervor, deren Halbmesser verschieden sind und die durch ihre Superposition eine Reihe von Farben erzeugen, die mit den in §. 22. VIII. angeführten analog ist. Für die gröſseren Halbmesser oder für die von weiter entfernten Ringe mischen sich endlich diese Farben so stark unter einander, daſs keine weitere Spur von Ringen sondern nur vermischtes weiſses Licht bemerkbar bleibt.

5) Für dieselbe Neigung β und dieselbe Farbe λ endlich ändern sich die Halbmesser dieser farbigen Ringe, wie die Gröſse

$$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}\right)}}.$$

Um also sehr breite Ringe zu erhalten, muſs man die Gröſse

$$\frac{1}{r}+\frac{1}{r'}=\frac{r+r'}{rr'}$$

sehr klein, also r und r', jedes für sich, sehr groſs nehmen oder die Krümmungshalbmesser der beiden Linsen müssen sehr groſs seyn.

6) Ist endlich die untere Linse vollkommen eben, ein *Planglas*, so wird man r' unendlich groſs oder $\frac{1}{r'} =$ [0] setzen, und dann verhalten sich in (5) die Halbmesser der farbigen Ringe wie die Gröſse $\sqrt{r}$.

II. Intensität I' des gebrochenen Lichts.

Die schwarzen und ebenso die farbigen Ringe, welche die beiden Linsen durch Brechung erzeugen, sind, wie die

§. 29. I., die Complemente von den durch Reflexion erhalten. Der Mittelpunct aller dieser Ringe ist daher für zusammengesetztes Licht lebhaft weiſs und von einem schwarzen Kreise umgeben, den wieder ein weiſser umgiebt, worauf ein schwarzer folgt u. s. w., bis endlich, in gröſsern Entfernungen von O, diese weiſsen Kreise in die irisirenden Ringen übergehn und zuletzt sich so unter einander mischen, daſs sie nicht mehr getrennt werden können und daher unsichtbar werden. Der Halbmesser eines jeden dieser Ringe ist genau derselbe, wie jener von entgegengesetztem Charakter in dem reflectirten Lichte, daher es überflüssig ist, sie hier wieder einzeln durchzugehn.

Daſs aber alle diese Erscheinungen mit den Beobachtungen auf das vollkommenste übereinstimmen, ist aus dem klar, was oben (§. 25.) gesagt worden ist.

Diffraction oder Beugung des Lichts.

Erklärung der Phänomene der Diffraction.

Wenn das Licht nahe an den Grenzen undurchsichtiger Körper vorbeigeht, so erleidet es eigene Modificationen, die man die *Diffraction* oder auch die *Beugung*, *Inflexion*, des Lichts zu nennen pflegt. Die hierher gehörenden Erscheinungen lassen sich in zwei verschiedene Classen ordnen.

I. Wenn man das Sonnenlicht durch eine Sammellinse von kurzer Brennweite gehn läſst, die man in der Oeffnung des Ladens eines verfinsterten Zimmers angebracht hat, und einen Theil des aus dem Brennpuncte F divergirend ausströmenden Lichtkegels mit einem undurchsichtigen Schirme CE auffängt, so wird man auf einer hinter diesen Schirm gestellten Tafel BAD (z. B. von gespanntem weiſsem Papier) nicht, wie man erwarten sollte, den Theil AD dieser Tafel im vollen Schatten und die Seite AB derselben im gleichförmigen Lichte erblicken, sondern man wird in der Schattenseite AD noch einen nicht wenig lebhaften Lichtschimmer bemerken, dessen Intensität mit der Entfernung von der eigentlichen Schattengrenze A abnimmt, während sich auf der Lichtseite der Tafel hellere Streifen zeigen, die in den Farben des

Fig. 198.

Regenbogens glänzen und deren Intensität ebenfalls mit Entfernung von A abnimmt. Stellt man zwischen den Br punct F der Linse und den Schirm CE ein gefärbtes glas, das nur die Strahlen seiner Farbe durchläfst, so man auf der Tafel BD statt jener irisirenden Farben helle Streifen von der Farbe des Glases, welche durch dere dunkle oder schwach erleuchtete Streifen von ein getrennt sind. Nimmt man die Intensität dieser hellen S fen für die Ordinate einer Curve an, deren Abscisse die fernung von dem Puncte A in der Linie AB ist, so hat Curve die Gestalt einer Schlangenlinie, bei welcher aber Differenz zwischen je zwei nächsten gröfsten und klei Ordinaten für die wachsenden Abscissen schnell abnimmt schon in einer geringen Entfernung von A ganz unmer wird. Diese Erscheinungen hat bereits GRIMALDI im Jahrhundert bemerkt, aber ohne sie erklären zu können. bemerkte nämlich, dafs der Schatten eines Drahts, den den Lichtkegel des verfinsterten Zimmers stellte, auf einem genüberstehenden Schirme viel breiter sey, als er nach Entfernung des Drahts von dem Schirme bei der geradlin Fortpflanzung des Lichts hätte seyn sollen. Auch sah er sen Schatten auf beiden Seiten von farbigen Säumen geben.

II. Wenn man demselben aus dem Brennpuncte F Linse ausströmenden Lichtkegel einen opaken Schirm entgegenstellt, in welchem man eine oder mehrere sehr k Oeffnungen angebracht hat, so sieht man auf der Tafel nicht die erleuchteten Projectionen dieser Oeffnungen, man erwarten sollte, sondern vielmehr (an der Stelle d Projectionen sowohl als auch zwischen denselben) mehrere färbte Bilder von verschiedenen Gestalten, die alle in r mäfsigen Gruppen geordnet erscheinen, wenn auch jene O nungen eine regelmäfsige Lage gegen einander haben. hier kann man wieder durch die Zwischenstellung eines färbten Glases die Bilder alle gleichfarbig und mit ganz d len Stellen abwechselnd machen, und sie werden in be Fällen desto reiner und heller erscheinen, je kleiner der Br punct der Linse F ist. Wir werden von diesen Erschein gen bald eine vollkommen genügende Rechenschaft durch A lyse geben.

3) Darstellung dieser Phänomene durch Beobachtung.

Bei den Beobachtungen der Diffraction des Lichtes kann
ı statt der erwähnten Tafel, auf welcher sich das Licht
reitet, vortheilhafter noch den Schirm, durch dessen Oeff-
g der leuchtende Punct sein Licht sendet, unmittelbar vor
Auge halten oder am vortheilhaftesten endlich diese Oeff-
g selbst durch ein darauf gerichtetes Fernrohr betrachten.
ch das Fernrohr sieht man endlich jene Lichtstreifen zu-
ch gröſser und deutlicher, und wenn man das Fernrohr
einem eingetheilten Kreise (wie bei dem Theodoliten) ver-
let, so werden dadurch die Dimensionen jener Lichtbilder
erdem genau meſsbar. Auch kann man, wenn Fernröhre
liesem Zwecke angewendet werden, jene Oeffnungen be-
ıtlich gröſser machen, als dieses für das unbewaffnete
e angeht, wodurch die Erscheinungen offenbar lichtvoller
len. Man hat diese Beobachtungen, wie gesagt, anfangs
in verfinsterten Zimmern und mit Beihülfe eines Helio-
n angestellt, um dadurch das Licht der Sonne immer auf
selben Puncte zu erhalten. Allein Schwerd (in seinem oben
führten Werke) hat gezeigt, daſs das verfinsterte Zimmer
der Heliostat auch wohl entbehrt werden können. Er
ente sich gewöhnlich eines Taschenuhrglases, welches er
der inneren Seite mit einer dicken Auflösung von Asphalt
mit einer aus Lampenruſs und Bernsteinfirniſs gemachten
e bestrich und mit seiner obern Seite der Sonne zuwen-
. Das auf dieser Seite des Uhrglases und selbst das auf
Oberfläche eines gewöhnlichen gut polirten metallenen Kno-
entstehende Sonnenbildchen hatte, wenn er es durch jene
ıungen mittelst eines Fernröhrchens von 8 Zoll Focallänge
chtete, selbst im unverfinsterten Zimmer eine für die
en Beobachtungen hinlängliche Stärke und Klarheit. Da-
vird das kleine Fernrohr in eine Distanz von 10 bis 20
tten von dem Uhrglase gestellt[1] und auch der Schirm,

---

[1] Die richtige Entfernung für jedes gegebene Fernrohr findet
eicht, wenn man die Ocularröhre desselben so weit herauszieht,
ıs Uhrglas oder besser der Apparat, durch welchen der feine

in welchem die Oeffnungen angebracht sind, wird am | quemsten unmittelbar vor dem Objective des Fernrohrs demselben (mittelst einer einfachen Vorrichtung, die sich der leicht ausdenken kann) befestigt. Ohne daher weiter dem im Allgemeinen sehr einfachen Verhalten, welches bei diesen Experimenten für die Diffraction des Lichtes beobachten hat, zu verweilen, wollen wir sofort zu der lytischen Darstellung derjenigen Erscheinungen übergehen, che diese Experimente gewähren. Bemerken wir nur dafs sich aus dieser Diffraction des Lichtes eine große zahl der gewöhnlichsten Erscheinungen erklären läfst. her gehören z. B. die Farbenspiele, die man bemerkt, man durch den dünnen Theil des Bartes einer Vogel durch enggewebte Zeuge, durch die feinen Haare der sieht, wenn man durch diese Körper nach der Sonne ferner die dunklen Streifen zwischen den enggeschlossen ausgestreckten Fingern der Hand, die Farbenringe um dunklen Mond bei totalen Mondfinsternissen, und selbst bekannten Farbenspiele der Flügeldecken mehrerer Insekten das Schillern abgestandener Gläser, der trockenen Farben von Indigo und die bekannten irisirenden Bilder der Perlmutter. Brewster überzeugte sich, dafs z. B. die Oberfläche der Perlmutter sehr viele feine und regelmäfsige Furchen und dafs man dieselbe irisirende Eigenschaft auch andern chen Körpern, z. B. dem Siegellack, dem arabischen Gummi selbst dem Blei mittheilen kann, wenn man ein Blatt Perlmutter darauf abdruckt. Auch die Erscheinungen der dargestellten Interferenz des Lichts, sollte man glauben, ten bei dem häufigen Durchkreuzen des Lichts durch Körper an der Oberfläche der Erde ebenso häufig vorkommen. Allein dieses ist nicht der Fall, und man wird auch die Ursache davon auffinden. Die Interferenzphänomene gen nämlich nicht blofs von jenen Durchkreuzungen des Lichts die allerdings sehr häufig sind, sondern auch noch von dern Bedingungen ab, die nur sehr selten alle in dem geforderten Mafse eintreten, indem die beiden Strahlen *derselben* Lichtquelle ausgehn müssen, indem diese Quelle

---

vom Spiegel reflectirte Lichtstrahl dringt, ein deutliches Bild oder deutlich gesehn wird.

sehr kleinen Raum einnehmen darf, indem die Wege
Lichtstrahlen in ihrer Länge nur äufserst wenig verschie-
ihre Neigung gegen einander nur sehr klein seyn darf
w.

Allgemeine Theorie der Intensität des durch eine kleine Oeffnung gehenden Lichts.

Wir haben bereits oben (§. 21.) das allgemeine Verhalten
durch kleine Oeffnungen dringenden Lichts, wenn es sich
Oeffnung gegenüber auf einer ebenen oder sphärischen
verbreitet, untersucht. Wir wollen nun auch die In-
dieses auf die ebene Tafel fallenden Lichtes bestim-
Wenn das Licht aus dem Mittelpuncte A kommt und Fig. 199.
in sphärischen Wellen verbreitet, bis ein Theil desselben
kleine Oeffnung BC des Schirms erreicht, so wird jeder
einer solchen sphärischen Welle, der zwischen den
jener Oeffnung enthalten ist, der Mittelpunct einer
kleinen Welle seyn, deren Intensität der Oberfläche
Theils der ersten Welle proportional ist. Nach dem in
erklärten allgemeinen Princip der Bewegung wird die
aller der kleinen Vibrationen, welche jede dieser
Wellen in einem Puncte M der Tafel DE hervor-
, für die ganze Vibration dieses Punctes M genommen
können. In dieser Voraussetzung wird man also die
sität des Lichts in M ganz auf dieselbe Weise, wie bei
Problemen des §. 21., 22. u. s. w. bestimmen können.
ziehe demnach die Gerade AO senkrecht auf die Tafel
und auf den Schirm DE und betrachte sie als die Axe der
als die Axe der dritten der unter einander senkrech-
Coordinaten x, y und z, deren Anfang der Punct A seyn
Nehmen wir an, dafs diese Axe der z, so wie auch die
x, in der Ebene der Zeichnung (des Papiers) liege, so
also die Axe der y auf dieser Ebene senkrecht steht. Sey
$= AC = a$ und $AO = a + b$, wo also $b = OF$ sehr
den Abstand der Tafel von der Oeffnung BC bezeichnet.
nun x, y, z die Coordinaten irgend eines Punctes P der
lle, und bezeichnen ξ, v und ζ die analogen Coordinaten
Punctes M des Schirms, wo man $\zeta = a + b$ hat, so kann
sich die Oberfläche der sphärischen Welle BC (durch ge-

rade, auf der Ebene des Papiers senkrechte und durch a mit dieser Ebene parallele Linien) in sehr schmale Parl gramme getheilt vorstellen, von deren jedem die Obeı gleich $\partial x . \partial y$ ist, so dafs also die kleine, in dem Pun entstehende Welle in M die Vibration

$$\partial^2 V = \partial x . \partial y . \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - PM)$$

hervorbringen wird. Allein es ist auch

$$PM^2 = (\xi - x)^2 + (v - y)^2 + (\zeta - z)^2$$

und überdiefs

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2,$$

so dafs man daher hat

$$PM^2 = \zeta^2 + a^2 - 2\xi x - 2 v y - 2\zeta z.$$

Da aber x und y selbst in ihren gröfsten Werthen nur kleine Gröfsen sind, weil wir die Oeffnung BC sehr voraussgesetzt haben, so kann man annehmen

$$z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} = a - \frac{x^2}{2a} - \frac{y^2}{2a},$$

und dadurch geht der Ausdruck $2\zeta z$ über in

$$2\zeta z = 2a^2 + 2ab - \frac{\zeta x^2}{a} - \frac{\zeta y^2}{a}$$

und wir erhalten für den vorhergehenden Werth von die Gleichung

$$PM^2 = b^2 + \frac{\zeta x^2}{a} - 2\xi x + \frac{\zeta y^2}{a} - 2 v y,$$

oder sehr nahe, wenn man von dieser Gröfse die Quadrat-wurzel nimmt,

$$PM = b + \frac{\zeta x^2}{2ab} - \frac{\xi x}{b} + \frac{\zeta y^2}{2ab} - \frac{v y}{b},$$

oder endlich

$$PM = b - \frac{a\xi^2}{2b\zeta} - \frac{a v^2}{2b\zeta} + \frac{\zeta}{2ab}\left(x - \frac{a\xi}{\zeta}\right)^2 + \frac{\zeta}{2ab}\left(y - \frac{av}{\zeta}\right)^2$$

Setzt man diesen Werth von PM in den Ausdruck der ob gefundenen Vibration, so erhält man

$$\partial^2 V = \partial x \partial y . \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}\left\{\alpha t - B - \frac{\zeta}{2ab}\left(x - \frac{a\xi}{\zeta}\right)^2 - \frac{\zeta}{2ab}\right) y - \frac{av}{\zeta}\right)$$

der Kürze wegen

$$B = b - \frac{a\xi^2}{2b\zeta} - \frac{a v^2}{2b\zeta}$$

tzt worden ist. Dieser Ausdruck läfst sich, wenn man Sinus des zusammengesetzten Winkels auflöst, auch so ellen

$$= \partial x . \partial y . \mathrm{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) . \mathrm{Cos.} \frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left\{ \left(x - \frac{a\xi}{\zeta} \right)^2 + \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right\}$$

$$- \partial x \partial y . \mathrm{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) . \mathrm{Sin.} \frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left\{ \left(x - \frac{a\xi}{\zeta} \right)^2 + \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right\}.$$

er Ausdruck mufs daher einmal in Beziehung auf x und in Beziehung auf y integrirt werden. Die Constanten beiden Integrationen wird man durch die gegebene Form Oeffnung B C bestimmen, wenn diese z. B. ein Kreis, eine pse, ein Rechteck u. s. w. ist. Da die beiden Gröfsen

$$\mathrm{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) \text{ und } \mathrm{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B)$$

stant oder von x und y unabhängig sind, so wird man den druck zu integriren haben:

$$= \mathrm{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) \int \partial x \int \partial y \, \mathrm{Cos.} \frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left[\left(x - \frac{a\xi}{\zeta} \right)^2 + \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right]$$

$$- \mathrm{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) \int \partial x \int \partial y \, \mathrm{Sin.} \frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left[\left(x - \frac{a\xi}{\zeta} \right)^2 + \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right].$$

ückt man diese Gleichung, nach vollendeter Integration, ch

$$V = F . \mathrm{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) - G . \mathrm{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B)$$

, so hat man, wie in §. 20., für die gesuchte Intensität I durch die kleine Oeffnung gegangenen Welle für den Punct des Schirms den Ausdruck

$$I = F^2 + G^2.$$

I. Die hier angezeigten Doppelintegrale kann man, bei n gegenwärtigen Zustande unserer Analysis, nicht in geschlossenen Ausdrücken geben. Dieses gilt selbst von den in ien enthaltenen einfachen Integralen

$$\int \partial y \, \mathrm{Cos.} \left[\frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right] \text{ und } \int \partial y \, \mathrm{Sin.} \left[\frac{\pi}{\lambda} . \frac{\zeta}{ab} \left(y - \frac{av}{\zeta} \right)^2 \right],$$

daher sich auch das gegebene Problem in seiner ganzen Allgemeinheit (wenn die Form der Oeffnung BC irgend welche seyn soll) nicht auflösen läſst. Bloſs einige besondere Fälle, wenn z. B. jene Oeffnung ein Kreis, ein Rechteck u. s. w. ist, lassen jene Doppelintegration zu; wir werden von diesen Fällen in den nächsten Abschnitten reden. Hier wollen wir nur in Beziehung auf die so eben erwähnten einfachen Integrale bemerken, daſs man die Werthe von

$$\int \partial s \,\text{Cos.}\, \frac{\pi s^2}{2} \text{ und } \int \partial s \,\text{Sin.}\, \frac{\pi s^2}{2}$$

für verschiedene Werthe von s durch Tafeln ausgedrückt hat, von denen hier ein Theil angehängt ist. Diese Tafeln lassen sich durch folgendes allgemeine Verfahren construiren. Ist $U = \int S \partial s$ ein Ausdruck von unbekannter Form, welcher als das unentwickelte Integral von $S \partial s$ gegeben ist, wo S eine Function von s bezeichnet, so hat man für die beiden Werthe von U, die zu $s + h$ und zu $s - h$ gehören, nach dem Taylor'schen Lehrsatze

$$U + \frac{\partial U}{\partial s} h + \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} \frac{h^2}{1.2} + \frac{\partial^3 U}{\partial s^3} \frac{h^3}{1.2.3} + \ldots$$

und

$$U - \frac{\partial U}{\partial s} h + \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} \frac{h^2}{1.2} - \frac{\partial^3 U}{\partial s^3} \frac{h^3}{1.2.3} + \ldots,$$

so daſs demnach der Werth des gesuchten Integrals U zwischen den beiden Grenzen $s + h$ und $s - h$ oder daſs

$$\int_{s-h}^{s+h} S \partial s = 2 \frac{\partial U}{\partial s} h + 2 \frac{\partial^3 U}{\partial s^3} \cdot \frac{h^3}{1.2.3} + \ldots,$$

also auch

$$\int_{s-h}^{s+h} S \partial s = 2 S h + 2 \frac{\partial^2 S}{\partial s^2} \cdot \frac{h^3}{1.2.3} + \ldots$$

seyn wird. Nimmt man, wie gewöhnlich, die beiden Grenzen $s + h$ und $s - h$ nur wenig verschieden, also h sehr klein, so genügt das erste oder die beiden ersten Glieder des letzten Ausdrucks. Hier folgt die oben erwähnte kleine Tafel.

Werthe der Integrale

$$\int \partial s \, \mathrm{Sin.} \frac{\pi s^2}{2} \text{ und } \int \partial s \, \mathrm{Cos.} \frac{\pi s^2}{2}$$

$\int \partial s \, \mathrm{Sin.} \frac{\pi s^2}{2}$	$\int \partial s \, \mathrm{Cos.} \frac{\pi s^2}{2}$	Grenzen d. Integrals	$\int \partial s \, \mathrm{Sin.} \frac{\pi s^2}{2}$	$\int \partial s \, \mathrm{Cos.} \frac{\pi s^2}{2}$
		von bis		
0,0006	0,0999	s=0 s=2,9	0,4098	0,5627
0,0042	0,1999	3,0	0,4959	0,6061
0,0140	0,2993	3,1	0,5815	0,5621
0,0332	0,3974	3,2	0,5931	0,4668
0,0644	0,4923	3,3	0,5191	0,4061
0,1101	0,5811	3,4	0,4294	0,4388
0,1716	0,6597	3,5	0,4149	0,5328
0,2487	0,7230	3,6	0,4919	0,5883
0,3391	0,7651	3,7	0,5746	0,5424
0,4376	0,7803	3,8	0,5654	0,4485
0,5359	0,7643	3,9	0,4750	0,4226
0,6229	0,7161	4,0	0,4202	0,4986
0,6859	0,6393	4,1	0,4754	0,5739
0,7132	0,5439	4,2	0,5628	0,5420
0,6973	0,4461	4,3	0,5537	0,4497
0,6388	0,3662	4,4	0,4620	0,4385
0,5492	0,3245	4,5	0,4339	0,5261
0,4509	0,3342	4,6	0,5158	0,5674
0,3732	0,3949	4,7	0,5668	0,4917
0,3432	0,4886	4,8	0,4965	0,4340
0,3739	0,5819	4,9	0,4347	0,5003
0,4553	0,6367	5,0	0,4987	0,5638
0,5528	0,6271	5,1	0,5620	0,5000
0,6194	0,5556	5,2	0,4966	0,4390
0,6190	0,4581	5,3	0,4401	0,5078
0,5499	0,3895	5,4	0,5136	0,5573
0,4528	0,3929	5,5	0,5533	0,4785
0,3913	0,4678	∞	0,5	0,5

35) Besonderer Fall, wenn die Oeffnung ein Rechteck ist.

Ist die Oeffnung BC, durch welche das Licht geht, ein Rechteck, dessen Seiten in der Richtung der Coordinaten x und y liegen und 2e und 2f zu ihren Längen haben, und geht die auf die Tafel DE senkrechte Richtung AO durch den Mittelpunct dieses Rechtecks (d. h. durch den Durchschnittspunct seiner beiden Diagonalen), so nenne man der Kürze wegen

$$\frac{\zeta}{\lambda a b}\left(y - \frac{a v}{\zeta}\right)^2 = \tfrac{1}{2} s^2$$

oder

$$y - \frac{a v}{\zeta} = s\sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}},$$

so dafs man also auch hat

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}}$$

oder

$$\int \partial y \,\mathrm{Cos.}\left[\frac{\pi}{\lambda}\cdot\frac{\zeta}{a b}\left(y - \frac{a v}{\zeta}\right)^2\right] = \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}}\cdot\int \partial s \,\mathrm{Cos.}\frac{\pi s^2}{2}$$

Dieses Integral mufs, der Natur der Aufgabe nach, von $y = -f$ bis $y = +f$ genommen werden, das heifst, von

$$s = -\sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\left(f + \frac{a v}{\zeta}\right) \text{ bis } s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\left(f - \frac{a v}{\zeta}\right)$$

Es wird demnach gleich seyn der Summe von zwei Zahlen in der Columne $\int \partial s \,\mathrm{Cos.}\frac{\pi s^2}{2}$ der vorhergehenden Tafel, die zu den beiden folgenden Werthen von s gehören:

$$s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\cdot\left(f + \frac{a v}{\zeta}\right) \text{ und } s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\left(f - \frac{a v}{\zeta}\right)$$

Seyen A′ und A″ diese Zahlen. Verfährt man ebenso für Sinus und nennt man B′ und B″ die zwei Zahlen der Tafel in der Columne $\int \partial s \,\mathrm{Sin.}\frac{\pi s^2}{2}$, die zu

$$s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\left(f + \frac{a v}{\zeta}\right) \text{ und } s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}}\left(f - \frac{a v}{\zeta}\right)$$

ören, so erhält man für das Integral, das wir in dem vorgehenden Paragraph durch F ausgedrückt haben,

$$\int \partial x \left\{ \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}} (A' + A'') \operatorname{Cos.} \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\zeta}{a b} \left(x - \frac{a \xi}{\zeta} \right)^2 \right\}$$

$$- \int \partial x \left\{ \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}} (B' + B'') \operatorname{Sin.} \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\zeta}{a b} \left(x - \frac{a \xi}{\zeta} \right)^2 \right\}.$$

auf dieselbe Weise erhält man auch

$$\int \partial x \left\{ \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}} (A' + A'') \operatorname{Sin.} \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\zeta}{a b} \left(x - \frac{a x}{\zeta} \right)^2 \right\}$$

$$+ \int \partial x \left\{ \sqrt{\frac{\lambda a b}{2\zeta}} (B' + B'') \operatorname{Cos.} \frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{\zeta}{a b} \left(x - \frac{a x}{\zeta} \right)^2 \right\}.$$

it man nun diese zwei Integrale auf dieselbe Art von -e bis $x = +e$ und setzt man A''' und A^{iv} für die Talen von $\int \partial s \operatorname{Cos.} \frac{\pi s^2}{2}$ für die Werthe

$$= \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}} \left(e + \frac{a \xi}{\zeta} \right) \text{ und } s = \sqrt{\frac{2\zeta}{\lambda a b}} \left(e - \frac{a \xi}{\zeta} \right),$$

e B''' und B^{iv} für die ähnlichen Tafelzahlen von in. $\frac{\pi s^2}{2}$, so erhält man

$$= \frac{\lambda a b}{2\zeta} [(A' + A'')(A''' + A^{\text{iv}}) - (B' + B'')(B''' + B^{\text{iv}})]$$

$$= \frac{\lambda a b}{2\zeta} [(A' + A'')(B''' + B^{\text{iv}}) + (B' + B'')(A''' + A^{\text{iv}})]$$

her hat man für die gesuchte Intensität I

$$I = F^2 + G^2,$$

ist,

$$\left(\frac{\lambda a b}{2\zeta} \right)^2 \cdot [(A' + A'')^2 + (B' + B'')^2] \cdot [(A''' + A^{\text{iv}})^2 + (B''' + B^{\text{iv}})^2],$$

er $\zeta = a + b$ ist.

werden zu diesem Ausdrucke von I später auf eieren Wege zurückkommen und ihn dann mehr im ntersuchen. Diese Untersuchung der eigentlichen Ge-

stalt des Lichtbildes auf der Tafel DE beruht hier oft
auf den particulären Werthen von ξ und v, deren man
erst mehrere nach einer bestimmten Reihenfolge berechnen
mufs, um die Grenzen und die verschiedenen Lichtintensitä-
ten der auf dem Schirme entstehenden Figur sich verschaffen zu können.

I. Der einfachste besondere Fall, der aus der vorhergehenden Betrachtung des Parallelogramms abgeleitet werden
ist der, wenn man das Parallelogramm in eine gerade
übergehn läfst, d. h. wenn man die Intensität eines Lichtes
das an der geradlinigen Seite (der Kante oder dem
einer dünnen Platte von Metall u. dgl. vorbeigeht. Wird
diesen Fall die Axe der y parallel mit jener Kante der
genommen, so ist $x = 0$, und man wird das erste der
den vorhergehenden Integrale zwischen den Grenzen y
und $y = -\infty$, so wie das zweite von $x = \infty$ bis $x =$
zu nehmen haben. Fresnel, der diesen speciellen Fall
ständlich untersuchte, fand dafür folgende Resultate.
man durch den Lichtpunct und durch die scharfe Kante
Metallplatte eine Ebene legt und wenn der Durchschnitt
ser Ebene mit dem Schirm die Grenze des *geometrischen
Schattens* genannt wird, den die Platte auf den Schirm
so sieht man in diesem geometrischen Schatten das Licht
mehr abnehmen, je weiter man sich in diesem Schatten
jener Grenze desselben entfernt, so dafs dieses Licht
in einer geringen Entfernung von jener Grenze bereits
merklich wird. Auf der andern Seite dieser Grenze aber
dem hellen Theile des Schirms, nimmt die Intensität
Lichts, nahe bei dieser Grenze, mehrmals periodisch
zu, indem es hier in verschieden gefärbten Streifen er-
bis es endlich in einer bestimmten Entfernung von der
seine volle, von nun an unveränderliche Stärke erhält.
ses ist, wie bereits oben gesagt, das merkwürdige Phänomen
das bereits Grimaldi beobachtet und Newton durch
Emissionstheorie nur unvollständig erklärt hat[1].

II. Ist die Metallplatte unter einem rechten Winkel
bogen, so bemerkt man nebst den in I. erwähnten

---

1 Fresnel's vollständig genügende Erklärung aus der Undulationstheorie findet man in Mém. de l'Institut de Paris. 1821.

falls rechtwinkligen farbigen Streifen aufser dem geome-
en Schatten der Platte auf dem Schirme noch in die-
Schatten hellere krumme Linien, welche die Gestalt von
rbeln haben, wie sie in der Zeichnung dargestellt wer- Fig. 200.

III. Fällt endlich das Licht durch eine sehr enge Spalte
latte auf der Tafel, so sieht man auf der letzteren viel
ftere, breite, irisirende Lichtstreifen. Ist die Oeffnung
r Platte dreieckig, so sind die Streifen, wie schon New-
bemerkte, rechtwinkligen Hyperbeln ähnlich, deren
ptoten parallel und senkrecht zur Axe des Dreiecks sind.
werden auf alle diese speciellen Fälle weiter unten wie-
urückkommen.

Besonderer Fall, wenn die Oeffnung ein Kreis ist.

Theilt man die kreisförmige Scheibe einer solchen Oeff-
in unendlich viele concentrische Ringe und nennt man
inem dieser Ringe r den Halbmesser des inneren und
r den Halbmesser des äufsern Randes, so ist die Ober-
des Ringes gleich $2\pi r\partial r$. Die Entfernung jedes Puncts
Ringes von dem Schirme ist nahe gleich

$$b + \frac{\zeta}{2ab} r^2, \text{ wo wieder } \zeta = a + b \text{ ist,}$$

s sofort folgt, dafs die Vibration des Lichts in dem
lpuncte des Schirms, d. h. in der Projection des Mit-
ctes jener kreisförmigen Oeffnung auf dem Schirme, durch
leichung ausgedrückt wird

$$V = 2\pi \int r\partial r \,\text{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} \left(\alpha t - b - \frac{\zeta}{2ab} r^2\right),$$

von ist das Integral

$$V = \frac{ab\lambda}{\zeta} \,\text{Cos.}\, \frac{2\pi}{\lambda} \left(\alpha t - b - \frac{\zeta}{2ab} r^2\right).$$

der Halbmesser der kreisförmigen Oeffnung, so mufs
Integral von $r = 0$ bis $r = R$ genommen werden, so
an daher erhält

$$= \frac{ab\lambda}{2\zeta} \,\text{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} \left(\alpha t - b - \frac{\zeta}{4ab} R^2\right). \,\text{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{\zeta}{4ab} R^2$$

und die Intensität I des Lichtes auf dem Schirme durch die Gleichung gegeben wird

$$I = \left(\frac{a b \lambda}{2 \zeta}\right)^2 \cdot \text{Sin.}^2 \left(\frac{\pi \zeta R^2}{2 a b \lambda}\right).$$

Dieser Ausdruck von I ist demjenigen ähnlich, den wir oben (§. 31.) für die Intensität des reflectirten Lichts zwischen zwei Glaslinsen erhalten haben, wenn man nämlich in dem Ausdrucke von I. des §. 31. den Nenner als eine constante Größe betrachtet, also werden auch die Farben in beiden Fällen nahe dieselben seyn. Man muſs aber bemerken, dass der obige Werth von I nur die Intensität des Lichts in dem erwähnten *Centralpuncte* des Schirms ausdrückt.

37) Intensität des durch eine Sammellinse und durch eine kleine Oeffnung gehenden Lichts.

Fig. 201. Wenn das von dem Puncte A divergirend ausgehende Licht durch eine Sammellinse bc convergent gemacht wird und dann durch die Oeffnung BC auf die Tafel DE fällt, so kann man die Intensität desselben in jedem Puncte M der Tafel auf folgende Art bestimmen. Da nach dem Vorhergehenden die Oberfläche der Welle nach der Refraction durch die Linse eine Kugel seyn muſs, deren Mittelpunct O ist, so wollen wir diesen Punct O zum Anfangspunct der Coordinaten annehmen, so daſs x, y und z die Coordinaten irgend eines Punctes P dër Oeffnung und ξ, v, ζ die analogen Coordinaten des Punctes M der Tafel vorstellen. Da z mit OA parallel ist, so ist $\zeta = 0$ und daher

$$PM^2 = (\xi - x)^2 + (v - y)^2 + z^2.$$

Da aber die Gleichung der Oberfläche einer Kugel, deren Mittelpunct O und deren Halbmesser $OB = OC = b$ ist,

$$x^2 + y^2 + z^2 = b^2$$

ist, so hat man auch

$$PM^2 = b^2 + \xi^2 + v^2 - 2 \xi x - 2 v y,$$

oder nahe, wenn man die Quadratwurzel dieser Größe nimmt,

$$PM = b + \frac{\xi^2 + v^2}{2 b} - \frac{\xi x}{b} - \frac{v y}{b}.$$

t man der Kürze wegen, wie in dem vorhergehenden ana-
n Probleme,

$$B = b + \frac{\xi^2 + v^2}{2b},$$

rhält man, wie dort, für die vollständige Vibration des
ctes M

$$V = \int \partial x \int \partial y \, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} \left(at - B + \frac{\xi x}{b} + \frac{vy}{b} \right)$$

dieser Ausdruck ist viel einfacher, als der des erwähnten
lems, da er von den Quadraten der beiden Gröſsen x
y unabhängig ist. Die erste Integration giebt sofort

$$-\frac{b\lambda}{2\pi v} \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} \left(at - B + \frac{\xi x}{b} + \frac{vy}{b} \right).$$

ber y' und y'' der kleinste und gröſste Werth von y für
n gegebenen Werth von x (welche Werthe von y näm-
aus der gegebenen Gleichung der Oeffnung BC zwischen
d y erhalten werden), so wird dieses Integral zwischen
genannten Grenzen y' und y'' gleich seyn dem Aus-
ke

$$\frac{b\lambda}{2\pi v} \left\{ \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} \left(at - B + \frac{\xi x}{b} + \frac{vy'}{b} \right) \right.$$
$$\left. - \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} \left(at - B + \frac{\xi x}{b} + \frac{vy''}{b} \right) \right\},$$

auch, wenn man die Cosinus auflöst, gleich

$$\left[\text{Cos.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy') - \text{Cos.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy'') \right] . \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (at - B)$$

$$\frac{\lambda}{\pi v} \left[\text{Sin.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy') - \text{Sin.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy'') \right] . \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (at - B).$$

man nun das Integral in Beziehung auf x zwischen den
n entsprechenden Grenzen oder setzt man

$$= \int \partial x \left[\text{Cos.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy') - \text{Cos.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy'') \right]$$

$$= \int \partial x \left[\text{Sin.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy') - \text{Sin.} \frac{2\pi}{b\lambda} (\xi x + vy'') \right],$$

hält man für die gesuchte vollständige Vibration des Lich-
n irgend einem Puncte M des Schirms

$$V = \frac{b\lambda}{2\pi v}.P.\text{Cos.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - B) - \frac{b\lambda}{2\pi v}.Q.\text{Sin.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t -$$

und daher auch für die Intensität I des Lichts in dems[elben]
Puncte M

$$I = \left(\frac{b\lambda}{2\pi v}\right)^2.(P^2 + Q^2).$$

38) Besonderer Fall, wenn die Oeffnung ei[n] Rechteck ist.

Nimmt man die Seiten dieses Rechtecks in den Rich[tun]gen der x und y und nennt man diese Seiten 2e und 2f, [so] hat man

$$y' = -f \text{ und } y'' = +f,$$

also auch

$$\text{Cos.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v y') - \text{Cos.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v y'')$$

$$= \text{Cos.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x - v f) - \text{Cos.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v f)$$

$$= 2\,\text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}\,x\xi\,.\,\text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}\,v f.$$

Wird dieser Ausdruck durch ∂x multiplicirt und integ[rirt], so hat man

$$-\frac{b\lambda}{\pi\xi}.\,\text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}\,v f\,.\,\text{Cos.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}\,\xi x$$

und dieses von $x = -e$ bis $x = +e$ genommen giebt

$$P = 0.$$

Ebenso hat man

$$\text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v y') - \text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v y'')$$

$$= \text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x - v f) - \text{Sin.}\ \frac{2\pi}{b\lambda}(\xi x + v f)$$

$$= -\ 2\,\text{Cos.}\frac{2\pi\xi x}{b\lambda}.\,\text{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda},$$

wovon wieder das Integral ist

$$-\frac{b\lambda}{\pi\xi}.\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi\xi x}{b\lambda}$$

zwischen den Grenzen $x = -e$ und $x = +e$ genommen,

$$Q = -\frac{2b\lambda}{p\xi}.\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi\xi e}{b\lambda},$$

afs also die Intensität I gleich ist

$$I = \frac{b^4\lambda^4}{\pi^4\xi^2 v^2}.\,\mathrm{Sin.}^2\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\,\mathrm{Sin.}^2\frac{2\pi\xi e}{b\lambda}$$

was dasselbe ist,

$$= 16 e^2 f^2.\left(\frac{b\lambda}{2\pi v f}\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}\right)^2.\left(\frac{b\lambda}{2\pi\xi e}\,\mathrm{Sin.}\frac{2\pi\xi e}{b\lambda}\right)^2.$$

I. Dieser Werth von I wird ein Gröſstes für $\xi = 0$, $v = 0$, für den Punct O, der dem Puncte A senkrecht zum Schirm über steht. Weiter wird I gleich Null, so oft ξ ein Mul- n von $\frac{b\lambda}{2e}$ oder so oft v ein Multiplum von $\frac{b\lambda}{2f}$ ist. s folgt, daſs der Schirm mit einem Gitter von schwar- treifen überzogen ist, die auf einander senkrecht stehn von denen die horizontalen, so wie auch die verticalen, sich gleich weit entfernt sind. Für jeden gegebenen h von ξ ist die Intensität ein Gröſstes, wenn $v = 0$, wenn v einen von denjenigen Werthen hat, die Sin. $\frac{2\pi v f}{b\lambda}$ zum Maximum machen. Das Lichtbild des ns wird also eine helle Stelle im Mittelpuncte haben, lurch diesen Mittelpunct wird ein vierarmiges Kreuz dessen Arme durch schwarze Striche in bestimmten In- en durchbrochen sind, in den vier Winkeln des Kreu- rd eine Reihe von weniger hellen Vierecken stehn u. s. w., ir später umständlicher sehn werden.

Besonderer Fall, wenn die Oeffnung eine enge geradlinige Spalte ist.

ieser Fall ist in dem des in §. 38. betrachteten Recht- nthalten. Ist nämlich 2f die Breite der Spalte und man die Länge 2e derselben unbestimmt an, so wird on dem oben erhaltenen Ausdrucke

$$I = 16 e^2 f^2 . \left(\frac{b\lambda}{2\pi\xi e} \text{Sin.} \frac{2\pi\xi e}{b\lambda}\right)^2 . \left(\frac{b\lambda}{2\pi v f} \text{Sin.} \frac{2\pi v b}{b\lambda}\right)$$

die in e multiplicirten Glieder als eine unbestimmte, un Willkür überlassene constante Gröfse betrachten. Setzt diese constante Gröfse gleich A^2, so hat man

$$I = A^2 . \frac{b^2 \lambda^2}{4\pi^2 v^2 f^2} . \text{Sin.}^2 \frac{2\pi v f}{b\lambda}$$

für die gesuchte Intensität des durch die Spalte geg Lichtes. Setzt man der grofsen Einfachheit des Ausd wegen die Breite der Spalte $2f = k$ und die Gröfse $\frac{v}{b} = \text{Si}$ so hat man, wenn man die Constante A^2 oder die urspr liche Intensität des Lichts zur Einheit annimmt,

$$I = \frac{\lambda^2}{k^2\pi^2 \text{Sin.}^2\psi} . \text{Sin.}^2\left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right) = \frac{1}{\left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right)^2} . \text{Sin.}^2\left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Si}\right.$$

Die Tafel am Ende des §. 39. giebt von 30 zu 30 Grad der zweiten Columne den Werth von

$$H = \frac{1}{\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi} \text{Sin.} \left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right)$$

und von

$$H^2 \text{ oder } I = \frac{1}{\left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right)^2} . \text{Sin.}^2\left(\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right)$$

Fig. 202. für $\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ u. s. w. Die Figur aber in ihren Abscissen 0, 01, 02, 03 . . . die Werthe des B $\frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi = 0, \frac{1}{2}\pi, \frac{2}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi$ . . . zu beiden Seiten de fangspunctes O der Coordinaten und die diesen Abscissen sprechenden Ordinaten H in der punctirten, die Or ten I in der ausgezogenen oder vollen Curve, wo diese die nächstfolgenden Zeichnungen aus dem bereits oben führten, für den graphischen Theil des Gegenstandes vor lichen Werke Schwerd's genommen sind.

I. Für $\psi = 0$ erhält H sowohl, als auch die Inten ihren gröfsten Werth. Dieses entspricht dem Puncte 0

ms in der vorhergehenden Figur, wo O A senkrecht auf
Schirme steht. Zu beiden Seiten von dem Puncte O
eiden Figuren) nehmen die Gröſsen H und I immer ab, H
ım, k aber sehr schnell. Nennt man übrigens $x = \frac{k\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi$
Abscisse, y oder H die Ordinate der beiden Curven,
ird die Gleichung der punctirten Curve $y = \frac{1}{x} \text{Sin. } x$
die der vollen Curve $y = \frac{1}{x^2} \text{Sin.}^2 x$ seyn.

ll. Der Werth von I, so wie auch der von H, wird
h Null, so oft von dem Ausdrucke

$$\frac{\text{Sin.}\left(\frac{k\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi\right)}{\frac{k\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi}$$

Zähler Null wird, ohne daſs zugleich der Nenner ver-
indet, d. h. so oft

$$\frac{k\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi = 0,\ 2\pi,\ 4\pi,\ \ldots\ldots\ 2m\pi$$

wo m die Zahlen 0, 1, 2, 3 . . bezeichnet. Der Aus-
$\frac{k\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi = 2m\pi$ giebt aber

$$k\,\text{Sin.}\psi = 2m\lambda,$$

die Intensität des gebeugten Lichtes ist Null, so oft der
schied der Randstrahlen einer geraden Anzahl von Wel-
igen gleich ist. Diese Gleichung

$$\text{Sin.}\psi = \frac{2m\lambda}{k}$$

zugleich die Beugungswinkel ψ = MFO für die licht- Fig.
oder dunklen Stellen des auf dem Schirm erzeugten Bil- 201.
Ist die Breite k der Spalte gegen die Länge λ einer
welle sehr groſs oder ist $\frac{\lambda}{k}$ ein sehr kleiner Bruch, so
auch in der letzten Gleichung $\text{Sin.}\psi = \frac{2m\lambda}{k}$ der Werth
ψ nur sehr klein seyn, so lange m nicht eine bedeutende
wird, so daſs man daher statt dieser Gleichung auch

setzen kann $\psi = \pm \frac{2m\lambda}{k}$. Dieselbe Gleichung Sin. ψ =
zeigt zugleich, dafs die Sinus der Beugungswinkel ψ, die
dunklen Stellen entsprechen, der Länge λ der Lichtwelle
rect und der Breite k der Spalte verkehrt proportional
Für $k < 2m\lambda$ wird Sin. $\psi > 1$, also ψ unmöglich.

III. Nimmt man $\frac{k\pi}{\lambda}$ Sin. $\psi = \pm (2m \pm \frac{1}{2})\pi$, also
Sin. $\left(\frac{k\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi\right) = \pm 1$, so wird

$$I = \left(\frac{1}{(2m \pm \frac{1}{2})\pi}\right)^2.$$

Fig. 202. Diese Werthe entsprechen in der Figur den Abscissen
± 3, ± 5, ± 7 . . . und da für sie

$$k\,\text{Sin.}\psi = \pm (2m \pm \tfrac{1}{2})\lambda = \pm (4m \pm 1)\tfrac{1}{2}\lambda$$

ist, so folgt daraus, dafs für diese Abscissen ± 1, ± 3, ± 5
der Gangunterschied der Randstrahlen einer *ungeraden* Anz
von halben Wellenlängen gleich ist und dafs an diesen Pun
cten die Intensitäten

$$a^2,\ \tfrac{1}{9}a^2,\ \tfrac{1}{25}a^2,\ \tfrac{1}{49}a^2 \ldots,\ \text{wo } a = \frac{2}{\pi} \text{ ist,}$$

sich verkehrt, wie die Quadrate der ungeraden Zahlen 1,
5, 7 . . verhalten. Uebrigens entsprechen die Puncte 3,
7, 9 . ., welche in der Mitte zwischen den dunklen St
len 2, 4, 6, 8 . . liegen, nicht genau den aufeinander
genden gröfsten Intensitäten der Curve, sondern diese M
xima neigen sich etwas gegen die Mitte O des Bildes
und zwar um so mehr, je näher dieses Maximum selbst
der Mitte des Bildes steht.

IV. Dieses giebt zugleich ein sehr gutes Mittel,
Länge λ einer Lichtwelle für jede Farbe des Spectrums
Genauigkeit zu bestimmen. Hat man nämlich den Beugungs
winkel ψ für irgend einen farbigen Streifen und die Breite
der Spalte gemessen, was mit einem Theodoliten sehr sch
geschehn kann, so hat man aus II.

$$\lambda = \frac{k}{2m}\,\text{Sin.}\psi.$$

V. Das Vorhergehende setzt voraus, dafs sowohl die
ne des Schirms, in welcher die Oeffnung angebracht ist,
auch die hinter dem Schirme stehende Tafel auf der ur-
ißglichen Richtung AO der einfallenden Strahlen senk-
it steht. Macht aber die Ebene des Schirms mit der Rich-
; der einfallenden Strahlen einen Winkel gleich $90^0 - w$,
ieht man leicht, dafs dadurch die vorhergehenden Werthe
II und I in die folgenden übergehn

$$1 = \frac{1}{\frac{k\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w)} . \text{Sin.} \left[\frac{k\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w)\right]$$

$$1 = \frac{1}{\left[\frac{k\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w)\right]^2} . \text{Sin.}^2 \left[\frac{k\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w)\right],$$

dafs also auch für einen solchen geneigten Schirm die In-
sität I verschwindet, so oft die Gröfse

$$\frac{k\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w) = \pm 2m\pi$$

Aus dieser Gleichung folgt

$$\text{Sin.}\,\psi - \text{Sin.}\,w = \pm \frac{2m\lambda}{k},$$

lurch man einen der beiden Winkel ψ oder w bestimmen
a, wenn der andere gegeben ist. Der Beugungswinkel,
i. die Neigung des gebeugten Strahls gegen den einfallen-
AF, ist dann gleich $\psi - w$.

$\frac{k\pi}{\lambda}$ Sin. ψ	H	I
0°	1,000	1,000
30	0,955	0,912
60	0,827	0,684
$90 = \frac{1}{2}\pi$	0,637	0,405
120	0,413	0,171
150	0,191	0,036
$180 = \frac{2}{2}\pi$	0,000	0,000
210	—0,136	0,019
240	—0,207	0,043
$270 = \frac{3}{2}\pi$	—0,212	0,045
300	—0,165	0,027
330	—0,087	0,007
$360 = 2\pi$	0,000	0,000
390	0,073	0,005
420	0,118	0,014
$450 = \frac{5}{2}\pi$	0,127	0,016
480	0,103	0,011
510	0,056	0,003
$540 = \frac{6}{2}\pi$	0,000	0,000
570	—0,050	0,002
600	—0,083	0,007
$630 = {}^{7}\pi$	—0,091	0,008
660	—0,075	0,006
690	—0,041	0,002
$720 = \frac{8}{2}\pi$	0,000	0,000
750	0,038	0,002
780	0,064	0,004
$810 = \frac{9}{2}\pi$	0,071	0,005
840	0,059	0,003
870	0,032	0,001

$\frac{k\pi}{\lambda}$ Sin. ψ	H	I
$900° = \frac{10}{2}\pi$	0,000	0,0000
930	0,031	0,0009
960	0,052	0.0027
$990 = \frac{11}{2}\pi$	0,058	0 0033
1020	0,049	0.0024
1050	0,027	0,0007
$1080 = \frac{12}{2}\pi$	0,000	0,0000
$1170 = \frac{13}{2}\pi$	0,049	0,0024
$1350 = \frac{15}{2}\pi$	—0,042	0,0018
$1530 = \frac{17}{2}\pi$	0,037	0,0014
$1710 = \frac{19}{2}\pi$	—0,033	0,0011
$1890 = \frac{21}{2}\pi$	0,030	0,0009
$2070 = \frac{23}{2}\pi$	—0,028	0,0008
$2250 = \frac{25}{2}\pi$	0,025	0,0006
$2430 = \frac{27}{2}\pi$	—0,024	0,0006
$2610 = \frac{29}{2}\pi$	0,022	0,0005
$2790 = \frac{31}{2}\pi$	—0,020	0,0004
$2970 = \frac{33}{2}\pi$	0,019	0,0004

Graphische Darstellung des durch ein Rechteck gehenden Lichtstroms.

Da man nach §. 38. für die Quadratwurzel der Intensi- für diesen Fall den Ausdruck hat

$$\sqrt{I} = 4ef. \frac{\text{Sin.} \frac{2\pi\xi e}{b\lambda}}{\frac{2\pi\xi e}{b\lambda}} . \frac{\text{Sin.} \frac{2\pi v f}{b\lambda}}{\frac{2\pi v f}{b\lambda}},$$

at man auch, wenn man abkürzend die Winkel ψ und ψ' nimmt, dafs man erhält

$$\frac{\xi}{b} = \text{Sin.}\psi \text{ und } \frac{v}{b} = \text{Sin.}\psi',$$

wenn man überdiefs die zwei Seiten des Rechtecks $2e = a$ $2f = b$ setzt,

$$\sqrt{I} = ab. \frac{\text{Sin.}\left(\frac{a\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi\right)}{\frac{a\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi} . \frac{\text{Sin.}\left(\frac{b\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi'\right)}{\frac{b\pi}{\lambda} \text{Sin.}\psi'},$$

r der Voraussetzung, dafs der Schirm, in welchem die ung angebracht ist, gegen die ursprüngliche Richtung der tstrahlen senkrecht steht. Ist er aber gegen die Ebene xz und yz um die Winkel w und w′ geneigt, so wird analog mit §. 39. V. haben

$$= ab. \frac{\text{Sin.} \frac{a\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\psi - \text{Sin.w})}{\frac{a\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\psi - \text{Sin.w})} . \frac{\text{Sin.} \frac{b\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\psi' - \text{Sin.w}')}{\frac{b\pi}{\lambda}(\text{Sin.}\psi' - \text{Sin.w}')}.$$

n man, wie gewöhnlich, nur die *Verhältnisse* der Inten- en in verschiedenen Puncten der Tafel betrachtet, auf her das Lichtbild entsteht, so kann man den constanten or ab dieser Ausdrücke gleich der Einheit annehmen. Ver- cht man dann diesen Ausdruck für $\sqrt{I}$ mit dem in §. 39. eine enge geradlinige Spalte erhaltenen, so sieht man, für das Rechteck die Intensität gleich ist dem Producte beiden Intensitäten, die man durch eine horizontale und ch eine verticale Spalte erhält, deren Breiten gleich sind

Fig. 203. den beiden Seiten des Rechtecks. Die Zeichnung giebt Gestalt und Lage des Lichtbildes in der Tafel, wenn Oeffnung des Schirms ein gegen die Coordinatenaxe liegendes Rechteck ist, dessen Gröfse mit dem mittleren Reck (1' 1") der Figur übereinkommt. Man trägt nä durch den in der Ebene der Tafel willkürlich genom Anfangspunct 0, welcher der Mitte des Bildes entspricht, zwei Hauptaxen XX' und YY' parallel mit den Seiten Rechtecks in den Schirm und trägt dann auf diese von dem Puncte 0 aus, die Werthe der Seiten des Rech nämlich a z. B. auf XX' und b auf YY' auf. Da nun den beiden Factoren

$$\frac{\text{Sin.}\left(\frac{a\pi}{\lambda}\text{ Sin.}\psi\right)}{\frac{a\pi}{\lambda}\text{ Sin.}\psi} \text{ und } \frac{\text{Sin.}\left(\frac{b\pi}{\lambda}\text{ Sin.}\psi'\right)}{\frac{b\pi}{\lambda}}$$

der erste verschwindet, wenn $\text{Sin.}\psi = \frac{2m\lambda}{a}$, und der zw wenn $\text{Sin.}\psi' = \frac{2m\lambda}{b}$, wo m die natürlichen Zahlen 1, 2, bezeichnet, so werden in der Figur, wenn man, wa uns abhängt, die Werthe von $\frac{\lambda}{a}$ und $\frac{\lambda}{b}$ den Seiten a un des Rechtecks proportional annimmt, die dreigestrichenen nien, die mit 2', 4', 6', 8' . . und mit 2", 4", 6", 8" . . zeichnet sind, die *dunklen Streifen* des Lichtbildes an ten, die also mit den beiden Hauptaxen XX' und YY' rallel sind. Steht die Oeffnung des Rechtecks im Schirme seinen Seiten parallel zu den rechtwinkligen Coordinaten y, z, so stehn auch diese Hauptaxen und die sämmtl finstern oder schwarzen Streifen auf einander senkrecht, alle lichten Bilder, die zwischen diesen dunklen Streifen halten sind, werden wieder Rechtecke seyn, die mit des Schirms parallele Seiten haben.

I. Zur Bestimmung der Intensität dieser einzelnen Rech ecke wird uns die Tafel des §. 39. dienen, da diese, der bereits oben mitgetheilten Bemerkung, die Werthe zwei Factoren giebt, deren Product die gesuchte Intensität dieser Rechtecke anzeigt. Ist also diese Intensität in

alpuncte 0 gleich der Einheit, so ist sie z. B. für das
teck 3′ oder 3″ oder genauer für den Punct der Tafel,
n Coordinaten, in XX′ und YY′ gezählt, gleich $\frac{3}{2}\pi = 270°$
gleich 0,045, für den Punct 5′ oder 5″ gleich 0,016,
en Punct 7′ oder 7″ gleich 0,008, so dafs also diese In-
ät selbst in den beiden Hauptlinien des durch das Bild
stellten Kreuzes mit der Entfernung von dem Central-
e 0 sehr schnell abnimmt. Aber noch rascher ist diese
hme in denjenigen Rechtecken, welche in den Winkeln
s Kreuzes stehn. Für das Rechteck p z. B., das zwi-
n 3′ und 3″ in der Mitte steht, ist diese Intensität nur
5)(0,045) = 0,002, und für das Rechteck q oder 3′; 5″
5′; 3″ ist diese Intensität (0,045)(0,016) oder 0,0007,
s Rechteck t = (5′; 5″) ist sie (0,016)(0,016) = 0,00026
w., so dafs also die Intensität des ersten Winkelbildes
(3′; 3″), das wir 0,002 gefunden haben, schon 500mal
icher ist, als die Intensität des Centralpuncts 0. Man
daraus, dafs man diese Winkelbilder nur bei sehr in-
em einfallenden Lichte noch erkennen wird.

Zieht man durch irgend einen Punct M der Hauptaxe XX
Gerade zur andern Axe YY′ parallel, so wird die In-
it für jeden Punct dieser Parallele erhalten, wenn man
tensität des entsprechenden Puncts auf der Hauptaxe YY′
r in demselben Verhältnisse vermindert, in welchem die
ität des Puncts M kleiner ist, als die Intensität des Cen-
ncts. Geht diese Gerade z. B. durch den Punct M = 3′,
lchem die Intensität gleich 0,045, also nahe 22mal klei-
s in dem Centralpuncte ist, so ist auch die Intensität auf
Puncten dieser Linie 22mal kleiner, als in den entspre-
en Puncten der Linie YY′. Da nun die Intensität aller
der beiden Hauptaxen aus der Tafel des §. 39. un-
ar gegeben ist, so kann man sich durch diese Bemer-
leicht eine deutliche Vorstellung von der Intensität aller
ilder der Tafel machen, ja man könnte selbst zwischen
unklen Strafsen auf den verschiedenen lichten Recht-
die Intensitäten der einzelnen Puncte dieser Rechtecke,
wie in unsern geographischen Charten die Berge und
, durch eine anschauliche Zeichnung darstellen.

. Uebrigens erscheint das Lichtbild des Ganzen auf der
nur dann in der durch diese Zeichnung dargestellten

symmetrischen Form eines Kreuzes, wenn die direct einfal
den Lichtstrahlen auf der Ebene des Schirms, welcher
Oeffnung enthält, senkrecht stehn. Je gröſser aber die Neig
dieses Schirms gegen die einfallenden Strahlen ist, desto
leidet auch die symmetrische Gestalt des Bildes, und für
verschwindet endlich die ganze Erscheinung.

III. Alles Vorhergehende würde den darüber angestel
Experimenten vollkommen gemäſs gefunden. Schwerd
obachtete diese Erscheinungen am vorzüglichsten, indem
zwei mit einer feinen Spalte versehene Stanniolblättchen
übereinander legte, sie unmittelbar vor das Auge hielt
durch das kleine parallelogrammartige Löchelchen das Bild
Sonne auf einem geschwärzten Uhrglase betrachtete.
die eine Spalte vertical, während die andere von der hori
talen Lage nach und nach ebenfalls zu der verticalen
geht, so bleiben die der ersten Spalte entsprechenden
chen immer horizontal, während die anfangs verticalen
chen der zweiten Spalte eine immer schiefere Lage an
men, bis sie endlich mit dem horizontalen zusammenfal
Während dieser Abänderung werden beide Reihen der
chen immer schmäler und mehr verzogen, aber ihre Mitt
puncte nehmen auf den beiden Hauptaxen immer dieselb
Stellen ein, indem sie die ursprüngliche Entfernung von
Centralpuncte 0 beibehalten. Gebraucht man endlich zu
sen Beobachtungen ein Fernrohr, so kann man die Spalten
den Stanniolblättchen selbst mehrere Linien, bis auf einen
breit nehmen, wodurch die Intensität des Bildes sehr
mehrt und die Winkelbildchen sichtbarer werden.

41) Besonderer Fall, wenn die Oeffnung ei gleichseitiges Dreieck ist.

Nimmt man die Axe der x in der zu einer Seite
Dreiecks senkrechten Richtung und den dieser Seite ge
überstehenden Winkel zum Anfang der Coordinaten, und
man e die ganze Länge dieser Senkrechten, so hat man,
$\text{Tang. } 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ist.

$$y' = -\frac{x}{\sqrt{3}} \text{ und } y'' = +\frac{x}{\sqrt{3}},$$

afs also die obigen allgemeinen Werthe von P und Q in nde übergehn:

$$P = \frac{b\lambda}{2\pi\left(\xi - \frac{v}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \text{Sin.}\ \frac{2\pi x}{b\lambda}\left(\xi - \frac{v}{\sqrt{3}}\right)$$

$$- \frac{b\lambda}{2\pi\left(\xi + \frac{v}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \text{Sin.}\ \frac{2\pi x}{b\lambda}\left(\xi + \frac{v}{\sqrt{3}}\right),$$

nan noch $x = e$ setzen wird, um den Werth von P zwi- den Grenzen $x = 0$ und $x = e$ zu erhalten. Ebenso nan für das andere Integral, auch von $x = 0$ bis $x = e$ nmen,

$$= \frac{b\lambda}{2\pi\left(\xi - \frac{v}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \left[1 - \text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\left(\xi - \frac{v}{\sqrt{3}}\right)\right]$$

$$- \frac{b\lambda}{2\pi\left(\xi + \frac{v}{\sqrt{3}}\right)} \cdot \left[1 - \text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\left(\xi + \frac{v}{\sqrt{3}}\right)\right].$$

Summe der Quadrate dieser zwei Gröfsen ist, wenn man ürze wegen

$$\xi - \frac{v}{\sqrt{3}} = g \text{ und } \xi + \frac{v}{\sqrt{3}} = h$$

und den Factor $\frac{b^2\lambda^2}{4\pi^2}$ einstweilen wegläfst,

$$+Q^2 = \frac{1}{g^2}\left[2 - 2\,\text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, g\right] + \frac{1}{h^2}\left[2 - 2\,\text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, h\right]$$

$$- \frac{2}{gh}\left[1 + \text{Cos.}\ \frac{4\pi e}{b\lambda}\,\xi - \text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, g - \text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, h\right].$$

r Ausdruck kann auch so geschrieben werden

$$Q^2 = \frac{2}{g^2h^2}\left[\xi^2 + v^2 - \tfrac{2}{3}(\xi v + v^2)\,\text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, g\right]$$

$$\frac{}{h^2}\left[\tfrac{2}{3}(\xi v - v^2)\,\text{Cos.}\ \frac{2\pi e}{b\lambda}\, h - \left(\xi^2 - \frac{v^2}{3}\right)\text{Cos.}\ \frac{4\pi e}{b\lambda}\,\xi\right].$$

uch diesen Ausdruck zum Gebrauche noch bequemer stellen, wollen wir

$$\xi = r\,\mathrm{Cos.}\,\Theta \text{ und } v = r\,\mathrm{Sin.}\,\Theta$$

setzen, wo also r und Θ die sogenannten Polarcoordi[nate]
des Puncts M der Tafel in Beziehung auf den Centralpu[nct]
derselben sind. Setzt man nämlich

$$M = \frac{3b^4\lambda^4}{32\pi^4 r^4} \cdot \frac{1}{\mathrm{Sin.}^2\,\Theta\,\mathrm{Sin.}^2(\Theta - 60^\circ)\,\mathrm{Sin.}^2(\Theta - 120^\circ)}$$

und

$$N = \frac{4\pi r e}{b\lambda\sqrt{3}}$$

und stellt man auch den oben weggelassenen Factor
wieder her, so erhält man für die gesuchte Intensität

$$I = M\,[\tfrac{3}{4} - \mathrm{Sin.}(\Theta - 60^\circ)\,\mathrm{Sin.}(\Theta - 120^\circ)\,\mathrm{Cos.}(N\,\mathrm{Sin.}\,\Theta)]$$
$$- M\,[\mathrm{Sin.}(\Theta - 120^\circ)\,\mathrm{Sin.}(\Theta - 180^\circ)\,\mathrm{Cos.}(N\,\mathrm{Sin.}(\Theta - 6$$
$$- M\,[\mathrm{Sin.}(\Theta - 180^\circ)\,\mathrm{Sin.}(\Theta - 240^\circ)\,\mathrm{Cos.}(N\,\mathrm{Sin.}(\Theta - 12$$

Dieser Ausdruck ist in seinem gröſsten Werthe für $r = 0$
dann ist

$$I = \frac{27e^4}{4}.$$

Aber der Werth von I ist auch dann noch beträchtlich g[roſs]
wenn $\Theta = 0$ oder $= 60^\circ$ oder 120°, 180°, 240° oder en[dlich]
300° ist, wo nämlich für alle diese Fälle

$$I = \frac{3\lambda^2 e^2 b^2}{4\pi^2 r^2} + \frac{b^4\lambda^4}{6\pi^4 r^4}$$

wird, und daraus erklärt sich unter andern die Form, in [wel]cher die Fixsterne im Fernrohr erscheinen, wie Hersc[hel]
zuerst gezeigt hat und worauf wir weiter unten wieder [zu]rückkommen werden.

I. Den vorhergehenden Ausdruck für I fand Airy[1] [für]
das gleichseitige Dreieck. Schwerd hat folgenden allge[mei]nen und zugleich sehr eleganten Ausdruck für jedes Drei[eck]
dessen Seiten a, b und c sind, gegeben, in welchem w[ieder]
ψ den Beugungswinkel und α, β, γ die Neigungen der S[ei]ten $AB = a$, $AC = b$ und $BC = c$ des Dreiecks gege[n]

Fig. 204.

---

1 Encyclop. Metrop. Art. *Light.* p. 772.

2 S. dessen oben erwähnte Schrift.

tung NN' des durch die Oeffnung des Schirms gebeugten
hls bezeichnen, vorausgesetzt, dafs die Ebene dieses
ms oder dafs die Ebene dieses Dreiecks auf der ursprüng-
n Richtung der Strahlen senkrecht steht. Dieser Aus-
k ist:

$$\frac{1}{(\alpha')^2}\left[\left(\frac{\text{Sin.}\gamma'}{\gamma'}\right)^2+\left(\frac{\text{Sin.}\beta'}{\beta'}\right)^2-\frac{2\,\text{Sin.}\gamma'}{\gamma'}\cdot\frac{\text{Sin.}\beta'}{\beta'}\,.\,\text{Cos.}\,\alpha'\right],$$

der Kürze wegen gesetzt worden ist

$$\alpha'=\frac{a\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\,\alpha\,\text{Sin.}\,\psi,$$

$$\beta'=\frac{b\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\,\beta\,\text{Sin.}\,\psi,$$

$$\gamma'=\frac{c\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\,\gamma\,\text{Sin.}\,\psi.$$

man aber überhaupt die Gleichung hat

$$a\,\text{Sin.}\,\alpha=c\,\text{Sin.}\,\gamma-b\,\text{Sin.}\,\beta,$$

ann man jenem Ausdrucke auch noch folgende Gestalten
n:

$$\frac{1}{(\beta')^2}\left[\left(\frac{\text{Sin.}\gamma'}{\gamma'}\right)^2+\left(\frac{\text{Sin.}\alpha'}{\alpha'}\right)^2-\frac{2\,\text{Sin.}\gamma'}{\gamma'}\cdot\frac{\text{Sin.}\alpha'}{\alpha'}\,.\,\text{Cos.}\,\beta'\right]$$

$$\frac{1}{(\gamma')^2}\left[\left(\frac{\text{Sin.}\alpha'}{\alpha'}\right)^2+\left(\frac{\text{Sin.}\beta'}{\beta'}\right)^2-\frac{2\,\text{Sin.}\alpha'}{\alpha'}\cdot\frac{\text{Sin.}\beta'}{\beta'}\,.\,\text{Cos.}\,\gamma'\right],$$

endlich

$$\frac{1}{\beta'\gamma'}\left[\left(\frac{\text{Sin.}\alpha'}{\alpha'}\right)^2-\left(\frac{\text{Sin.}\beta'}{\beta'}\right)^2+\left(\frac{\text{Sin.}\gamma'}{\gamma'}\right)^2\right].$$

I. Um den Inhalt dieses Ausdrucks durch eine Zeich- Fig.
anschaulich zu machen, sey in der Ebene der Tafel N 205.
entralpunct, NH die Richtung der directen und NT die
ng der durch die Oeffnung des Schirms gebeugten Strah-
Man ziehe die Linien Na, Nb und Nc parallel mit den
a, b und c des gegebenen Dreiecks und beschreibe
als Mittelpunct mit dem Halbmesser NH = NT eine
. Seyen XHX, YHY und ZHZ die durch H geleg-
d auf jenen Dreiecksseiten senkrecht stehenden gröfs-
reise der Kugel, die wir die drei *Hauptkreise* nennen
. Endlich kann man auch noch durch den Punct T

drei andere, mit den vorhergehenden parallele Kreise ge
denken und die Linien HP, TM und RN auf die T
senkrecht ziehn. Die Figur ist hier, der gröfseren Al
meinheit wegen, für den Fall gezeichnet, wo der Schirm
welchem die Oeffnung sich befindet, eine Neigung HR
gen die in die Oeffnung direct einfallenden Strahlen hat.
diese Neigung, wie oben vorausgesetzt wurde, gleich
oder steht der Schirm senkrecht auf den directen Strahlen,
fällt der Punct P mit dem Centralpuncte N zusammen und
drei Puncte A, B und C fallen als überflüssig aus der Zei
nung weg. Läfst man nun von dem Puncte T der Oberfl
der Kugel ein Loth TM auf die Ebene der Tafel herab
zieht $MA_{,}$ senkrecht auf Na, so wie $MB_{,}$ senkrecht auf
und endlich $MC_{,}$ senkrecht auf Nc, so hat man

$$NA_{,} = \text{Sin.}\,\alpha\;\text{Sin.}\,\psi,$$
$$NB_{,} = \text{Sin.}\,\beta\;\text{Sin.}\,\psi,$$
$$NC_{,} = \text{Sin.}\,\gamma\;\text{Sin.}\,\psi.$$

Fällt nun der Punct T mit H zusammen, also auch M mit
(d. h. fällt für einen senkrechten Schirm M mit dem Centr
puncte N zusammen), so ist $\alpha' = \beta' = \gamma' =$ Null und d
Intensität I wird gleich der Einheit oder am gröfsten. Se
man aber blofs voraus, dafs T auf den Hauptkreis XH
falle, d. h. dafs $\alpha' =$ Null ist; so wird $\beta' = \gamma'$ und der ob
vorletzte Ausdruck von I geht in den folgenden über:

$$I = \frac{1}{(\beta')^2}\left[1 + \left(\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right)^2 - \frac{2\,\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\,\text{Cos.}\,\beta'\right]$$

oder auch

$$I = \left(\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right)^2 + \frac{1}{(\beta')^2}\cdot\left[\text{Cos.}\,\beta' - \frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right]^2.$$

Da aber der zweite Theil dieses Ausdrucks nie gleich N
werden kann, aufser wenn β' selbst gleich Null ist, so s
man, dafs auf dem Hauptkreise XHX die Intensität des Li
nie gleich Null werden kann. Dasselbe gilt auch von d
beiden andern Hauptkreisen. Eine dreieckige Oeffnung d
Schirms giebt also keine fortlaufenden dunklen Strafsen, w
wir dieselben oben bei der viereckigen Oeffnung allerdings b
merkt haben. Auch zeigt der letzte Ausdruck, dessen ers
Theil die Intensität auf einem der Hauptkreise einer rec

ıkligen viereckigen Oeffnung vorstellt, dafs bei gleicher htmenge (d. h. bei gleicher Intensität des direct einfallen- Lichts) bei dem Dreiecke die Intensität immer gröfser ist, bei dem Rechtecke, die Mitte N des Bildes ausgenommen, die Intensität gleich der Einheit ist. Setzt man $\beta' = \pm m\pi$, m=1, 2, 3.. ist, so giebt der letzte Ausdruck

$$I = \frac{1}{(m\pi)^2}$$

die Minima der Intensität auf dem Hauptkreise XHX. se Minima verhalten sich also, wie verkehrt die Quadrate natürlichen Zahlen 1, 2, 3 . . ., und die beiden andern ıptkreise haben offenbar ganz ähnliche Minima der Inten-. Setzt man $\beta' = \pm (2m+1)\frac{\pi}{2}$, so geht der letzte Ausk von I in den folgenden über

$$I = \frac{1}{\left[(2m+1)\frac{\pi}{2}\right]^2} + \frac{1}{\left[(2m+1)\frac{\pi}{2}\right]^4}$$

die Maxima der Intensität auf dem Hauptkreise XHX. nehmen nahe ab, wie verkehrt die Quadrate der ungera- Zahlen 1, 3, 5, 7 . ., und ähnliche Maxima finden sich ı auf den beiden andern Hauptkreisen.

III. Die folgende kleine Tafel giebt die Werthe von I dem vorhergehenden Ausdrucke

$$I = \left(\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right)^2 + \frac{1}{(\beta')^2}\left[\text{Cos.}\,\beta' - \frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right]^2$$

$\beta' = 0, 30^0, 60^0, 90^0$ u. s. w. Die Zahlen der dritten ıne geben zur Vergleichung die analogen Zahlen für echteck von demselben Flächeninhalte, wie jenes Dreieck. Figur endlich zeigt diese Intensitäten in der ausgezoge- Fig. 206. Curve für das Dreieck und in der punctirten Curve für quivalente Rechteck.

β′	I im Dreieck	I im Rechteck	β′	I im Dreieck	I im Rechteck
0°	1,000	1,000	330°	0,035	0,007
30	0,941	0,911	360 = $\frac{4}{2}\pi$	0,025	0,000
60	0,781	0,684	390	0,019	0,005
90 = $\frac{1}{2}\pi$	0,569	0,405	420	0,017	0,014
120	0,361	0,171	450 = $\frac{5}{2}\pi$	0,016	0,016
150	0,199	0,036	540 = $\frac{6}{2}\pi$	0,011	0,000
165	0,142	0,008	630 = $\frac{7}{2}\pi$	0,008	0,008
180 = $\frac{2}{2}\pi$	0,101	0,000	720 = $\frac{8}{2}\pi$	0,006	0,000
195	0,074	0,006	810 = $\frac{9}{2}\pi$	0,005	0,005
210	0,058	0,019	900 = $\frac{10}{2}\pi$	0,004	0,000
225	0,050	0,032	990 = $\frac{11}{2}\pi$	0,003	0,003
240	0,048	0,043	1080 = $\frac{12}{2}\pi$	0,003	0,000
255	0,048	0,047	1170 = $\frac{13}{2}\pi$	0,002	0,002
270 = $\frac{3}{2}\pi$	0,047	0,045	1260 = $\frac{14}{2}\pi$	0,002	0,000
300	0,043	0,027			

IV. Obschon es, wie wir gesehn haben, auf den bei Hauptkreisen keine dunklen Strafsen giebt, so können sich doch dergleichen aufser jenen Kreisen in dem Bilde des Ts fel finden. Um dieses zu untersuchen, betrachten wir den vorhergehenden Ausdruck

$$I = \frac{1}{(\gamma')^2}\left[\left(\frac{\text{Sin.}\,\alpha'}{\alpha'}\right)^2 + \left(\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right)^2 - \frac{2\,\text{Sin.}\,\alpha'}{\alpha'}.\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}.\text{Cos.}\ldots\right]$$

In dieser Gleichung ist der Theil rechts vom Gleichheitszeichen gleich dem Quadrate der dritten Seite eines Dreiecks, dessen beide andere Seiten sind

$$\frac{\text{Sin.}\,\alpha'}{\alpha'} \text{ und } \frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'},$$

wenn sie den Winkel γ' zwischen sich einschliefsen. Die dritte Seite eines solchen Dreiecks kann aber nur in zwei Fällen verschwinden. Erstens, wenn jene zwei ersten Seiten einander gleich werden und der von ihnen eingeschlossene Winkel gleich Null wird. In diesem Falle ist also γ' = Null und obige Gleichung wird dann

$$I = \frac{1}{(\gamma')^2}\left[\frac{\text{Sin.}\,\alpha'}{\alpha'} - \frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}\right]^2,$$

als ein Product von Quadraten, nie $I < 0$ geben kann. zweite Fall, den wir hier noch zu betrachten haben, ist wo die beiden Seiten $\frac{\text{Sin.}\,\alpha'}{\alpha'}$ und $\frac{\text{Sin.}\,\beta'}{\beta'}$ selbst gleich Null . Diese Seiten werden aber gleich Null, wenn $\beta' = \pm m\pi$ $\alpha' = \pm n\pi$ ist, wo m und n die natürlichen Zahlen !, 3 . . bezeichnen. Daraus folgt, dafs die Intensität I wird in allen den Puncten, dessen coordinirte auf dem ptkreise befindliche Puncte einem der oben (in II) betrach- ı Minima entsprechen. Nur in diesen Puncten und in er andern Stelle des Bildes kann absolute Finsternifs herr- n. Während also bei einem Rechteck ganze dunkle Stra- züge entstehn, sieht man bei dem Dreieck nur isolirte kle Stellen.

V. Um eine deutliche Uebersicht von dem ganzen Bilde rhalten, ziehe man durch den Centralpunct O die drei ptlinien XX, YY und ZZ senkrecht auf die Seiten des ecks ABC, welches die Oeffnung im Schirm vorstellt, trage auf diese Linien die Seiten des Dreiecks von O aus rmals auf. Dafs man statt dieser Seiten die Hälften oder dritten Theile derselben u. s. w. nehmen kann, um das in einen kleineren Raum einzuschliefsen, ist für sich Die Endpuncte der eingetragenen Einheiten sind in der r durch die geraden Zahlen

Fig. 207.

$$2',\ 4',\ 6' \ldots \text{ in XX}$$
$$2'',\ 4'',\ 6'' \ldots \text{ in YY}$$
$$2''',\ 4''',\ 6''' \ldots \text{ in ZZ}$$

ichnet worden. Durch die so bezeichneten Puncte ziehe gerade, mit jenen Hauptlinien XX, YY, ZZ parallel lau- e Linien, so werden alle Durchschnittspuncte dieser Li- diejenigen Puncte seyn, in welchen die Intensität Null doch müssen unter diesen Durchschnittspuncten diejeni- ausgenommen werden, welche auf den drei Hauptlinien t liegen, da nach dem Vorhergehenden diese Hauptlinien und gar keine finstern Puncte haben.

VI. Ist, wie zuvor, $\alpha' = \pm(2n+1)\frac{\pi}{2}$ und $\beta' = \pm(2m+1)\frac{\pi}{2}$, rhält man

$$I = \frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+1)^2 . (2n+1)^2}.$$

Setzt man in diesem Ausdrucke für m und n nach und nach 0, 1, 2, 3..., so erhält man die Intensität derjenigen Puncte, deren Coordinaten den ungeraden Zahlen auf den bei Hauptlinien entsprechen und die sich in der Mitte der Winkelbildchen befinden. Nimmt man für einen Augenblick die Gröfse $\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ zur Einheit an, so wird die Intensität in den sechs Puncten, die in der Figur durch 1 bezeichnet sind, ebenfalls gleich 1 seyn, während in dem Mittelpuncte aller übrigen Parallelogramme diese Intensität seyn wird

$$I = \frac{1}{(2m+1)^2 (2n+1)^2}.$$

VII. Ist aber $\alpha' = \pm n\pi$ und $\beta' = \pm (2m+1)\frac{\pi}{2}$, so erhält man

$$I = \frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+2n+1)^2 (2m+1)^2}$$

oder, wenn wieder $\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ zur Einheit angenommen wird,

$$I = \frac{1}{(2m+2n+1)^2 (2m+1)^2}.$$

Diesem gemäfs wird also z. B. die Intensität desjenigen Punctes, welcher den Coordinaten 2 und 3 entspricht und welchen wir durch (2; 3) bezeichnen wollen, gleich seyn

$$\frac{1}{(2+3)^2 . 3^2} = \frac{1}{5^2 . 3^2} = \frac{1}{225}$$

und ebenso wird man für die Intensitäten der anderen Puncte haben

$$(1;2) = \frac{1}{1^2 . 3^2} = \frac{1}{9} \qquad (3;4) = \frac{1}{3^2 . 7^2} = \frac{1}{441}$$

$$(1;4) = \frac{1}{1^2 . 5^2} = \frac{1}{25} \qquad (3;6) = \frac{1}{3^2 . 9^2} = \frac{1}{729}$$

$$(1;6) = \frac{1}{1^2 . 7^2} = \frac{1}{49} \qquad (5;2) = \frac{1}{5^2 . 7^2} = \frac{1}{1225}$$

e in der Figur eingeschriebenen Zahlen zeigen daher, wie nal die Intensität in jedem Puncte des Bildes kleiner ist, n der mit 1; 1; 1 bezeichneten Stelle um den Central-t O. Dabei wurde die Gröſse $\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4}$ zur Einheit angemen oder

$$I = \frac{1}{(2m+2n+1)^2(2m+1)^2}$$

tzt. Will man aber diese Intensitäten nach der vollständ Formel

$$I = \frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} \cdot \frac{1}{(2m+2n+1)^2(2m+1)^2}$$

edrückt haben, so wird man nur alle vorhergehende Zahlurch

$$\frac{1}{(\frac{1}{2}\pi)^4} = 0{,}1643$$

ipliciren, also nahe 6mal kleiner nehmen.

VIII. Die Beobachtungen sind mit den erwähnten Reen der Berechnung vollkommen übereinstimmend. Jene n die sternartige Figur mit ihren sechs Strahlen, und Strahlen erscheinen nicht (wie das Kreuz im Rechteck) instern Stellen unterbrochen, sondern bloſs an ihren Seingekerbt, so daſs man nirgends dunkle Straſsen, sondern isolirte finstere Stellen sieht. Um die Erscheinung mit n Augen mit allen ihren Veränderungen zu sehn, kann drei Stanniolblättchen so auf einander legen, daſs ihre er nur eine sehr kleine dreieckige Oeffnung zwischen sich, und dann durch diese Oeffnung des Sonnenbildchen, ben, auf einem an der Rückseite geschwärzten Uhrglase hten. Dabei muſs bemerkt werden, daſs man das Auge em Uhrglase immer in der Entfernung des deutlichen s, also z. B. für einen Kurzsichtigen in der Entfernung oder 8 Zoll halten muſs. Läſst man bei dieser Beobg je zwei der drei Stanniolblättchen in ihrer Lage unkt und ändert man bloſs die Lage des dritten, so bleiich die beiden Hauptlinien, welche auf den Rändern zwei ersten Blättchen senkrecht stehn, in dem Bilde in ückter Lage, so daſs bloſs die dritte Hauptlinie ihre

Lage nach und nach ändert. Wird die Oeffnung kleiner, so wird das centrale Scheibchen 1 1 1 grölser, und umgekehrt. Bedient man sich aber bei diesen Experimenten eines Fernrohrs, so kann man die Seiten des Dreiecks bedeutend grö[fser], z. B. von 1 bis 2 Zollen nehmen, wodurch man die Lichtstärke des ganzen Bildes sehr erhöht, was auch der Fall ist, wenn man statt des erwähnten Uhrglases einen gut polirten convexen Metallspiegel nimmt.

42) Betrachtung der Fälle, wenn das Licht durch mehrere kleine Oeffnungen derselben Gröfse und Form geht.

Nehmen wir, um von dieser Aufgabe wenigstens ein Beispiel durchzuführen, für diese Oeffnungen eine Anzahl von Rechtecken an, deren Länge 2f und Breite e ist und die alle um die Gröfse g von einander abstehn. Hier ist also in dem vorigen allgemeinen Probleme $y' = -f$ und $y'' = +f$, so dafs man für den zu integrirenden Ausdruck hat

$$\partial x \left[\text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - B + \frac{\xi x}{b} - \frac{vf}{b}\right) - \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - B + \frac{\xi x}{b} + \frac{vf}{b}\right)\right]$$

$$= 2\partial x\, \text{Sin.} \frac{2\pi v f}{b\lambda} . \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - B + \frac{\xi x}{b}\right)$$

und davon ist das Integral

$$-\frac{b\lambda}{\pi\xi}\, \text{Sin.} \frac{2\pi v f}{b\lambda} . \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - B + \frac{\xi x}{b}\right).$$

Bezeichnet nun k den Werth von x, der zur ersten Seite des ersten Rechtecks gehört, so wird der zur ersten Seite des (n + 1)ten Rechtecks gehörende Werth von x gleich k + n(e + g) und der zur letzten Seite desselben gehörende Werth k + n (e + g) + e seyn, und man wird daher für das Integral, das zu diesem (n + 1)ten Rechteck gehört, den Ausdruck haben

$$\frac{b\lambda}{\pi\xi}\, \text{Sin.} \frac{2\pi v f}{b\lambda} . \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}\left[\alpha t - B + \frac{k\xi}{b} + n(e+g)\frac{\xi}{b}\right]$$

$$-\frac{b\lambda}{\pi\xi}\, \text{Sin.} \frac{2\pi v f}{b\lambda} . \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}\left[\alpha t - B + \frac{k\xi}{b} + n(e+g)\frac{\xi}{b} + \frac{e\xi}{b}\right]$$

ür man auch schreiben kann

$$\text{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\text{Sin.}\frac{\pi e \xi}{b\lambda}\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}\left[\alpha t - B + \frac{k\xi}{b} + \frac{e\xi}{2b} + n(e+g)\frac{\xi}{b}\right]'$$

t man der Kürze wegen $C = B - \frac{k\xi}{b} - \frac{e\xi}{b}$, so hat man die gesuchte vollständige Vibration V in dem Puncte M Schirms, wenn man den Factor $\frac{b\lambda}{2\pi v}$ wieder herstellt,

$$:\frac{b^2\lambda^2}{\pi^2\xi v}.\text{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\text{Sin.}\frac{\pi e\xi}{b\lambda}.\Sigma\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - C + n(e+g)\frac{\xi}{b}\right),$$

n die Zahlen 1, 2, 3 . . und Σ das bekannte Summen-hen ausdrückt. Von dem letzten Ausdrucke ist aber das iche Integral (vergl. §. 20. IIIter Fall)

$$= -\frac{1}{2\,\text{Sin.}\frac{\pi(e+g)\xi}{b\lambda}}.\text{Cos.}\frac{2\pi}{\lambda}\left(\alpha t - C + (n-\tfrac{1}{2})(e+g)\frac{\xi}{b}\right).$$

mt man diesen Werth von $n = 0$ bis $n = m$, um alle itecke zu umfassen, so hat man (wie a. a. O.) für V den ruck

$$V = \frac{\text{Sin.}\frac{m\pi(e+g)\xi}{b\lambda}}{\text{Sin.}\frac{\pi(e+g)\xi}{b\lambda}}.\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - D),$$

ler Kürze wegen $D = C - \frac{(m-1)}{2}.(e+g)\frac{\xi}{b}$ gesetzt ist.

st demnach die vollständige Vibration für den Punct M h

$$\frac{{}^2\lambda^2}{{}^2\xi v}.\text{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}.\text{Sin.}\frac{\pi e\xi}{b\lambda}.\frac{\text{Sin.}\frac{m\pi(e+g)\xi}{b\lambda}}{\text{Sin.}\frac{\pi(e+g)\xi}{b\lambda}}.\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - D)$$

daher die Intensität I des Lichts für denselben Punct

$$e^2 f^2\left(\frac{b\lambda}{2\pi v f}.\text{Sin.}\frac{2\pi v f}{b\lambda}\right)^2.\left(\frac{b\lambda}{\pi e\xi}.\text{Sin.}\frac{\pi e\xi}{b\lambda}\right)^2.\left(\frac{\text{Sin.}m\pi(e+g)\frac{\xi}{b\lambda}}{\text{Sin.}\pi(e+g)\frac{\xi}{b\lambda}}\right)^2.$$

I. Betrachten wir zuerst das letzte Glied dieses A-
druckes von I oder das Glied

$$\left(\frac{\text{Sin. m}\,\Theta}{\text{Sin.}\,\Theta}\right)^2,$$

wenn der Kürze wegen $\Theta = \pi(e+g)\frac{\xi}{b\lambda}$ gesetzt wird. Ist
eine grofse ganze Zahl, so hat dieses Glied eine bedeute
Menge von gröfsten Werthen, die alle nahe zu den Wert
von Θ gehören, für welche m Θ ein ungerades Vielfaches v
$\frac{1}{2}\pi$ ist; aber das gröfste dieser Maxima ist dasjenige, welch
zu Sin. $\Theta = 0$ gehört und dieser gröfste aller Werthe ist d
gleich m². Das diesem nächstkommende Maximum ge
sehr nahe zu $m\,\Theta = \frac{\pi}{2}$ und ist gleich

$$\frac{1}{\left(\text{Sin.}\,\frac{\pi}{2m}\right)^2} \text{ oder nahe } \frac{4m^2}{\pi^2}.$$

Diesem folgt das an Gröfse nächstdritte $\frac{4m^2}{9\pi^2}$ u. s. w., an
wenn endlich Sin. Θ nahe gleich der Einheit wird, so ist au
das dazu gehörende Maximum nahe gleich 1. Wie man si
dann der Gröfse $\Theta = \pi$ nähert, so sind wieder ein oder zw
Werthe etwas bemerkbar, und dann kommt man wieder z
dem früheren bedeutenden Maximum. Hätte man also z. I
auf das Objectivglas eines Fernrohrs ein Gitter von 100 par
lelen Fäden gelegt, so wird man durch dieses Rohr einen s
hellen Punct im Mittelpuncte des Feldes sehn. Ihm zu bei
den Seiten stehn ein oder auch zwei viel weniger helle Pu
und jenem ersten so nahe, dafs man sie nicht leicht von ih
unterscheiden kann. Nach diesen zwei Puncten kommen m
rere andere, deren Intensität aber sehr schnell abnimmt (
ihre Intensität kaum den 10000sten Theil von jener des Centra
puncts beträgt); aber in noch gröfseren Entfernungen von di
sen Centralpuncten wird man wieder zu beiden Seiten desse
ben einen dem Centralpuncte gleich hellen Punct erblick
und in der doppelten Entfernung wieder einen solchen u. s. w
so dafs man also in dem Felde des Fernrohrs eine Aufeina
derfolge von hellen Lichtpuncten sehn wird, die alle äquidi
stant sind und zwischen welchen kein dem Auge bemerkba

zu sehn ist. Die Distanz dieser Puncte erhält man, man

$\vartheta = 0$ oder $= \pi,\ 2\pi,\ 3\pi \ldots$ oder wenn man

$= 0$ oder $\frac{b\lambda}{e+g}$ oder $\frac{2b\lambda}{e+g}$ oder $\frac{3b\lambda}{e+g}$ u. s. w. setzt.

'orhergehende ist von einem bestimmten farbigen oder ;enen Lichte gesagt. Nimmt man aber das zusammenge- weifse Sonnenlicht, so vereinigen sich die hellen Puncte 'arben nur dort, wo $\xi = 0$ ist, aber sonst in keinem an- Puncte mehr. Denn wenn man von diesem ersten oder ılpuncte zu dem Orte des nächsten hellen Punctes über- so ist die Distanz zwischen diesen beiden Puncten der nlänge λ proportional, so dafs demnach der nächste blaue dem Centrum näher liegen wird, als der nächste rothe v. Wenn man also bei dem Experimente mit weifsem den Centralpunct ebenfalls weifs sieht, so wird man ıdern, oben erwähnten hellen Puncte nicht mehr weifs, n in den gewöhnlichen prismatischen Farben erblicken, a diese hellen Puncte so vollkommen isolirt stehn, so das Farbenspiel in denselben sehr rein erscheinen, so ıan selbst die feinen fixen Linien (oder Unterbrechun- er Farben), die man bei den gewöhnlichen Prismen nur ühe sichtbar machen kann, sehr deutlich unterscheidet.

. Betrachten wir nun auch das vorletzte Glied von I ie Gröfse

$$\left(\frac{b\lambda}{\pi e \xi} . \text{Sin.} \frac{\pi e \xi}{b\lambda}\right)^2.$$

ıur klein oder ist e nur klein, so ist diese Gröfse nahe der Einheit. Wenn aber ξ zu irgend einem Multiplum

heranwächst, so verschwindet jene Gröfse. Wenn

derselbe Werth von ξ ein Multiplum von $\frac{b\lambda}{e}$ und von

ist, so wird einer der hellen Puncte verschwinden, was

oft geschieht, als e und g unter sich commensurable ı sind. Auch dieses stimmt vollkommen mit den Beobach- überein. Auch sind die Seitenmaxima alle kleiner oder die

Seitenpuncte alle lichtschwächer, als der Centralpunct, w
cher letztere seine gröſstere Lichtstärke für $\xi = 0$ hat.

III. Das erste Glied des vorhergehenden Ausdrucks v
bezieht sich offenbar bloſs auf das Gesetz des Fortgangs
Lichtstärke in der Richtung der Länge aller jener Rechte
daher es hier als auſserwesentlich übergangen werden kann

IV. Man kann sich endlich alle diese Lichterschei
gen sichtbar machen, wenn man das Objectiv eines Fernr
mit einem undurchsichtigen Blatte bedeckt, in welchem
eine oder mehrere kleine, gleiche und gleichweit abstehe
Oeffnungen in der Form von Rechtecken eingeschnitten h

V. Will man diesen Oeffnungen die Gestalt von K
sen geben, deren Halbmesser e ist, so würde man in d
vorhergehenden allgemeinen Ausdrucke

$$y' = -\sqrt{e^2 - x^2} \text{ und } y'' = +\sqrt{e^2 - x^2}$$

setzen, wodurch man dann im Verfolg des Calcüls auf
zwei Integrale kommt

$$\int \partial x \sqrt{e^2 - x^2}. \text{ Cos.} nx \text{ und } \int \partial x \sqrt{e^2 - x^2}. \text{ Sin.} nx,$$

die man aber nicht in geschlossenen Ausdrücken darstell
kann. Allein das Resultat dieser Berechnung läſst sich a
wohl ohne jene Integrale finden. Da wir nämlich bei rec
winkligen Oeffnungen gefunden haben, daſs die den Cent
punct nach allen Seiten umgebenden Lichtpuncte in ihren
stanzen sich verkehrt wie die Breiten dieser Rechtecke v
halten, so läſst sich ohne Schwierigkeit voraussehn, daſs
einer kreisförmigen Oeffnung diese Lichterscheinungen n
anders als in concentrischen Ringen sich darstellen kön
deren Durchmesser sich ebenfalls verkehrt wie ihre Ent
nungen von dem Centralpuncte verhalten, ein Resultat, d
auch den Beobachtungen vollkommen gemäſs ist.

43) Andere Betrachtung des durch mehrere gleiche Oeffnungen gehenden Lichtes.

Um den Uebergang der Theorie von einer Oeffnung
mehreren vollständig zu begründen, wird es angemessen se
dieses Problem noch von einer andern Seite und in sein

n Gründen zu betrachten. Zuerst wollen wir aber, um Vortrag nicht weiter durch fremdartige Betrachtungen zu ·brechen, die Summen einiger Reihen angeben, von wel- wir einige schon oben (§. 28. I. und §. 29.) angewen- ıaben, während uns die andern gleich hier und in der nützlich seyn werden.

I. Suchen wir zuerst von den unendlichen Reihen

$$\mathrm{Sin.}\,\varphi + a\,\mathrm{Sin.}\,2\varphi + a^2\,\mathrm{Sin.}\,3\varphi + a^3\,\mathrm{Sin.}\,4\varphi + \ldots.$$

$$1 + a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2\,\mathrm{Cos.}\,2\varphi + a^3\,\mathrm{Cos.}\,3\varphi + \ldots.$$

ummatorischen Glieder oder vielmehr diejenigen Aus- e in der Form eines Bruches, durch deren Division jene n entstehn.

Nach Euler[1] ist

$$\frac{A + B a}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2}$$

ige Bruch, durch dessen Entwickelung die Reihe ent- deren allgemeines Glied ist

$$\frac{A\,\mathrm{Sin.}\,(n+1)\varphi + B\,\mathrm{Sin.}\,n\varphi}{\mathrm{Sin.}\,\varphi}\,.\,a^n.$$

man in diesen Ausdrücken $A = 1$ und $B = 0$, so erhält

$$\frac{1}{\ldots\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2} = 1 + \frac{a\,\mathrm{Sin.}\,2\varphi}{\mathrm{Sin.}\,\varphi} + \frac{a^2\,\mathrm{Sin.}\,3\varphi}{\mathrm{Sin.}\,\varphi} + \frac{a^3\,\mathrm{Sin.}\,4\varphi}{\mathrm{Sin.}\,\varphi}$$

wenn man alle Glieder dieser Gleichung durch $\mathrm{Sin.}\,\varphi$ licirt,

$$\frac{\ldots\mathrm{in.}\varphi}{\ldots\mathrm{os.}\varphi + a^2} = \mathrm{Sin.}\varphi + a\mathrm{Sin.}2\varphi + a^2\mathrm{Sin.}3\varphi + a^3\mathrm{Sin.}4\varphi + \ldots (1)$$

h demnach die erste der beiden gesuchten Reihen be- ist. Multiplicirt man aber die vorletzte dieser Glei- n durch $1 - a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi$, so erhält man

$$\frac{-a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}{\ldots\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2} = 1 + a\mathrm{Cos.}\varphi + \frac{a^2}{\mathrm{Sin.}\varphi}(\mathrm{Sin.}3\varphi - \mathrm{Sin.}2\varphi\,\mathrm{Cos.}\varphi)$$
$$+ \frac{a^3}{\mathrm{Sin.}\varphi}(\mathrm{Sin.}4\varphi - \mathrm{Sin.}3\varphi\,\mathrm{Cos.}\varphi)$$
$$+ \frac{a^4}{\mathrm{Sin.}\varphi}(\mathrm{Sin.}5\varphi - \mathrm{Sin.}4\varphi\,\mathrm{Cos.}\varphi) + \ldots$$

---

[1] Introductio in Analysin infinitorum. T. I. p. 181.

was sich auch so schreiben läfst

$$\frac{1 - a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2} = 1 + a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + \frac{a^2}{2\,\mathrm{Sin.}\,\varphi}(\mathrm{Sin.}\,3\varphi - \mathrm{Sin.}\,\varphi)$$
$$+ \frac{a^3}{2\,\mathrm{Sin.}\,\varphi}(\mathrm{Sin.}\,4\varphi - \mathrm{Sin.}\,2\varphi)$$
$$+ \frac{a^4}{2\,\mathrm{Sin.}\,\varphi}(\mathrm{Sin.}\,5\varphi - \mathrm{Sin.}\,3\varphi) + \ldots$$

oder endlich, da allgemein

$$\mathrm{Sin.}\,x - \mathrm{Sin.}\,y = 2\,\mathrm{Cos.}\,\frac{x+y}{2}\,\mathrm{Sin.}\,\frac{x-y}{2} \text{ ist,}$$

$$\frac{1 - a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2} = 1 + a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2\,\mathrm{Cos.}\,2\varphi + a^3\,\mathrm{Cos.}\,3\varphi + \ldots$$

und dadurch ist auch das erzeugende Glied der gera[de]n zweiten Reihe bestimmt. Sind die Reihen convergent, so ist a kleiner als die Einheit, so sind die beiden Größen

$$\frac{\mathrm{Sin.}\,\varphi}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2} \text{ und } \frac{1 - a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2}$$

zugleich die Summen der beiden Reihen, wenn die Anzahl ihrer Glieder unendlich ist. Dieser Bruch

$$\frac{1}{1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2}$$

spielt bekanntlich in der Theorie der planetarischen Störungen eine sehr wichtige Rolle. Setzt man die Entwickelung des Bruches

$$\frac{1}{(1 - 2a\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + a^2)^x} = \tfrac{1}{2}b_x^0 + b_x^1\,\mathrm{Cos.}\,\varphi + b_x^2\,\mathrm{Cos.}\,2\varphi + b_x^3\,\mathrm{Cos.}\ldots$$

so hat man für die Bestimmung der Coefficienten b_x^0, ... folgende Ausdrücke[1]:

$$b_x^0 = 2\left[1 + (ax)^2 + \left(\frac{a^2x(x+1)}{1.2}\right)^2 + \left(\frac{a^3x(x+1)(x+2)}{1.2.3}\right)^2 + \ldots\right.$$

$$b_x^1 = 2\left[ax + a^3x.\frac{x(x+1)}{1.2} + a^5\frac{x(x+1)}{1.2}.\frac{x(x+1)(x+2)}{1.2.3} + \ldots\right.$$

1 S. Laplace Méc. cél. T. 1. Vergl. Littrow theor. u. Astron. Th. I. S. 231.

wenn man so die beiden ersten Coefficienten b_x^0 und b_x^1 ɔt, so erhält man auch jeden andern b_x^n durch die Glei- ıg

$$=\frac{(n-1)(1+a^2)b_x^{n-1}-(n+x-2)a.b_x^{n-2}}{a(n-x)},$$

man nach der Ordnung $n=2, 3, 4, 5$ . . setzt.

Wendet man diese allgemeinen Ausdrücke auf unsern ge- värtigen Fall an, wo $x=1$ ist, so hat man

$$b^0=2[1+a^2+a^4+a^6+..]$$

$$b^1=2[a+a^3+a^5+..],$$

ıeifst, man hat

$$b^0=\frac{2}{1-a^2} \text{ und } b^1=\frac{2a}{1-a^2},$$

mit diesen beiden Werthen von b^0 und b^1 giebt der vor- hende Ausdruck von b_x^n oder, da $x=1$ ist,

$$b^n=\frac{(n-1)(1+a^2)b^{n-1}-(n-1)ab^{n-2}}{a(n-1)},$$

man in ihm $n=2, 3, 4$ . . setzt,

$$=\frac{2a^2}{1-a^2},\quad b^3=\frac{2a^3}{1-a^2},\quad b^4=\frac{2a^4}{1-a^2} \text{ u. s. w.},$$

s daher der angeführte allgemeine Ausdruck

$$\frac{1}{\text{Cos.}\varphi+a^2}=\tfrac{1}{2}b^0+b^1\text{Cos.}\varphi+b^2\text{Cos.}2\varphi+\ldots$$

ı folgenden übergeht

$$\frac{(1-a^2)}{\text{Cos.}\varphi+a^2}=\tfrac{1}{2}+a\text{Cos.}\varphi+a^2\text{Cos.}2\varphi+a^3\text{Cos.}3\varphi+\ldots$$

wenn man zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens die $\frac{1}{2}$ addirt,

$$\frac{-a\text{Cos.}\varphi}{\text{Cos.}\varphi+a^2}=1+a\text{Cos.}\varphi+a^2\text{Cos.}2\varphi+a^3\text{Cos.}3\varphi+\ldots$$

ıstimmend mit der Gleichung (2), aus welcher man ıuch, wie zuvor, sofort die Gleichung (1) ableiten

II. Suchen wir nun ebenso die Summe der mehr zusammengesetzten Reihe

$$S = \text{Sin.}(\varphi - \psi) + a^2 \text{Sin.}(\varphi - 2\psi) + a^4 \text{Sin.}(\varphi - 3\psi) + \ldots$$

Setzt man der Kürze wegen

$$\varphi - \psi = \Theta \text{ und } a^2 = b,$$

so hat man

$$S = \text{Sin.}\,\Theta + b\,\text{Sin.}(\Theta - \psi) + b^2\,\text{Sin.}(\Theta - 2\psi) + \ldots$$

oder, was dasselbe ist,

$$\begin{aligned} S = \text{Sin.}\,\Theta &+ b\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,\psi + b^2\,\text{Sin.}\,\Theta\,\text{Cos.}\,2\psi + \ldots \\ &- b\,\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,\psi - b^2\,\text{Cos.}\,\Theta\,\text{Sin.}\,2\psi - \ldots \\ = \text{Sin.}\,\Theta\,&[1 + b\,\text{Cos.}\,\psi + b^2\,\text{Cos.}\,2\psi + b^3\,\text{Cos.}\,3\psi + \ldots] \\ - b\,\text{Cos.}\,\Theta\,&[\text{Sin.}\,\psi + b\,\text{Sin.}\,2\psi + b^2\,\text{Sin.}\,3\psi + \ldots] \end{aligned}$$

Substituirt man aber statt der in den Klammern enthaltenen Gröfsen der letzten Gleichung die in No. I. gefundenen Werthe dieser Reihen, so erhält man

$$S = \text{Sin.}\,\Theta \,.\, \frac{1 - b\,\text{Cos.}\,\psi}{1 - 2b\,\text{Cos.}\,\psi + b^2} - b\,\text{Cos.}\,\Theta \,.\, \frac{\text{Sin.}\,\psi}{1 - 2b\,\text{Cos.}\,\psi + b^2}$$

oder

$$S = \frac{\text{Sin.}\,\Theta - b\,\text{Sin.}(\Theta + \psi)}{1 - 2b\,\text{Cos.}\,\psi + b^2}.$$

Stellt man aber den Werth von $\Theta = \varphi - \psi$ und von $b = a^2$ wieder her, so hat man für die gesuchte Summe der aufgestellten Reihe

$$\frac{\text{Sin.}(\varphi - \psi) - a^2\,\text{Sin.}\,\varphi}{1 - 2a^2\,\text{Cos.}\,\psi + a^4} = \text{Sin.}(\varphi - \psi) + a^2\,\text{Sin.}(\varphi - 2\psi) + a^4\,\text{Sin.}(\varphi - 3\psi) + a^6\,\text{Sin.}(\varphi - 4\psi) + \ldots$$

III. Setzt man in der Gleichung (1) oder (2) die Gröfse $a = 1$, so erhält man die schon sonst sehr bekannten Ausdrücke

$$\tfrac{1}{2}\,\text{Cotg.}\,\frac{\varphi}{2} = \text{Sin}\,\varphi + \text{Sin.}\,2\varphi + \text{Sin.}\,3\varphi + \ldots$$

und

$$\tfrac{1}{2} = 1 + \text{Cos.}\,\varphi + \text{Cos.}\,2\varphi + \text{Cos.}\,3\varphi + \ldots$$

Setzt man ebenso in der Gleichung (3) die Gröfse $a^2 = 1$, so hat man, da

ar, da ..

$$\frac{\text{Sin.}(\varphi-\psi)-\text{Sin.}\varphi}{2(1-\text{Cos.}\psi)}=-\frac{\text{Cos.}(\varphi-\frac{1}{2}\psi)}{2\,\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}$$

den folgenden Ausdruck, wo statt ψ die Gröſse $-\psi$ ge-
t worden ist:

$$\frac{.(\varphi+\frac{1}{2}\psi)}{\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}=\text{Sin.}(\varphi+\psi)+\text{Sin.}(\varphi+2\psi)+\text{Sin.}(\varphi+3\psi)+\ldots,$$

auch, wenn man zu beiden Seiten des Gleichheitszeichens Gröſse $\text{Sin.}\varphi$ addirt,

$$\frac{(\varphi-\frac{1}{2}\psi)}{\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}=\text{Sin.}\varphi+\text{Sin.}(\varphi+\psi)+\text{Sin.}(\varphi+2\psi)+\ldots \quad (4)$$

ebenso

$$\frac{(\frac{1}{2}\psi-\varphi)}{\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}=\text{Cos.}\varphi+\text{Cos.}(\varphi+\psi)+\text{Cos.}(\varphi+2\psi)+\ldots \quad (5)$$

IV. Nimmt man aber von den beiden letzten Reihen : eine unendliche Anzahl, sondern nur $(n+1)$ Glieder, t die Summe dieser $(n+1)$ Glieder schon aus Euler[1] nnt, weswegen wir uns hier nicht weiter dabei aufhalten n. Man findet nämlich

$$\frac{(\varphi+\frac{1}{2}n\psi)\text{Sin.}\frac{1}{2}(n+1)\psi}{\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}=\text{Sin.}\varphi+\text{Sin.}(\varphi+\psi)+\text{Sin.}(\varphi+2\psi)\ldots$$
$$+\text{Sin.}(\varphi+n\psi)\ \ldots \quad (6)$$

ebenso

$$\frac{(\varphi+\frac{1}{2}n\psi)\,\text{Sin.}\frac{1}{2}(n+1)\psi}{\text{Sin.}\frac{1}{2}\psi}=\text{Cos.}\varphi+\text{Cos.}(\varphi+\psi)+\text{Cos.}(\varphi+2\psi)\ldots$$
$$\mp\text{Cos.}(\varphi+n\psi)\ \ldots \quad (7)$$

man endlich auch in diesen beiden Ausdrücken die $\varphi=\psi$, so erhält man für eine Anzahl von $(n+1)$ ern

$$\frac{(n+1)\frac{\varphi}{2}}{\text{Sin.}\frac{\varphi}{2}}.\text{Sin.}(n+2)\frac{\varphi}{2}=\text{Sin.}\varphi+\text{Sin.}\,2\varphi+\text{Sin.}\,3\varphi\ \ldots$$
$$+\text{Sin.}(n+1)\varphi\ \ldots \quad (8)$$

$$\frac{(n+1)\frac{\varphi}{2}}{\text{Sin.}\frac{\varphi}{2}}.\text{Cos.}(n+2)\frac{\varphi}{2}=\text{Cos.}\varphi+\text{Cos.}\,2\varphi+\text{Cos.}\,3\varphi\ \ldots$$
$$+\text{Cos.}(n+1)\varphi\ \ldots \quad (9)$$

[1] Introduct. in Analys. Infin. T. I. §. 258.

Nach diesen Vorbereitungen gehn wir nun zu der Darstellung über, durch welche man die Erscheinungen, welche das Licht zeigt, wenn es durch eine enge Oeffnung von bestimmter Form geht, sofort auf diejenigen Erscheinungen übertragen kann, die entstehn, wenn das Licht durch mehrere jenen ersten in Form und Lage ähnliche Oeffnungen geht. Bezeichnen wir den Abstand der homologen Puncte zweier aufeinander folgenden Oeffnungen, z. B. den Abstand der Endpuncte A und A′ durch Δ, und durch β den Winkel, welchen die Verbindungslinie A A′ dieser Puncte mit der Geraden NN′ macht, in welcher eine auf die gebeugten Strahlen senkrechte Ebene die Schirmebene schneidet. Sey ferner α der Winkel, welchen eine bestimmte Seite der Oeffnungen mit derselben Linie NN′ bildet, so dafs man hat

Fig. 208.

$$A A' = A' A'' \ldots = \Delta$$
$$A C N' = \beta \text{ und } A D N' = \alpha.$$

Setzt man noch die Distanz $AD = a$, so hat man für die senkrechte Entfernung AB des Punctes A der ersten Oeffnung von der Linie NN′

$$AB = a \operatorname{Sin.} \alpha.$$

Zieht man dann A′B′ mit AB parallel und Ab auf A′B′ senkrecht, so ist

$$A'b = \Delta \operatorname{Sin.} \beta,$$

und daher die senkrechte Entfernung des Punctes A′ der zweiten Oeffnung von der Linie NN′ oder

$$A'B' = a \operatorname{Sin.} \alpha + \Delta \operatorname{Sin.} \beta,$$

und ebenso hat man für dieselben Entfernungen der Puncte A″, A‴ ... von der Linie NN′, wenn alle Oeffnungen von sich um dieselbe Distanz Δ abstehn,

$$A''B'' = a \operatorname{Sin.} \alpha + 2\Delta \operatorname{Sin.} \beta$$
$$A'''B''' = a \operatorname{Sin} \alpha + 3\Delta \operatorname{Sin.} \beta$$
$$A^{iv}B^{iv} = a \operatorname{Sin.} \alpha + 4\Delta \operatorname{Sin.} \beta \text{ u. s. w.}$$

Nennt man nun wieder (wie in §. 41. I.) ψ den Winkel, welchen die Ebene des Schirms mit der Normalebene der gebeugten Strahlen bildet, so hat man für die Entfernungen derselben Puncte A, A′, A″... von der Normalebene der gebeugten Strahlen

$$a \,\text{Sin.}\, \alpha \,\text{Sin.}\, \psi$$
$$(a \,\text{Sin.}\, \alpha + \Delta \,\text{Sin.}\, \beta) \,\text{Sin.}\, \psi$$
$$(a \,\text{Sin.}\, \alpha + 2\Delta \,\text{Sin.}\, \beta) \,\text{Sin.}\, \psi$$
$$(a \,\text{Sin.}\, \alpha + 3\Delta \,\text{Sin.}\, \beta) \,\text{Sin.}\, \psi \text{ u. s. w.}$$

ɔer alle Oeffnungen unter sich von gleicher Gröfse und und da die einfallenden sowohl, als auch die geen Strahlen alle unter sich parallel sind, so wird in dem ;ebeugte Strahlen umfassenden Ausdrücke (des §. 19. III. des §. 20. IV.)

$$y_{,} = a_{,} \,\text{Sin.}\, (\omega + A_{,})$$

:de einzelne Welle die Gröfse $a_{,}$ dieselbe seyn, während für die aufeinander folgenden Werthe von $A_{,}$ haben

n.β Sin.ψ, 2Δ Sin.β Sin.ψ, 3Δ Sin.β Sin.ψ u. s. w.

man also wieder, wie an dem angeführten Orte,

$$\omega = \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) \text{ und } \frac{2\pi}{\lambda}.\Delta \,\text{Sin.}\, \beta \,\text{Sin.}\, \psi = A,$$

ird man für die einzelnen Lichtwellen die Ausdrücke

$$a \,\text{Sin.}\, (\omega - A)$$
$$a \,\text{Sin.}\, (\omega - 2A)$$
$$a \,\text{Sin.}\, (\omega - 3A)$$
$$\vdots$$
$$a \,\text{Sin.}\, (\omega - nA),$$

die Anzahl dieser Wellen durch n bezeichnet wird. :icht man diese Ausdrücke mit denen des §. 20. IV., so man, dafs man die Summe aller dieser Wellen durch nzige Welle

$$a_{,} \,\text{Sin.}\, (\omega - A_{,})$$

len kann, wenn man die Gröfsen $a_{,}$ und $A_{,}$ so annimmt, ıan hat

$$a_{,} = \sqrt{(\Sigma . a \,\text{Sin.}\, A)^2 + (\Sigma . a \,\text{Cos.}\, A)^2}$$

$$\text{Tang}\, A_{,} = \frac{\Sigma . a \,\text{Sin.}\, A}{\Sigma . a \,\text{Cos.}\, A},$$

nn $(a_{,})^2$ die Intensität dieser Welle bezeichnet. Es ist

$$\Sigma . a \text{Cos.} A = a(\text{Cos.} A + \text{Cos.} 2A + \text{Cos.} 3A \ldots + \text{Cos.} (n+1)$$

$$\Sigma . a \text{Sin.} A = a(\text{Sin.} A + \text{Sin.} 2A + \text{Sin.} 3A \ldots + \text{Sin.} (n+1)$$

Nimmt man aber die Summen dieser zwei endlichen Re (nach den vorhergehenden Gleichungen (8) und (9)), so hält man

$$\Sigma . a \text{Cos.} A = a . \frac{\text{Sin.} (n+1) \frac{A}{2}}{\text{Sin.} \frac{A}{2}} . \text{Cos.} (n+2) \frac{A}{2},$$

$$\Sigma . a \text{Sin.} A = a . \frac{\text{Sin.} (n+1) \frac{A}{2}}{\text{Sin.} \frac{A}{2}} . \text{Sin.} (n+2) \frac{A}{2},$$

so dafs man daher für die gesuchte Intensität I des durch oben erwähnten Oeffnungen gegangenen Lichtes den Au druck hat

$$I = (\Sigma . a \text{Sin.} A)^2 + (\Sigma . a \text{Cos.} A)^2$$

oder

$$I = a^2 . \frac{\text{Sin.}^2 (n+1) \frac{A}{2}}{\text{Sin.}^2 \frac{A}{2}},$$

wo $A = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta \text{ Sin.} \beta \text{ Sin.} \psi$ ist und a^2 die Intensität gebeugten Lichtes bei einer einzigen Oeffnung bezeichn Wir wollen nun diesen Ausdruck von I in dem folgenden A schnitte nach Schwerd's oben erwähnter Schrift näher trachten, da er für die ganze Theorie der Diffraction des Li tes, wie wir sogleich sehn werden, von dem gröfsten Int esse ist.

44) Nähere Betrachtung der in §. 43. gefund nen Intensität des Lichts bei mehreren Oe nungen.

Man kann zuvörderst den erhaltenen Ausdruck von I zwei Factoren auch so schreiben

$$I = [(n+1)a]^2 . \left[\frac{\text{Sin.}(n+1)\frac{A}{2}}{(n+1)\,\text{Sin.}\frac{A}{2}}\right]^2$$

$$I = [(n+1)a]^2 . B^2,$$

$$\text{wo } B = \frac{\text{Sin.}(n+1)\frac{A}{2}}{(n+1)\,\text{Sin.}\frac{A}{2}}$$

Der erste Factor

$$(n+1)^2 . a^2$$

chnet dann die Intensität des gebeugten Lichts einer ein- Oeffnung, multiplicirt mit dem Quadrat der Anzahl al- $n+1$) Oeffnungen, uud dieser Factor hängt ab, wie man von der Gestalt, welche die Oeffnungen haben (da a^2 ntensität jeder einzelnen Oeffnung ist), und von der An- dieser Oeffnungen. Nicht so ist es mit dem zweiten r B^2, welcher von der Gröfse und Gestalt der Oeffnun- ganz unabhängig ist (da a in ihm nicht mehr vorkommt), rn blofs durch die Anzahl und durch die Lage dieser ungen bedingt wird. Demnach bildet der erste Factor sam die Grundlage des ganzen Gemäldes, da ohne ihn Lichtbild auf der Tafel statt haben kann, der zweite r aber dient blofs dazu, das von dem ersten auf der Tafel ragene Licht zu modificiren, dasselbe in bestimmten n zu vermindern oder auch ganz zu zerstören und da- dem Bilde selbst verschiedene Formen und Umrisse zu .

Bemerken wir zuerst, dafs die Werthe dieses Factors bestimmten Perioden wiederkehren. Diese Periode wird h immer dann durchlaufen, wenn $\frac{1}{2}A$ um $\pi = 180°$ t oder abnimmt. Ist $\frac{A}{2} = \frac{A}{2} + m\pi$ oder geht A über in $m\pi$, wo $m = 1, 2, 3$ . . ist, so wird

$$\frac{\text{Sin.}(n+1)\left(\frac{A}{2}+m\pi\right)}{(n+1)\,\text{Sin.}\left(\frac{A}{2}+m\pi\right)}, \text{also auch } B = \frac{\text{Sin.}(n+1)\frac{A}{2}}{(n+1\ \text{Sin.}\frac{A}{2}}, \text{ wie}$$

Ist aber $\frac{A}{2} = \pm m\pi$, so geht die vorige Gleichung

$$A = \frac{2\pi}{\lambda} \varDelta \, \mathrm{Sin.}\beta \, \mathrm{Sin.}\psi$$

in folgende über

$$\varDelta \, \mathrm{Sin.}\beta \, \mathrm{Sin.}\psi = \pm m\lambda,$$

woraus folgt, dafs die Wiederkehr jener Periode immer d eintritt, wenn die Gröfse $\varDelta \, \mathrm{Sin.}\beta \, \mathrm{Sin.}\psi$ um eine ganze A zahl von Wellenlängen gröfser geworden ist.

Auch ist klar, dafs jede dieser Perioden in zwei glei und ähnliche Hälften getheilt ist, da der Werth von B^2 d selbe bleibt, man mag für $\frac{1}{2}A$ die Gröfse $m\pi + \frac{1}{2}\pi + x$ od auch $m\pi + \frac{1}{2}\pi - x$ setzen.

Die folgende Tafel giebt die Werthe einer Periode für bis 7 Oeffnungen und die Figur giebt die graphische Da stellung dieser Werthe. In diesen Zeichnungen ist die A scisse von 0 bis 1 gleich π genommen und die jeder A scisse zugehörende Ordinate giebt den entsprechenden Wer der Gröfse B^2.

Fig. 209.

Oeffnungen.

Zwei n+1=2 A	Zwei n+1=2 B²	Drei n+1=3 A	Drei n+1=3 B²	Vier n+1=4 A	Vier n+1=4 B²	Fünf n+1=5 A	Fünf n+1=5 B²	Sechs n+1=6 A	Sechs n+1=6 B²	Sieben n+1=7 A	Sieben n+1=7 B²
0°	1,000	0°	1,000	0°	1,000	0°	1,000	0°	1,000	0°	1,000
45	0,852	30	0,829	45	0,427	36	0,419	30	0,415	26	0,412
90	0,500	60	0,444	90	0,000	72	0,000	60	0,000	51	0,000
135	0,146	90	0,111	135	0,073	108	0,061	90	0,056	77	0,052
180 = π	0,000	120	0,000	180	0,000	144	0,000	120	0,000	103	0,000
225	0,146	150	0,059	225	0,073	180	0,040	150	0,030	128	0,025
270	0,500	180	0,111	270	0,000	216	0,000	180	0,000	154	0,000
315	0,852	210	0,059	315	0,427	252	0,061			180	0,020
360 = 2π	1,000	240	0,000	360	1,000	288	0,000				
		270	0,111			324	0,419				
		300	0,444			360	1,000				
		330	0,829								
		360	1,000								

II. Ist $\frac{1}{2}A = \pm m\pi$, wo $m = 0, 1, 2, 3 \ldots$, so wird
1 und daher die Intensität

$$I = (n+1)^2 . a^2.$$

wenn φ einen unendlich kleinen Bogen bezeichnet, so

$$\text{Sin.}(m\pi + \varphi) = \text{Sin.}\,\varphi = \varphi$$

$$\text{Sin.}[(n+1)(m\pi+\varphi)] = (n+1)\varphi,$$

auch

$$B = \frac{\text{Sin.}\,[(n+1)(m\pi+\varphi)]}{(n+1)\,\text{Sin.}\,(m\pi+\varphi)} = \frac{(n+1)\varphi}{(n+1)\varphi} = 1.$$

iesem Falle, wo $\frac{1}{2}A = \pm m\pi$ ist, wird aber (nach Nr. I.)

$$\Delta\,\text{Sin.}\,\beta\ \text{Sin.}\,\psi = \pm m\lambda,$$

so dafs also der zweite Factor B^2 gleich der Einheit w d. h. seine gröfsten Werthe erreicht, wenn der Gangun schied Δ Sin. β Sin. ψ zweier nächsten Wellen einer ga Anzahl von Wellenlängen gleich ist. Wir wollen diese gr ten Werthe die *Maxima der ersten Classe* nennen.

III. Derselbe zweite Factor B^2 wird gleich Null, so $(n+1)\frac{1}{2}A = \pm m\pi$ oder so oft

$$\tfrac{1}{2}A = \pm \frac{m}{n+1} . \pi$$

ist, ausgenommen jedoch alle die Fälle, wo $\frac{m}{n+1}$ eine g Zahl ist, weil dann (nach Nr. II.) der Werth von B^2 = wird. In dem gegenwärtigen Falle wird demnach die In sität des ersten Factors von I durch den zweiten ganz s stört, und dann ist

$$\tfrac{1}{2}A = \frac{\pi}{\lambda}\,\Delta \operatorname{Sin}\beta \operatorname{Sin}.\psi = \pm \frac{m}{n+1}\,\pi$$

oder

$$(n+1) . \Delta \operatorname{Sin}.\beta \operatorname{Sin}.\psi = \pm m\lambda,$$

d. h. also, wenn der $(n+1)$ fache Gangunterschied von z nächsten Wellen einer ganzen Anzahl von Wellenlängen glei ist, so ist die Intensität Null (die Fälle der Maxima erster Cla wie gesagt, ausgenommen). Wir wollen diese Fälle, wo Null wird, die *Minima* von B^2 *der ersten Classe* nenne Diese Minima der ersten Classe treten also ein

bei 2 Oeffnungen, wenn $\pm\frac{1}{2}A = \frac{2}{4}\pi = \frac{6}{4}\pi = \frac{10}{4}\pi = \frac{14}{4}\pi$..

— 3 Oeffnungen, wenn $\pm\frac{1}{2}A = \frac{2}{6}\pi = \frac{4}{6}\pi = \frac{8}{6}\pi = \frac{10}{6}\pi$..

— 4 Oeffnungen, wenn $\pm\frac{1}{2}A = \frac{2}{8}\pi = \frac{4}{8}\pi = \frac{6}{8}\pi = \frac{10}{8}\pi$..

Fig. 209. Die Figuren zeigen diese Minima der ersten Classe in d Puncten, wo die Curve die Abscissenaxe berührt, also d auf dieser Axe senkrechte Ordinate gleich Null ist.

IV. Ein dritter hier zu betrachtender Fall ist der, w man hat

$(n+1)\frac{1}{2}A = \pm(m+\frac{1}{2})\pi$ oder $(n+1) . \Delta \operatorname{Sin}.\beta \operatorname{Sin}.\psi = \pm(m+\frac{1}{2}$

Für diesen Fall wird der Zähler von B^2 gleich der Einh und man hat

$$B^2 = \frac{1}{(n+1)^2 \,\mathrm{Sin.}^2 \frac{(m+\frac{1}{2})\pi}{n+1}},$$

auch

$$I = a^2 . \frac{1}{(n+1)^2 \,\mathrm{Sin.}^2 \frac{(m+\frac{1}{2})\pi}{n+1}}.$$

er Fall tritt also ein, so oft der $(n+1)$ fache Gangunter-
d zweier nächsten Wellen gleich $\pm(2m+1)\frac{1}{2}\lambda$ oder
h einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen ist.
hier der Zähler des Bruches B^2 gleich der Einheit wird
t seinen gröfstmöglichen Werth erhält, so sind auch diese
rthe von B^2 als Maxima ihrer Art zu betrachten. Wir
len sie *Maxima der zweiten Classe* nennen. Sie finden statt,
n man hat

ür 2 Oeffnungen $\pm\frac{1}{2}A = (\frac{1}{4}\pi) = (\frac{3}{4}\pi) = (\frac{5}{4}\pi) = (\frac{7}{4}\pi)$ . .
– 3 — — $\pm\frac{1}{2}A = (\frac{1}{6}\pi) = (\frac{3}{6}\pi) = (\frac{5}{6}\pi) = (\frac{7}{6}\pi) = \frac{9}{6}\pi$ . . .
– 4 — — $\pm\frac{1}{2}A = (\frac{1}{8}\pi) = (\frac{3}{8}\pi) = (\frac{5}{8}\pi) = (\frac{7}{8}\pi)$ . . .

h müssen, wie die angeführten Figuren zeigen, diejenigen
e auf die Benennung eines Maximums (im bekannten geo-
rischen Sinne des Worts) verzichten, die einem Maximum
ersten Classe unmittelbar vorausgehn oder folgen und die
alb oben mit Klammern eingeschlossen sind. Bei zwei
fnungen sieht man also keine Maxima der zweiten Classe; bei
Oeffnungen aber ist ein, bei vier Oeffnungen sind zwei, bei
Oeffnungen sind drei solche eigentliche Maxima der zwei-
Classe u. s. w. Auch bemerkt man, dafs die Maxima oder
Lichtberge der ersten Classe ihre Stelle nicht ändern, wenn
i die Anzahl der Oeffnungen zunimmt, eine Unveränder-
keit, die bei den Maximis der zweiten Classe nicht statt hat;
er, dafs die Maxima der ersten Classe doppelt so breit sind,
die der zweiten Classe, und dafs diese Breiten mit der An-
l der Oeffnungen im geraden Verhältnifs abnehmen. Ist
lich D die Distanz zweier nächsten Lichtberge der ersten
sse, so ist die Breite eines Maximums der zweiten Classe
ch $\frac{2D}{n+1}$. Bei 100 Oeffnungen ist diese Breite gleich dem
ten, bei 1000 Oeffnungen gleich dem 500sten Theile des

Zwischenraums, der zwei nächstliegende Lichtberge der er Classe von einander trennt.

V. Die Höhe der Lichtberge der zweiten Classe ist

$$I = a^2 . \frac{1}{\text{Sin.}^2 \frac{(m + \frac{1}{2})\pi}{n+1}}.$$

Der kleinste Werth dieses Ausdrucks ist aber $I = a^2$, und gehört bei einer ungeraden Anzahl von Oeffnungen im dem mittelsten Lichtberge zu, wie man in der 4ten und 6t Curve der Figur sieht. Die Intensität dieses Lichtbergs d zweiten Classe ist daher gleich a^2 oder gleich der durch ei einzige Oeffnung an diesem Orte erzeugten Lichtmasse.

44) Anwendung des Vorhergehenden auf zw und mehr parallelogrammartige Oeffnungen.

Um die Zeichnung eines durch zwei solche Oeffnung entstehenden Bildes zu entwerfen, wird man zuerst das Bi welches von einer einzigen Oeffnung dieser Art entsteht, a der Tafel darstellen. Man wird nämlich durch einen willkü lichen Punct 0 der Tafel (den Centralpunct des künftigen Bil des) die beiden Hauptaxen XX und YY senkrecht auf d beiden Seiten AB = CD und AC = BD der Oeffnung zie Auf diesen Axen wird man dann, wie oben (§. 40.), die Se ten AB und AC des Parallelogramms wiederholt auftragen u durch die Endpuncte derselben mit jenen Hauptaxen paralle Linien ziehn. Nachdem so die Grundzüge des Bildes ei einzigen Oeffnung entworfen sind, zieht man, parallel mit d Linie AA', welche zwei homologe Ecken der beiden par lelogrammartigen Oeffnungen verbindet, durch den Centr punct die Gerade EE. Auf dieser Linie EE trägt man di von dem Centralpuncte 0 aus die Gröſsen $\frac{\lambda}{\Delta} = \text{Sin.}\beta$ Sin. (die nach §. 43. II. zu den Maximis der ersten Classe geh ren) nach und nach auf, wie man in der Figur bei den 1, 2, 3 . . . bemerkten Puncten sieht. Die Distanz 0.1 = 1.2 = 2.3 . . . werden gleich genommen der Grun linie eines Parallelogramms, welches die Distanz AA' = zur Höhe hat und der Oeffnung ABCD an Fläche gleich i

Fig. 210.

rch diese Theilpuncte 1, 2, 3 .. der Linie EE errichte
ı senkrechte Linien auf EE, so bezeichnen dann diese
krechten die Orte, welche den gröfsten Maximis von B^2
ehören und in welchen folglich das durch die zweifache
fnung verstärkte Licht mit seiner ganzen ungeschwächten
nsität sichtbar ist. Da nun nach §. 43. IV. bei zwei
nungen die Minima der ersten Classe in die Mitte zwischen
Maximis der ersten Classe fallen, so darf man nur durch
Puncte $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ .. der Linie EE andere Senkrechte auf EE
n, um auch alle diejenigen Orte zu erhalten, wo das Licht
: zerstört wird, und die daher gänzlich finster bleiben.

I. Ganz ebenso wird man auch verfahren, wenn drei
llelogrammartige Oeffnungen in dem Schirm angebracht sind,
mit dem Unterschiede, dafs man auf der Linie EE die Fig. 211.
chenräume 0.1, 1.2, 2.3 .. nicht in zwei, sondern in
gleiche Theile theilt. Die Senkrechten durch die Puncte
, 2, 3 .. gehören dann wieder für die Maxima der
n Classe; die durch die Zwischenpuncte errichteten Senk-
en aber gehören für die Minima der ersten Classe, welche
als finstere Strafsen die erstgenannten lichten Stellen
schneiden und zwischen sich die nur halb so brei-
ınd viel schwächeren Maxima der zweiten Classe ein-
sen. Bei vier solchen Oeffnungen theilt man die Linien
ınd 1.2 und 1.3 .. in vier gleiche Theile, wo dann
: zwischen den Bildern der ersten Classe zwei schmale
der zweiten Classe erscheinen u. s. w. In der folgenden Fig. 212.
sieht man den Grundrifs des Lichtbildes für zwei qua-
mige Oeffnungen, die sich in ihren Ecken berühren, und
t für andere Gestalten und Lagen der viereckigen Oeff-
ı, die man sich nach dem Vorhergehenden leicht con-
n wird.

. Setzt man in dem Ausdrucke

$$^{-}1 = a b \frac{\text{Sin.}\left(\frac{a\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi\right)}{\frac{a\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi} \cdot \frac{\text{Sin.}\left(\frac{b\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi'\right)}{\frac{b\pi}{\lambda}\text{Sin.}\psi'},$$

r in §. 40. für die Intensität bei einer einzigen Oeff-
on der Form eines Rechtecks erhalten haben, der Kürze
ab = 1 und überdiefs

$$\tfrac{1}{2}p = \frac{a\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\psi \text{ und } \tfrac{1}{2}p' = \frac{b\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\psi',$$

so erhält man, wenn man diesen Ausdruck

$$\frac{\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}p}{\tfrac{1}{2}p}\cdot\frac{\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}p'}{\tfrac{1}{2}p'}$$

statt des Werthes von a in der Gleichung §. 43.

$$I = a^2 . \frac{\text{Sin.}^2 (n+1)\frac{A}{2}}{\text{Sin.}^2 \frac{A}{2}}$$

für die Intensität bei (n + 1) Rechtecken substituirt, für di[e]
letzte Intensität den Ausdruck

$$I = \left(\frac{\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}p}{\tfrac{1}{2}p}\right)^2 . \left(\frac{\text{Sin.}\,\tfrac{1}{2}p'}{\tfrac{1}{2}p'}\right)^2 . \left(\frac{\text{Sin.}\,(n+1)\frac{A}{2}}{\text{Sin.}\frac{A}{2}}\right)^2.$$

und in dieser Gleichung ist die Intensität für alle die Fä[lle]
enthalten, die wir bisher (in §. 44.) betrachtet haben. Se[tzt]
man in ihm $b=2a$ und die Anzahl der Vierecke $n+1=$[…]
so erhält man den Fall der Figur 210. Ebenso giebt $b=$[…]
und $n+1=3$ den Fall der Figur 211. und $b=a$, $\Delta=$[…]
und $n+1=2$ den Fall der Figur 212. u. s. w.

45) Anwendung des Vorhergehenden auf zw[ei] und mehr dreieckige Oeffnungen.

Nachdem wir in dem Vorhergehenden die Bilder, wel[che]
durch viereckige Oeffnungen entstehn, umständlich betra[chtet]
haben, werden wir uns bei den Oeffnungen von andern Ge-
stalten, um Wiederholungen zu vermeiden, kürzer fassen kön-
nen. Um die Erscheinungen für mehrere dreieckige Oeffnun-
gen zu entwerfen, wird man zuerst den oben (§. 41.) er-
wähnten sechsstrahligen Stern mit seinen dunklen Stellen zeich-
nen, indem man, wie a. a. O. gesagt wurde, die drei Haupt-
axen XX, YY und ZZ auf den drei Seiten des Dreiecks
senkrecht errichtet, dann auf diesen Axen die Seiten des
Dreiecks selbst aufträgt, und durch die Endpuncte gerade Li-
nien zieht, die mit den Hauptaxen parallel sind, wo den

Fig. 207.

igen Durchschnittspuncte dieser Parallelen, die nicht auf Hauptaxen liegen, die dunklen Stellen des Bildes benen. Dieses vorausgesetzt zieht man durch den Central- des Grundrisses die Linie EE parallel mit der Geraden A″, welche die homologen Spitzen der Dreiecke verbin- und trägt auf EE wiederholt die Basis eines Dreiecks dessen Höhe $AA' = A'A'' = \varDelta$ und dessen Fläche läche eines der gegebenen Dreiecke gleich ist. Diese striche, die in der Figur durch 01; 12; 23 . . bezeich- ind, theilt man wieder bei zwei Dreiecken in 2, bei drei cken in 3 gleiche Theile u. s. w. und errichtet in allen Puncten gerade Linien senkrecht auf EE, wo dann igen dieser Senkrechten, welche durch die Puncte 1; 2; 3... den gröſsten Maximis oder den Mitten der Maxima der Classe entsprechen, während die Minima der ersten Classe nstere Straſsen den Stern durchschneiden. Die Figur nach SCHWERD's schon mehrmals angeführtem Werke, elchem diese graphischen Darstellungen genommen sind, ichtbild für zwei gleichseitige Dreiecke, die mit ihren linien auf derselben Geraden AA′ stehn.

Fig. 213.

Fig. 214.

Erscheinungen durch rechtwinklige Drahtgitter.

i einem rechtwinkligen Drahtgitter ist der allgemeine ck für die Intensität nach der letzten Gleichung des

$$I = \left(\frac{(n+1)\,\mathrm{Sin.}\,a\,\Theta}{a\,\Theta}\right)^2 . \left(\frac{\mathrm{Sin.}\,(n+1)\,\varDelta\,\Theta}{(n+1)\,\varDelta\,\Theta}\right)^2,$$

die Breite jeder Oeffnung des Gitters und $\varDelta$ die Ent- der Mitten jeder zwei nächsten Oeffnungen bezeich- d wenn man der Kürze wegen

$$\Theta = \frac{\pi}{\lambda}\,\mathrm{Sin.}\,\psi$$

In diesem Ausdrucke von I stellt der erste Factor

$$\left(\frac{(n+1)\,\mathrm{Sin.}\,a\,\Theta}{a\,\Theta}\right)^2$$

ch die Anzahl der Oeffnungen verstärkten Lichtberge elche durch eine einzige dieser Oeffnungen hervorge- t.

bracht seyn würden. Die folgende Tafel giebt die numerisch Werthe von I für 2, 3 und 4 Oeffnungen des Gitters u zwar für drei Verhältnisse der Gröfsen a und Δ, nämlich f

$$a=\tfrac{1}{2}\Delta;\quad a=\tfrac{1}{3}\Delta \text{ und } a=\tfrac{2}{3}\Delta,$$

Fig. 215. bis 217. und diese Werthe von I sind in den Zeichnungen graphis dargestellt. Die erste dieser Figuren giebt die Intensität ein rechtwinkliges Stabgitter von 1, 2, 3 und 4 Oeffnung und für $a=\frac{1}{2}\Delta$, die zweite giebt dasselbe für $a=\frac{1}{3}\Delta$, u ebenso die dritte für $a=\frac{2}{3}\Delta$. Die Orte, wo I völlig v schwindet oder wo gänzliche Finsternifs herrscht, findet m in der ersten dieser drei Figuren

$$\text{für } \pm\Delta\Theta=2m\pi \text{ oder für } \pm a\Theta=m\pi,$$

wo m die natürlichen Zahlen 1; 2; 3.. bezeichnet, als den in der Figur mit ± 2; ± 4; ± 6; ± 8.. bezeichnet Puncten. In der zweiten Figur gehören diese finstern Pun zu ± 3; ± 6; ± 9 . . ., wo

$$\pm\Delta\Theta=3\pi;\ 6\pi;\ 9\pi\ \ldots..$$

oder

$$\pm a\Theta=\pi;\ 2\pi;\ 3\pi\ \ldots.. \text{ ist.}$$

In der dritten Figur endlich findet man diesen Punct bei

$$\pm\tfrac{3}{2};\ \pm\tfrac{6}{2};\ \pm\tfrac{9}{2};\ \pm\tfrac{12}{2}\ \ldots, \text{ wo}$$
$$\pm\Delta\Theta=\tfrac{3}{2}\pi;\ \tfrac{6}{2}\pi;\ \tfrac{9}{2}\pi\ \ldots$$

oder

$$\pm a\Theta=\pi;\ 2\pi;\ 3\pi\ \ldots$$

ist. Diejenigen Stellen, in welchen der zweite Factor vo oder die Gröfse

$$\left(\frac{\text{Sin.}(n+1)\Delta\Theta}{(n+1)\Delta\Theta}\right)^2$$

seinen gröfsten Werth erreicht und gleich der Einheit w gehören in allen drei Figuren zu denselben Puncten, nämli zu 0; ± 1; ± 2; ± 3 u. s. w., für welche man nämlich h

$$\pm\Delta\Theta=0;\ \pi;\ 2\pi,\ 3\pi;\ 4\pi\ \ldots$$

In allen übrigen Stellen werden die verstärkten Lichtberge d ersten Factors entweder vermindert oder auch ganz zerstö Ganz zerstört werden sie in denjenigen Stellen, welche d

mis des zweiten Factors entsprechen, und diese Stellen den sich

bei zwei Oeffnungen in den Puncten $\pm(\frac{1}{2};\ \frac{3}{2};\ \frac{5}{2};\ \frac{7}{2}\ldots)$
— drei — — — — — $\pm(\frac{1}{3};\ \frac{2}{3};\ \frac{4}{3};\ \frac{5}{3}\ldots)$
— vier — — — — — $\pm(\frac{1}{4};\ \frac{2}{4};\ \frac{3}{4};\ \frac{5}{4}\ldots)$

endlich ein Maximum der ersten Classe mit einem abso- Minimum zusammen, so entstehn an dessen Stelle auf n Seiten kleine Lichthügel, wie in den ersten jener drei en in $\pm(2;\ 4;\ 6;\ 8\ldots)$ und in den beiden letzten Fi- in $\pm(3;\ 6;\ 9\ldots)$.

folgt die oben erwähnte Tafel für die rechtwinkligen itter mit 2; 3 und 4 Oeffnungen mit dem Argumente

$$2\varDelta\Theta = \frac{2\pi\varDelta}{\lambda}\,\mathrm{Sin.}\,\psi.$$

Für zwei Oeffnungen				Für drei Oeffnungen				Für vier Oeffnungen			
$2\Delta\Theta$	$a=\frac{1}{2}\Delta$	$a=\frac{1}{3}\Delta$	$a=\frac{2}{3}\Delta$	$2\Delta\Theta$	$a=\frac{1}{2}\Delta$	$a=\frac{1}{3}\Delta$	$a=\frac{2}{3}\Delta$	$2\Delta\Theta$	$a=\frac{1}{2}\Delta$	$a=\frac{1}{4}\Delta$	$a=\frac{3}{4}\Delta$
0°	4,00	4,00	4,00	0°	9,00	9,00	9,00	0°	16,00	16,00	16,00
45	3,37	3,39	3,34	30	7,42	7,44	7,39	45	6,74	6,79	6,67
90	1,90	1,95	1,82	60	3,91	3,96	3,84	90	0,00	0,00	0,00
135	0,52	0,56	0,47	90	0,95	0,98	0,91	135	1,04	1,11	0,95
$180=\pi$	0,00	0,00	0,00	120	0,00	0,00	0,00	180	0,00	0,00	0,00
225	0,42	0,51	0,32	150	0,46	0,50	0,41	225	0,84	1,01	0,64
270	1,23	1,62	0,81	180	0,90	0,91	0,68	270	0,00	0,00	0,00
315	1,74	2,56	0,95	210	0,40	0,47	0,32	315	3,48	5,12	1,19
$360=2\pi$	1,62	2,74	0,68	240	0,00	0,00	0,00	360	6,48	10,94	2,74
450	0,44	1,09	0,07	270	0,61	0,81	0,40	450	0,00	0,00	0,00
540	0,00	0,00	0,00	300	2,18	3,08	1,27	495	0,17	0,55	0,01
630	0,04	0,55	0,04	330	3,54	5,43	1,79	585	0,06	0,40	0,01
720	0,00	0,68	0,16	360	3,65	6,16	1,54	675	0,03	1,51	0,22
810	0,02	0,17	0,09	420	1,11	2,37	0,28	765	0,02	0,86	0,32
900	0,00	0,00	0,00	480	0,00	0,00	0,00	855	0,03	0,07	0,04
990	0,09	0,02	0,01	540	0,09	0,40	0,00	945	0,05	0,02	0,02
1080	0,18	0,00	0,00	600	0,00	0,00	0,00	1035	0,32	0,01	0,01
1170	0,06	0,01	0,01	660	0,03	0,96	-0,11	1080	0,72	0,00	0,00
1260	0,00	0,00	0,00	720	0,00	1,54	0,38				

I. Es ist bereits oben (§. 42. V.) gesagt worden, dafs lurch eine kleine kreisförmige Oeffnung gehende Licht ild geben mufs, welches aus concentrischen Ringen be-

Hier mag es genügen zu bemerken, dafs zwei kleine örmige Oeffnungen des Schirms, deren Durchmesser der nz ihrer Mittelpuncte gleich ist, und drei kreisförmige ungen, deren Mittelpuncte um zwei Durchmesser der e von einander abstehn, Bilder erzeugen, die aus conschen Kreisen mit parallelen verticalen Linien bestehn, ie Zeichnung diefs für drei Oeffnungen darstellt. Fig. 218.

Erscheinungen durch mehrere analoge Reien von unter sich ähnlichen Oeffnungen.

Vir haben oben (§. 43.) für eine Reihe von n + 1 hen Oeffnungen den Ausdruck erhalten

$$I = [(n+1)\,a]^2 \cdot \left[\frac{\text{Sin.}\,(n+1)\,\frac{A}{2}}{(n+1)\,\text{Sin.}\,\frac{A}{2}}\right]^2,$$

r Factor a^2 die Intensität des durch jede einzelne dieffnungen erhaltenen Bildes bezeichnet und wo $A =$ in. β Sin. ψ ist. Ist nun $m + 1$ die Anzahl solcher unh ähnlichen und ähnlichliegenden Reihen oder Gruppen ffnungen, so hat man, ohne umständliche Rechnungen, durch einfache Analogie für alle diese Reihen den Aus-

$$+1)(m+1)\,a]^2 \cdot \left(\frac{\text{Sin.}\,(n+1)\,\frac{A}{2}}{(n+1)\,\text{Sin.}\,\frac{A}{2}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\text{Sin.}\,(m+1)\,\frac{A'}{2}}{(m+1)\,\text{Sin.}\,\frac{A'}{2}}\right)^2,$$

$= 2\pi\,\Delta'$ Sin. β' Sin. ψ ist und wo Δ' und β' in Beziehung Reihen oder Gruppen dieselbe Bedeutung haben, wie Δ in Beziehung auf eine Reihe von einzelnen Oeffnunte. Es ist leicht, sich mit Hülfe dieses Ausdrucks von erher gehörenden Erscheinungen Rechenschaft zu gesonders wenn man sich dieselben zuerst durch eine anne Beobachtung rein dargestellt hat. So haben wir

z. B. oben (§. 44. I.) gesehn, dafs zwei Quadrate, die sich
ihren Ecken berühren, die dort mitgetheilte Figur geb
Kommt aber noch ein ähnliches Quadratpaar hinzu, so w
dadurch eine Figur erzeugt, in welcher jenes erste Bild n
einmal in der Richtung E E von dunklen Strafsen durchsch
ten erscheint. Sollte jede der beiden Reihen a b und
mehr als zwei Quadrate enthalten, so erscheinen auch zw
schen den dunklen Strafsen innere Spectra. Sind sehr v
Quadrate in jeder Reihe vorhanden, so concentriren sich d
Spectra in glänzende Lichtpuncte, die ganz nahe an ein
stehn.

Fig. 212.

Fig. 219.

I. Eines der schönsten und interessantesten der hie
gehörenden Bilder fand Schwerd, indem er eine Reihe
ner geradliniger Stäbe unter sich parallel in einen Rahmen
festigte und dieselben mit einem ähnlichen zweiten Rahm
bedeckte, so dafs die Stäbe des einen Rahmens mit
nen des zweiten irgend einen constanten Winkel bildete
Sind die Oeffnungen zwischen den Stäben ganz ebenso b
als die Stäbe selbst dick sind, und bedeckt man in dem d
die erwähnte Superposition der beiden Rahmen entstehende
Gitter alle Oeffnungen bis auf vier, so entstehn beim rech
winkligen Durchkreuzen der Stäbe sechzehn quadratför
Oeffnungen und man erblickt auf der Tafel hinter dem Sch
oder besser noch unmittelbar mit dem Fernrohr die sch
Figur. Da bei solchen rechtwinkligen Kreuzgittern die Ri
tung der Linien (E E) und (F F) der Figur 213 mit den S
ten a und b der viereckigen Oeffnungen zusammenfällt
da auch hier alle Oeffnungen Rechtecke sind, so erhält
bei diesen Kreuzgittern, ganz wie oben (§. 44. II.), die In
sität durch dieselbe Formel, indem man nämlich für
willkürlichen Punct z die nach §. 44. II. erhaltenen Inte
täten der Rechtecke für die entsprechenden Puncte auf
Hauptlinien X X und Y Y mit einander multiplicirt, vor
gesetzt, dafs die Intensität in der Mitte 0 des Bildes gleich
Einheit ist. So hat man z. B. für den in der Figur mit
bezeichneten Punct, da für ihn die zwei Coordinaten 3
7 gehören, nach der Tafel am Ende des §. 39.

Fig. 220.

Coordinate $3 = \frac{3}{2}\pi$.. entsprechende Zahl 0,045

Coordinate $7 = \frac{7}{2}\pi$.. entsprechende Zahl 0,008

da das Product dieser beiden Zahlen 0,00036 ist, so ist
die gesuchte Intensität für den Punct (2) gleich 0,00036
nahe nur der 2680ste Theil der Intensität des Central-
ts 0. Ebenso hat man auch für den Punct (x), zu dem
Coordinaten 3 und 3 gehören, die Intensität gleich

$$(0{,}045)\,(0{,}045) = 0{,}002 = \tfrac{1}{500}$$

so fort für alle andere Puncte. Die Figur zeigt diese In- Fig. 221.
täten oder diese Lichtberge für alle diejenigen Puncte,
he in den beiden Hauptlinien XX und YY auf den mit
elben Zahlen bezeichneten Orten stehn. Dreht man den
n der beiden Rahmen mit seinen parallelen Stäben vor
andern so, daſs sich die Stäbe nicht mehr unter einem
len, sondern unter irgend einem schiefen Winkel durch-
eiden, so nimmt auch das Bild eine verschobene Gestalt
ohne daſs sich jedoch das Verhältniſs der Intensitäten der
hiedenen Theile des Ganzen ändert. Macht man die An-
der Oeffnungen gröſser, so wird dadurch bloſs die An-
der innern Spectra vermehrt. Bei einer sehr groſsen An-
von Oeffnungen aber werden alle diese inneren Spectra
merkbar.

II. Der allgemeine Ausdruck der Intensität des Lichts
mehrere Reihen von parallelogrammartigen Oeffnungen ist
§. 44. II., wenn wieder $n+1$ die Anzahl der Oeff-
en jeder Reihe und $m+1$ die Anzahl der Reihen be-
net,

$$(n+1)^2(m+1)^2.\left(\frac{\text{Sin.}\frac{1}{2}p}{\frac{1}{2}p}\cdot\frac{\text{Sin.}\frac{1}{2}p'}{\frac{1}{2}p'}\right)^2.\left(\frac{\text{Sin.}(n+1)\frac{A}{2}}{(n+1)\text{Sin.}\frac{A}{2}}\cdot\frac{\text{Sin.}(m+1)\frac{A'}{2}}{(m+1)\text{Sin.}\frac{A'}{2}}\right)^2,$$

wieder

$$p = \frac{a\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\psi, \qquad A = \frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta\,\text{Sin.}\psi,$$

$$p' = \frac{b\pi}{\lambda}\,\text{Sin.}\psi, \qquad A' = \frac{2\pi}{\lambda}\,\Delta'\,\text{Sin.}\psi.$$

ie Figur 219. zum Beispiel hat man $a = b$; $A = A' = a\sqrt{2}$;
$= m+1 = 2$. Besteht die Oeffnung aus vier sol- Fig.
Quadraten, wie die Zeichnung darstellt, deren Mittel- 222.

puncte unter sich dieselbe Entfernung haben, deren Seiten aber nur halb so grofs sind als in Figur 219, so hat man $a=b$; $A=A'=2a\sqrt{2}$; $n+1=m+1=2$.

III. Weitere Betrachtungen über mehr zusammengesetzte Oeffnungen findet man in SCHWERD's mehrerwähntem Werke S. 106 u. ff. Hier wollen wir nur noch bemerken, dafs alles Vorhergehende sich blofs auf homogenes Licht von einer einzigen Farbe bezieht. Ist aber das durch die Oeffnung des Schirms dringende Licht nicht homogen, so erzeugt jede einzelne Farbe ihr eigenes Bild, und alle diese Bilder einer jeden Farbe sind denen der übrigen Farben ähnlich und ähnlich liegend. Aber die rothen Bilder sind unter allen die gröfsten, da sie den gröfsten Wellenlängen (§. 17.) angehören, während die violetten Bilder die kleinsten sind; die übrigen farbigen Bilder liegen zwischen diesen beiden eingereiht. Vereinigt daher der leuchtende Punct, der sein Licht durch die Oeffnung schickt, alle Farben des Sonnenlichts, so gehen auch die erwähnten Bilder stetig in einander und vermischen sich an ihren Grenzen. Wenn bei dieser Vermischung der Wellen des verschiedenartigen Lichtes eine Interferenz eintritt, so entstehen dunkle Stellen, und diese finstern Stellen im farbigen Lichtbilde sind es, die WOLLASTON und FRAUNHOFER zuerst beobachteten und durch die man auf so viele schöne Entdeckungen über die Diffraction des Lichts geführt worden ist. FRAUNHOFER gebrauchte zu den Beobachtungen dieser dunklen Stellen eine feine Lichtlinie als Object, die er durch ein mit einem Theodoliten versehenen Fernrohr betrachtete, wo ihm diese Stellen als dunkle Fäden von verschiedener Breite erschienen, deren Dicke und Abstände von einander sich genau messen liefsen. Da dieser Gegenstand schon oben[1] umständlich erwähnt worden ist, so wird es unnöthig seyn, uns hier weiter dabei aufzuhalten, um so mehr, da uns noch ein anderer wichtiger Theil der Undulationstheorie zu erörtern übrig ist, nämlich der von der *Wellenbewegung des polarisirten Lichts*, auf welche wir bisher noch keine Rücksicht genommen haben und die doch oben[2] für den gegenwärtigen Artikel ausdrücklich vorbehalten wurde.

---

1 S. Art. *Inflexion*. Bd. V. S. 729.

2 S. Art. *Polarisation*. Bd. VII. S. 746.

n uns in dem nun Folgenden, wenigstens in dem rein
tischen Theile desselben, vorzüglich an die Darstellung
n, die Airy in seiner oben angeführten Schrift gegeben
da dieser neue und wichtige Gegenstand, der seine voll-
ıene Entwickelung erst von der Zukunft erwartet, von
mit vorzüglicher Einsicht und Klarheit, in seinen Haupt-
nten wenigstens, zusammengefaſst worden ist.

Anwendung der Undulationstheorie auf polarisirtes Licht.

48) Erklärungen.

n allem Vorhergehenden wurde, wie man bemerkt ha-
rird, von jeder bestimmten Richtung, in welcher die
nte des Aethers als Lichtträger bei ihrer wellenarti-
lewegung im Raume fortschreiten mögen, abstrahirt. Diese
nte mögen, wie die der Luft bei den Schallwellen, in
ben Richtung vibriren, in welcher die Welle selbst fort-
oder sie mögen, wie wir dieses bei den Wasserwellen
ken, in einer auf die fortschreitende Bewegung der Welle
chten Richtung vibriren, so daſs sie doch alle in einer
bleiben, die durch diese Richtung der Welle geht.
inen, wie der andern, ja selbst jeder weitern Hypo-
über die Richtung der Vibration der Aethertheilchen
sich die bisher erhaltenen Ausdrücke ohne Schwierig-
passen, wenn man nur, wie wir gethan haben, vor-
t, daſs diese Aethertheilchen dem allgemeinen Gesetze
ndulation unterworfen sind und daſs für eine beträcht-
Anzahl von Vibrationen die Dauer und Gröſse der Vi-
selbst dieselbe bleibt. Allein die interessanten Phä-
e des Lichts, die man erst in den neuern Zeiten näher
gelernt hat und die man unter der Benennung der
sation des Lichts begreift, lassen uns die freie Wahl
enen Hypothesen nicht mehr übrig, sondern sie zwin-
ns zu der Annahme einer derselben, und lehren uns
adurch die wahre Art kennen, auf welche diese den
ichen Erscheinungen des Lichtes zu Grunde liegenden
onen des Aethers vor sich gehn.

ie erste Gelegenheit, die Polarisation des Lichtes kennen

zu lernen, gab der *isländische Spath*, an welchem Bart-
lin in Kopenhagen die Eigenschaft der doppelten Brech-
der Lichtstrahlen entdeckte und den später der berü-
Huyghens zuerst in dieser Beziehung wissenschaftlich un-
suchte. Erst lange nach ihm fand man, dafs der gröfste T
der transparenten Krystalle dieselben Eigenschaften mit j
Spathe besitze. Allein auch diese erweiterte Erfahrung
beinahe ein ganzes Jahrhundert isolirt und unfruchtbar, b
endlich Malus im J. 1808 ähnliche Modificationen des Li
auch noch in vielen anderen Fällen entdeckte und da
erst den Physikern ein neues, grofses Feld von sehr
santen Forschungen eröffnete, das vorzüglich von Fr
Thom. Young und Andern bearbeitet wurde.

I. Um zuerst die Erscheinungen, die an jenem S
bemerkt werden, in ihrer Einfachheit darzustellen, so
man, dafs ein Lichtstrahl (oder ein feiner Strom des ge
lichen Sonnenlichts), wenn er durch ein Rhomboeder
Krystalls geht, in zwei andere Lichtstrahlen gespalten
Man bemerkt dieses, wenn man entweder ein kleines O
durch diesen Spath beobachtet, wo man zwei Bilder
Objectes sieht, oder auch, wenn man den Spath
Glaslinse stellt, auf welches Sonnen- oder Lampenli
wo man wieder im Brennpuncte der Linse zwei Li
wahrnimmt. Eine gerade, durch diese zwei Bilder ge
Linie liegt immer in der Richtung der kürzeren Diago
Rhombusfläche des Krystalls, wobei als bekannt voraus
wird, dafs man diesen Spath durch Zerklüften oder Zer
als ein Rhomboeder darstellen kann und dafs der ein
Lichtstrahl senkrecht auf einer der sechs Rhombusfläche
die das Rhomboeder nach allen Seiten begrenzen.

Fig. 223. Rhomboeder, wie es in der Zeichnung dargestellt ist,
nämlich von sechs Rhomben eingeschlossen. Von de
perlichen Winkeln, welche diese Rhomben in den acht E
des Krystalls bilden, sind zwei diagonal gegenüber st
A und B stumpfe Winkel, von welchen jeder von drei
nen, stumpfen und gleichen Winkeln eingeschlossen
Die diese stumpfen Winkel verbindende Gerade AB wi
Axe des Krystalls oder auch die *Axe der doppelten*
chung genannt. In einer regelmäfsig krystallisirten Mass
ses Kalkspaths kann man jeden Punct dieser Masse a

tel eines solchen Rhomboeders betrachten, wenn nur die
durch diesen Punct nach drei Richtungen gehörig ge-
n wird. Also kann man auch jede mit der Axe des
boeders parallele Gerade als diese Axe selbst betrachten.
Ebene, parallel mit der Axe der Krystalls und senkrecht
ne der Seiten desselben, durch welche der Lichtstrahl
lt, wird der *Hauptschnitt des Krystalls* genannt, wie
die Ebene ACBD.

I. Wenn man die zwei in I. erwähnten Strahlen, in
e der einfallende Lichtstrahl durch den Krystall gebro-
wird, näher untersucht, so findet man, dafs der eine
ben dem gewöhnlichen Gesetze der Refraction folgt,
nd der andere nach einer andern mehr zusammenge-
n Vorschrift fortzugehn scheint. Wir wollen der Kürze
n jenen, den ordinären, mit O, und diesen, den extraor-
en, mit E bezeichnen. Diese beiden gebrochenen Strah-
cheinen auf den ersten Blick weder unter sich noch auch
dem einfallenden Strahle selbst irgend wesentlich ver-
den zu seyn, aber sie sind in der That alle drei unter
der von sehr verschiedenen Eigenschaften. Denn be-
et man einen der beiden gebrochenen Strahlen, z. B.
Strahl O, und stellt man ein zweites Rhomboeder vor
a Strahl, so sieht man, dafs, wenn man das erste Rhomboe-
m sich selbst dreht, der Strahl O durch das zweite Rhom-
r im Allgemeinen in *zwei Strahlen von ungleicher In-
ät* getrennt wird, so dafs der eine dieser zwei letzten
len dem gewöhnlichen, der andere aber dem oben er-
ten aufsergewöhnlichen Gesetze der Refraction folgt, da-
wir auch hier den ersten durch Oo und den zweiten
Oe bezeichnen wollen. Ueberdiefs bemerkt man auch,
ür gewisse Stellungen des ersten (in Drehung begriffe-
Rhomboeders der eine der beiden letztgenannten Strah-
o oder Oe gänzlich *verschwindet.* Um die Puncte dieser
hwindung näher anzugeben, wollen wir Folgendes be-
n. Wenn die beiden Rhomboeder eine *ähnliche Lage*
(d. h. wenn jede Seite des einen einer Seite des an-
parallel ist) und ebenso wenn die beiden Rhomboeder
entgegengesetzte Lage haben (d. h. wenn sich das erste
ler so eben beschriebenen Lage um 180 Grade gedreht
so verschwindet Oe und blofs der Strahl Oo bleibt noch

sichtbar, oder so zeigt das zweite Rhomboeder blofs den ge-
wöhnlichen Strahl Oo. Im Gegentheile aber, wenn das
Rhomboeder nur um 90⁰ (rechts oder links von der
erwähnten Lage desselben) gedreht wird, so verschwindet
und nur Oe bleibt zurück, oder so zeigt das zweite Rhom-
boeder blofs den aufsergewöhnlichen Strahl Oe. Zwischen die-
sen beiden Hauptpositionen der beiden Krystalle ist immer
jenige von den beiden Strahlen der intensivste, der
nächsten Verschwindung des einen allein zurückbleibt.
trachtet man aber von den beiden ersten Strahlen O
den letzten oder den Strahl E, so ändern sich alle die
angeführten Erscheinungen. Zwar theilt auch hier der
Krystall den Strahl E wieder in zwei andere Strahlen
ungleicher Intensität, wovon wieder der eine den ge-
lichen und der andere den aufsergewöhnlichen Weg
läuft und die wir deswegen, wie zuvor, durch E
Ee bezeichnen wollen. Aber wenn die beiden Krystalle
ähnlicher oder auch in entgegengesetzter Lage sind,
verschwindet dann der Strahl Eo, während Ee
bleibt. Wenn umgekehrt der eine dieser Krystalle
Grade aus seiner Lage vor- oder rückwärts gedreht
verschwindet Ee, während blofs Eo zurückbleibt.
also die beiden Krystalle mit ihren Hauptschnitten
sind, so wird der Strahl O des ersten Krystalls durch
zweiten zu Oo, so wie auch E zu Ee wird, und durch
Krystalle sind dann nur *zwei* Bilder sichtbar. Wenn aber
Hauptschnitte auf einander senkrecht stehn, so wird O
und E zu Eo, und auch hier sind wieder nur *zwei*
sichtbar. Bei jeder anderen Lage der beiden Hauptschnitte
wird O sowohl, als auch E, jeder für sich, in zwei
Oo, Oe und Eo, Ee zerlegt und man sieht daher *vier*
deren Intensität aber nur dann bei allen gleich grofs ist,
die Neigung der beiden Hauptschnitte gegen einander
einen halben rechten Winkel beträgt oder 45° gleich ist.
sieht daraus, dafs der Lichtstrahl in einem solchen Krystall
nebst der doppelten Brechung noch eine andere Modification
erleidet, die sich nicht auf seine *Richtung*, sondern auf
Seiten bezieht. Denn die durch die doppelte Brechung
einander getrennten Strahlenbüschel haben offenbar
nicht mehr dieselbe Eigenschaft, weil sie bald die ge-

», bald die aufsergewöhnliche Brechung erleiden, jenach- sie dem Hauptschnitte die eine oder die andere Seite zu- den; auch liegen die mit derselben Eigenschaft begabten n des Strahls O und E nicht nach derselben Gegend hin, *'ern sie sind unter einem rechten Winkel gegen einander igt.*

III. Aus dem in II. Gesagten folgt, dafs jeder von den n Strahlen O und E von dem gewöhnlichen Lichte we- ich verschieden ist, da das gewöhnliche Licht so oft, als urch einen solchen Krystall geht, immer zwei Strahlen orbringt, während das Licht von O, so wie das von E, es durch denselben Krystall geht, bald zwei Strahlen, jenes, bald aber auch nur einen einzigen erzeugt. Auch nen diese zwei Strahlen O und E unter sich selbst noch ntlich verschieden zu seyn, da bei gewissen Lagen des ten Krystalls der Strahl O nur einen gewöhnlichen Strahl O o, Strahl E aber einen aufsergewöhnlichen E e erzeugt, und ekehrt. Diese Strahlen scheinen also unter sich ganz ver- dene Eigenschaften zu haben, die bei der Aenderung der des brechenden Krystalls wechselsweise hervortreten. In- läfst sich doch zwischen den Eigenschaften der beiden len auch eine merkwürdige Relation angeben. Wenn ich die beiden Krystalle in ähnlichen Lagen sind, so t der Strahl O nur einen gewöhnlichen Strahl hervor; aber der erste Krystall um 90° gedreht, so bringt der l E diesen gewöhnlichen Strahl hervor, d. h. wird der all um 90° gedreht, so erhält der Strahl E dieselbe Ei- haft, welche der Strahl O vor der Drehung hatte. Eben- ringt, wenn die beiden Krystalle in ähnlichen Lagen , der Strahl E nur den aufsergewöhnlichen Strahl E r; dreht man aber den ersten um 90°, so bringt dann trahl O diesen aufsergewöhnlichen Strahl hervor, d. h. durch die Drehung des Krystalls um 90° erhält der O dieselben Eigenschaften, die E vor der Drehung hatte.

Das Vorhergehende zeigt deutlich, dafs die zwei Strah- igenschaften *derselben Art* haben in Beziehung auf zwei n, die durch die Richtung dieser Strahlen gehn und sich ch mit dem Krystalle bewegen, und dafs überdiefs diese Ebenen auf einander senkrecht stehn. Wir wollen, um usdrücke abzukürzen, die Ebene, welche durch den Strahl

und durch die kürzere Diagonale der rhomboidischen Flä
geht, die *Hauptebene* des Krystalls nennen, (eine Benennu
der wir weiter unten noch eine allgemeinere Bedeutung w
den geben können). Demnach werden wir den vorigen S
auf folgende Art ausdrücken: *die Eigenschaften des g
wöhnlichen Strahls O haben dieselbe Relation zu der Hau
ebene, welche die Eigenschaften des aufsergewöhnlich
Strahls E zu einer auf dieser Hauptebene senkrecht ste
den Ebene haben.* Derselbe Satz wird nun gewöhnlich
dargestellt: *der gewöhnliche Strahl wird in der Hauptebe
polarisirt und der aufsergewöhnliche wird in der auf
Hauptebene senkrechten Ebene polarisirt.*

IV. Dieses Phänomen der doppelten Brechung fi
nicht blofs in dem isländischen Spath (der auch Kalkspath o
Doppelspath genannt wird), sondern in allen durchsichti
Krystallen statt. In jedem solchen Körper heifst die ger
Linie, längs welcher keine doppelte Brechung erfolgt, d
Axe der doppelten Brechung, und die durch diese Axe g
hende oder doch mit ihr parallele, auf einer Seitenfläche d
Krystalls senkrecht stehende Ebene wird, wie dort, der *Haupt
schnitt* des Krystalls genannt. Bei dem isländischen Spath i
diese Axe gegen die Seitenflächen des Krystalls sehr st
geneigt, daher auch der Winkel der beiden Strahlen O und
sehr grofs und leicht bemerkbar ist. Bei andern Krystalle
z. B. bei dem Bergkrystall, ist jene Neigung der Axe s
klein und daher die Doppelbrechung nicht so auffallend.
vielen Krystallen giebt es nur *eine* Axe der doppelten Br
chung, wie im isländischen Spath, im Bergkrystall u. s.
In andern Krystallen, wie im Salpeter, Arragonit, Borax u. s. w
finden sich zwei solche Axen, längs welchen keine doppel
Brechung erfolgt, und der Neigungswinkel dieser beiden Ax
gegen einander ist für verschiedene Temperaturen veränderli
Wo nur eine Axe der doppelten Brechung vorhanden ist, fä
sie stets mit der geometrischen Hauptaxe der Krystallgest
zusammen. Es giebt überdiefs noch einige andere Krystal
die auch das Sonnenlicht in die zwei Strahlen O und E au
lösen, aber dabei einen dieser beiden Strahlen gänzlich ab
sorbiren. Einige Gattungen von Achat z. B. oder Turmalin
platten, die mit ihrer Axe parallel gespalten sind, lassen de
gewöhnlichen Strahl O frei durch, während sie den aufser

ähnlichen E ganz unterdrücken oder unsichtbar machen.
n dieses geschieht nur, wenn diese Platten eine bestimmte
e haben; sind sie aber sehr dünn, so sieht man im-
noch beide Strahlen, und zwar nahe von derselben In-
ät.

V. Die jetzt gewöhnliche Art, polarisirtes Licht zu er-
n, ist die durch Reflexion des Sonnenlichts von unbe-
m Glase (oder einer andern durchsichtigen, festen oder
gen Substanz). Die Versuche mit solchen Glasplatten
en, dafs, wenn die Tangente des Incidenzwinkels gleich
Refractionsindex ist, alles von dem Glase reflectirte Licht
lieselbe Weise polarisirt ist, wie der Strahl O durch das
oben erwähnte Rhomboeder des isländischen Spaths po-
rt wird, wenn dessen Hauptebene parallel mit der Re-
nsebene des Glases steht. Denn wenn dann das zweite
nboeder so gestellt wird, dafs es den reflectirten Strahl
mmt, so wird blofs ein gewöhnlicher Strahl O erzeugt;
aber die Lage desselben um 90 Grade geändert wird,
eht man blofs den aufsergewöhnlichen Strahl E. Man
dann, dafs das *reflectirte Licht in der Reflexionsebene
isirt ist,* und der Incidenzwinkel, welcher zu dieser Er-
nung gehört, wird der *polarisirende Winkel* genannt.
werden weiter unten (§. 55. I.) sehn, dafs dieser *pola-
nde* Winkel ω, unter welchem ein Strahl gegen das Ein-
th auf den Spiegel fallen mufs, damit der von diesem
el reflectirte Strahl *vollständig polarisirt* wird, durch
leichung gegeben wird

$$\text{Tang.}\,\omega = \mu,$$

vie in §. 12. X.) μ der Refractionsindex oder

$$\mu = \frac{\text{Sin I}}{\text{Sin. R}}$$

Für diesen polarisirten Winkel ist, wie Brewster zu-
efunden hat, der reflectirte Strahl senkrecht auf die
ng des gebrochenen (oder durchgelassenen) Strahls.

Das Vorhergehende gilt von dem *reflectirten* Strahle. Das
gelassene Licht aber besitzt, wie die Versuche zeigen,
Theil die Eigenschaften des aufsergewöhnlichen Strahls
nämlich die Hauptebene des Krystalls zur Reflexions-
immer parallel vorausgesetzt wird). Denn wird der

zweite Rhombus in diese Lage gebracht, so erzeugt das durc
gelassene Licht zugleich einen gewöhnlichen und einen auss
gewöhnlichen Strahl, nur ist der erste viel schwächer an Li
als der zweite. Dieses wird so ausgedrückt: das durchgel
sene Licht ist *theilweise polarisirt in der auf die Reflexio*
fläche senkrechten Ebene. Werden sehr viele unbelegte Gl
platten über einander gelegt, so erscheint das reflectirte Li
völlig in der Reflexionsebene polarisirt und das durchgel
sene Licht ist ebenfalls völlig polarisirt in der zu der R
flexionsfläche senkrechten Ebene. Läfst man also einen Lich
strahl z. B. aus Luft auf Glas unter dem Winkel von 5
35′ gegen das Einfallsloth auffallen und betrachtet man
reflectirten Antheil durch den isländischen Krystall, so si
man blofs den Strahl O, wenn der Winkel N des Ha
schnitts mit der Reflexionsebene gleich 0° oder 180° ist,
blofs den Strahl E, wenn N = 90° oder 270° ist. Für jeden
dern Werth dieses Winkels sieht man beide Strahlen O und
die aber nur dann gleiche Intensität haben, wenn N = 4
oder 3, 5, 7 mal 45° ist. Betrachtet man aber den un
demselben Winkel von 54° 35′ durch dickes Glas geleitet
also *gebrochenen* Antheil des auffallenden Lichtstrahls, so sie
man umgekehrt blofs den Strahl O, wenn N = 90° oder 270
und blofs den Strahl E, wenn N = 0° oder 180° ist. Auch ka
man das schon in einem Doppelspath in zwei Strahlen g
theilte Licht auf eine Glasplatte unter dem Winkel von 5
35′ fallen lassen. Man wird dann sehn, dafs der gewöhn
che Strahl O vollständig reflectirt wird für N = 0° oder 180°,
vollständig durchgelassen (oder absorbirt, wenn nämlich
Glas geschwärzt ist) für N = 90° oder 270°. Der aufsergewöh
che Strahl E aber wird umgekehrt vollständig durchgelass
(oder absorbirt) für N = 0° oder 180°, und vollständig reflectirt
N = 90° oder 270°. Für jeden andern Werth von N erfolgt ei
theilweise Reflexion und eine theilweise Transmission (o
Absorption) der Strahlen. Läfst man den von einer Glast
unter dem Winkel von 54° 35′ reflectirten, polarisirten Str
unter demselben Winkel auf eine zweite Glastafel fallen,
wird er vollständig reflectirt, wenn der Winkel der bei
Einfallsebenen gleich 0° oder 180° ist, und vollständig durch
gelassen (oder absorbirt), wenn jener Winkel gleich 90° o
270° ist. In allen andern Lagen wird er zum Theil gebroche

Theil reflectirt. Das Gegentheil aber findet bei einem
h Brechung polarisirten Strahle statt.

Um diese Phänomene der Polarisation bequem und genau
ustellen, hat man mehrere Instrumente, von welchen wir
nur zwei näher angeben wollen. Das erste, von Baum-
rner, ist auf folgende Weise construirt. Auf einer hori-
len Tafel AB steht ein ebener Glasspiegel C zwischen Fig. 224.
Wänden mn, der an der Hinterfläche geschwärzt und ge-
den Horizont unter dem Winkel von 35° 25′, also ge-
das Zenith unter dem Winkel von 54° 35′, geneigt ist.
r Spiegel (eigentlich eine polirte Glasplatte) dient zur
isation des Lichts, das von einem gewöhnlichen Plan-
el D in horizontaler Richtung gegen C reflectirt wird.
r C befindet sich an einem verticalen Träger E eine Röhre
lie zur Aufnahme solcher Apparate bestimmt ist, die zu
Versuchen dienen. Ein Rahmen G trägt einen geschwärz-
Planspiegel und ist zwischen zwei metallenen Armen so
racht, daſs er um eine horizontale Axe beweglich ist;
Arme selbst sind an einen metallenen Ring befestigt, der
in die Röhre F einschieben und um eine verticale Axe
läſst. Zwischen der Röhre und dem Spiegel C ist ein
ontales durchbrochenes Tischchen H angebracht, das zur
ung um eine verticale Axe eingerichtet ist. Man stelle
chwarzen Spiegel G in eine zu dem untern Spiegel C
ele Lage und leite z. B. das Licht weiſser Wolken von
C. Hier wird das Licht polarisirt und gegen G re-
t. Im Planspiegel G erblickt man dann die weiſsen
en, zum Beweise, daſs bei dieser Stellung der beiden
l, wo die Einfallsebenen zu einander parallel sind, in
hat eine Reflexion der polarisirten Strahlen am oberen
l G statt findet. Dreht man dann den Spiegel G in ei-
rizontalen Richtung, ohne seine Neigung gegen den ein-
en Strahl zu ändern, so erscheint das Bild der Wolken
dunkler und verschwindet endlich ganz, wenn man um
90° gedreht und sonach die obere Einfallsebene senk-
zur unteren gestellt hat, zum Beweise, daſs das polari-
icht, bei senkrechter Lage der Einfalls- oder Reflexions-
, *nicht* reflectirt wird. Setzt man die Drehung des
Spiegels in derselben Richtung fort, so tritt auch das
nbild wieder hervor, anfangs schwach, aber später immer

lebhafter, bis es, nach einer abermaligen Drehung von die erste gröſste Intensität wieder erhält, indem hier die fallsebenen wieder zu einander parallel stehn. Bei fortge ter Drehung wird das Bild wieder schwächer und versch det ganz am Ende der Drehung von 90°, wo sich das risirte Licht neuerdings der Reflexion entzieht, wenn die flexionsebenen, wie bei der zweiten Position, auf ein senkrecht stehn. Bringt man an dem untern Ende der einen Deckel an, der mit einer kleinen, runden Oeffnung Durchlassung des polarisirten Lichts versehn ist, so während der Drehung des obern Spiegels an dem gesehenen Bilde der Deckelöffnung dieselben Veränder wahrgenommen, wie vorhin an dem Bilde der Wolken.

Man sieht daraus, daſs die Intensität des reflectirten larisirten Lichts während einer vollen Umdrehung des gels G zweimal ihr Maximum erreicht und zweimal Null wird. Stellt man aber in den Rahmen G (statt des Spiegels) mehrere über einander gelegte Glasplatten, wohl der Erfolg derselbe, nur mit dem Unterschiede, das Licht in denjenigen Fällen, wo es sich vorhin der flexion entzog, nun ganz durchgelassen wird, so daſs der Gegenstand, von welchem die Strahlen auf den kommen, im *durchgelassenen* (gebrochenen) Lichte am lebhaftesten erscheint, wenn er im *reflectirten* Lichte gar gesehn wird, d. i. wenn die beiden Einfallsebenen in G einen rechten Winkel bilden. Uebrigens erlangt auch das durchgelassene Licht während einer ganzen Umd der Glasplatten G um den einfallenden Strahl zweimal Maximum und zweimal das Minimum seiner Intensität. man G in die Position, wo das polarisirte Licht flectirt, oder in die, wo es nicht durchgelassen wird, dert hierauf die Neigung von G gegen die einfallenden len, so nimmt sogleich im ersten Falle die Menge flectirten, im zweiten Falle die Menge des durchg nen Lichtes zu und erreicht wieder ein Maximum. Gläser G gegen die Strahlen senkrecht stehn. Man den Rahmen G weg und befestige ein dreiseitiges Prisma isländischem Spath, das durch ein Glasprisma achro ist, in einen durchlöcherten Deckel, der sich in die Oeffnung der Röhre F einschieben läſst, während man

e Ende dieser Röhre einen zweiten, mit einer kleinen
ıung versehenen Deckel anbringt. Wenn man dann durch
Spath durchsieht, so wird man die Oeffnung des unteren
els nur einfach erblicken, sobald der Hauptschnitt des
alls zu der Reflexionsebene in C parallel steht. Man
aber auch sogleich das zweite Bild dieser Deckelöffnung
wenn man den Spath dreht und dadurch den Parallelis-
ler Ebene aufhebt. Das neue Bild ist anfangs schwach,
t aber bei fortgesetzter Drehung an Intensität immer zu,
nd das andere immer schwächer wird, bis der Winkel,
ie genannten Ebenen bilden, den Werth von 45° er-
, wo eine Gleichheit der Intensität beider Bilder ein-
Sowie man diesen Winkel vergröſsert, nimmt die In-
it des ersten oder gewöhnlichen Bildes ab und die des
gewöhnlichen zu, bis jenes ganz verschwindet und die-
für zu derselben Zeit mit seiner gröſsten Lebhaftigkeit
rtritt; dieses geschieht aber, wenn der Hauptschnitt des
alls auf der Reflexionsebene senkrecht steht. Dieselbe
ıme der Intensität bis zum völligen Verschwinden des
Bildes und dieselbe Zunahme der Intensität des andern
bis zu dem Maximum derselben beobachtet man, wenn
tgesetzter Drehung des Spaths der Hauptschnitt des-
die andern drei Quadrate durchläuft.

ne sehr merkwürdige Einwirkung auf das polarisirte
beobachtet man am Turmalin. Spaltet man diesen Kry-
Platten von etwa einer halben Linie Dicke, so daſs
ene dieser Platte mit der Axe der prismatischen Ge-
ses Krystalls parallel liegt, so kann man durch diese
wenn sie polirt sind, leuchtende Gegenstände wie
efärbte Gläser sehn. Obschon der Turmalin ein dop-
chender Krystall ist, so wird doch, bei der angege-
Dicke des Plättchens, der gewöhnliche Lichtstrahl bei-
nz absorbirt, und man sieht den leuchtenden Gegen-
ırch das Plättchen nur einfach; auch bemerkt man,
l der Turmalin in seiner eigenen Ebene herumgedreht
eine Aenderung in der Lebhaftigkeit des Bildes, wenn
las senkrecht auffallende Licht kein polarisirtes Licht
ngt man aber statt des isländischen Spaths ein sol-
rmalinplättchen in die Oeffnung des obern Deckels bei
larisationsapparate und befestigt man es daselbst der-

gestalt, dafs die von dem Spiegel C kommenden polarisirt
Strahlen in senkrechter Richtung darauf fallen, und stellt
durch Drehung so, dafs das Bild der unteren Deckelöffnu
am lebhaftesten erscheint, so bemerkt man, dafs das Bi
während einer Umdrehung von 90⁰ alle Grade der abnehm
den Helligkeit bis zum beinahe vollständigen Verschwind
durchläuft und dabei während der Drehung im folgend
Quadrate stufenweise bis zum Maximum der Helligkeit z
nimmt. Bei der Drehung in den folgenden zwei Qua
wird dieselbe allmälige, bis zum Verschwinden statt find
Abnahme und hierauf wieder die bis zu ihrem Maximum s
gende Zunahme der Lichtstärke bemerkt. Eine genauere E
sicht dieser periodischen Abwechselungen der Intensität d
Lichtes belehrt uns, dafs das Maximum der Intensität s
jedesmal dann einstellt, wenn die Axe des Turmalins a
Reflexionsebene des Strahls (d. h. auf der Polarisationseb
senkrecht steht, hingegen das Minimum (das Verschwi
des Bildes), wenn diese Axe mit der Reflexionsebene pa
lel ist.

Dieselbe Eigenschaft, das polarisirte Licht bei ge
Stellungen nicht durchzulassen, besitzt auch eine Ach
die senkrecht auf die natürlichen Schichten dieses Stei
schnitten ist. Auch an einigen Sapphiren wurde we
ein theilweises Zurückhalten des polarisirten Lichtes be
tet. Die blauen und grünen Turmaline besitzen die e
führte Eigenschaft nur unvollkommen, am besten eigne
zu diesen Polarisationsversuchen die rothbraunen Turmal

Bemerken wir noch zu dem Vorhergehenden, da
Erfahrungen gemäfs durch die Reflexion das Licht im
sten Sinne nie ganz vollkommen polarisirt wird, auch
wenn es unter dem oben erwähnten Polarisationswinkel
fällt. Besonders gilt dieses von metallenen Oberflächen,
das Licht unter keinem Winkel vollständig polarisiren.
ein von dünnen Metallplatten reflectirter oder durchgeh
Strahl giebt mittelst des isländischen Spaths bei jede
des Hauptschnitts gegen die Reflexions- oder Brechungs

---

1 Vergl. Baumgartner's Naturlehre. Wien 1832. S. 571.
...zer's Lehre von dem Lichte. Lemberg 1836. S. 372.

er zwei Bilder, und nur aus ihrer ungleichen Intensität
nnt man, dafs das Licht doch nicht völlig unpolarisirt
kann. Doch haben auch diese Körper bestimmte Winkel,
welche das Licht am stärksten, und andere, für die es am
ächsten polarisirt ist. Da überhaupt alle durchsichtige
sehr viele undurchsichtige Körper das Licht, wenigstens
Theil, polarisiren, so kommt auch das meiste uns umge-
e Licht schon polarisirt zu uns. Das uns von dem hei-
Himmel oder von Wolken zugesendete, das schief auf
e Fenstergläser einfallende, das von Mauern, Möbeln
w. reflectirte Licht trägt schon deutliche Spuren der Po-
tion.

VI. Aus dem Vorhergehenden folgt zugleich ein leichtes
l, zu erkennen, ob ein Licht polarisirt ist oder nicht.
n das unter dem polarisirenden Winkel auf unbelegtes
einfallende Licht nicht reflectirt wird, so ist es in der
er Reflexionsebene senkrechten Ebene polarisirt. Dreht
dann die Glasplatte rund um den einfallenden Strahl, ohne
die Neigung der Platte gegen den Strahl zu verändern,
verschwindet das reflectirte Licht für irgend eine Lage
latte nicht, so ist das Licht nicht polarisirt. Ebenso
man die Polarisation eines Lichtstrahls erkennen, wenn
ieht, dafs, nachdem er auf eine Turmalinplatte gefallen
er austretende Strahl verschwindet, wo dann die Polari-
ebene senkrecht auf derjenigen Ebene steht, die durch
ichtstrahl und durch die Axe des Turmalins geht.

II. Daraus folgt ferner, wenn zwei Turmalinplatten so
t werden, dafs ihre Axen senkrecht zu einander stehn,
ann kein Licht durch diese Platten gehn kann; denn
n der ersten Platte durchgelassene Licht wird in der
ihrer Axe polarisirt, d. h. in der zu der Axe der zwei-
nkrechten Ebene, also kann es auch nicht durch die
Platte gehn. Sowie man aber eine dieser zwei Plat-
eht, sieht man auch sofort das Licht wieder erscheinen
ich so lange an Intensität zunehmen, bis die Axen der
Turmalinplatten zu einander parallel stehn. Auf glei-
eise, wenn in dem zweiten der oben erwähnten Pola-
sinstrumente L eine oder auch mehrere parallele Platten Fig.
gten Glases, und K eine andere solche Glasplatte vorstellt, 225.

die aber an ihrer Rückseite geschwärzt ist, um der Reflexion zuvorzukommen, und wenn die Platte K an eine Ebene befestigt ist, die sich um eine Spindel O in der Richtung drehn läfst, und wenn endlich jede der beiden Glasplatten mit CK einen Winkel von 35° 25′ bildet, so bemerkt man mit dem Vorhergehenden ganz analoge Erscheinungen. Fängt man nämlich das Licht der Wolken oder des freien Himmels mit der Platte C in einer solchen Richtung auf, dafs das reflectirte Licht auf K zurückfällt, und stellt man das Auge so, dafs es das von K reflectirte Licht erhält, so sieht man eine beträchtliche Quantität des von K reflectirten Lichts, wenn die beiden Reflexionsebenen coincidiren oder doch nahe coincidiren; wie aber die Neigung der Reflexionsebene zunimmt, wird weniger Licht von K reflectirt, und wenn, wie in der Zeichnung, die Reflexionsebenen auf einander senkrecht sind, so wird gar kein Licht mehr reflectirt. Dieses ist aber streng richtig für dasjenige Licht, welches von C auf K in der Richtung, die ihre Mittelpuncte vereinigt, einfällt, aber es gilt auch noch sehr nahe für solches Licht, welches einen kleinen Winkel mit jener macht. Auch gilt das Gesagte nur streng für ein bestimmtes farbiges Licht, da der polarisirende Winkel, der von dem Reflexionsindex abhängt, sich mit den verschiedenen Farben ändert, aber es gilt doch immer noch sehr nahe, wenn nur der Refractionswinkel für die mittleren Strahlen des Spectrums gewählt wird. Wir werden in der Folge öfter auf diesen mit dem vorhergehenden im Grunde identischen Apparat zurückkommen und der Kürze wegen C die *polarisirende*, so wie K die *analysirende* Platte nennen.

VIII. Wenn man nun in dem oben (§. 22.) behandelten Problem durch den Weg jeder der beiden von G und H kommenden Strahlen eine Turmalinplatte von durchaus gleicher Dicke legt, so bemerkt man sogleich, dafs die Gröfse und Gestalt, ja selbst die Existenz der dort erwähnten Fransen der Interferenz ganz und gar von der relativen Stellung der Turmalinplatten abhängig sind. Sind ihre Axen parallel (welches auch sonst ihre Lage seyn mag), so sind diese Fransen sehr gut sichtbar und die finstern Strafsen zwischen den hellen erscheinen völlig schwarz. Sind sie aber nicht parallel, so erscheinen diese finstern Streifen nur dunkelgrau, und lösen sich endlich ganz auf, wenn die Axen der Platten gegen

Fig. 192.

r senkrecht stehn. Daraus folgt also, dafs solche Licht-
len, die unter rechtwinkligen Ebenen zu einander pola-
sind, nicht interferiren, d. h. sich nicht gegenseitig auf-
n oder zerstören können, und zwar können sie dieses
: in allen den Fällen, in welchen sich die Strahlen des
inen, nicht polarisirten Sonnenlichts, oder auch, in wel-
sich die in derselben Ebene polarisirten Lichtstrahlen al-
ngs aufheben.

IX. Nach allem bisher Gesagten ist klar, dafs man ei-
ich zwei verschiedene, einander entgegengesetzte Polari-
nszustände annehmen müsse. Unter den Umständen, in
hen der Strahl O in O o übergeht oder von einem Spiegel
tirt wird, geht der Strahl E in E e über oder wird von
n Spiegel durchgelassen und umgekehrt. Ebenso stehn sich
lurch Reflexion und ein durch Brechung polarisirter Strahl
nüber. Man nennt daher diese beiden Polarisationszu-
le *entgegengesetzte* Polarisationen oder Polarisationen unter
m rechten Winkel und sagt: die zwei durch doppelte
hung in einem Krystalle entstandenen Strahlen (oder der
h Reflexion und der durch Refraction polarisirte Antheil
Strahls) sind nach *entgegengesetzten Richtungen* oder
ind unter einem rechten Winkel polarisirt. In den ein-
n Krystallen (IV.) ist der gewöhnlich gebrochene Strahl
der Ebene des Hauptschnitts und der aufsergewöhnliche
l E in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt.

Aus allem Vorhergehenden wird man nun folgende allge-
e Schlüsse ziehn.

A. Wenn man vom gewöhnlichen Sonnenlicht durch ir-
einen Versuch solches Licht erhält, welches in einer
e polarisirt ist, so erhält man durch denselben Versuch
r auch zugleich mehr oder weniger solches Licht, das
r auf jener ersten Ebene senkrecht stehenden Ebene po-
t ist.

B. Das in einer Ebene polarisirte Licht kann nicht da-
gebracht werden, auch ein in der auf jener senkrecht ste-
en Ebene polarisirtes Licht zu geben.

C. Das in einer Ebene polarisirte Licht kann durch ein
r auf jener senkrecht stehenden Ebene polarisirtes Licht
aufgehoben oder zerstört werden.

Der erste dieser drei Sätze leitet sofort auf die Vora setzung, dafs die Polarisation des Lichts keineswegs in ei Modification oder in irgend einer inneren Aenderung des g meinen Lichts, sondern dafs es in einer Auflösung (Trenn des gemeinen Lichtstrahls in zwei andere besteht, welche zu Theile zu zwei unter sich senkrechten Ebenen dieselben V hältnisse (oder Relationen) haben. Verbindet man diesen S mit den beiden andern B und C, so gelangt man zu d folgenden Theorem, das man als die eigentliche und vollstän dige Erklärung alles vorhin Gesagten betrachten kann.

Gemeines Sonnen- oder Lampenlicht besteht aus We len, in welchen die Vibrationen jedes Elements in Eben vor sich gehn, die auf der Fortschreitungsrichtung der ga zen Wellen senkrecht stehn. Die Polarisation des Li aber besteht in der Auflösung dieser Vibration der Elem in zwei andere, deren eine parallel zu einer gegebenen, du die Fortschreitungsrichtung der ganzen Welle gehenden E ne liegt, während die andere Vibration in einer auf die Ebene senkrechten Ebene vor sich geht. Durch diese Au lösung können in besondern Fällen (auf die wir später ei gens zurückkommen werden) *neue Wellen entstehn, die unter sich verschiedenen Richtungen fortschreiten. So wir nun im Stande sind, die eine dieser zwei Richtung von der andern zu trennen und besonders zu betrachten, sagen wir, dafs das Licht* (in diesen beiden Richtungen) *p larisirt sey. Wenn aber die eine der beiden aufgelösten V brationen unverändert bleibt, während die andere auf je senkrechte in einem bestimmten Verhältnisse abnimmt o sich der Verschwindung nähert, ohne von jener getrennt erscheinen, so sagen wir, dafs das Licht nur theilweise p larisirt sey.*

Eine aufmerksame Betrachtung dieses Theorems wird d innigen Zusammenhang aller der vorher erwähnten Ersche nungen vollkommen deutlich machen.

X. In den meisten der hierher gehörenden Untersuchu gen erscheint es ganz gleichgültig, ob die das polarisirte Licht bildenden Vibrationen mit der Polarisationsebene par lel oder auf ihr senkrecht vor sich gehn. Allein später zu e örternde und tiefer liegende Gründe, die sich besonders a

Natur und die Elementartrennungen der krystallinischen Kör- beziehn, bestimmen uns, der zweiten dieser Annahmen Vorzug zu geben. Wenn wir also in der Folge sagen den, dafs ein Licht *in einer bestimmten Ebene polarisirt* so wollen wir damit ausdrücken, *dafs die Vibrationen Elemente dieses Lichts in einer auf dieser Ebene senk-ten Richtung vor sich gehn.* So ist z. B. in derjenigen llenbewegung, die den gewöhnlichen Strahl O im isländi-n Spath erzeugt, die Vibration jedes Elements senkrecht der Hauptebene des Krystalls, und in dem aufsergewöhn-en Strahle E gehn die Vibrationen aller Elemente in einer der Hauptebene parallelen Ebene vor sich. Ebenso wird, n Licht auf unbelegtes Glas unter dem polarisirenden nkel fällt, die reflectirte Welle blofs durch solche Vibra-en gebildet, die senkrecht auf der Einfallsebene stehn; durchgelassenen Wellen aber enthalten wohl zum Theil ı solche Vibrationen, die auf der Einfallsebene senkrecht n, aber dafür einen viel gröfsern Theil von solchen, de- Vibrationen mit der Einfallsebene parallel sind.

XI. Aus dieser Annahme folgt zugleich, dafs es bei dem te keine solche Vibrationen der Elemente einer Welle t, die in der Richtung des Fortschritts der Welle statt n, oder doch, dafs diese, wenn sie ja existiren, unseren en nicht sichtbar sind. Denn wenn dieses nicht wäre, so ten bei dem in VII. erwähnten Versuche Interferenzfran-sichtbar seyn, während doch keine Spur derselben gefun-werden kann.

XII. Da wir demnach angenommen haben, dafs das Licht Allgemeinen zwei Gattungen von Vibrationen enthält, die r sich nicht interferiren können, so ist es vor Allem noth-dig, irgend ein dieser Annahme entsprechendes Mafs für Intensität des aus jenen beiden Arten zusammengesetzten tes aufzustellen. Man wird aber dazu offenbar am zweck-igsten die Summe der Intensitäten jeder einzelnen dieser i Lichtarten wählen. Wenn man also die Vibration der n Art darstellt durch

$$a \operatorname{Sin.}(\alpha t - x + A)$$

die der andern Art durch

$$b \operatorname{Sin.}(\alpha t - x + B),$$

so werden wir die Intensität des aus beiden Arten gemisch
Lichts durch die Gröfse

$$a^2 + b^2$$

bezeichnen. Diese Gröfse $a^2 + b^2$ hätten wir demnach
in allen unsern vorhergehenden Untersuchungen gebrauch
sollen. Da aber bisher die Gröfsen a und b durchaus als
ter sich gleich angenommen werden konnten, so lange man
nur mit gemeinem oder unpolarisirtem Lichte beschäftigte,
bleiben die vorhergehenden Ausdrücke alle in ihrem Rech
und der hier erwähnte Unterschied hat nur auf dasjenige Ein
flufs, was wir in dem nun Folgenden von dem polarisir
Lichte zu sagen haben.

49) Fundamentalgleichung für diejenigen Wel len, deren Vibrationen auf die Richtung ihre Fortpflanzung schief stehn.

Fig. 226. Es stellen die kleinern Puncte die ursprüngliche La
der Elemente eines Mediums vor, die unter sich regelmäßi
in Vierecken geordnet seyn mögen, so dafs jede Linie vo
der nächsten um die Distanz h absteht. Nehmen wir nun
dafs alle Elemente in jeder verticalen Linie um dieselbe Grö
in verticaler Richtung verschoben werden, jedoch so, d
diese Verschiebungen in den verschiedenen verticalen Lin
unter sich verschieden seyn sollen. Sey x die horizontale A
scisse der zweiten Reihe, $x - h$ die der ersten, $x + h$
der dritten, und seyen u, $u_,$ und u' die diesen Reihen in de
selben Ordnung entsprechenden Verschiebungen. Dieses v
ausgesetzt wird die Bewegung dieser Elemente zuvörderst a
hängen von der Ausdehnung, in welcher die Kräfte, welc
diese Verschiebungen erzeugen, sich wirksam zeigen. Nehm
wir an, dafs blofs die sechs nächsten Elemente B, C, D, E, F,
eine noch merkbare Kraft auf das mittlere Element A ausüb
können, wobei wir die über und unter A in derselben L
nie mit A liegenden Elemente weglassen, da ihre Anzieh
gen auf A einander gleich und entgegengesetzt sind, sich a
auch gegenseitig aufheben. Nehmen wir endlich noch a
dafs diese Kräfte anziehende (nicht abstofsende) Kräfte sin
die sich wie verkehrt das Quadrat ihrer Entfernungen ve

ten, und dafs m die Einheit dieser Anziehung bezeichne. ses vorausgesetzt wird die ganze auf A wirkende Kraft die gende seyn:

$$\frac{m(h+u-u_{,})}{[h^2+(h+u-u_{,})^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{m(u-u_{,})}{[h^2+(u-u_{,})^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$-\frac{m(h-u+u_{,})}{[h^2+(h-u+u_{,})^2]^{\frac{3}{2}}}+\frac{m(h+u-u')}{[h^2+(h+u-u')^2]^{\frac{3}{2}}}$$

$$+\frac{m(u-u')}{[h^2+(u-u')^2]^{\frac{3}{2}}}-\frac{m(h-u+u')}{[h^2+(h-u+u')^2]^{\frac{3}{2}}}.$$

wickelt man diese Ausdrücke in ihrer Wurzelgröfse und nachlässigt man die zweiten und höheren Potenzen von den emein kleinen Gröfsen $u - u_{,}$ und $u - u'$, so erhält für die Kraft, mit welcher die Gröfse u vermindert d,

$$\left(1-\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{m}{h^3}(2u-u_{,}-u').$$

t man aber für $u_{,}$ und u' nach dem Taylor'schen Lehr- e die Ausdrücke

$$u_{,}=u-h\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{h^2}{2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\ldots,$$

$$u'=u+h\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{h^2}{2}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\ldots,$$

rhält man

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\left(1-\frac{1}{2^{\frac{3}{2}}}\right)\frac{m}{h}\cdot\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

diese Gleichung hat ganz dieselbe Form, die wir oben 14. Gleich. (B)) für die Fortpflanzung der Schallwellen nden haben, so dafs also auch bei den oben vorausge- en Vibrationen, die auf der Fortpflanzungsrichtung der en schief stehn, die bereits früher gefundene Fundamen- ichung der Wellen dieselbe bleibt.

I. Es ist wahrscheinlich, dafs wir bei irgend einer an- Anordnung der Puncte unserer Figur und ebenso bei d einem andern Gesetz für die hier wirkenden Kräfte zu

derselben Form jener Fundamentalgleichung gelangen würde. Löst man aber die Verschiebung, die auf diese Weise einem dieser Puncte in irgend einer Richtung zukommt, in drei andere Richtungen nach den rechtwinkligen Coordinaten x, y und z auf, so wird man auch hier wieder, nach dem §. 13. aufgestellten Princip, die Superposition auch dieser Wellen und ihre ungestörte Coexistenz annehmen und dann ganz das bisher beobachtete Verfahren beibehalten können.

50) Erklärung der Trennung des Lichts in zwei Strahlen durch doppeltbrechende Krystalle.

Nehmen wir eine der in §. 49. aufgestellten Anordnung ähnliche Stellung der Aetherelemente im Innern eines Krystalls an, oder nehmen wir, um die Sache noch allgemeiner darzustellen, wenigstens an, dafs diese Stellung der Art sey, dafs es für jedes Element immer drei unter sich senkrechte Richtungen gebe, in welchen die Resultante der auf dieses Element wirkenden Kräfte es in derselben geraden Linie zu bewegen strebt, in welcher die Verschiebung des Elements statt hat. Diese geraden Linien kann man parallel zu solchen Geraden annehmen, die unmittelbar durch die Form des Krystalls bestimmt werden. Nun wird im Allgemeinen die Verschiebung eines dieser Aetherelemente (oder auch die einer ganzen Reihe solcher Elemente) keine solche Kraft hervorbringen, deren Richtung mit jener der Verschiebung selbst coincidirt. Denn ist z. B. X. die Verschiebung in der Richtung der x und Y die in der Richtung der y, und sind die diesen Verschiebungen entsprechenden Kräfte a^2X und b^2Y, so hat man für die Tangente des Winkels, welchen die daraus resultirende Kraft mit der Axe der x macht, den Ausdruck $\frac{b^2Y}{a^2X}$. Allein die Tangente des Winkels, den die Richtung der Verschiebung mit der Axe der x bildet, ist offenbar $\frac{Y}{X}$, so dafs also diese beiden Winkel verschieden sind, so lange a und b nicht dieselben Werthe haben. Eben so, wenn die Verschiebung Z in der Richtung der z die Kraft c^2Z erzeugt, so wird man für die Tangenten der Winkel

-che die Projection der Resultante in den Ebenen der xz yz mit der Axe der z macht, die Ausdrücke haben

$$\frac{a^2 X}{c^2 Z} \text{ und } \frac{b^2 Y}{c^2 Z},$$

-rend die der Projection der Richtung der Verschiebung -h $\frac{X}{Z}$ und durch $\frac{Y}{Z}$ ausgedrückt seyn werden.

I. Nehmen wir nun an, daſs die Puncte aFbc, durch -he die Gerade MN geht, oder daſs diese Elemente a, F, . . des in Vibrationen begriffenen Aethers alle zu *glei- Zeit in derselben Phase* (§. 1. VIII.) ihrer Vibrationen befinden. Denkt man sich dieses durch die Figur dar- -llte Aggregat von Elementen (nicht als eine Fläche, son-) als einen körperlichen Raum von drei Dimensionen, so -len alle diejenigen Elemente, die zugleich in derselben -se ihrer Vibrationen sind, eine Ebene bilden, deren Pro- -on z. B. auf die coordinirte Ebene der xy durch jene Ge- MN dargestellt wird. Der Kürze wegen wollen wir Ebene, deren Projection MN ist, die *Fronte* einer Welle -en. Da nun alle Elemente, die sich in dieser Fronte be- -n, in derselben Phase ihrer Vibration stehn, so haben -uch alle dieselbe Geschwindigkeit und dieselbe Richtung Bewegung. Aber die Kraft, welche auf diese Elemente -olge ihrer mannigfaltigen Verschiebungen wirkt, wird im -meinen nicht in der Ebene dieser Fronte liegen. Man daher diese Kraft in zwei andere zerlegen können, von -hen die eine zu dieser Ebene der Fronte parallel und die -e auf dieser Ebene senkrecht ist. Die letzte wird man -chlässigen können, da sie (nach §. 48. X.), wenn sie existirt, dem Auge nicht sichtbar ist, die erste aber, ob- sie in der Ebene der Fronte oder doch ihr parallel ist, doch im Allgemeinen nicht in der Richtung der mitt- Verschiebung der Elemente liegen. Es wird also un- -ich seyn, die aus dieser Verschiebung entstehenden Be- -ngen zu bestimmen, wenn man dieselbe nicht auch auf- Kann man sie nur in zwei solche auflösen, daſs die jeder einzelnen Verschiebung erzeugte Kraft in der Rich- dieser Verschiebung liegt, so wird man auch für jede -lne von ihnen die ihr entsprechende Bewegung bestim-

men können. Dadurch sind wir demnach wieder auf de
rigen Schlufs zurückgeführt, dafs es nämlich, bei die
von Trennung des Lichts, zwei Reihen von Wellen g
mufs, die mit verschiedenen Geschwindigkeiten einherge

II. Wir haben aber oben (§. 12.) gefunden, dafs d
fraction des Lichts in einem diaphanen Medium von de
schwindigkeit des Lichts in diesem Medium abhängig is
so wird auch die Refraction der zwei in I. erwähnten R
von Wellen verschieden seyn, und dadurch erklärt si
selbst die Spaltung des Lichtstrahls in zwei andere, w
auf der Oberfläche des Krystalls ankommt. Jeder dies
Lichtstrahlen besteht aus Vibrationen, die einer besti
Linie parallel sind, d. h. (nach §. 48. VIII.) jeder best
polarisirtem Lichte, und überdiefs sind, wie wir auch i
nächstfolgenden Untersuchungen sehn werden, diese L
der Vibrationen in beiden Strahlen auf einander senkre
dafs also auch die Polarisationsebenen (die immer senkr
den Vibrationslinien sind) auf einander senkrecht stehe

51) Gesetz der doppelten Brechung bei ein- gen Krystallen.

Unter einaxigen Krystallen versteht man solche, i
chen $b^2 = a^2$ ist, während c^2 von a^2 verschieden bleibt,
Zeichen a, b, c in der Bedeutung des §. 50. genommen
Aufsuchung des hier in Rede stehenden Gesetzes reduc
auf die zwei folgenden Aufgaben: I. die Bestimmung
Richtungen der Verschiebungen in derjenigen Welle
in welcher der aufgelöste Theil der Kraft, der parallel
Ebene steht, dieselbe Richtung mit der Verschiebung ha
II. in der Bestimmung der Geschwindigkeit der Fort
zung derjenigen Wellen, deren Vibrationen dieselben R
tungen haben.

Nun hat die Kraft, welche eine Verschiebung in
der Ebene xy parallelen Richtung hervorbringt, dieselbe R
tung, wie diese Verschiebung, so dafs es also gleichgülti
welche Gerade in der Ebene der xy wir für die Axe d
annehmen wollen. Nehmen wir also diese Axe der x senk
auf dem Durchschnitt der Frontebene der Welle mit der E

an. Sey MN die Projection dieser Frontebene in der Fig. 227.
les Papiers (so dafs also die Frontebene senkrecht auf
pier stehend gedacht wird), und sey AM die Axe
so wie AN die Axe der z, die wir zugleich die *Axe*
stalls nennen wollen[1]. Sey ferner Θ der Winkel,
die Fronte der Welle mit der coordinirten Ebene der
et. Dieses vorausgesetzt folgt schon aus der Symme-
nach z wirkenden Kräfte, dafs eine mit der Linie MN
Verschiebung eine Kraft erzeugt, deren nach der
MN zerlegter Theil in der Linie MN liegt, und dafs
rschiebung in der Ebene MN, die senkrecht zur Li-
ist, ebenfalls eine auf MN senkrechte Kraft erzeugen
Demnach mufs die Vibration einer auf den Krystall auf-
n Welle in zwei zu denselben parallele Vibrationen auf-
verden, und diese Vibrationen werden, wie in §. 50. I.,
ichtstrahlen erzeugen, die sich mit verschiedenen Ge-
digkeiten fortpflanzen.

Nennt man nun Δ die Verschiebung der Elemente,
einer senkrechten Richtung zu der Ebene der Zeich-
d. h. zu der Ebene des Papiers) vor sich geht, so ist,
im Vorhergehenden, die daraus entstehende Kraft gleich
Also bewegen sich die von diesen Vibrationen abhän-
Wellen mit der Geschwindigkeit a, welches auch die
er Frontebene der Welle seyn mag. Dieses ist aber
mit dem oben (§. 12.) für gewöhnliche brechende Me-
fundenen Gesetze. Nennt man daher (mit Erweiterung
n §. 48. III. aufgestellten Begriffs desselben Wortes)
bene des Krystalls diejenige Ebene, welche durch die
z (d. h. durch die Axe des Krystalls nach der letz-
merkung) geht, so läfst sich der vorhergehende Satz so
ten: *diejenigen Wellen, welche aus solchen Vibra-*
estehn, die senkrecht zu einer Hauptebene des Kry-

---

[1] ach einem beinahe allgemeinen Uebereinkommen der opti-
hriftsteller wird diese Axe der z als coincidirend mit der
gischen Axe des Krystalls angenommen. In dem isländischen
diese Axe die Diagonale, welche die körperlichen Winkel
, die durch die drei stumpfen Winkel der Seiten dieses Kry-
bildet werden, mit welchen sie auch gleiche Winkel macht;
, im Turmalin, im Beryll u. s. w. ist diese Axe zugleich
les Prisma's, in welche sich diese Körper spalten.

stalls stehn, werden ganz nach dem gewöhnlichen Ges (§. 12.) *der Refraction gebrochen.* Dieses gilt für die Refraction und für die Polarisation des gewöhnlichen Strahls, den wir oben durch O bezeichnet haben.

II. Nennt man ebenso D die Verschiebung der Elem die in der Ebene des Papiers selbst statt hat, so kann man diese Gröfse D in zwei andere auflösen, von welchen die eine D Cos. Θ, parallel zu x, die andere, D Sin. Θ, parallel zu z genommen wird. Die aus ihnen resultirenden werden daher seyn $a^2 D \text{Cos.} \Theta$ parallel mit x und $c^2 D \dots$ parallel mit z und die Summe dieser Resultanten wird seyn

$$D(a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta).$$

Die Geschwindigkeit der Fortpflanzung dieser Welle, senkrecht auf ihre eigene Frontebene, wird also auch seyn

$$\sqrt{a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta},$$

und da diese nicht dieselbe für alle Richtungen ist, so wird auch die Refraction derjenigen Wellen, die aus den zu der Hauptebene parallelen Vibrationen bestehn, *nicht* nach dem gewöhnlichen Gesetze (des §. 12.) vor sich gehn.

III. Wenn nun die Frontfläche einer Welle, die aus solchen Vibrationen erzeugt wird, für irgend eine Zeit die Form PQR hat, so wird man die Frontfläche für die nächstfolgende Zeit finden, wenn man die Linie Pp senkrecht auf die Fläche in P und proportional der Gröfse $\sqrt{a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta}$ nimmt, wenn man ebenso Qq senkrecht auf dieselbe Fläche PQR für den Punct Q und wieder proportional der Gröfse $\sqrt{a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta}$ nimmt, und so fort für die übrigen Puncte P, Q, R ... Ist nun die ganze Welle ursprünglich durch eine Erschütterung des Aethers in dem Puncte C entstanden, so werden alle diese auf einander folgenden Frontflächen unter sich eine ähnliche Gestalt haben, und wenn man von allen diesen Flächen diejenigen Puncte nimmt, in welchen die Tangenten derselben parallel sind, d. h. wenn man die längs dem Radius CQ gelegenen Puncte nimmt, so ist der senkrechte Abstand je zweier nächsten Frontflächen gleich

Fig. 228.

$$\sqrt{a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta}$$

und so wird denn auch die Summe aller dieser Abstände

Loth auf die Tangente in Q proportional seyn derselben
se

$$\sqrt{a^2 \text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta}.$$

also die Form einer *aufsergewöhnlichen* Welle, die
irgend einem Puncte C divergirend ausgeht, zu finden,
man die Aufgabe auflösen, diejenige Curve zu fin-
für welche das Loth auf die Tangente der Gröfse
$\overline{\text{Cos.}^2 \Theta + c^2 \text{Sin.}^2 \Theta}$ proportional ist, wo Θ den Winkel
chnet, den die Tangente der Curve mit der Axe der x
. Es ist aber bekannt genug, dafs diese Curve eine *El-*
ist, deren Axen in der Richtung der z und x liegen und
Gröfsen a und c proportionirt sind. Also, um den Weg
ufsergewöhnlichen Strahls E zu finden, mufs man an-
en, dafs diejenigen Wellen, die aus zu der Hauptebene
elen Vibrationen bestehn, von einem Puncte C in der
lt eines Revolutionssphäroids divergirend ausgehn, eines
lutionssphäroids, das durch die Rotation einer Ellipse
ine mit der Coordinatenaxe der z parallele Axe entstan-
st; die Halbaxen dieses Sphäroids in einer zu z paralle-
nd senkrechten Richtung werden durch die Gröfsen a
vorgestellt. In allen übrigen Fällen wird man dann wie
ür gemeines Sonnenlicht verfahren, wo zugleich a den
esser der Kugel bezeichnet, in welchen das gemeine
licht von dem Puncte C divergirend ausgeht.

. Man sieht übrigens leicht, dafs die Bewegung eines
ewöhnlichen Strahls E im Innern des Krystalls im All-
en nicht senkrecht zu der Fronte der Welle ist. Denn
eine kleine Oeffnung, durch welche ein aufsergewöhn- Fig. 229.
Strahl geht, und ist CD eine mit der Axe des Kry-
arallele Gerade, so kann man die Puncte A, a, b, c...
Mittelpuncte von gleichen sphäroidischen Wellen an-
wo die Axen der Wellen mit der Linie CD parallel
Dieses vorausgesetzt ist klar, dafs der Theil zwischen
F die einzige Stelle ist, in welcher diese Wellen ein-
erstärken, weil auf allen andern Stellen diese Wellen
r in verschiedenen gleichzeitigen Phasen folgen, also
h gegenseitig, wenigstens theilweise, zerstören, wäh-
e nächsten Wellen zwischen E und F sich nahe in
n Phase begegnen oder fortbewegen. Die ganze Welle
I.

wird daher von AB gegen EF fortzuschreiten scheinen, dafs man also folgende allgemeine Vorschrift aufstellen kann: *man beschreibe ein Sphäroid, dessen Axe parallel mit der Axe des Krystalls ist, und suche auf der Oberfläche desselben den Punct, wo die tangirende Ebene parallel zu der Frontebene der Welle ist, wo dann die Bewegung der Welle auch parallel zu dem Radius Vector dieses Punctes seyn wird.*

52) Construction des Wegs der beiden polarisirten Strahlen.

Aus dem Vorhergehenden wird man nun folgende allgemeine Construction der beiden polarisirten Strahlen O und E ableiten. Sey die Ebene der Zeichnung zugleich die Ebene der einfallenden Strahlen, BA′ die Projection der Oberfläche des Krystalls und AB die Frontebene einer in der Richtung AA′ fortschreitenden Welle. Die Axe des Krystalls werde durch CD vorgestellt, welche Axe auch aufser der Ebene der Zeichnung liegen kann. Während sich ein Theil der Welle im freien Raume von A gegen A′ bewegt, nehmen wir an, dafs die gewöhnliche, von B divergirend ausgehende Welle sich in der Kugelfläche Fo verbreitet, während die aufsergewöhnliche Welle das Sphäroid Fe beschreibt, dessen Revolutionsaxe gleich dem Durchmesser jener Kugel ist. Man ziehe durch die Gerade, von welcher der Punct A′ die Projection ist, eine die Kugel in o berührende Ebene, so ist diese Ebene die Fronte der *gewöhnlichen* Welle, und Bo stellt zugleich die Richtung und die Geschwindigkeit der Bewegung dieser Welle vor. Man ziehe nun auch durch dieselbe Gerade eine das Sphäroid in e berührende Ebene, so ist diese Ebene die Fronte der *aufsergewöhnlichen* Welle, und Be stellt die Richtung und die Geschwindigkeit der Bewegung dieser Welle vor. Liegt die Axe des Sphäroids nicht in der Ebene der Zeichnung, so wird auch der Punct e nicht in dieser Ebene liegen und dann wird also auch die Richtung des gebrochenen aufsergewöhnlichen Strahls nicht in der Einfallsebene der ursprünglichen Strahlen liegen.

Fig. 230.

I. Auf eine ganz ähnliche Weise wird man auch den Weg des aufsergewöhnlichen Strahls nach einer inneren Re-

ı durch Construction bestimmen. Nehmen wir an, daſs
ſsergewöhnliche Welle, deren Fronte A'e ist, sich in der
ıng A'G bewege und daſs diese Welle an der Ober-
GH theilweise oder auch gänzlich reflectirt werde.
der Theil A' in G ankommt, so mag der Punct e auf
Wege nach H in I angekommen seyn. Wenn nun
ınct I den Ort H erreicht, so wird sich die kleine in G
:e Welle in ein Sphäroid ausgebreitet haben, welches
igen gleich und ähnlich ist, das aus dem Mittelpuncte I
eben wird und durch den Punct H geht. Sey KH
Sphäroid (dessen Axe stets parallel mit CD ist) und
ıl das ihm gleiche Sphäroid, dessen Mittelpunct in G
t dann LH die tangirende Ebene, die durch die in H
ojicirende Gerade geht, so wird HL die Fronte der
ten Welle seyn und GL die Richtung dieser reflectir-
elle vorstellen. Alles dieses stimmt ganz mit denjeni-
nstructionen überein, die wir oben (§. 12. XI.) für die
ion und Reflexion des gemeinen Sonnenlichtes gegeben
Wir bemerken nur noch, daſs hier der Reflexions-
dem Einfallswinkel im Allgemeinen nicht gleich ist
ſs auch die Incidenz- und Reflexionswinkel nicht im-
derselben Ebene liegen, wie dieses bei dem gemeinen
der Fall ist.

Wenn man die Refraction in der Veränderung der
ıg der Wellenfronte bestehn läſst und wenn das hier in
tehende Sphäroid ein abgeplattetes ist, wie bei dem is-
ıen Spath, dem Beryll, dem Turmalin u. s. w., so ist
sergewöhnliche Strahl immer weniger gebrochen, als
öhnliche, da in der letzten Figur die Kugel von dem
d eingeschlossen wird. Ist aber das Sphäroid ein ver-
s, wie im Quarz, in dem einaxigen Apophyllit u. s. w.,
der auſsergewöhnliche Strahl immer mehr gebrochen,
gewöhnliche. Die Normale auf der Wellenfronte aber
ts in der Einfallsebene.

Um ein zusammengesetztes Prisma zu erhalten, wel-
e beiden Strahlen unter einem recht groſsen Winkel
inander trennt, kann man so verfahren. Man schneide
na A aus isländischem Spath mit seiner Kante parallel
: und ein anderes Prisma B von demselben Winkel,

Fig. 231.

aber mit seiner Kante senkrecht zur Axe, und stelle beide s
wie die Figur zeigt. Die mit der Ebene der Zeichnung p
rallelen Vibrationen werden den gewöhnlichen Strahl vo
und den aufsergewöhnlichen von B geben, d. h. diese W
wird am meisten von A gegen C und am wenigsten von B geg
D gebrochen werden und daher im Ganzen gegen C hi
gehn. In einer ähnlichen Weise wird auch der Strahl, de
sen Wellen senkrecht gegen die Zeichnungsebene sind, a
wenigsten von A gegen C und am meisten von B gegen
gebrochen werden und daher im Ganzen gegen D hing
Werden die beiden Prismen aus Quarz geformt, so wird d
Trennung der Strahlen nach den entgegengesetzten (von d
genannten) Richtungen vor sich gehn; auch wird hier die
Trennung kleiner seyn, da das verlängerte Sphäroid von Qu
weniger von einer Kugel verschieden ist, als das abgepl
Sphäroid von isländischem Spath.

53) Bestimmung des Gesetzes der doppelten R fraction in zweiaxigen Krystallen[1].

Unter zweiaxigen Krystallen versteht man solche, für welch
die drei vorhergehenden Gröfsen a^2, b^2 und c^2 alle unter si
verschieden sind. Vor Allem werden wir auch hier (wie
§. 50. I.) für die Wellenfronte zwei Richtungen suchen m
sen, in welcher die Verschiebung eine Kraft erzeugt, die
derselben Richtung liegt, während man diejenige Kraft,
auf der Wellenfronte senkrecht steht, aufser Betrachtung li
Da wir hier nur die Kräfte in den Richtungen, welche di
Eigenschaft besitzen, zu berechnen haben, so wird man s
fort die ganze Kraft der Verschiebung in zwei andere z
sen, von welchen die eine parallel zur Richtung dieser V
schiebung und die andere darauf senkrecht ist (ohne des
auch schon senkrecht gegen die Wellenfronte seyn zu müsse

1 Da die Grenzen dieses Aufsatzes uns nicht erlauben, die
tersuchung der Refraction in zweiaxigen Krystallen umständlich v
nehmen, so wollen wir uns mit den Hauptzügen derselben begn
und die Leser, die sich weiter zu unterrichten wünschen, auf
Mém. de l'Institut von 1824 und auf die Annales de Chimie von 18
verweisen.

dann wird man, wie gesagt, die letztere Kraft ganz ver-
lässigen. Wenn die Richtung der Verschiebung mit den
dinatenaxen der x, y und z die Winkel X, Y und Z
t, so wird, wenn die Verschiebung im Allgemeinen D
t, die gesuchte aufgelöste Kraft zum Ausdruck haben

$$D.[a^2 \, Cos.^2 X + b^2 \, Cos.^2 Y + c^2 \, Cos.^2 Z].$$

n man eine Oberfläche construirt, in welcher der zweite
r dieses Ausdrucks den Radius Vector vorstellt, so sieht
leicht, dafs dieser Radius Vector das reciproke Qua-
von dem Radius Vector eines Ellipsoids ist, dessen

$$\frac{1}{a^2}, \; \frac{1}{b^2} \text{ und } \frac{1}{c^2}$$

Wir wollen jene Oberfläche der Kürze wegen die
sche Fläche nennen. Macht man mit der Wellenfronte
Schnitt durch den Mittelpunct dieser Oberfläche, so wird
Radius Vector dieses Schnitts das reciproke Quadrat von
Radius Vector in dem analogen Schnitte des Ellipsoids,
von dem Radius Vector einer Ellipse seyn. Dieser
t der elastischen Fläche wird also eine in Beziehung auf
gröfsten und kleinsten Durchmesser symmetrische Curve
und diese Durchmesser werden auf einander senkrecht
Der Radius Vector dieses Schnitts wird für jede Rich-
len in dieser Richtung aufgelösten Theil von der Kraft
len, die durch die Verschiebung in dieser Richtung ent-
ı ist. Der (oben erwähnte andere) vernachlässigte Theil
Kraft wird auf dieser Richtung (aber deshalb noch nicht
othwendig auf der Wellenfronte) senkrecht stehn.

Wenn man nun die Richtung der Verschiebung, in
r der vernachlässigte Theil senkrecht zur Wellenfronte
genauer untersucht, so findet man, dafs der oben er-
gröfste und kleinste Diameter die einzigen sind, wel-
eser Bedingung genug thun, die Vibrationen müssen
zwei aufgelöst werden, deren jede zu einer dieser bei-
ırchmesser parallel ist, und diese werden die zwei ge-
Lichtstrahlen hervorbringen. Die Geschwindigkeit die-
htstrahlen endlich wird durch die Quadratwurzel dieser
Semidiameter dargestellt werden. Nur für zwei Rich-
der Wellenfronte und nicht in mehreren gehn diese

Schnitte in *Kreise* über. Welches also auch die Richtu
der Vibration in dieser Wellenfronte seyn mag, die Fo
pflanzungsgeschwindigkeit der Welle bleibt dieselbe, und
hat keine Trennung in zwei Strahlen mehr statt. Bemerk
wir noch, dafs man die zwei, auf diese Kreise senkrecht
Geraden die *optischen Axen* zu nennen pflegt.

II. Die Differenz zwischen den reciproken Quadraten d
Geschwindigkeiten dieser zwei Strahlen ist dem Producte d
Sinus von den zwei Winkeln proportionirt, die von der W
lenfronte mit den zwei kreisförmigen Schnitten gebildet werd
oder sie ist dem Producte der Sinus der zwei Winkel p
portionirt, welche die Normale der Wellenfronte mit d
zwei optischen Axen bildet. Die Polarisationsebene des
nen Strahls halbirt den Winkel, der durch die zwei Ebe
gebildet wird, die durch die Normale und durch die z
optischen Axen gehn, und die Polarisationsebene des and
Strahls ist gegen die vorhergehende Ebene senkrecht.

III. Die Gestalt, welche die divergirende Welle a
nimmt, wird wie in §. 51. III. dadurch bestimmt, dafs m
die Gestalt (die Gleichung) derjenigen Oberflächen sucht,
welchen die auf die tangirenden Ebenen Senkrechten zu ei
der oben (§. 53. I.) gefundenen Geschwindigkeiten prop
tional sind. Nach einigen etwas umständlichen algebraisch
Entwickelungen findet man, dafs die Gleichung dieser beid
Oberflächen (die im Grunde nur eine einzige continuirl
Oberfläche bilden) die folgende ist:

$$(x^2+y^2+z^2)(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)-a^2x^2(b^2+c^2)$$
$$-b^2y^2(a^2+c^2)$$
$$-c^2z^2(a^2+b^2)+a^2b^2c^2=$$

Da dieser Ausdruck sich nicht in Factoren auflösen läfst,
kann er auch auf keine Kugel oder auf eine andere sol
Fläche, wie die in §. 51. gefundene, bezogen werden, wora
folgt, dafs *keiner* der beiden Strahlen dem Gesetze der g
wöhnlichen Refraction unterworfen seyn wird, was auch sch
daraus folgt, dafs keine von den beiden in §. 53. I. gefun
nen Geschwindigkeiten constant ist. Uebrigens findet man
Richtung u. s. w. der zwei Strahlen oder die Construct
derselben ganz wie oben (§. 51. IV.), wenn man die so eb
gefundene Oberfläche statt der dort gebrauchten Kugel od

: des Sphäroids anwendet und die zwei Lagen der tangi-
len Ebenen sucht, welche durch die Gerade gehn, deren
ection der Punct A' ist.

Bestimmung der Intensität des reflectirten und des gebrochenen Lichts, wenn polarisirtes Licht in der Einfallsebene auf eine brechende Fläche fällt.

Wir kommen nun zu den Aufgaben, wo es sich um
Bestimmung des Zustandes derjenigen Aetherelemente, die
ittelbar an den *Grenzen* zweier Medien (z. B. Glas und
) liegen, handelt und die in analytischer Beziehung beson-
Schwierigkeiten unterworfen sind. So wenig übrigens
Theorie auch noch ausgebildet seyn mag, so ist es doch
tröstlich zu sehn, daſs die bisher gewonnenen Resultate
Rechnung mit den Beobachtungen sehr wohl übereinstimmen,
vie uns auch dieselbe Theorie zu der Kenntniſs von Er-
inungen geführt hat, die uns auf dem bloſsen Wege der
achtung wohl immer verborgen geblieben seyn möchten.

Nehmen wir an, daſs die Aethertheilchen, ohne ihre an-
nde Kraft zu ändern, im Innern des Mittels (z. B. des
s) mit irgend einer Masse beschwert werden, welche die
heit derselben im Verhältniſs von 1 zu 12 vermehrt. Die-
vorausgesetzt wird die Gleichung des §. 49. in die fol-
e übergehn

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{n}\left(1 - \frac{1}{2^{\frac{4}{2}}}\right) \cdot \frac{m}{h} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

n nun oben (§. 49., wo $n = 1$ angenommen wurde) das
ral dieser Gleichung

$$y = f(\alpha t - x)$$

wo f irgend eine Function bezeichnet, so wird das Inte-
der gegenwärtigen Gleichung seyn

$$y = f(\alpha t - x\sqrt{n}),$$

laſs demnach die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in dem
hältniſs von $\sqrt{n}$ zu 1 geändert worden ist. Allein wir ha-
oben (§. 12.) angenommen, daſs die Geschwindigkeit des

Lichts im Glase im Verhältnifs von μ zu 1 geändert wird, s
dafs man also $n = \mu^2$ haben wird. Nehmen wir nun an
dafs man eine Reihe von gleichen Aethermassen in einer Lin
habe und dafs dem ersten ein schiefer Stofs ertheilt worden sey
der sich auf die in §. 49. erklärte Weise der zweiten u. s. w
mittheilt. Wenn man nun in diesem Fortgange bis zur Ober
fläche des Glases gelangt, so mufs man von dem jetzt dich
teren Aether solche Volumina nehmen, deren Dimensionen, i
der Richtung des Fortschreitens der Welle, so bestimmt wer-
den, dafs ihre Längen der Geschwindigkeit des Fortschreiten
proportionirt sind und dafs ihre anderen Dimensionen denjeni-
gen Aethermassen entsprechen, welche sie in Bewegung setzen

Fig. 232. sollen. Ist also $DF = \frac{1}{\mu}.BD$, so kann der in ABDC be-
findliche Aether als derjenige angesehn werden, der den Ae-
ther CDFE in Bewegung setzt. Ist nun wieder I der Inci-
denz- und R der Refractionswinkel, so hat man für das Ver-
hältnifs der Längen in der Richtung des Radius

$$\mu : 1 \text{ oder } \mathrm{Sin.}\,I : \mathrm{Sin.}\,R,$$

während das Verhältnifs der Breiten $\mathrm{Cos.}\,I : \mathrm{Cos.}\,R$ und das
der Dichtigkeiten $1 : \mu^2$ oder $\mathrm{Sin.}^2 R : \mathrm{Sin.}^2 I$ ist. Die
Combination dieser Gröfsen giebt für das Verhältnifs der
Massen

$$\mathrm{Sin.}\,R.\mathrm{Cos.}\,I : \mathrm{Sin.}\,I.\mathrm{Cos.}\,R \text{ oder } \mathrm{Tang.}\,R : \mathrm{Tang.}\,I.$$

Wenn aber ein elastischer Körper auf einen andern gleich-
grofsen elastischen Körper stöfst, so verliert er, nach dem in
§. 27. Gesagten, seine eigene Geschwindigkeit gänzlich und
theilt dieselbe dem andern mit. Dieses stimmt überein mit
der Wirkung eines jeden Aethertheilchens auf das nächstfol-
gende *im leeren Raume.* Aber an der Grenze des Glases
z. B. wird sich dieses anders verhalten. Wenn nämlich ein
vollkommen elastischer Körper A mit der Geschwindigkeit V
auf einen in Ruhe begriffenen elastischen Körper B stöfst, so
behält nach dem Stofse (nach §. 27.) der erste Körper die Ge-
schwindigkeit

$$\frac{A - B}{A + B}.V,$$

während der Körper B die Geschwindigkeit

$$\frac{2A}{A+B} . V$$

t, wo A und B die Massen dieser Körper bezeichnen.
: man daher

$$A = \text{Sin.}\,R\,\text{Cos.}\,I \text{ und } B = \text{Sin.}\,I\,\text{Cos.}\,R,$$

ndet man für die noch übrige Geschwindigkeit der Ele-
e des äufsern Aethers

$$\frac{\text{Sin.}\,(R-I)}{\text{Sin.}\,(R+I)} . v,$$

ı v die frühere Geschwindigkeit des äufsern Aethers be-
ınet und für die neuerhaltene Geschwindigkeit des inne-
(im Glase enthaltenen) Aethers

$$\frac{2\,\text{Sin.}\,R\,\text{Cos.}\,I}{\text{Sin.}\,(R+I)}$$

ızt wird. Wenn nun eine Folge von vielen Impulsen die-
Art statt hat, die nach einem bestimmten Gesetze fortgehn,
rird auch eine bestimmte Reihe von Wellen erzeugt wer-
und jeder Impuls wird in den zwei Medien (dem freien
ıe und dem Glase) Bewegungen hervorbringen, die den
letzten Gröfsen proportional sind. Wird daher die ur-
ıgliche Vibration vorgestellt durch

$$a.\text{Sin.}\,\frac{2\pi}{\lambda}\,(\alpha t - x),$$

ird die Vibration des äufsern Aethers (welcher die Re-
n der Strahlen erzeugt) durch

$$a.\frac{\text{Sin.}\,(R-I)}{\text{Sin.}\,(R+I)}.\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}\,(\alpha t - x)$$

lie Vibration des innern Aethers (welche die Refraction
gt) durch

$$a.\frac{2\,\text{Sin.}\,R\,\text{Cos.}\,I}{\text{Sin.}\,(R+I)}.\text{Sin.}\,\frac{2\pi}{\lambda}\,(\alpha t - \mu x)$$

stellt werden. Dieselben Ausdrücke werden für den Ue-
ng des Lichts aus Luft in Glas oder auch aus Glas in
gelten, wenn man nur für jeden Fall den Gröfsen R und
entsprechenden Werthe giebt. In allen Fällen werden
die Intensitäten der Strahlen durch die Quadrate der
ɜn

$$a\frac{\text{Sin.}(R-I)}{\text{Sin.}(R+I)} \text{ und } a.\frac{2\,\text{Sin.}R\,\text{Cos.}I}{\text{Sin.}(R+I)}$$

ausgedrückt werden.

55) Bestimmung der Intensität des reflectir und des gebrochenen Lichtes, wenn pola sirtes Licht senkrecht gegen die Einfallsebe auf eine brechende Fläche fällt.

In diesem Falle lassen sich die Schlüsse des §. 54. u bar nicht anwenden, weil die Verschiebung (die in der E fallsebene vorgeht und senkrecht auf den Weg des Strahls richtet ist) nicht in derselben Richtung mit je zweien von d drei (hier in Betrachtung kommenden) Strahlen ist. Die Schwierigkeit zu begegnen, stellt Fresnel folgende Hy these auf. Zuerst setzt er voraus, daſs das bekannte all meine *Gesetz der lebendigen Kraft* auch hier statt habe, d. daſs auch hier die Summe der Producte jeder Masse in d Quadrat ihrer Geschwindigkeit constant sey. Dann nimmt noch an, daſs die parallel mit der brechenden Oberfläche au gelösten Theile auch noch, nachdem sie diese Fläche verla sen haben, ihre frühere Relation beibehalten, daſs nämli (übereinstimmend mit den in §. 27. aufgestellten Gesetz des Stoſses elastischer Körper) die relativen Bewegungen v und nach der Begegnung der Aethertheilchen in ihrer Grö gleich, in ihren Zeichen aber entgegengesetzt seyn soll Nimmt man diese beiden, in der That sehr wahrscheinlich Voraussetzungen an, und bemerkt man wieder, daſs die M sen der beiden Aethertheilchen sich wie

$$\text{Sin.}R\,\text{Cos.}I : \text{Sin.}I\,\text{Cos.}R$$

verhalten, und nennt man endlich a, b und c die Verschi bungen des einfallenden, des gebrochenen und des reflectir Strahls, so gelangt man zu folgenden zwei Gleichungen:

$$a^2.\text{Sin.}R\,\text{Cos.}I = b^2.\text{Sin.}I\,\text{Cos.}R + c^2.\text{Sin.}R\,\text{Cos.}I$$

und

$$a\,\text{Cos.}I = b\;\text{Cos.}R + c\,\text{Cos.}I.$$

Eliminirt man daraus die Gröſse b, so erhält man

$$c^2(\text{Sin.}2R + \text{Sin.}2I) - 2ac\,\text{Sin.}2I - a^2(\text{Sin.}2R - \text{Sin.}2I) = 0$$

uch so geschrieben werden kann

$$-a) . [c(\text{Sin.}2R+\text{Sin.}2I)+a(\text{Sin.}2R-\text{Sin.}2I)]=0.$$

r letzten Gleichung geschieht zuerst Genüge, wenn man setzt. Da aber daraus folgt, dafs b gleich Null ist, so ht sich dieser Fall blofs auf die *totale Reflexion*, mit ıer wir es aber hier nicht zu thun haben. Die zweite übrige Auflösung dieser Gleichung giebt

$$c=-a.\frac{\text{Tang.}(R-I)}{\text{Tang.}(R+I)}$$

$$b=a.\frac{\text{Cos. I}}{\text{Cos. R}}\left(1+\frac{\text{Tang.}(R-I)}{\text{Tang.}(R+I)}\right).$$

l daher zur Auflösung unseres Problems die Vibration der llenden Welle durch den Ausdruck

$$a.\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)$$

estellt, so wird die der reflectirten Welle seyn

$$-a.\frac{\text{Tang.}(R-I)}{\text{Tang.}(R+I)}.\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)$$

für die Vibration der gebrochenen Welle wird man n

$$\frac{\text{Cos. I}}{\text{Cos R}}\left(1+\frac{\text{Tang.}(R-I)}{\text{Tang.}(R+I)}\right).\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-\mu x).$$

I. Aus dem vorhergehenden Ausdrucke lassen sich be- ers zwei merkwürdige specielle Fälle herausheben. Der Fall ist der, wenn man

$$R+I=90^\circ$$

. Dann ist die Vibration der reflectirten Welle gleich . Nehmen wir nun an, dafs solche transversale Vibratio- in allen Richtungen unter diesem Winkel auf eine Glas- e fallen, und lösen wir dieselben in zwei Arten auf, die parallel zu der Einfallsebene, die andere senkrecht ge- dieselbe. Die erste Art wird, wie wir so eben gesehn en, keinen reflectirten Strahl haben, die zweite aber wird h §. 54.) allerdings einen solchen reflectirten Strahl zeigen. wird für diesen ersten besondern Fall das reflectirte Licht

blofs aus solchen Vibrationen bestehn, die zu der Reflexionsebene senkrecht sind. Unsere obige Bedingung R + I = 90° giebt aber

$$\text{Sin. R} = \text{Cos. I oder } \frac{1}{\mu} \text{ Sin. I} = \text{Cos. I},$$

das heifst, sie giebt

$$\text{Tang. I} = \mu$$

und durch diese Gleichung wird (nach §. 48. IV.) der Polarisationswinkel bestimmt. Derjenige Incidenzwinkel also, bei welchem, nach der Theorie, die Vibrationen des reflectirten Strahls alle senkrecht zu der Einfallsebene stehn, ist identisch mit dem Winkel, bei welchem, nach den Beobachtungen, der reflectirte Strahl in der Einfallsebene gänzlich polarisirt wird. Wir haben aber oben (§. 51.) auf theoretischem Wege gefunden, dafs der Strahl eines einaxigen Krystalls, der die gewöhnliche Refraction erleidet und der (nach §. 48. III.) in der Hauptebene polarisirt ist, durch solche Vibrationen hervorgebracht wird, die zur Hauptebene senkrecht stehn. Aus diesen Gründen wird man also, wie in §. 48. IX., sagen, dafs das in einer bestimmten Ebene polarisirte Licht aus Vibrationen besteht, die zu dieser Ebene senkrecht sind.

II. Der zweite hier besonders zu erwähnende Fall tritt dann ein, wenn die zwei Flächen der Glasplatte parallel sind, so dafs I und R an der zweiten Fläche identisch wird mit R und I an der ersten. Ist das von der ersten Fläche reflectirte Licht polarisirt oder ist R + I an der ersten Fläche gleich 90°, so wird auch R + I an der zweiten Fläche gleich 90°, und sonach ist also das von der zweiten Fläche im Glase reflectirte Licht ebenfalls polarisirt, was mit den Beobachtungen vollkommen übereinstimmt.

56) Bestimmung der Polarisationsebene bei schief einfallendem Lichte.

Es falle ein Licht, das in einer um den Winkel Θ gegen die Einfallsebene geneigten Ebene polarisirt ist, auf die Oberfläche eines brechenden Mediums; man suche die Lage der Polarisationsebene des reflectirten Lichts.

Wird die Vibration eines Aethertheilchens vor dem Einfall des Lichts durch

$$a \,\mathrm{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

;estellt, dessen Richtung mit der Einfallsebene den Win-
(90° — Θ) bildet, so kann man dieselbe in zwei andere
›sen

$$\mathrm{ıCos.}\, \Theta . \mathrm{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) \text{ und } a \,\mathrm{Sin.}\, \Theta . \mathrm{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

on die erste senkrecht und die zweite parallel zur Ein-
ebene steht. Dieselben beiden Ausdrücke werden auch
den reflectirten Strahl gelten, wenn man in beiden der
[se x denselben Werth giebt und wenn man die beiden
oren a Cos. Θ und a Sin. Θ in dem oben (§. 54. und 55.)
›benen Verhältnisse ändert, so dafs man daher für die re-
ırten Strahlen haben wird

$$a \,\mathrm{Cos.}\, \Theta . \frac{\mathrm{Sin.}\,(R - I)}{\mathrm{Sin.}\,(R + I)} . \mathrm{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

die zur Einfallsebene senkrechten und

$$- a \,\mathrm{Sin.}\, \Theta . \frac{\mathrm{Tang.}\,(R - I)}{\mathrm{Tang.}\,(R + I)} . \mathrm{Sin.}\, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

die zur Einfallsebene parallelen Vibrationen. Da beide
er dasselbe Verhältnifs beibehalten, welches auch der Werth
x seyn mag, so folgt, dafs die aus beiden zusammen-
›zte Vibration ganz in derselben Ebene und dafs daher
reflectirte Licht polarisirt seyn wird. Nennt man ω den
›kel, unter welchem die neue Polarisationsebene gegen die
ıllsebene geneigt ist, oder ist 90° — ω der Winkel, unter
hem die Richtung der neuen Vibration gegen die Ein-
›bene steht, so hat man

$$\mathrm{tg.}\,\omega = \frac{a \,\mathrm{Cos.}\, \Theta . \dfrac{\mathrm{Sin.}\,(R - I)}{\mathrm{Sin.}\,(R + I)}}{- a \,\mathrm{Sin.}\, \Theta . \dfrac{\mathrm{Tang.}\,(R - I)}{\mathrm{Tang.}\,(R + I)}} = - \mathrm{Cotg.}\, \Theta . \frac{\mathrm{Cos.}\,(R - I)}{\mathrm{Cos.}\,(R + I)}$$

auch

$$\mathrm{Tang.}\,\omega = - \mathrm{Tang.}\, \Theta . \frac{\mathrm{Cos.}\,(R + I)}{\mathrm{Cos.}\,(R - I)} .$$

beide Winkel I und R nur klein, so haben Θ und ω
chiedene Zeichen. Dieses zeigt, dafs die Polarisations-

ebenen vor und nach der Reflexion zu beiden Seiten der Einfallsebene geneigt sind (man nimmt nämlich diese Neigungen auf derselben Seite der Einfallsebene an, wenn die obern Theile der beiden Ebenen auf derselben Seite der Einfallsebene liegen). Ist aber $R + I = 90^0$, das heifst, ist der Einfallswinkel gleich dem Polarisationswinkel, so coincidirt die Polarisationsebene mit der Einfallsebene, und wenn I noch weiter wächst, so erhalten Θ und ω dieselben Zeichen. Und diese Resultate der Theorie stimmen vollkommen mit den Experimenten von Arago und Brewster überein.

57) Intensität des auf der innern Seite des Mediums unter einem bestimmten Winkel einfallenden und daselbst reflectirten Lichtes.

Nehmen wir nun an, dafs das Licht auf der innern Seite einer Glasplatte unter einem Winkel auffalle, der gleich oder gröfser ist, als der Winkel der totalen Reflexion, und suchen wir die Intensität des daselbst reflectirten Lichtes. Hier werden die in §. 54. und 55. erhaltenen Ausdrücke imaginär, dessenungeachtet zeigen aber die Beobachtungen auch hier noch eine Reflexion des Lichtes. Wie soll man sich dieses erklären?

Nach dem oben angeführten Princip der Erhaltung der lebendigen Kraft sollte die Intensität des reflectirten Strahls gleich seyn jener des einfallenden Strahls, weil hier kein gebrochener Strahl einen Theil der lebendigen Kraft gleichsam für sich verwenden oder aufzehren kann. In der That wird auch diese Intensität in den beiden Ausdrücken des §. 54. und 55., ehe sie die imaginäre oder unmögliche Form annimmt (d. h. ehe $R = 90^\circ$ wird), gleich der Einheit. Nach diesem Zeitpuncte aber wird der Ausdruck für den hier in Rede stehenden Factor der zur Einfallsebene senkrechten Vibration, wenn man μ Sin. I für Sin. R, und $\sqrt{-1} . \sqrt{\mu^2 \text{Sin.}^2 I - 1}$ für Cos. R setzt, in den folgenden Ausdruck übergehn

$$\frac{\mu \,\text{Sin.} I \,\text{Cos.} I - \text{Sin.} I . \sqrt{-1} . \sqrt{\mu^2 \text{Sin.}^2 I - 1}}{\mu \,\text{Sin.} I \,\text{Cos.} I + \text{Sin.} I . \sqrt{-1} . \sqrt{\mu^2 \text{Sin.}^2 I - 1}}$$

oder auch in

$$\text{Cos.}\,2\,\psi - \sqrt{(-1)}\,.\,\text{Sin.}\,2\,\psi,$$

er Kürze wegen

$$\text{Tang.}\,\psi = \frac{\sqrt{\mu^2\,\text{Sin.}^2\,\text{I} - 1}}{\mu\,\text{Cos.}\,\text{I}}$$

ɛt worden ist. Ganz ebenso erhält man für den Factor ur Einfallsebene parallelen Vibration

$$\frac{\text{Sin.}\,\text{I}\,\text{Cos.}\,\text{I} - \mu\,\text{Sin.}\,\text{I}\,.\,\sqrt{-1}\,.\,\sqrt{\mu^2\,\text{Sin.}^2\text{I} - 1}}{\text{Sin.}\,\text{I}\,\text{Cos.}\,\text{I} + \mu\,\text{Sin.}\,\text{I}\,.\,\sqrt{-1}\,.\,\sqrt{\mu^2\,\text{Sin.}^2\text{I} - 1}}$$

auch

$$\text{Cos.}\,2\,\varphi - \sqrt{(-1)}\,\text{Sin.}\,2\,\varphi,$$

man der Kürze wegen annimmt

$$\text{Tang.}\,\varphi = \frac{\mu\,\sqrt{\mu^2\,\text{Sin.}^2\,\text{I} - 1}}{\text{Cos.}\,\text{I}}.$$

I. Da es unmöglich ist, dafs diese beiden Ausdrücke Bedeutung sind, so kommt es nun darauf an, zu erfah- welche Ansicht man mit ihnen verbinden soll. Fres- meint, dafs, da die Richtung des reflectirten Strahls und ntensität der Vibration bereits bestimmt ist, hier nur noch inziges Element zur Betrachtung übrig bleibt, nämlich die e der Vibration. Es ist allerdings möglich, dafs jene ɛrbarkeit der mathematischen Analyse eine solche Aende- der Phase andeutet, da der einfallende Strahl, obschon ine eigentliche Refraction mehr erzeugen kann, doch im- noch eine gewisse Erschütterung in denjenigen Aether- hen hervorbringen mufs, die an der Aufsenseite der latte liegen. Es scheint, als ob dadurch der Lichtstrahl irt werden müfste, obschon in der That später zu be- ende Phänomene die Annahme einer Acceleration des- nothwendig machen. Man wird also annehmen kön- dafs die Gröfsen $2\,\psi$ und $2\,\varphi$ mit dieser Acceleration gend eine Weise zusammenhängen[1], und da diese Gröfsen

---

Fresnel's Schlufs ist folgender. In verschiedenen geometri- Fällen zeigt das Vorkommen einer imaginären Gröfse eine Ver- ng von 90 Graden in der Lage der Linie an, deren Länge mit röfse $\sqrt{-1}$ multiplicirt ist. Es ist daher wahrscheinlich, dafs ier die Multiplication mit $\sqrt{-1}$ anzeigt, dafs die Phase der

Winkel sind, so müssen sie mit den übrigen Winkeln jener zwei Ausdrücke in irgend eine Combination treten. So z. B. wenn

$$a \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

der Ausdruck wäre für die zur Einfallsebene senkrechte Vibration, unter der Voraussetzung, dafs keine Acceleration statt findet, so würde der Ausdruck für die einer solchen Acceleration unterworfene Vibration seyn

$$a \operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + 2\psi\right].$$

II. Das, was uns hier obliegt, wo wir es zunächst mit den Experimenten, welche durch die Theorie dargestellt werden sollen, zu thun haben, ist blofs die Gröfse $2\varphi - 2\psi$, die wir durch δ bezeichnen wollen, insofern sie die Acceleration für die Vibrationen betrifft, die zur Einfallsebene senkrecht und mit ihr parallel sind. Es ist aber

$$\operatorname{Tang.} (\varphi - \psi) = \frac{\operatorname{Cos.} I \sqrt{\mu^2 \operatorname{Sin.}^2 I - 1}}{\mu \operatorname{Sin.}^2 I},$$

und daraus folgt

$$\operatorname{Cos.} \delta = \frac{1 - \operatorname{Tang.}^2 (\varphi - \psi)}{1 + \operatorname{Tang.}^2 (\varphi - \psi)} = \frac{2\mu^2 \operatorname{Sin.}^4 I - (1 + \mu^2) \operatorname{Sin.}^2 I + 1}{(1 + \mu^2) \operatorname{Sin.}^2 I - 1}$$

Vibration um 90 Grade verändert oder hier eigentlich vergröfsert wird. Demnach wird der Ausdruck

$$[\operatorname{Cos.} 2\psi + \sqrt{-1} . \operatorname{Sin.} 2\psi] . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

so zu verstehn seyn, als wäre er

$$\operatorname{Cos.} 2\psi . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \operatorname{Sin.} 2\psi . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x + 90°)$$

oder, was dasselbe ist,

$$\operatorname{Cos.} 2\psi . \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \operatorname{Sin.} 2\psi . \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

oder endlich

$$\operatorname{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + 2\psi\right],$$

und analog für den andern oben angeführten Ausdruck.

diesem Ausdrucke folgt, dafs $\delta = 0$ für Sin. $I = \frac{1}{\mu}$
für Sin. $I = 1$ ist, und dafs δ seinen gröfsten Werth
lt, wenn

$$\text{Sin.}^2 I = \frac{2}{1+\mu^2}$$

wo man hat

$$\text{Cos.}\,\delta = \frac{8\mu^2}{(1+\mu^2)^2} - 1.$$

nt man aber $\delta = 45°$, so hat man die Gleichung

$$\frac{2\mu^2}{(1+\mu^2)\,\text{Cosec.}^2 I - \text{Cosec.}^2 I} = 1 + \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

die Auflösung dieser Gleichung giebt, wenn man für Luft
Kronglas $\mu = 1{,}51$ setzt, den Werth von

$I = 48^0\,37'\,30''$ oder $I = 54^0\,37'\,20''$.

n also das Licht unter einem dieser beiden Winkel in-
ch auf die Fläche des Kronglases auffällt, so wird die
se der Vibration in der Einfallsebene mehr accelerirt werden,
ie der auf der Einfallsebene senkrechten Vibration bei 45 Gra-
Wird aber das Licht unter denselben Umständen und in
lben Reflexionsebene zweimal reflectirt, so wird die Vi-
nsphase in der Einfallsebene mehr accelerirt werden, als
ler andern Vibration bei 90 Graden.

III. Construirt man sich also einen Rhombus aus Glas, Fig. 233.
dem zwei Seiten zur Ebene des Papiers parallel sind,
end die zwei andern darauf senkrecht stehn, und sich
n Linien AB, BC, CD und DA projiciren, und sind
Vinkel bei A und C gleich 54° 37′, so wird ein in F
echt einfallendes Licht innerhalb des Glases bei G und
lectirt werden, so dafs in diesen Puncten die Einfalls-
el 54° 37′ sind, und dann wird es in I wieder in einer
ung austreten, die parallel zu jener ist, in welcher es
eingetreten war. Die Immersion in F und die Emersion in I
keine Veränderung in dem Licht hervorbringen, aber die
ung der zwei Reflexionen in G und H wird die seyn, dafs
hasen der Vibration in der Ebene des Papiers mehr ac-
rt seyn werden, als die Phasen der Vibrationen in der
iesen senkrecht stehenden Ebene. Ein so construirter
bus wird der *Fresnel'sche Rhombus* genannt.

58) Intensität des auf der innern Seite des Mediums unter einem bestimmten Winkel einfallenden, polarisirten Lichtes.

Nehmen wir nun dasselbe Problem des §. 57. über *polarisirtes* Licht, wieder vor, indem wir nun voraus dafs polarisirtes Licht im Innern eines Mediums unter einem Winkel auffalle, der gröfser ist, als der für die totale Reflexion nothwendige, und suchen wir auch hier die Intensität des reflectirten Strahls. Wenn die Polarisationsebene mit der Einfallsebene den Winkel Θ bildet, so wird die durch den Ausdruck

$$a \, \text{Sin.} \, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

dargestellte Vibration in einer Richtung vor sich gehn, die den Winkel $90^0 - \Theta$ mit der Einfallsebene bildet, so dafs also wieder für die zwei aufgelösten Seitenvibrationen wird

$$a \, \text{Cos.} \, \Theta \, . \, \text{Sin.} \, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

für die zur Einfallsebene senkrechte und

$$a \, \text{Sin.} \, \Theta \, . \, \text{Sin.} \, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

für die zur Einfallsebene parallele Vibration. Die letzte dieser beiden Vibrationen wird (nach §. 57. II.) um die Gröfse δ mehr accelerirt seyn, als die erste. Drückt daher, nach erfolgter Reflexion,

$$a \, \text{Cos.} \, \Theta \, . \, \text{Sin.} \, \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

die zur Einfallsebene senkrechte Vibration aus, so wird man auch

$$a \, \text{Sin.} \, \Theta \, . \, \text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \delta \right]$$

für die zur Einfallsebene parallele Vibration annehmen. Dieselben Ausdrücke werden auch noch gelten, wenn das Licht innerlich mehrere Male reflectirt wird, da die Einfallsebenen immer dieselben bleiben.

Dieses vorausgesetzt wollen wir nun die Be-

Aethertheilchens in dem reflectirten Lichtstrome unter-
en und zu diesem Zwecke die Ordinate y in der Re-
onsebene und z darauf senkrecht nehmen. Der Anfang
Axen dieser zwei Coordinaten soll der Punct seyn, wo
Aethertheilchen anfänglich in Ruhe war.

I. Sey zuerst $\Theta = 45°$ und $\delta = 90°$, wodurch der Fall in
NEL's Rhombus dargestellt wird, wenn die Polarisations-
um 45 Grade gegen die Reflexionsebene geneigt ist.
hat man also

$$y = a \sqrt{\tfrac{1}{2}} \,.\, \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

$$z = a \sqrt{\tfrac{1}{2}} \,.\, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

$$y^2 + z^2 = \tfrac{1}{2} a^2,$$

heifst, jedes Aethertheilchen beschreibt einen Kreis, des-
Halbmesser gleich $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ist.

II. Sey ferner $\delta = 90°$, wie zuvor, während Θ unbe-
t bleibt und irgend einen Werth haben kann, wodurch
ich der allgemeine Fall in FRESNEL's Rhombus darge-
wird. Hier hat man

$$y = a \,\text{Sin.}\, \Theta \,.\, \text{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

$$z = a \,\text{Cos.}\, \Theta \,.\, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x),$$

araus folgt

$$\frac{y^2}{a^2 \,\text{Sin.}^2 \Theta} + \frac{z^2}{a^2 \,\text{Cos.}^2 \Theta} = 1,$$

eifst, jedes Aethertheilchen beschreibt eine Ellipse, de-
lbe Axen sind

$a \,\text{Sin.}\, \Theta$ parallel mit der Reflexionsebene

$a \,\text{Cos.}\, \Theta$ senkrecht zu derselben Ebene.

I. In dem ganz allgemeinen Falle, wo Θ und δ jeden
hen Werth haben können, erhält man

$$y = a \, Sin.\Theta . \left[Sin. \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) . Cos.\delta + Cos. \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) . Sin.\delta \right]$$

$$z = a \, Cos.\Theta . \, Cos. \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) .$$

Aus letzterer Gleichung folgt

$$Cos. \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) = \frac{z}{a \, Cos. \Theta},$$

so dafs man daher für die gesuchte Curve des Aethertheilchens die Gleichung erhält

$$(y - z \, Tang. \Theta . Sin. \delta)^2 = a^2 Sin.^2 \Theta . Cos.^2 \delta . \left[1 - Cos.^2 \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) \right]$$

$$= a^2 Sin.^2 \Theta \, Cos.^2 \delta - z^2 \, Tang.^2 \Theta \, Cos.^2 \delta,$$

und dieses ist die Gleichung einer Ellipse, deren Axen gegen die Reflexionsebene geneigt sind.

IV. Endlich hat noch für alle Werthe von δ, wenn $\Theta = 0$ oder $\Theta = 90^0$ ist, das reflectirte Licht ganz dieselbe Polarisation, wie das einfallende.

Fig. 234. V. Sey $A N N'$ ein Cylinder von kreisförmiger Basis, dessen Seitenlinien auf dieser Basis, die zugleich die Ebene der yz seyn soll, senkrecht stehn. Sey a der Halbmesser dieses Kreises, C der Mittelpunct desselben, und überdiefs der Halbmesser CA auf dem Durchmesser $N N'$ senkrecht. Wird auf der Oberfläche dieses Cylinders ein Faden $A M M' \ldots$ so aufgewunden, dafs die senkrechte Entfernung MQ jedes Punctes M des Fadens von der Basis dem Kreisbogen AQ proportional ist, so fälle man von dem Puncte Q das Loth QP auf den Durchmesser $N N'$, und man hat, wenn der Winkel $ACQ = \nu$ ist, $CP = y = a \, Sin. \nu$ und $PQ = z = a \, Cos. \nu$, so wie endlich

$$QM = x = b . a \nu,$$

wo b irgend eine Constante bezeichnet.

Eliminirt man aus diesen drei Gleichungen die Gröfse ν, so erhält man

$$y^2 + z^2 = a^2,$$

$$y = a \, Sin. \frac{x}{ab},$$

$$z = a \, Cos. \frac{x}{ab}$$

ie Projectionen der bekannten kreisförmigen *Schrauben-* AMM'.. in den drei coordinirten Ebenen. Vergleicht diese Ausdrücke mit den oben in Nr. I. erhaltenen, so man, dafs beide, wenn die Gröfse t constant angenom- wird, identisch sind, so dafs also für den Fall der Nr. I. Reihe von Aethertheilchen, die anfänglich in einer ge- Linie gestanden haben, durch die Reflexion in die Stellung reisförmigen Schraubenlinie gelangen müssen. In den andern Fällen der Nr. II. und III. reihen sich diese Ae- eilchen in eine andere Curve von doppelter Krümmung, ian, analog mit der vorhergehenden, eine elliptische ubenlinie nennen kann.

I. Wir werden uns daher die abkürzenden Ausdrücke en können, dafs das polarisirte Licht durch die Re- n im Allgemeinen eine *elliptische Polarisation* erhält, ir den besondern Fall der Nr. I. in eine *circuläre Po- tion* übergeht. Alles andere, auf die bisher betrachtete, hnliche Weise polarisirte Licht wollen wir als mit einer n *Polarisation* begabt ansehn. Aus Nr. II. folgt, dafs man Fresnel's Rhombus elliptisch polarisirtes Licht von je- Grad der Ellipticität hervorbringen kann, wenn man ihn egen die Polarisationsebene in die gehörige Lage stellt. werden später sehn, dafs man diese elliptische Polarisa- uch noch durch andere Mittel, als Fresnel's Rhombus, bringen kann. Zur bequemen Anwendung bei den Ex- nten kann man diesen Rhombus in einen Rahmen fas- nittelst dessen man den Rhombus, ohne den Durchgang ichts zu stören, rund um die Axe HI dreht. Dieser n kann auf die eine Platte der oben (Fig. 225) be- Fig. 233. enen Polarisationsmaschine gesetzt werden, wo dann i C eben polarisirte Licht durch den Rhombus in circu- er elliptisch polarisirtes verwandelt wird und aus der DC des Rhombus, die der andern analysirenden Platte enübersteht, heraustritt. Ist der Apparat mit einem ge- n Rande versehn, so dafs man dadurch den Winkel der ations- und Reflexionsebene angeben kann, so findet lafs, wenn dieser Winkel gleich 0°, 90°, 180° oder 270° s eben polarisirte Licht nicht geändert wird, dafs es für 35°, 225° und 315° die circuläre, und endlich für je- idern Winkel die elliptische Polarisation erhält.

59) Nähere Betrachtung der circulären Polarisation.

Das circulär polarisirte Licht kann immer in zwei Vibrationen aufgelöst werden, von welchen die eine parallel und die andere senkrecht zu irgend einer willkürlichen Ebene ist, so dafs die Gröfsen dieser Vibrationen stets dieselben bleiben. Folglich zeigt dieses Licht, wenn es durch die analysirende Platte K (§. 48. VI.) des genannten Apparates untersucht wird, kein Zeichen von Polarisation. Wenn aber elliptisch polarisirtes Licht auf dieselbe Weise in zwei Vibrationen aufgelöst wird, so verschwindet keiner dieser beiden Theile, obschon ihre Gröfsen sich immer ändern, und dieses ist daher der Grund, warum es, durch die analysirende Platte untersucht, ein *theilweise polarisirtes Licht* zeigt.

I. Noch müssen wir zwischen zwei Arten von circulärer Polarisation unterscheiden. Wir haben oben gesehn, dafs wenn in Fresnel's Rhombus der Winkel $\alpha = 45°$ ist, das Licht circulär polarisirt wird. Allein dasselbe hat auch statt, wenn $\alpha = -45°$ wird, denn im letzten Falle hat man

$$y = -a\sqrt{\tfrac{1}{2}} \cdot \text{Cos.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x),$$

$$z = +a\sqrt{\tfrac{1}{2}} \cdot \text{Sin.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x),$$

woraus sofort folgt

$$y^2 + z^2 = \tfrac{1}{2}a^2.$$

Der Unterschied zwischen dem hier und dort Gesagten besteht blofs in der Richtung der einzelnen Aethertheilchen. Dort hatte man

$$\frac{z}{y} = \text{Tang.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

und hier

$$\frac{z}{y} = -\text{Tang.}\ \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

oder dort ist die Spirale, in welcher sich die Aethertheilchen bewegen, rechts, hier aber links gewunden. Aehnliche Unterscheidungen der beiden Seiten wird man auch bei den elliptischen Polarisationen bemerken.

Vergleichung des Vorhergehenden mit den Beobachtungen.

Wenn man das von Fresnel's Rhombus kommende Licht einen zweiten Rhombus derselben Art gehn läſst, so wenn die Lagen der beiden Rhomben ähnlich sind, das em zweiten austretende Licht *eben polarisirt*, aber die Polarisationsebene ist um den Winkel 2Θ gegen die vo- geneigt. Die Erklärung dieser Erscheinung ist folgende. Vibrationen in der Einfallsebene sind um 90° durch den Rhombus und neuerdings um 90° durch den zweiten accelerirt, als die anderen, die auf der Einfallsebene senk- stehn. Ist also, wie in §. 58, die zur Einfallsebene echte Vibration

$$a \operatorname{Cos}. \Theta . \operatorname{Sin}. \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

ird die zu dieser Ebene parallele Vibration seyn

$$a \operatorname{Sin}. \Theta . \operatorname{Sin}. \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + 180^\circ\right]$$

was dasselbe ist,

$$- a \operatorname{Sin}. \Theta . \operatorname{Sin}. \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x).$$

e immer in demselben Verhältniſs stehn, so ist auch die tion ganz in derselben Ebene, oder das Licht ist pola- Aber da die Tangente des Winkels mit der Reflexions- — Tang. Θ statt + Tang. Θ ist (welchen letzten Werth ıvor hatte), so ist die Polarisationebene auf diejenige der Reflexionsebene hin geneigt, die der früheren Seite gengesetzt ist, und zwar um denselben Winkel, weswe- ie Veränderung der Richtung gleich 2Θ ist.

Wird aber der zweite Rhombus in eine Lage gebracht, m 90° von der Lage des ersten abweicht, so ist das imende Licht dem einfallenden ähnlich. Denn die Vi- nen, die durch den ersten Rhombus am meisten accele- urden, werden durch den zweiten am wenigsten acce- und umgekehrt, so daſs das Verhältniſs ihrer Phasen da- nicht geändert wird.

II. Wir kennen nur noch einen Fall, wo die Reflex von keiner Refraction begleitet wird, nämlich die Reflexi des Lichts von metallischen Oberflächen. Auch hier zeigt d reflectirte Strahl ganz ähnliche Eigenschaften mit demjenig Lichte, welches von Glasflächen vollständig reflectirt wird. I der einfallende Strahl *eben polarisirt*, so erscheint der reflecti Strahl in der That *elliptisch polarisirt*, und die Differenz d Phasen variirt auch hier mit dem Einfallswinkel. Dennoch i es keineswegs ausgemacht, dafs diese Reflexion von Metall flächen ganz den vorhin auseinandergesetzten Gesetzen unter liegt. Es scheint, dafs die letztgenannte Reflexion selbst v der des Schalls in der Luft wesentlich verschieden ist. Na Brewster's Experimenten scheint es, dafs bei Reflexion von metallischen Flächen das Verhältnifs der zur Reflexion ebene parallelen und der senkrechten Vibrationen verschied sey, weswegen bei mehrfacher Wiederholung dieser Reflexi nen die parallelen Vibrationen bald gänzlich unsichtbar wer den. Auch scheinen verschiedene Metalle, wie Stahl und Sil ber, in dieser Beziehung selbst sehr verschieden zu seyn[1]. Eine vollkommen genügende Darstellung dieses Gegenstandes ist noch von der Zukunft zu erwarten.

G. Farbenerscheinungen des polarisirten Lichtes.

61) Erklärungen.

Es wurde bereits oben (§. 48. VI.) als eine der Funda mentalerscheinungen der Polarisation angeführt, dafs, wenn die beiden Reflexionsebenen C und K (Fig. 225) zu einan der senkrecht stehn und die Incidenzwinkel von beiden den polarisirenden Winkeln gleich sind, das von C reflectirte Lich nicht mehr fähig ist, auch wieder von K zurückgeworfen zu werden. Wird das Auge nahe bei K so gestellt, dafs es das Bild in C sieht, so sieht man eigentlich einen finstern Fleck im Mittelpuncte, und das ganze Bild selbst ist zwar nicht so schwarz, wie sein Centralpunct, aber doch noch immer seh

1 Vergl. Brewster on elliptic Polarisation, in Philos. Trans. 1830.

:el. Legt man alsdann zwischen C und K ein das Licht
elt brechendes Krystallblättchen, so wird das Bild von C
Allgemeinen sehr hell gesehn, aber zuweilen wird es auch
h mehrere dunkle Streifen, zuweilen von hellfarbigen Rin-
u. dgl. durchkreuzt. Neigt man die Platte gegen ihre
ere Lage, so ändern sich auch die Lagen, Farben und
alten dieser Streifen, Kreuze und Ringe, zum Beweise,
diese Dinge von der Stellung des Lichtstrahls gegen ge-
e bestimmte und fixe Linien der Krystallplatte abhängig seyn
ien. Sehr oft sind die Farben, in welchen die erwähnten
heinungen prangen, von überraschender Schönheit, und diese
enpracht, so wie die symmetrische Anordnung der einzel-
Theile dieser Bilder, die mit der Drehung der Reflexions-
e K um ihre Axe O immer wechselt, macht jene Phä-
ene bei weitem zu den glänzendsten, die wir bisher auf
Gebiete der Optik kennen gelernt haben. Legt man aber
eine gemeine Glasplatte zwischen die zwei Reflexions-
ien, so sind jene Erscheinungen nicht weiter zu sehn. Ja
st bei der doppelt brechenden Krystallplatte bleiben sie un-
tbar, wenn die Platte so gestellt wird, dafs sie das Licht
immt, ehe dasselbe noch in C polarisirt worden ist, oder
, nachdem es schon in K analysirt worden ist. Es scheint
r, dafs eine solche doppelt brechende Platte im Allge-
en die Eigenschaft besitzt, das bereits polarisirte Licht
estalt zu ändern, dafs dasselbe entweder durch den Ver-
seiner Polarisation oder auch durch eine Aenderung der
ie derselben die Fähigkeit erhält, nach bestimmten, viel-
t sehr zusammengesetzten Gesetzen reflectirt zu werden.

I. Ueberhaupt zeigen alle Körper, welche das Licht dop-
brechen, im natürlichen sowohl, als auch besonders im
isirten Lichte mehrere merkwürdige Erscheinungen. Ein
fel aus Dichroit z. B. zeigt sich schon im natürlichen
te in einer schönen blauen Farbe, wenn er nach der
tung der Brechungsaxe vor das Auge gehalten wird, in
darauf senkrechten Richtung aber erscheint er gelb. Ein
fel aus Turmalin zeigt sich in der Richtung seiner Axe
völlig undurchsichtig, während er in einer darauf senk-
en Richtung in den diesem Mineral sonst eigenthümlichen
ien, braunen u. s. w.) Farben erscheint. Aber viel inter-
ter noch sind die Farbenerscheinungen dieser und anderer

Körper, wenn polarisirtes Licht auf dieselben fällt. Wird ein dünnes Glimmer- oder Gypsblättchen auf dem Tisch H des Polarisationsinstruments (Fig. 224) gelegt, so dafs polarisirtes Licht senkrecht durch dasselbe geht und dann auf mehrere über einander gelegte Glasplatten in K fällt, so sieht man sowohl in dem von dem Glase reflectirten, als auch in dem durchgelassenen Lichte das Blättchen farbig, und zwar ist die Farbe im reflectirten Lichte die complementäre von der des durchgelassenen Lichts[1]. Dreht man dann das Blättchen um den durchgehenden Strahl wie um eine Axe, so ändert sich nicht die Beschaffenheit, wohl aber die Intensität der Farbe, und es giebt vier Stellungen des Blättchens, wo die Färbung die gröfste, und vier andere, wo sie die kleinste Intensität hat, das Erstere da, wo sein Hauptschnitt gegen die Polarisationsebene um 45° geneigt ist, und das Zweite dort, wo der Hauptschnitt mit der Polarisationsebene parallel oder darauf senkrecht ist. Dreht man hingegen bei ruhiger Lage des Blättchens den Rahmen G, welcher die Glasplatte K enthält, so ändert sich sowohl die Farbe des durchgelassenen als auch die des reflectirten Lichts und geht bei einer Drehung des Rahmens um 90 Grade in die zur vorhergehenden complementäre Farbe über. Läfst man das Licht, nachdem es durch das Blättchen gegangen ist, statt durch die Glasplatte K, durch einen isländischen Spath gehn, so erleidet es durch die doppelte Brechung in diesem Spathe dieselben beiden Modificationen auf einmal, die es in der Glasplatte durch Reflexion und Refraction einzeln erfahren hat, und man sieht daher auf einmal zwei farbige Bilder, die an der Stelle, wo sie sich decken, *weifs* erscheinen, zum Beweise, dafs die beiden Farben complementär sind. Uebrigens mufs man bei diesen Versuchen mit dem isländischen Spath die Röhre F des Polarisationsinstruments unten mit einem Deckel verschliefsen, der nur eine etwa zwei oder drei Linien weite Oeffnung hat, und diese Oeffnung ist es, die man, nach dem Vorhergehenden, farbig sieht.

II. Die so hervortretenden Farbenerscheinungen sind be-

---

1 Diese Farbenpaare des durchgelassenen und des reflectirten Lichts sind demnach entweder Roth und Grün, oder Orange und Blau, oder Gelb und Violett.

ıders dann sehr schön, wenn ein Krystallblättchen senk-
ht oder doch nahe senkrecht auf die Axe der doppelten
echung geschnitten ist, und wenn dann ein polarisirter con-
girender Lichtkegel darauf fällt, dessen Axe senkrecht durch
Blättchen geht[1]. Wird das Blättchen aus isländischem
ıth und in allen seinen Theilen gleich dick geschnitten, lei-
man darauf einen convergirenden polarisirten Strahlenkegel,
sen Axe mit der des Krystalls parallel ist, und läſst man
dann unter dem polarisirenden Winkel auf eine Glasplatte
fallen, damit er durch sie entweder reflectirt oder gebro-
n werde, so sieht man das Blättchen mit farbigen concen-
chen Ringen geziert, die den reflectirten Newton'schen Far-
ringen ähnlich, aber durch ein dunkles Kreuz unterbrochen
d. Dieses Kreuz ist rechtwinklig und im *reflectirten* Lichte
warz[2], wenn die Einfallsebene der Strahlen auf die Glas-
tte mit der Polarisationsebene parallel ist; dasselbe Kreuz
r erscheint *weiſs*, wenn diese zwei Ebenen auf einander
ıkrecht stehn. Im *gebrochenen* Lichte aber findet das Ge-
ntheil statt. Vollkommen homogene Blättchen kann man
ihre Axe drehn, ohne daſs dadurch eine Aenderung der
ıge oder des Kreuzes merkbar wird, aber der kleinste Man-
an Gleichheit der Dicke verräth sich sogleich durch eine
zerrung der Ringe oder durch eine Krümmung der Arme
Kreuzes. Aehnliche Erscheinungen bemerkt man auch an
ern einaxigen Krystallen, dem Beryll, Turmalin u. s. w.
demselben Blättchen erscheint ein Ring desto gröſser, je
ter man das Auge vom Blättchen entfernt und je dünner das
ıtchen ist, und zwar wachsen die Quadrate der Ringdurch-
ser verkehrt wie die Quadratwurzeln der Blättchendicke.
ief gegen die Axe der doppelten Brechung gehaltene Blätt-
n zeigen auch ovale Ringe. An Blättchen aus zweiaxigen
stallen haben diese Erscheinungen andere Gestalten. Ist
solches Blättchen senkrecht auf die Linie geschnitten, wel-

---

1 Die vorzüglichsten dieser Erscheinungen sind bereits oben
. *Polarisation*) mit ihren Zeichnungen aufgeführt worden. Wir
en sie hier mit einigen Bemerkungen kurz durchgehn und dann
hn, auf welche Weise man sich von diesen interessanten Phäno-
en durch die mathematische Analyse Rechenschaft geben kann.

2 S. Art. *Polarisation*. Fig. 94 und 95.

che den Winkel der beiden Axen halbirt, so sieht man zwei Systeme von Ringen, falls die beiden Axen nur einen sehr kleinen Winkel einschliefsen, so dafs man ihre Pole zugleich im Gesichtsfelde hat, und die ursprüngliche Polarisationsebene mit der Ebene der zwei Axen zusammenfällt. Machen diese Axen einen gröfsern Winkel, wie im Salpeter, so erscheinen die Ringe in der Gestalt[1] von Fig. 100, wenn die Polarisationsebene die vorher angegebene Lage hat. Dreht man das Blättchen um den vierten Theil eines rechten Winkels oder um 22½ Grad, so nehmen die Ringe die Gestalt von Fig. 102 an, bei einer neuen Drehung um weitere 22½ Grad die Gestalt der Fig. 103, und so fort für die folgenden Drehungen. Um diese Erscheinungen gut und bequem zu beobachten, leite man von einem nicht zu entfernten Gegenstande Licht auf den Spiegel C des Polarisationsinstruments[2], bringe das Krystallblättchen nahe an den Rahmen G, so dafs das Licht senkrecht durchgehn kann, und sehe dann durch die gehörig gestellten Gläser K auf das Blättchen herab.

III. Um das Vorhergehende unter einen allgemeinen Gesichtspunct zusammenzufassen, wollen wir bemerken, dafs man diese Farbenringe am leichtesten erzeugen und sichtbar machen kann, wenn man eine dünne Platte von isländischem Spath, die senkrecht gegen ihre Axe geschnitten ist, zwischen zwei dünne Turmalinplatten legt. Kreuzen sich die Axen der Turmaline und bringt man eine Turmalinplatte ganz nahe an das Auge, so erblickt man sofort jene glänzenden Farbenringe mit dem sie durchschneidenden schwarzen Kreuze. Um dem Gesichtsfelde eine gleichmäfsige Erleuchtung zu geben und um nicht durch die in derselben Richtung liegenden Gegenstände gestört zu werden, bringt man vor der ersten Turmalinplatte eine Glaslinse so an, dafs ihr Brennpunct nahe in die Spathplatte fällt. Mit diesem Apparat kann man die Farbenringe auch in einem finstern Zimmer auf einer weifsen Tafel darstellen, die in einer mäfsigen Entfernung von der zweiten Turmalinplatte gehalten wird. Da übrigens die erste Turmalinplatte nur zur Polarisirung des Lichts dient,

---

1 S. Art. *Polarisation.*

2 Das oben beschriebene, in Fig. 224. gezeichnete.

kann sie auch durch eine geschwärzte Glasplatte, die von
ı Lichtstrahlen unter dem polarisirenden Winkel getroffen
rd, vertreten werden.

Die näheren Bestimmungen dieser Erscheinungen sind nach
n Vorhergehenden die folgenden.

A. Wenn die Axen der Turmaline rechte Winkel bilden, so erscheinen die Ringe von einem schwarzen Kreuz durchschnitten, wie in Fig. 94 (des Art. *Polarisation*).

B. Dreht man das eine Turmalinblättchen um 90 Grade, so treten in jedem einzelnen Puncte des Bildes die den vorigen complementären Farben hervor und das vorhin schwarze Kreuz erscheint nun weiſs, wie Fig. 95.

C. Nimmt man die mittlere Platte, statt von isländischem oder einem andern einaxigen Krystall, aus einem zweiaxigen, und wird die Platte senkrecht auf die Linie geschnitten, welche den Winkel der zwei Axen dieses Krystalls halbirt, so erhält man zwei Systeme von concentrischen Ringen in der Gestalt, wie sie in den Figuren 100, 101, 102 und 103 abgebildet sind. Fängt man die Farbenringe, welche zweiaxige Krystalle geben, auf einer weiſsen Tafel im verfinsterten Zimmer auf, so lassen sich die Linien von gleicher Farbe (oder die sogenannten isochromatischen Curven) leicht mit Genauigkeit abzeichnen. Die Figur 104 stellt eine dieser Zeichnungen dar. Die Gestalt eines jeden Ringes ist die einer Curve, die unter dem Namen der Lemniscate bekannt ist, und deren charakteristische Eigenschaft darin besteht, daſs das Product der Distanz eines jeden Punctes der Curve von zwei festen innern Puncten immer gleich einer constanten Gröſse ist. Je nach dem Werthe, den man dieser Constanten giebt, erscheint die Curve, wie die Zeichnung zeigt, entweder eiförmig, oder in der Form einer an beiden Endpuncten ihrer kleinen Axe eingedrückten Ellipse, oder in der Form einer liegenden S, oder endlich auch in der Gestalt von zwei durch einen Zwischenraum getrennten herz- oder kreisförmigen Curven.

IV. Merkwürdig ist noch, daſs die Temperatur des Blättns auf die Lage der Axe des Körpers, von welchem das ttchen genommen wurde, also auch auf die durch das

Blättchen erzeugten Farbenbilder einen wesentlichen Einfluſs hat. Die zwei Axen der Gypsblättchen z. B. nähern sich einander desto mehr, je höher die Temperatur ist, welcher das Blättchen ausgesetzt wird; bei 73° R. fallen endlich beide Axen zusammen. Die zwei Axen des gelben Topas gehn im Gegentheile desto weiter aus einander, je höher ihre Temperatur wird. Durch die Aenderung der Temperatur kann man ferner auch solche Körper, die im polarisirten Lichte im allgemeinen keine Farbe zeigen, dahin bringen, dafs sie sich wie die vorerwähnten Krystalle verhalten. Hält man eine Platte von dickem Spiegelglase mit dem Rande an stark erhitztes Eisen, bringt das Ganze über den Tisch H des erwähnten Polarisationsinstruments und sieht durch die Gläser K darauf herab, so sieht man in der Glasplatte parallele Streifen, wie Fig. 110, von irisirenden Farben, die sich aber dann wieder verlieren, wenn sich die Hitze gleichförmig über die ganze Glasmasse verbreitet hat. Nimmt man einen Glascylinder und erwärmt ihn von der Axe aus, so bilden sich concentrische Farbenringe mit einem rechtwinkligen dunklen Kreuze wie Fig. 94.

V. Aehnliche Erscheinungen, wie durch die Aenderung der Temperatur, kann man auch durch den *Druck* erzeugen, dem man die Körper aussetzt. Nimmt man einen Glaswürfel, der im polarisirten Lichte keine besonderen Farben zeigt, drückt ihn durch eine Klemme oder Presse zusammen und hält ihn dann an den Tisch H, so sieht man, wenn man durch das Glas in K betrachtet, den Würfel eigene Farben spielen, die mit dem Drucke sich ändern und in die complementären übergehn, wenn man die Einfallsebene in K umändert, die aber auch wieder alle verschwinden, sobald der Druck aufhört. Aehnliche Erscheinungen bringt man auch durch *Dehnen* des Glases hervor. Biegt man einen Glasstreifen, so sieht man ihn im polarisirten Lichte an der schmalen Seite mit parallelen Farbenstreifen, die in der Mitte durch eine schwarze Linie verbunden sind.

Um die vorhergehenden, mit der Temperatur oder dem Drucke wieder aufhörenden Erscheinungen *bleibend* zu machen, darf man nur eine heiſse Glastafel oder einen sehr erhitzten Würfel von Glas schnell abkühlen. Aehnliche Erscheinungen

nerkt man auch an schnell entstandenen Krystallen von Bo-, Kochsalz, in Gummistücken, und selbst im Diamant will Brewster[1] schon gesehn haben.

Allgemeine Darstellung der Ursachen dieser Erscheinungen.

Aus allen bisher angeführten Experimenten, so wie auch der oben (§. 50. u. s. w.) gegebenen theoretischen Darlung der Trennung des Lichtstrahls in zwei andere durch stalle, wird man den Schluſs ziehn müssen, daſs, welcher auch die Natur des Lichts seyn mag, das auf einen dopbrechenden Körper einfällt, die zwei dadurch entstehen-Strahlen, der eine in einer Ebene und der andere in eidarauf senkrechten Ebene, polarisirt sind, das heiſst, daſs Vibrationen des einfallenden Strahls in zwei andere zerwerden, deren Richtungen auf einander senkrecht stehn l deren Wellen daher auch verschiedene Wege einschlagen. s dieser in §. 50. angeführten Darstellung folgt ferner, daſs se zwei zerlegten oder getrennten Strahlen, oder vielmehr ie zwei verschiedenen Wellengattungen, durch den Krystall *verschiedenen Geschwindigkeiten* gehn, also auch bei ihrem tritte aus dem Krystall verschiedene Phasen haben. Ihre Wiedereinigung wird daher eine Art von Licht erzeugen, das nicht wendig polarisirt oder doch nicht nothwendig in derselben ne polarisirt seyn muſs, als zuvor, wo es durch den Krystall, so daſs demnach ihre Reflexionsfähigkeit von der analysiren-Platte K (Fig. 225) wieder hergestellt wird. Da aber die der zwei Polarisationsebenen sowohl, als auch die Difz der Geschwindigkeit der zwei Strahlen von der Richihrer Wege durch den Krystall abhängig sind, so wird Natur des Lichts, das durch die Vereinigung der zwei aus Krystall austretenden Strahlen entsteht, mit der Richtung r Strahlen sich ändern, so daſs also auch die Intensität r Strahlen, die von der analysirenden Platte K in das kommen, je nach ihren verschiedenen Richtungen ebenverschieden seyn wird. Auf diese Weise könnten daher hellen Curven von verschiedener Intensität entstehn. Die renz der Wellen wird, wie man leicht sieht, im Allge-

[1] Vergl. Baumgartner's Physik. Wien 1832. S. 376 ff.

meinen eine Function der Wellenlänge λ seyn, und so wird denn auch die Gestalt dieser Curven verschieden ausfallen, je nachdem die Farbe des Lichts, von dem sie gebildet werden verschieden ist. Und wenn endlich alle diese verschieden gestalteten und verschieden gefärbten Curven sich unter einander vermischen, so werden, als Endresultat der Erscheinung andere Curven und Lichtbilder entstehn, in welchen die Farbenmischung beinahe für jeden Punct eine andere ist, wie man dieses bei den oben erwähnten Fransen der Interferenz und bei Newton's Farbenringen (§. 31. und 33.) zu beobachten pflegt.

I. Wir haben hier vorausgesetzt, dafs keine der beiden Polarisationsebenen der Strahlen innerhalb des Krystalls mit der Polarisationsebene des von dem Spiegel C reflectirten Lichts coincidirt. Nehmen wir aber den Fall an, dafs für eine bestimmte Richtung des Strahls die Polarisationsebene des gewöhnlichen Strahls O mit der Polarisationsebene des von C reflectirten Lichts coincidire. In diesem Falle wird der reflectirte Strahl (nach §. 48. II.) nur den gewöhnlichen Strahl O erzeugen, und sonach wird die durch den Krystall bewirkte Trennung der Strahlen von keiner weiteren Folge seyn, da doch nur ein einziger der beiden Strahlen noch übrig ist. Der gewöhnliche Strahl wird also dann aus dem Krystall ganz ebenso heraustreten, als er in denselben hineingetreten ist, d. h. unvermischt mit andern Strahlen, und derselbe wird dann auch auf die Reflexionsebene K ganz ebenso fallen, als ob er gar nicht durch das Krystallblättchen gegangen wäre, so dafs er also auch nicht reflectirt werden wird. Dasselbe wird, mit gehörigen Modificationen, der Fall seyn, wenn die Polarisationsebene des aufsergewöhnlichen Strahls E mit der Polarisationsebene des von C reflectirten Lichts coincidirt. Will man also alle die Richtungen der Strahlen bestimmen, in welchen die Polarisationsebene jedes gewöhnlichen und jedes ungewöhnlichen Strahls mit der Reflexionsebene von C coincidirt, so werden die in dieser Richtung fortgehenden Strahlen keiner Reflexion von K fähig seyn und das Bild, welches solche Strahlen dem Auge darstellen, wird das von einer oder mehreren *dunklen Linien* oder *Streifen* seyn, von welchen die oben erwähnten farbigen Curven durchschnitten werden.

II. Wird aber die Reflexionsebene K um ihre Axe ge-
t, bis sie mit der Reflexionsebene C coincidirt, so werden
n Nr. I. angegebenen Bedingungen diejenigen Richtungen
mmen, in welchen das Licht die *gröſstmögliche* Fähig-
der Reflexion von K besitzt, so daſs also dann ein hel-
treifen entsteht, von dem die farbigen Ringe durchschnit-
verden. Wird K in eine Lage gedreht, die zwischen
beiden enthalten ist, so wird man auf dieselbe Weise
, daſs die Richtungen der Strahlen (für welche die Ebe-
der gewöhnlichen oder auſsergewöhnlichen Strahlen mit
eflexionsebene von C oder von K coincidiren) die Ge-
derjenigen Linien bestimmen, welche alle jene farbigen
durchschneiden und in welchen die Intensität des Lich-
eichförmig und dieselbe ist, die auch ohne Beihülfe des
allplättchens statt gehabt hätte. Diese besondern Fälle
hier nur als die auffallendsten Puncte in der allgemeinen
einung herausgehoben worden. Die nähere Bestimmung
estalt dieser Linien und Curven werden wir erhalten,
wir den analytischen Ausdruck der Intensität des Lich-
ſstellen, das von der Reflexionsebene K in allen Rich-
zurückgeworfen wird.

ach diesen allgemeinen Betrachtungen wollen wir nun
nähern Erklärung der Ursachen dieser Erscheinungen
hn.

Fresnel's Erklärung der Ursachen dieser Erscheinungen.

ir nehmen in dem Folgenden an, daſs der in der Po-
nsmaschine (Fig. 224) durch den Spiegel C polarisirte
om senkrecht auf eine Krystallplatte falle, die parallel
er optischen Axe geschnitten ist. Auch setzen wir die-
ht homogen oder von einer bestimmten Farbe voraus,
z. B. λ die Wellenlänge des rothen Lichts bezeichnen
Dieses vorausgesetzt wollen wir nun die relativen Inten-
desjenigen Lichtes bestimmen, welches, nachdem es jene
platte verlassen hat, auf den Spiegel K, oder auch auf
peltbrechendes Prisma von isländischem Spath fällt, das
in Glasprisma achromatisirt worden ist, wo dann dieses
prisma mit seinen Kanten nahe senkrecht auf die Rich-

tung CK gestellt wird. Es sey nun für eine der Krysta-
Fig. platte parallele Ebene C der Durchschnitt der Axe des einfal-
235. lenden Strahlbündels und PCP′ die Richtung seiner Pola-
sationsebene, so wie LCL′ und RCR′ die Richtungen d
Hauptschnitte des Krystallplättchens und des Prisma's. Sey
φ und Θ die Winkel, welche diese Schnitte mit der erst
Ebene bilden, und seyen endlich die Linien pCp′, lCl′ u
rCr′ in derselben Ordnung senkrecht auf PCP′, LCL′ u
RCR′. Dieses vorausgesetzt wird, nach dem Vorhergehen-
den, die Richtung der Vibration des einfallenden Strahls pa-
rallel mit pp′ seyn und von den beiden polarisirten, aus d
Krystallplatte heraustretenden Lichtstrahlen wird ll′ die Rich-
tung der Vibration für den gewöhnlichen und LL für d
aufsergewöhnlichen Strahl seyn. Für die aus dem Prisma kom-
menden Strahlen endlich wird rr′ die Richtung der Vibration
für den gewöhnlichen und RR′ für den aufsergewöhnlichen
Strahl vorstellen. Nimmt man nun die Intensität des einfal-
lenden Lichts als die Einheit der Intensitäten an, so wird
bei dem Austritte des Lichts aus der Krystallplatte, *die Ge-
schwindigkeit der Vibration*, deren Coefficient die *Einheit* ist
und deren anfängliche Richtung Cp war, sich in zwei andere
Geschwindigkeiten zerlegen, von denen die eine Cl mit dem
Coefficienten Cos. φ und die andere CL′ mit dem Coefficien-
ten Sin. φ ist. Demnach wird der nach PP′ polarisirte Licht-
strom, dessen Intensität die Einheit ist, durch die Krystall-
platte in zwei Ströme getheilt, von welchen der eine Fo d
Intensität Cos.$^2\varphi$ hat und nach der Ebene des Hauptschnitts
polarisirt ist, während der andere Fe die Intensität Sin.^{2}
haben und senkrecht auf jene Ebene polarisirt seyn wird
Da aber diese zwei Lichtströme wegen der hier sehr klein an-
genommenen Dicke der Krystallplatte nur eine sehr gering
Spaltung erlitten haben können, selbst wenn diese Platte sch
gegen die Richtung des einfallenden Stroms läge, so kan
man annehmen, dafs diese zwei Ströme bei dem Austritte a
der Platte wieder alle in einander fliefsen und so vereinigt
dem oben erwähnten Prisma gelangen. Bei dem Austritte a
diesem Prisma wird jene erste Vibration Fo (deren Coeffic
Cos. φ und deren Richtung ll′ ist) in zwei andere zerl
werden, die eine nach Cr mit dem Coefficienten Cos. φ Cos. (φ—Θ
die andere nach CR mit dem Coefficienten Cos. φ Sin. (φ—Θ

Strom Fo also, dessen Intensität $\text{Cos.}^2\varphi$ war und der
dem Hauptschnitt der Platte polarisirt ist, wird in zwei
ne getheilt werden, von denen der erste Fo + o′ die In-
tät $\text{Cos.}^2\varphi\,\text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$ hat und nach dem Hauptschnitte
Prisma's polarisirt ist, während der zweite Fo + e′ die In-
tät $\text{Cos.}^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ haben und senkrecht auf jene
tung polarisirt seyn wird. Ganz auf dieselbe Weise
aber auch die Geschwindigkeit der Vibration Fe (de-
Coefficient $\text{Sin.}\varphi$ und deren Richtung CL′ ist) durch das
ıa in zwei andere zerlegt werden, deren eine parallel mit
ist und den Coefficienten $\text{Sin.}\varphi\,\text{Cos.}(\varphi - \Theta)$ hat, wäh-
die andere parallel mit Cr seyn und den Coefficienten
$\varphi\,\text{Sin.}(\varphi - \Theta)$ haben wird. Der Lichtstrom Fe also, des-
ntensität $\text{Sin.}^2\varphi$ ist und der in einer zum Hauptschnitt
Platte senkrechten Ebene polarisirt ist, wird durch das
ıa in zwei andere Ströme getheilt, von welchen der erste
-e′ die Intensität $\text{Sin.}^2\varphi\,\text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$ hat und senkrecht
len Hauptschnitt des Prisma's polarisirt ist, während der
te Fe + o′ die Intensität $\text{Sin.}^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ haben und
der Richtung dieses Hauptschnitts polarisirt seyn wird.
olge aller dieser Zerlegungen wird das sämmtliche, aus
Prisma austretende Licht Jo, nachdem es in demselben
ewöhnliche Brechung erlitten hat und nach der Ebene
' vollständig polarisirt worden ist, seine Vibrationen pa-
mit r C r′ fortschicken und aus den zwei Lichtströmen Fo + o′
'e + o′ bestehn, deren Intensitäten $\text{Cos.}^2\varphi\,\text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$
in. $^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ sind. Ganz ebenso wird aber auch
mmtliche aus dem Prisma tretende Licht Je, das nach der
ing r C r′ polarisirt ist, seine Richtungen parallel mit RCR′
icken und aus den zwei Lichtströmen Fo + e′ und
e′ bestehn, deren Intensitäten $\text{Cos.}^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ und
$\text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$ sind.

Venn nun die Phasen der in einem gemeinschaftlichen
zusammentreffenden Wellen der beiden Lichtströme Jo
e *dieselben* wären, so würde man nur ihre beiden In-
ten summiren dürfen, um die Intensität des gewöhnli-
und des aufsergewöhnlichen Bildes zu erhalten. Allein
Phasen sind im Allgemeinen verschieden, und zwar aus
den zwei Ursachen. Die erste Ursache ist die ver-
ene Verzögerung, welche in der Krystallplatte die bei-

den Lichtströme Fo + o′ und Fe + o′ oder Fo + e′ und Fe + erlitten haben, da in jedem dieser beiden Paare der eine d gewöhnliche, der andere die aufsergewöhnliche Refraction e halten hat. Um diese Verzögerungen auszumitteln, ist es g nug, die bekannte Dicke der Krystallplatte mit dem Index d (gewöhnlichen und aufsergewöhnlichen) Refraction dieser Pla zu multipliciren. Die so erhaltenen zwei Producte, die wi und E′ nennen wollen, werden uns die Wege geben, welc das Licht in der Luft während der zwei Zeiten durchläu die das Licht gebraucht, um die Krystallplatte mit dem ge wöhnlichen und mit dem aufsergewöhnlichen Strahl zu durc laufen. Die aus dieser Ursache entspringende Verzögerung d beiden Lichtströme wird also E — E′ seyn, wofür wir d Kürze wegen $\varDelta$ setzen wollen. Die zweite Ursache der Un gleichheit der Phasen der beiden coincidirenden Wellen w in den verschiedenen Zeichen zu suchen seyn, welche d Geschwindigkeiten dieser Wellen in demselben Augenblic haben. In der That, wenn auch die beiden Lichtströme F und Fe mit *derselben Phase* in dem Prisma anlangen un wenn der eine die Geschwindigkeit von C nach l, der ande aber von C nach L′ hat, so werden die zwei daraus entste henden, mit rr′ parallelen Seitengeschwindigkeiten das Aeth theilchen von C nach r treiben, so dafs also die zwei von kommenden Geschwindigkeiten *dasselbe* Zeichen haben. D zwei primitiven, mit RR′ parallelen Geschwindigkeiten a werden dieses Aethertheilchen die eine von C nach R, d andere von C nach R′ treiben, so dafs sie sich also gegens tig vermindern oder theilweise aufheben, weil hier die b den Geschwindigkeiten *verschiedene* Zeichen haben oder, w dasselbe ist, weil ihre Phasen um eine halbe Wellenlänge v schieden sind.

I. Diesem gemäfs wird also der Lichtstrom Jo in zw andere aufgelöst seyn, deren Phasen um die Gröfse E—E′= verschieden sind und deren Intensität $\text{Cos.}^2\varphi\ \text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$ und $\text{Sin.}^2\varphi\ \text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ seyn wird, und der Lichtstrom wird in zwei andere aufgelöst seyn, deren Phasen um die Grö $(\varDelta + \frac{1}{2}\lambda)$ verschieden sind und deren Intensität $\text{Cos.}^2\varphi\ \text{Sin.}^2(\varphi - \Theta)$ und $\text{Sin.}^2\varphi\ \text{Cos.}^2(\varphi - \Theta)$ ist. Verbindet man also die mit dem, was oben (§. 19. III.) über die Zusammensetzung d Wellen gesagt worden ist, so erhält man für die Intensität

Bilder, die aus den zwei Lichtströmen Jo und Je nach
n Durchgang durch das Prisma entstehn, die folgenden
drücke:

$$
\left.\begin{aligned}
&= \text{Cos.}^2\varphi\,\text{Cos.}^2(\varphi-\Theta)+\text{Sin.}^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi-\Theta)\\
&\quad +2\,\text{Sin.}\,\varphi\,\text{Cos.}\,\varphi\,\text{Sin.}\,(\varphi-\Theta)\,\text{Cos.}\,(\varphi-\Theta)\,\text{Cos.}\frac{2\pi\varDelta}{\lambda}\\
&= \text{Cos.}^2\varphi\,\text{Sin.}^2(\varphi-\Theta)+\text{Sin.}^2\varphi\,\text{Cos.}^2(\varphi-\Theta)\\
&\quad -2\,\text{Sin.}\,\varphi\,\text{Cos.}\,\varphi\,\text{Sin.}\,(\varphi-\Theta)\,\text{Cos.}\,(\varphi-\Theta)\,\text{Cos.}\frac{2\pi\varDelta}{\lambda}
\end{aligned}\right\}
$$

man durch eine einfache Transformation der trigonometri-
Functionen auch so darstellen kann

$$
\left.\begin{aligned}
(\text{J o}) &= \text{Cos.}^2\Theta-\text{Sin.}2\varphi\,\text{Sin.}2(\varphi-\Theta)\,\text{Sin.}^2\frac{\pi\varDelta}{\lambda}\\
(\text{J e}) &= \text{Sin.}^2\Theta+\text{Sin.}2\varphi\,\text{Sin.}2(\varphi-\Theta)\,\text{Sin.}^2\frac{\pi\varDelta}{\lambda}
\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ (\text{I})
$$

lie Summe dieser beiden Intensitäten (J o) und (J e) wie-
leich der Einheit ist, wie es seyn mufs.

I. Demnach wird also der anfänglich polarisirte homo-
Lichtstrahl während seines Durchganges in der Krystall-
und im Prisma in zwei Strahlen zerlegt, die im Allge-
n ungleich sind und daher auch den von ihnen erzeug-
ildern eine ungleiche Intensität geben. Da der Index
efraction für die verschiedenen Farben des Spectrums
iner Farbe zur andern in seinem numerischen Werthe
hr wenig variirt, so wird auch die Gröfse $\varDelta$ für jede
sehr nahe denselben constanten Werth beibehalten. Hat
lso zu seinen Experimenten weifses (aus allen Farben
mengesetztes) Sonnenlicht genommen, so wird man die
der zwei Bilder auf folgende Weise bestimmen kön-
Man dividirt die Gröfse $\varDelta$ nach und nach durch die
nlänge λ einer jeden einzelnen der sieben bekannten
, die so erhaltenen Quotienten, in den letzten Gleichun-
bstituirt, werden also sieben Gruppen für die Werthe von
nd (J e) geben. Diese sieben Werthe von (J o) werden dann
ativen Intensitäten der sieben Farben in dem gewöhnlichen

Bilde geben, und ganz ebenso wird man auch aus (Je) die sieben Farben des außergewöhnlichen Bildes erhalten. Dabei ist für sich klar, daſs die Farben jedes zweiten Bildes die complementären zu den Farben des analogen ersten Bildes seyn werden, da nach den letzten Gleichungen die Summe von (Jo) und (Je) gleich der Einheit ist. Fresnel hat diese Rechnungen für mehrere Fälle ausgeführt und sie mit den Beobachtungen vollkommen übereinstimmend gefunden.

III. Wenn die Dicke der Platte und die Gröſse Δ dieselbe bleibt, aber dafür der Hauptschnitt der Platte oder des Prisma's eine andere Lage erhält, d. h. wenn die Gröſsen φ und Θ sich ändern, so werden auch die Intensitäten der beiden Bilder sich ändern, aber die Farbe derselben wird ungeändert bleiben. Denn wenn sich die Werthe von (Jo) und (Je) in Gleichungen (I) auf ihre ersten Glieder $\text{Cos.}^2\,\Theta$ und $\text{Sin.}^2\,\Theta$ reduciren, so wird das Verhältniſs dieser zwei Intensitäten dieselbe bleiben, wenn man auch von einer Farbe zur andern übergeht, so daſs also die Bilder weiſs seyn würden, d. h. daſs das weiſse Licht, dessen Intensität die Einheit ist, sich ohne Decomposition über die beiden Bilder vertheilt, und ihnen bloſs die zwei ungleichen Intensitäten $\text{Cos.}^2\,\Theta$ und $\text{Sin.}^2\,\Theta$ geben würde. Aber die zweiten Glieder dieser Gleichungen (I) zeigen, daſs sich diese Vertheilung auf eine ganz andere Weise macht. Denn ein Theil von jeder Farbe, die durch die Gröſse

$$\text{Sin.}\,2\varphi\ \text{Sin.}\,2(\varphi-\Theta)\ \text{Sin.}^2\,\frac{\pi\Delta}{\lambda}$$

vorgestellt worden ist, wirkt gleichsam dem einen Bilde entzogen, um dafür auf das andere übergetragen zu werden. So lange das Product $\text{Sin.}\,2\varphi\ \text{Sin.}\,2(\varphi-\Theta)$ positiv ist, gewinnt dadurch das auſsergewöhnliche Bild, während das gewöhnliche verliert, und das Gegentheil hat statt, wenn jenes Product negativ ist. Wenn dieser gegenseitige Austausch für alle Farben denselben Werth hätte, so würden auch dann die beiden Bilder weiſs bleiben, nur würde das eine auf Kosten des andern mehr erleuchtet seyn. Allein da diese Gröſse für jede Farbe einen andern Werth hat (weil nämlich der Factor $\text{Sin.}^2\,\frac{\pi\Delta}{\lambda}$ sich mit der Farbe ändert), so wird z. B. das begünstigte Bild

verschiedenen Farben des andern Bildes ungleiche An-
dieser Farben an sich gerissen haben und daher in
lben Farben gewinnen, in welchen das andere verliert.
werden diese Farben der beiden Bilder, die immer un-
ch complementär sind, *dieselben* bleiben für alle Wer-
von φ und Θ, und ihre Intensität wird der Gröſse
$2\varphi \text{Sin.}^2 2(\varphi - \Theta)$ proportional, das heiſst für ein con-
s φ mit der Gröſse Θ veränderlich seyn. Auch muſs
bemerkt werden, daſs die beiden Bilder die ihnen zu-
enden Farben nicht jedes für sich ausschlieſsend behal-
sondern daſs sie, in diesen Farben, mit einander abwech-
werden, sobald der Factor $\text{Sin.} 2\varphi \text{Sin.} 2(\varphi - \Theta)$ eben-
sein Zeichen wechselt.

V. Um aber auf diese Weise in der That *farbige* Bil-
n erhalten, muſs nothwendig die Krystallplatte sehr dünn
Denn da das Sonnenspectrum nicht bloſs sieben, son-
eigentlich unzählig viele Farben enthält, so daſs also auch
dieser sieben Hauptfarben aus unzähligen Lichtwellen be-
, deren jede ihre eigene Länge λ hat, so wird der von
Bilde auf das andere übergehende Antheil von Licht
gröſser seyn, je gröſser Δ ist. Ist daher die Dicke der
llplatte bedeutend, so enthält die Gröſse Δ eine be-
iche Menge von Wellen jeder Art und die Bilder er-
en daher in allen Farben zugleich, d. h. sie erscheinen
Wenn aber, für sehr dünne Platten, die Gröſse Δ nur
hr geringe Anzahl von den Wellen jeder Art enthält, so wer-
e Wellen der einen Art, d. h. der einen Farbe, die Wellen
dern Arten leichter überwiegen können und das Bild wird
in der Farbe dieser überwiegenden Wellen erscheinen.

ach diesen vorläufigen Betrachtungen wollen wir nun zu
gentlichen mathematischen Theorie dieser interessanten
nene übergehn.

Bestimmung des durch Krystallplatten gegangenen Lichts.

ehmen wir an, daſs ein dünnes Plättchen von isländi-
(oder einem anderen einaxigen) Krystall senkrecht auf
e des Krystalls geschnitten ist und daſs auf dasselbe

das Licht nahe in der Richtung dieser Axe auffalle. Man suche die Geschwindigkeiten der dadurch entstandenen gewöhnlichen sowohl als aufsergewöhnlichen Wellen, und die Retardationen, welche jede dieser zwei Wellen während ihres Durchganges durch den Krystall erleidet.

I. Betrachten wir zu diesem Zwecke zuerst den aufsergewöhnlichen Strahl E. Es sey AB die Richtung des einfallenden Strahls (oder, was dasselbe ist, die Normale auf die einfallende Wellenfronte) und BC die Normale auf die Wellenfronte des aufsergewöhnlichen Strahls (welche Normale nicht immer mit der Richtung des gebrochenen aufsergewöhnlichen Strahls zusammenfällt). Sey ferner CD die zu AB parallele Richtung des Austritts der Strahlen aus der Krystallplatte, und bezeichne man durch I den mit der Linie AB gebildeten Incidenzwinkel, sowie durch R den mit BC gebildeten Refractionswinkel. Endlich sey noch v die Geschwindigkeit der aufsergewöhnlichen Welle vor und v' nach ihrem Eintritt in B in die Platte, senkrecht auf die Fronte dieser Welle genommen, und T die Dicke der Platte. Dieses vorausgesetzt, wird die Zeit, während welcher das Licht durch die Linie BC im Innern des Krystalls geht, gleich

Fig. 236.

$$\frac{T}{v' \operatorname{Cos.} R}$$

und der Raum, welchen dieses Licht während derselben Zeit in der Luft beschrieben hätte, wird gleich

$$\frac{T v}{v' \operatorname{Cos.} R}$$

seyn. Da aber die Wellenfronte bei ihrem Eintritt in B senkrecht zu AB und bei ihrem Austritt in C senkrecht zu CD ist, so ist der ganze Weg, um welchen die Welle fortgeschritten ist,

$$BE = T \cdot \frac{\operatorname{Cos.}(I - R)}{\operatorname{Cos.} R}.$$

Nennt man also ϱ' die Retardation der Welle oder den Raum in der Luft, um welchen die Welle zurückgeblieben ist, so hat man

$$\varrho' = \frac{T}{\operatorname{Cos.} R}\left(\frac{v}{v'} - \operatorname{Cos.}(I - R)\right)$$

$$\varrho' = \frac{T}{\text{Cos.}R}\left(\frac{\nu}{\nu'} - \text{Cos.}I\,\text{Cos.}R - \text{Sin.}I\,\text{Sin.}R\right).$$

in wenn GH eine der Lagen der Wellenfronte vor und nach dem Einfall des Lichts in B bezeichnet, so müssen Wege GB und HK in derselben Zeit beschrieben wer-, so dafs man daher hat

$$\frac{GB}{HK} = \frac{\nu}{\nu'},$$

da auch $\frac{GB}{HK} = \frac{\text{Sin.}I}{\text{Sin.}R}$ ist, so hat man

$$\text{Sin.}R = \frac{\nu'}{\nu}.\text{Sin.}I.$$

endlich das Loth auf die brechende Fläche (nach der obi- Voraussetzung der Aufgabe) mit der Axe des Krystalls ıcidirt, so ist auch (§. 51. II.)

$$\nu' = \sqrt{a^2\,\text{Cos.}^2 R + c^2\,\text{Sin.}^2 R}.$$

; diesen Gleichungen folgt

$$\text{Sin.}R = \frac{a\,\text{Sin.}I}{\sqrt{\nu^2 - (c^2 - a^2)\,\text{Sin.}^2 I}},$$

$$\text{Cos.}R = \frac{\sqrt{\nu^2 - c^2\,\text{Sin.}^2 I}}{\sqrt{\nu^2 - (c^2 - a^2)\,\text{Sin.}^2 I}}$$

$$\nu' = \frac{a\nu}{\sqrt{\nu^2 - (c^2 - a^2)\,\text{Sin.}^2 I}},$$

lafs man daher, wenn man diese Ausdrücke in den obi- Werth von ϱ' substituirt, für die gesuchte Retardation aufsergewöhnlichen Strahls erhält

$$\varrho' = T.\left(\frac{\sqrt{\nu^2 - c^2\,\text{Sin.}^2 I}}{a} - \text{Cos.}I\right).$$

II. Um ebenso die Retardation ϱ für den gewöhnlichen hl zu finden, wird man in dem Werthe von ϱ' nur a c setzen (vergl. §. 51. I. und II.), so dafs man daher

$$\varrho = T.\left(\frac{\sqrt{\nu^2 - a^2\,\text{Sin.}^2 I}}{a} - \text{Cos.}I\right).$$

Bemerken wir, daſs die Constante c gröſser ist als a für den isländischen Spath, für Beryll, Rubin, Smaragd, Turmalin, Sapphir und für mehrere andere Krystalle, die man deshalb *negative* Krystalle nennt, weil für sie auch a — c eine negative Gröſse ist; für *positive* Krystalle aber, wie für Bergkrystall, Eisenoxyd, für Apophyllit, Boracit, Eis u. s. w. ist c kleiner als a, also auch a — c eine positive Gröſse.

III. Hier aber haben wir es bloſs mit der Differenz dieser beiden Gröſsen oder mit der Gleichung zu thun

$$\varrho - \varrho' = \frac{T}{a} . \left(\sqrt{\nu^2 - a^2 \text{Sin.}^2 I} - \sqrt{\nu^2 - c^2 \text{Sin.}^2 I}\right).$$

Ist nun der Incidenzwinkel I nur klein oder fällt das Licht nahe senkrecht auf die Krystallplatte, so hat man den genäherten Ausdruck

$$\varrho - \varrho' = T . \frac{c^2 - a^2}{2 a \nu} . \text{Sin.}^2 I,$$

wo wir der Kürze wegen $\varrho - \varrho' = \Delta$ setzen wollen.

IV. Um daher die Verrückung in den Aethertheilchen, die durch diese zwei Lichtströme hervorgebracht wird, auszudrücken, haben wir die Vibration des gemeinen Lichts bisher durch

$$a \,\text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

dargestellt, so daſs daher die hier zu betrachtende Vibration seyn wird

$$a \,\text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} [\alpha t - (x - \Delta)] \text{ oder } a \,\text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right].$$

65) Bestimmung des durch Krystallplatten gehenden Lichtes, wenn die Platte zwischen zwei Spiegel gelegt wird.

Es werde nun die im Anfange des §. 63. erwähnte Krystallplatte, die auf die Axe senkrecht geschnitten ist und auf welche das Licht nahe in der Richtung dieser Axe auffällt, zwischen die zwei Reflexionsebenen C und K (Fig. 225) gelegt. Man suche die Intensität des Lichts für verschiedene

cte des Bildes, welches nach der Reflexion des Lichts von analysirenden Ebene K gesehn wird. Um dieses interes-
e Problem aufzulösen, stellen wir uns die Richtung irgend es Lichtstrahls senkrecht zu der Papierebene vor. Nennen φ den Winkel der durch den Strahl und durch die Axe Krystalls (d. h. nach §. 51. I. durch die *Hauptebene* für en Strahl) gehenden Ebene mit der ersten Polarisations-
ne und sey ebenso Θ der Winkel dieser ersten Polarisa-
sebene mit der analysirenden Reflexionsebene K. Wird n die Vibration des von der ersten Reflexionsebene C po-
sirten Lichtes durch

Fig. 237.

$$a \, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

gestellt, die senkrecht auf die erste Polarisationsebene ist, wird, wenn das Licht in den Krystall tritt, diese Vibra-
n in zwei andere zerlegt werden, nämlich in

$$a \, \text{Cos.} \varphi \, . \, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

krecht zur Hauptebene, wodurch der gewöhnliche Strahl steht, und in

$$a \, \text{Sin.} \varphi \, . \, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

llel zur Hauptebene, wodurch der aufsergewöhnliche Strahl steht. Der erste dieser beiden Ausdrücke kann auch noch richtig angenommen werden, nachdem der *gewöhnliche* hl schon aus dem Krystall ausgetreten ist, wenn man näm-
nur die Werthe von x und t gehörig ändert; aber für aufsergewöhnlichen Strahl mufs man dann (nach §. 63. IV.) Ausdruck nehmen

$$a \, \text{Sin.} \varphi \, . \, \text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right].$$

nn nun das Licht, wie es aus der Krystallplatte kommt, ittelbar ins Auge treten sollte, so würde die Intensität des hts, obschon es in verschiedenen Richtungen aus dem Kry-
le kommt, doch nicht geändert werden; denn die Intensi-
des gewöhnlichen Lichtes würde gleich $a^2 \, \text{Cos.}^2 \varphi$ und des aufsergewöhnlichen würde $a^2 \, \text{Sin.}^2 \varphi$ seyn, so dafs die Summe dieser beiden Ausdrücke oder die Gröfse a^2

die Intensität der vereinigten Lichtwellen bezeichnete. Wenn aber das Licht, nachdem es die Krystallplatte verlassen hat, zuerst auf die analysirende Ebene K des Polarisationsinstruments fällt, so bleiben nur diejenigen aufgelösten Theile der Vibrationen übrig, die senkrecht zu dieser Ebene K stehn[1]. Diese aufgelösten Theile sind für den gewöhnlichen Strahl

$$a \,\text{Cos.}\, \varphi \,.\, \text{Cos.}\, (\varphi + \Theta) \,.\, \text{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$$

und für den aufsergewöhnlichen Strahl

$$a \,\text{Sin.}\, \varphi \,.\, \text{Sin.}\, (\varphi + \Theta) \,\text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \frac{2\pi \Delta}{\lambda}\right]$$

und nun wird die *Summe* dieser zwei Ausdrücke die Vibration des Lichtes bezeichnen, welches von der Ebene C polarisirt durch die Krystallplatte H durchgelassen und von der analysirenden Platte K in das Auge des Beobachters reflectirt worden ist. Um diese Summe zu erhalten, mufs man zuerst den Ausdruck

$$\text{Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x) + \frac{2\pi \Delta}{\lambda}\right]$$

in seine zwei Theile auflösen, wo man denn

$$a \,\text{Cos.}\, \varphi \,\text{Cos.}\, (\varphi + \Theta) + a \,\text{Sin.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, (\varphi + \Theta) \,\text{Cos.} \frac{2\pi \Delta}{\lambda}$$

für den Factor von Sin. $\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$ und ebenso

$$a \,\text{Sin.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, (\varphi + \Theta) \,\text{Sin.} \frac{2\pi \Delta}{\lambda}$$

für den Factor von Cos. $\frac{2\pi}{\lambda} (\alpha t - x)$ findet. Die Summe der Quadrate dieser zwei Factoren wird (nach §. 21. II.) das Mafs der gesuchten Intensität (I) seyn. Diese Summe ist aber

1 Nach dem Vorhergehenden wird zwar nicht alles auf die Reflexionsebene K gehende Licht zurückgeworfen, sondern auch ein Theil desselben durch die in dem Rahmen G liegenden Glasplatten durchgelassen, so dafs man also die vorhergehenden Ausdrücke noch mit einem constanten Factor (mit einem eigentlichen Bruche) multipliciren sollte, der aber hier vernachlässigt werden kann, da man doch nur die *Verhältnisse*, nicht die absoluten Gröfsen der Lichtintensitäten sucht.

$$(I) = a^2 \text{Cos.}^2 \varphi \,\text{Cos.}^2 (\varphi + \Theta) + a^2 \text{Sin.}^2 \varphi \,\text{Sin.}^2 (\varphi + \Theta)$$
$$+ 2 a^2 \text{Sin.}\,\varphi \,\text{Cos.}\,\varphi \,\text{Sin.}(\varphi + \Theta) \,\text{Cos.}(\varphi + \Theta) \,\text{Cos.} \frac{2\pi\Delta}{\lambda},$$

lchen Ausdruck man auch so schreiben kann

$$) = \tfrac{1}{2} a^2 \left[1 + \text{Cos.}2\varphi \,\text{Cos.}2(\varphi + \Theta) + \text{Sin.}2\varphi \,\text{Sin.}2(\varphi + \Theta) \,\text{Cos.} \frac{2\pi\Delta}{\lambda} \right]$$

er auch

$$(I) = a^2 \left[\text{Cos.}^2 \Theta - \text{Sin.}\,2\varphi \,\text{Sin.}\,2(\varphi + \Theta) \,\text{Sin.}^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} \right]$$

er endlich, wenn man der Kürze wegen $\varphi + \Theta = \psi$ setzt,

$$(I) = a^2 \left(\text{Cos.}^2 \Theta - \text{Sin.}2\psi \,\text{Sin.}2(\psi - \Theta) \,\text{Sin.}^2 \frac{\pi\Delta}{\lambda} \right),$$

d ganz dieselben Ausdrücke haben wir auch oben (§. 63. I.) ıalten, wenn man hier $a = 1$ setzt und den Winkel Θ ne- iv nimmt.

I. Dieser Ausdruck für (I) giebt also die Intensität des einer bestimmten Richtung in das Auge des Beobachters ıtretenden Lichtstrahls oder die Helligkeit eines bestimm- Punctes des Lichtbildes. Um zu bestimmen, wel- er Punct dieses Bildes gemeint ist, haben wir nur zu be- rken, dafs dieser Strahl den Incidenzwinkel I mit demje- en Strahle macht, der in der Richtung der Axe und in ei- Ebene eintritt, die um $\varphi + \Theta$ gegen die analysirende ene K geneigt ist, vorausgesetzt, dafs der Beobachter in Richtung der Bewegung des Strahls auf das Bild sieht. rch die Reflexion von der Ebene K wird zwar diese Rich- g der Strahlen in Beziehung auf *oben* und *unten* umge- rt, während sie in Beziehung auf *rechts* und *links* keine derung erleidet. Aber da ıs Auge, um das Licht aufzu- en, mit dem Beschauer der Figur in entgegengesetzter lung steht, so giebt es noch eine zweite Umkehrung in iehung auf *rechts* und *links*, nicht aber auch auf *oben* *unten*. Im Ganzen also kommt dieser Lichtstrahl von m Puncte, dessen scheinbare Winkeldistanz von einem an- fixen Puncte (durch welchen die zur Axe parallelen Strah- gehn) gleich dem Incidenzwinkel I ist, und diese Distanz l in derjenigen Richtung gemessen, die den Winkel $\varphi + \Theta$ mit der analysirenden Ebene K bildet, wenn man

von dem oberen Theile dieser Ebene nach der rechten Sei[te]
zu fortgeht. In dem dem Auge dargestellten Bilde kann d[er]
Incidenzwinkel I als der Radius Vector und $\psi = \varphi + \Theta$ al[s]
der Winkel betrachtet werden, den der Radius Vector mit de[m]
oberen Theile derjenigen Linie bildet, welche die analysirend[e]
Ebene K vorstellt.

66) Erster besonderer Fall des §. 64.

Bei der allgemeinen Betrachtung des in §. 64. behandel-
ten Problems müssen wir zwei besondere Fälle als vorzüglich
wichtig eigens untersuchen. Der erste Fall ist der, wenn di[e]
analysirende Ebene K des Polarisationsinstruments senkrech[t]
auf der ersten Polarisationsebene, d. h. wenn die Ebene K
so steht, dafs ohne Zwischenlegung der Krystallplatte kein
Licht reflectirt wird. Für diesen Fall ist der Winkel Θ gleich
einem rechten Winkel, und dann geht der oben erhaltene
Ausdruck der Intensität in den folgenden über

$$(I) = a^2 \, \text{Sin.}^2 2\psi . \text{Sin.}^2 \frac{\pi \varDelta}{\lambda}.$$

Dieser Ausdruck verschwindet also, welches auch der Werth
von λ seyn mag, so oft als $\text{Sin.}^2 2\psi = 0$ ist, das heifst für

$$\psi = 0, \ 90^\circ, \ 180^\circ, \ 270^\circ \ldots$$

also auch für

$$\varphi = 0, \ 90^\circ, \ 180^\circ, \ 270^\circ \ldots$$

und daraus folgt, dafs für jedes farbige Licht ein *schwarzes
Kreuz* besteht, das sich über das Lichtbild verbreitet, dafs
ferner die beiden Arme dieses Kreuzes gegen einander senk-
recht stehn, und dafs endlich der Durchschnittspunct dieser
Arme durch denjenigen Punct des Bildes geht, der von dem
zur Axe parallel einfallenden Lichte erzeugt wird. Für alle
übrigen Zwischenwerthe von φ verschwindet die Intensität (I)
nur dann, wenn

$$\frac{\pi \varDelta}{\lambda} = 0, \pi, \ 2\pi \ldots \text{ oder } \varDelta = 0, \lambda, \ 2\lambda \ldots$$

ist, oder, da $\varDelta = T . \frac{c^2 - a^2}{2 a \nu} . \text{Sin.}^2 I$ war, nur dann, wenn

$$\text{Sin. } I = 0, \ \sqrt{\frac{2 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}}, \ \sqrt{\frac{4 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}}, \ \sqrt{\frac{6 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}} \ldots$$

Am hellsten aber ist das Bild oder die Intensität ist am fsten und gleich (I) = $a^2 \text{Sin.}^2 2\psi$, wenn

$$\Delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots\ldots$$

r, was dasselbe ist, wenn

$$\text{Sin. I} = \sqrt{\frac{a\nu\lambda}{(c^2-a^2)\,T}}, \sqrt{\frac{3a\nu\lambda}{(c^2-a^2)\,T}} \ldots$$

Man sieht aus diesen Ausdrücken, daſs die vier Räume schen den Armen des Kreuzes von concentrischen hel- und dunklen Ringen eingenommen werden, von wel- n die Halbmesser der hellen Ringe sich wie die Zahlen , $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$.. und die von den dunklen sich wie , $\sqrt{4}$, $\sqrt{6}$.. verhalten. Jeder dieser einzelnen Ringe st ist der Gröſse $\frac{1}{\sqrt{T}}$ proportionirt, so daſs also dünnere ge zu dickeren Platten und umgekehrt gehören. Dieselben lbmesser verhalten sich überdieſs noch verkehrt wie die iſse $\sqrt{\frac{c^2-a^2}{a\nu}}$, und da dieser Ausdruck für ein schickliches ſs der doppeltbrechenden Kraft eines Prisma's oder einer stallplatte genommen werden kann, so werden diese Ringe ner seyn, wenn diese brechende Kraft des Krystalls gröſser und umgekehrt.

Endlich verhalten sich die Halbmesser dieser Ringe noch die Gröſse $\sqrt{\lambda}$, wenn man die Gröſse $\frac{a\nu}{c^2-a^2}$ als von λ bhängig betrachtet. Da nun λ für die rothen Strahlen (nach 17.) am gröſsten und für die violetten am kleinsten ist, so auch die Kreise für das rothe Licht die gröſsten und die das violette die kleinsten. Das Resultat ist also hier ge- dasselbe, als welches schon oben (§. 22. VIII.) bei den sen der Interferenz und (§. 28. IV. V.) bei Newton's enringen gefunden worden ist. Die Ringe, anfangs nur weiſs schwarz, erhalten sehr bald eine Beimischung von Far- , die für jeden der aufeinander folgenden Ringe verschie- sind und endlich in einem nahe gleichen Gemenge aller en wieder verschwinden. Wäre die Gröſse $\frac{a\nu}{c^2-a^2}$ con-

stant, so würde die Proportion der Halbmesser für verschiedene Farben, also auch die Farbenmischung selbst dieselbe wie in NEWTON's Ringen seyn. Da aber $\frac{a\nu}{c^2 - a^2}$ im Allgemeinen eine Function von λ ist, so variiren die Halbmesser der Ringe von verschiedenen Farben wie die Gröfse

$$\sqrt{\frac{a\nu\lambda}{c^2 - a^2}}$$

und die Farbenscale ist daher nicht dieselbe, wie bei NEWTON's Ringen. Diese Gröfse

$$\frac{a\nu}{c^2 - a^2}$$

variirt für die verschiedenen Werthe von λ in manchen Krystallen so stark, dafs HERSCHEL in einer Varietät des einaxigen Apophyllits die Gröfse

$$\frac{a\nu\lambda}{c^2 - a^2}$$

beinahe ganz constant gefunden hat, so dafs er mehr als 30 gefärbte Ringe deutlich sehn konnte, während für eine andere Varietät desselben Krystalls der Werth von $c^2 - a^2$ für rothe Strahlen positiv, für violette negativ und für die Mitte des Spectrums gleich Null wurde, und er nur mit Mühe einen oder zwei Ringe erblicken konnte. Dafs übrigens alle diese Resultate der Theorie mit den oben angezeigten Experimenten auf das Schönste übereinstimmen, bedarf keiner weiteren Erinnerung. Bemerken wir nur noch, dafs, da nach dem Vorhergehenden die Halbmesser der Ringe sich wie die Gröfse $\sqrt{\frac{a\nu}{c^2 - a^2}}$ verhalten, daraus noch nicht gefolgert werden kann, dafs für $c^2 < a^2$, wo jener Ausdruck imaginär wird, keine Ringe möglich seyen. Wenn man den Gang der Analyse in §. 63. näher betrachtet, so sieht man, dafs die Schlüsse dieselben bleiben, wenn man auch $a^2 - c^2$ statt $c^2 - a^2$ setzt.

67) Zweiter besonderer Fall des §. 64.

Der zweite, hier eigens zu betrachtende, besondere Fall der in §. 64. geführten allgemeinen Untersuchung tritt

n die zur analysirenden Ebene K gehörende Reflexions-
ıe mit der polarisirenden Ebene C parallel ist. Für diesen
ist Θ gleich Null und der oben gefundene Ausdruck der
nsität geht in den folgenden über

$$(1) = a^2 . \left(1 - \text{Sin.}^2 2\psi . \text{Sin.}^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}\right).$$

irt man diesen Ausdruck zu dem im Anfange des §. 66.
estellten, so erhält man zur Summe beider die Gröfse a^2,
ıus folgt, dafs für diesen Fall die Intensität jedes Punctes
Bildes jene des §. 66. zur Einheit ergänzt, so dafs also
des *dunklen* die Ringe durchbrechenden Kreuzes jetzt ein
s Kreuz über diesen Ringen sichtbar seyn wird. Ganz
so werden statt der dunklen Ringe des §. 66. mit ihren
ımessern

$$\sqrt{\frac{2 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}}, \sqrt{\frac{4 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}} \ldots$$

statt jener hellen Ringe mit ihren Halbmessern

$$\sqrt{\frac{a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}}, \sqrt{\frac{3 a \nu \lambda}{(c^2 - a^2) T}} \ldots$$

die hellen Ringe jene ersten und die dunklen Ringe diese
n Halbmesser haben.

Allgemeine Bemerkungen zu dem Vorhergehenden.

n Allgemeinen bleibt, wenn die Gröfse $\text{Sin.} 2\psi \, \text{Sin.} 2(\psi - \Theta)$
ı Null ist, die Intensität constant für alle Werthe von Δ
von I (da nach §. 64. III. die Gröfse $\Delta = T . \frac{c^2 - a^2}{2 a \nu} . \text{Sin.}^2 I$
der man sieht in diesem Falle nur einen die Ringe un-
chenden Streifen. Denn die Aufeinanderfolge der Ringe
von der Variation der Werthe von $\text{Sin.}^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}$ ab und
Gröfse wird durch die Verschwindung ihres Factors
$\psi \, \text{Sin.} 2 (\psi - \Theta) = 0$ ganz vernichtet. Die letzte Glei-
giebt aber

$$\psi = 0^\circ \text{ oder } 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ \text{ oder auch}$$
$$\psi = \Theta \text{ oder } 90^\circ + \Theta, 180^\circ + \Theta, 270^\circ + \Theta,$$

so dafs man also zwei rechtwinklige Kreuze sieht, die um den Winkel Θ gegen einander geneigt sind und welche die Ringe unterbrechen. Die Intensität des Lichtes in diesen Kreuzen ist $a^2 \, Cos.^2 \, \Theta$. Für die Theile zwischen

$\psi = 0$ und $\psi = \Theta$, oder zwischen $\psi = 90^\circ$ und $\psi = 90^\circ + \Theta$

und ebenso zwischen

$$\psi = 180^\circ \text{ und } \psi = 180^\circ + \Theta,$$

oder endlich zwichen

$$\psi = 270^\circ \text{ und } \psi = 270^\circ + \Theta$$

ist der Factor von $Sin.^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}$ positiv, und die Beleuchtung des Bildes ist am gröfsten, wenn $\Delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots$, und am kleinsten, wenn $\Delta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots$ ist. Die vier durch diese Kreuze entstehenden Sectoren sind durch solche Ringtheile eingenommen, die den in §. 66. angegebenen gleichen, so dafs die Intensität der hellen Ringe gleich

$$\tfrac{1}{2} a^2 [1 + Cos.\, 2(2\psi - \Theta)] \text{ oder } a^2 \, Cos.^2 (2\psi - \Theta)$$

und die der dunkleren Ringe gleich $a^2 \, Cos.^2 \, \Theta$ ist.

Aber für die Theile zwischen $\psi = \Theta$ und $\psi = 90^\circ$ u. s. f. ist der Factor von $Sin.^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}$ negativ und das Licht am kleinsten für $\Delta = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2} \ldots$, am gröfsten dagegen für $\Delta = \lambda, 2\lambda, 3\lambda \ldots$, so dafs daher hier diese Sectoren durch solche Ringtheile eingenommen werden, die denen in §. 67. ähnlich sind, und dafs die Intensität der hellen Ringe gleich $a^2 \, Cos.^2 \, \Theta$, die der dunklen aber gleich $a^2 \, Cos.^2 (2\psi - \Theta)$ ist. Uebrigens haben die helleren Ringe in den letztgenannten Sectoren dieselben Halbmesser und dieselbe Helligkeit, wie die dunkeln Ringe in den erstgenannten Sectoren, und diese Helligkeit ist dieselbe mit der in den acht Armen der beiden Kreuze.

69) Erscheinungen des polarisirten Lichtes durch Fresnel's Rhombus.

Wir wollen nun wieder, wie in §. 65., eine auf die Axe senkrecht geschnittene Krystallplatte zwischen die

ıen C und K (Fig. 225) der Polarisationsmaschine, überdiefs zwischen die polarisirende Ebene C und die Krystallplatte oben (§. 57. III.) erwähnten Rhombus FRESNEL's so legen, die Reflexionsebene um 45 Grad gegen die Polarisations-e geneigt ist, wodurch also das auf die Krystallplatte fal-Licht eine circuläre Polarisation (§. 58. VI.) erhalten Um auch für diesen Fall die Intensität des von der e K reflectirten Lichts und die Gestalt der farbigen Ringe ıden, wird man die Vibration

$$a \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x),$$

ınkrecht auf die Ebene der ersten Polarisation ist, in zwei e zerlegen, von welchen die eine

$$\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

echt zu der Reflexionsebene des Rhombus, die an-

$$\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

l zu derselben Ebene ist. Da die Phase der letzten §. 57. II.) um 90° gröfser ist, so werden diese zwei onen nach ihrem Durchgange durch den Rhombus durch ei folgenden Ausdrücke dargestellt werden

$$\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

$$\frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x).$$

an diese Vibrationen in solche auf, die senkrecht und zur Hauptebene des Krystalls sind, so findet man für ration des gewöhnlichen Strahls

$$(45^\circ - \varphi) \operatorname{Sin.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + \frac{a}{\sqrt{2}} \operatorname{Sin.}(45^\circ - \varphi) \operatorname{Cos.} \frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x)$$

$$= \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \operatorname{Sin.} \left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + 45^\circ - \varphi \right)$$

die des aufsergewöhnlichen Strahls

Fffff 2

$$-\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Sin.}(45^\circ-\varphi)\text{Sin.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Cos.}(45^\circ-\varphi)\text{Cos.}\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)$$

$$=\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Cos.}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi\right).$$

Bei dem Austritte dieser Strahlen aus der Krystallplatte wird die gewöhnliche Vibration ihren vorigen Ausdruck unverändert beibehalten, die aufsergewöhnliche aber wird folgende Gestalt annehmen

$$\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Cos.}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi+\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right).$$

Der zur analysirenden Ebene K senkrecht zerlegte Theil dieser Vibration (der allein das Auge des Beobachters erreicht) wird seyn

$$\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Cos.}(\varphi+\Theta)\text{Sin.}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi\right)$$

$$+\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Sin.}(\varphi+\Theta)\text{Cos.}\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi+\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right).$$

Entwickelt man den letzten Ausdruck, so findet man für den Coefficienten von Sin. $\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi\right)$ die Gröfse

$$\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Cos.}(\varphi+\Theta)-\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Sin.}(\varphi+\Theta).\text{Sin.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda}$$

und für den Coefficienten von Cos. $\left(\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t-x)+45^\circ-\varphi\right)$ die Gröfse

$$\frac{a}{\sqrt{2}}\text{Sin.}(\varphi+\Theta).\text{Cos.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda},$$

so dafs daher die gesuchte Intensität des Lichts (oder die Summe der Quadrate dieser Ausdrücke) seyn wird

$$(\text{I})=\tfrac{1}{2}a^2\left\{1-\text{Sin.}2(\varphi+\Theta)\text{Sin.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right\}$$

oder, was dasselbe ist, da $\psi=\varphi+\Theta$ ist,

$$(\text{I})=\tfrac{1}{2}a^2.\left\{1-\text{Sin.}2\psi\,\text{Sin.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right\}.$$

I. Da in diesem letzten Ausdrucke von (I) die Gröfse Θ nicht mehr enthalten ist, so wird auch die Erschei-

t geändert werden, wenn man die analysirende Ebene K ihre Axe dreht. Wenn Sin.$2\psi = 0$ ist, das heifst für $= 0^0, 90^0, 180^0$ oder 270^0, ist die Intensität gleich $\frac{1}{2}a_1^2$, dieses zeigt, dafs hier ein Kreuz von mittlerer Intensität Ringe unterbricht. Ist aber $\psi > 0$ und $< 90^\circ$, oder ist 180° und $< 270^\circ$, so wird der Ausdruck von (I) ein Maim für

$$\frac{2\pi\varDelta}{\lambda} = \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2} \ldots \text{ oder für } \varDelta = \frac{3\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots,$$

egen ein Minimum für

$$\frac{2\pi\varDelta}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2} \ldots \text{ oder für } \varDelta = \frac{\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \ldots$$

iber $\psi > 90^\circ$ und $< 180^\circ$ oder ist $\psi > 270^\circ$ und $< 360^\circ$, vird der Ausdruck ein Maximum für

$$\varDelta = \frac{\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4} \ldots$$

ein Minimum für

$$\varDelta = \frac{3\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots$$

nach sind von den vier Quadranten, in welche das Bild dem Kreuze getheilt wird, die gegenüberstehenden ähnund die anliegenden zwei unähnlich, indem die hellen ;e in dem einen Quadranten dieselben Halbmesser haben, die dunklen Ringe in dem nächsten Quadranten. Vercht man diese Ausdrücke mit denen in §. 66., so sieht , dafs die Wirkung der Zwischenstellung des Rhombus Fresnel eigentlich darin besteht, dafs die Ringe in zwei der gegenüberstehenden Quadranten um $\frac{1}{4}\lambda$ auswärts und en zwei andern entgegenstehenden Quadranten um $\frac{1}{4}\lambda$ eins gedrängt worden sind und dafs das früher ganz dunkle ız jetzt einiges Licht erhalten hat. Die wichtigste Verrung aber, die dieser Rhombus hervorgebracht hat, ist dafs die Erscheinung selbst ganz dieselbe bleibt, wenn die Ebene K ringsum gedreht wird.

70) Bestimmung des Doppelstrahls bei einem zweiaxigen Krystalle.

Wenn von einem zweiaxigen Krystalle, dessen optische Axen nur wenig gegen einander geneigt sind (wie bei Salpeter oder Arragonit), eine dünne Platte senkrecht auf die Ebene geschnitten wird, die durch die beiden Axen geht, und wenn ein Lichtstrahl auf diese Platte unter einem sehr kleinen Einfallswinkel auffällt, so haben wir oben (§. 64. III.) für die Differenz der Retardationen der beiden Strahlen nahe

$$\varDelta = T.\frac{c^2 - a^2}{2a\nu}\ \text{Sin.}^2 I$$

oder, was dasselbe ist,

$$\varDelta = T.\frac{\nu.(c^2 - a^2)}{2a^3}\ \text{Sin.}^2 R$$

erhalten, wo die Differenz δ der Quadrate der Geschwindigkeiten der zwei Strahlen $(c^2 - a^2)$ Sin.^{2} R ist, so daſs man also auch

$$\varDelta = \frac{T.\nu}{2a^3}.\delta$$

setzen kann. Da nun die Differenz der Retardationen bloſs von der Differenz dieser Geschwindigkeiten kommt, so wird man der Wahrheit sehr nahe denselben letzten Ausdruck auch für den oben erwähnten zweiaxigen Krystall annehmen können. Aber nach §. 53. III. erleidet keiner der beiden Strahlen die gewöhnliche Refraction oder keiner von ihnen hat eine constante Geschwindigkeit. Da man hier aber nur die Differenz der beiden Geschwindigkeiten sucht, so wird man die Geschwindigkeit des einen doch noch der constanten Gröſse a gleich annehmen können, wo dann, wenn ν' die Geschwindigkeit des andern Strahls bezeichnet, die Gleichung bestehn wird

$$\frac{1}{\nu'^2} - \frac{1}{a^2} = C.\text{Sin.}m'.\text{Sin.}n',$$

wo m′ und n′ die Winkel sind, welche die zur Wellenfronte normale Linie mit den beiden Axen des Krystalls bildet, und wo C immer eine gegen die Einheit sehr kleine Gröſse bezeichnet. Daraus folgt

$$\nu'^2 = a^2 - C.a^4 \text{ Sin.} m' \text{ Sin.} n',$$

er

$$a^2 - \nu'^2 = C.a^4 \text{ Sin.} m'. \text{ Sin.} n'$$

dafs man daher für die obige Gröfse Δ den Ausdruck erlt

$$\Delta = \tfrac{1}{2} T.C.a\nu. \text{ Sin.} m' \text{ Sin.} n'.$$

eses vorausgesetzt betrachten wir das System der Strahlen der Luft, welches bei seinem Eintritt in den Krystall in den den bezeichneten Richtungen fortgeht. Seyen m und n die inkel, die derselbe Strahl in der Luft mit denjenigen Strah- macht, die bei ihrem Eintritt in den Krystall in der Rich- ıg der zwei optischen Axen desselben fortgehn. Da alle brochene Strahlen (die durch die zur Wellenfronte norma- Linien dargestellt werden) in denselben zu der brechen- n Oberfläche senkrechten Ebenen liegen, wie die einfallen- n Strahlen, und da alle Refractionswinkel sehr nahe in dem- lben Verhältnifs zu den Einfallswinkeln stehn, so werden le übrigen von ihnen abhängigen Winkel, so wie ihre Si- us, ebenfalls nahe dasselbe Verhältnifs beibehalten. Sonach ird man die genäherten Ausdrücke haben

$$\text{Sin.} m' = \frac{a}{\nu} \text{ Sin.} m \text{ und Sin.} n' = \frac{a}{\nu} \text{ Sin.} n,$$

dafs also der Werth von Δ in den folgenden übergeht

$$\Delta = \tfrac{1}{2} \frac{T C a^3}{\nu} \text{ Sin.} m \text{ Sin.} n.$$

I. Lassen wir nun diese Krystallplatte zwischen die po- isirende und analysirende Ebene (Fig. 224) treten und su- en wir auch hier die Intensität des Lichts für verschiedene ıncte des Bildes, das nach der Reflexion von der analysi- ıden Ebene K entsteht. Ist φ der Winkel, welchen die Po- isationsebene eines jeden Strahls mit der Ebene der ersten larisation bildet, so wird der Ausdruck von (I), den wir en (§. 65.) gefunden haben, auch hier noch gelten, oder man ırd haben

$$(I) = a^2 \left[\text{Cos.}^2 \Theta - \text{Sin.} 2\varphi \text{ Sin.} 2(\varphi + \Theta) \text{ Sin.}^2 \frac{\pi \Delta}{\lambda}\right].$$

Sey nun die Projection der Strahlenrichtungen und der Fig. 238. benen auf der Oberfläche einer Kugel (oder vielmehr auf der

eine Kugel tangirenden Ebene), deren Halbmesser r ist und in deren Mittelpuncte das Auge des Beobachters steht. Die Puncte A und B sollen die optischen Axen, P irgend einen Lichtstrahl und DE die Ebene der ersten Polarisation vorstellen. Wenn nun die Linie PQ den Winkel APB halbirt, so stellt (nach §. 53. II.) PQ die Polarisationsebene des Lichtstrahls vor und es ist $PQA = \varphi + \beta$, und da auch nahe

$$\text{Sin. m} = \frac{AP}{r} \text{ und Sin. n} = \frac{BP}{r}$$

ist, so hat man

$$\varDelta = \tfrac{1}{2} . \frac{TCa^3}{\nu r^2} . AP . BP .$$

II. Was nun die Gestalt der Streifen betrifft, die auch hier über die Ringe hinziehn, so wird man diese Streifen erhalten, wenn man den Factor von $\text{Sin.}^2 \frac{\pi \varDelta}{\lambda}$ in dem letzten Ausdrucke gleich Null setzt, das heifst, wenn man annimmt

$$\text{Sin.} 2\varphi = 0 \text{ oder auch Sin.} 2(\varphi + \Theta) = 0,$$

woraus folgt

$$\text{Tang.} 2(\varphi + \beta) = \text{Tang.} 2\beta \text{ oder Tg.} 2(\varphi + \beta) = \text{Tg.} 2(\beta - \theta).$$

Bezieht man nun P auf den (die Linie AB halbirenden) Punct C durch die rechtwinkligen Coordinaten x und y, wo x in der Richtung CA und y darauf senkrecht ist, und setzt man $CA = b$, so hat man

$$\text{Tang. PAF.} = \frac{y}{x - b} \text{ und Tang. PBF} = \frac{y}{x + b}$$

und daher

$$\text{Tang.} 2(\varphi + \beta) = \text{Tang.} 2 PQA = \text{Tang.} (PBF + PAF)$$

oder, was dasselbe ist,

$$\text{Tang.} 2(\varphi + \beta) = \frac{\text{Tang. PBF} + \text{Tang. PAF}}{1 - \text{Tang. PBF . Tang. PAF}}.$$

Substituirt man in der letzten Gleichung die vorhergehenden Werthe von Tang. PAF und Tang. PBF, so erhält man

$$\text{Tang.} 2(\varphi + \beta) = \frac{2xy}{x^2 - b^2 - y^2}.$$

Demnach sind jene Streifen durch die zwei Gleichungen bestimmt

$$\frac{2xy}{-b^2-y^2} = \text{Tang.}\,2\beta \text{ und } \frac{2xy}{x^2-b^2-y^2} = \text{Tang.}\,2(\beta-\Theta)$$

', was dasselbe ist, durch die zwei Gleichungen

$$\left.\begin{array}{l}(x^2-b^2-y^2)\ \text{Tang.}\,2\beta - 2xy = 0 \\ (x^2-b^2-y^2)\ \text{Tang.}\,2(\beta-\Theta) - 2xy = 0\end{array}\right\}.$$

in diese zwei Gleichungen gehören offenbar zu Hyper-, deren Mittelpunct C ist. Da in beiden $y=0$ für $x=\pm b$, so gehn diese Hyperbeln durch die Puncte A und B. Lage ihrer Asymptoten aber wird man erhalten, wenn die Coordinaten x und y sehr grofs gegen b annimmt. e Annahme giebt in der ersten Gleichung

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{2y}{x}\ \text{Cotg.}\,\beta - 1 = 0,$$

heifst,

$$\frac{y}{x} = +\ \text{Tang.}\,\beta \text{ oder } = -\ \text{Cotg.}\,\beta,$$

ebenso in der zweiten Gleichung

$$\frac{y}{x} = +\ \text{Tang.}\,(\beta-\Theta) \text{ oder } = -\ \text{Cotg.}\,(\beta-\Theta),$$

us folgt, dafs beide Hyperbeln rechtwinklig sind und dafs Asymptoten der einen Hyperbel zu der Ebene der ersten risation parallel und senkrecht sind, während die Asympto- der andern gegen jene um den Winkel Θ geneigt sind. ich ist noch die Intensität des Lichts in diesen Streifen

$$(I) = a^2\ \text{Cos.}^2\,\Theta.$$

III. Ist $\beta = 0$ oder 90°, so ist Tang. $2\beta = 0$ und die ergehenden ersten Hyperbeln verwandeln sich in gerade n, deren eine die Richtung FG hat, die andere darauf recht steht und durch den Punct C geht. Ebenso, wenn Θ oder $90^\circ + \Theta$ ist, so gehn die zweiten Hyperbeln in ähnliches geradliniges Kreuz über. Welches auch der th von β seyn mag, ist $\Theta = 0$ oder 90°, so fallen die Hyperbeln auf einander, aber der Werth $\Theta = 0$ giebt Intensität a^2 oder einen sehr hellen Streifen und der th $\Theta = 90^0$ giebt die Intensität Null oder einen ganz len Streifen.

IV. Die Gestalt der Ringe selbst aber ist durch die Va-
riation des Werthes des letzten Gliedes

$$-\mathrm{Sin.}2\varphi\,\mathrm{Sin.}2(\varphi+\Theta).\mathrm{Sin.}^2\frac{\pi\Delta}{\lambda}$$

jenes Ausdrucks von (I) gegeben. Ist nämlich

$$\varphi \begin{matrix}>0\\<90^\circ-\Theta\end{matrix}\Big\}\ \text{oder}\ \varphi \begin{matrix}>90^\circ\\<180^\circ-\Theta\end{matrix}\Big\}\ \text{oder}\ \varphi \begin{matrix}>180^\circ\\<270^\circ-\Theta\end{matrix}$$

$$\text{oder}\ \varphi \begin{matrix}>270^\circ\\<360^\circ-\Theta\end{matrix}$$

wo die Grenzen dieser Gröfsen durch die bereits ver[...]
ten Hyperbeln bestimmt sind, so ist die Intensität am g[...]
ten für

$$\Delta=0,\ \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda\ \ldots$$

und am kleinsten für

$$\Delta=\tfrac{1}{2}\lambda,\ \tfrac{3}{2}\lambda,\ \tfrac{5}{2}\lambda\ \ldots.$$

Ist aber $\varphi \begin{matrix}>90^\circ-\alpha\\<90^\circ\end{matrix}\Big\}$, so ist die Intensität am gröfsten fü[r]

$$\Delta=\tfrac{1}{2}\lambda,\ \tfrac{3}{2}\lambda,\ \tfrac{5}{2}\lambda\ \ldots$$

und am kleinsten für

$$\Delta=0,\ \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda\ \ldots$$

Ebenso wird man leicht die Fälle für $\Theta=0$ oder $\Theta=9[0^\circ]$
u. s. w. entwickeln.

V. Daraus folgt, dafs das Bild im Allgemeinen au[s Bo-]
gen, die durch andere Streifen durchbrochen sind, be[stehen]
wird, so zwar, dafs die hellen Bogen auf einer Seite [der]
Streifen den dunklen auf der andern Seite entsprechen [(die]
Fälle $\Theta=0$ oder $\Theta=90^\circ$ ausgenommen) und dafs die G[e-]
stalt dieser Ringe durch die Gleichung

$$\Delta=\lambda.\mathrm{Const.}$$

bestimmt werden wird, das heifst (nach Nr. I.), durch d[ie]
Gleichung

$$\tfrac{1}{2}\frac{\mathrm{T\,C\,a}^3}{\nu\,\mathrm{r}^2}\,\mathrm{AP.PB}=\lambda.\mathrm{Const.},$$

wo die Constante die Ordnung der Ringe bestimmt. Die d[urch]
diese Gleichung

$$\mathrm{AP.PB}=\frac{2\nu\mathrm{r}^2\lambda}{\mathrm{T\,C\,a}^3}.\mathrm{Const.}$$

lten Curven sind von derjenigen Art, die man *Lem-*
 nennt, wo nämlich das *Product* der beiden Radien,
zwei festen innern Puncten an irgend einen Punct der
gezogen werden, eine constante Gröfse ist, während
bei der Ellipse die *Summe* der zwei Radien constant
die Constante sehr klein, so werden diese Curven sehr
Kreise seyn, die A und B zu ihren Mittelpuncten ha-
Wenn diese Constante wächst, so erweitern sich diese
gegen die Seite von C hin. Für eine noch gröfsere
ite gehn je zwei dieser Curven in eine der ∞ ähnliche
über, wo der Durchschnittspunct der Bogen in den
C fällt; weiter gehn sie wieder in einzelne Figuren
die einem zu beiden Seiten eingedrückten Kreise ähn-
nd, und endlich nehmen sie die Gestalt eines zu beiden
schwach abgeflachten Kreises an. Alle diese Gestalten
ereits in der Fig. 104 (des Art. *Polarisation* Seite 789)
ellt worden.

I. Da das Product AP.BP gleich einer Constante ist,
e die Ordnung der Ringe bestimmt, so werden sich die
esser der auf einander folgenden Ringe, so lange sie
lein sind, nahe wie die Zahlen 1, 2, 3 . . verhalten.
er Beziehung sind sie also verschieden von jenen, die wir
§. 66.) für einen einaxigen Krystall gleich $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$...
en haben. Da sich ferner das Product AP.BP, wenn
ebrige gleich ist, wie verkehrt die Gröfse T verhält, so
eine dickere Platte desselben Krystalls kleinere Ringe
als eine dünne, und da ebenso das Product AP.BP,
ebrige gleich gesetzt, sich wie verkehrt die Gröfse C ver-
so werden die Ringe kleiner seyn für einen Krystall,
ne grofse Differenz der Geschwindigkeiten der beiden
n giebt. Da endlich dasselbe Product AP.BP, alles
e gleich genommen, sich direct wie die Wellenlänge λ
t, so werden alle oben erwähnte Curven für die rothen
n gröfser seyn, als für die violetten.

II. Noch mufs hier eine sonderbare und bisher noch
bemerkte Differenz zwischen den Curven von verschie-
Farben erwähnt werden, dafs nämlich die optischen
für die verschiedenen Farben nicht coincidiren, wäh-
loch in allen andern Beziehungen die Stellenveränderun-

gen rücksichtlich dieser zwei Axen symmetrisch sind. So können die rothen Axen mit jeder andern einen kleinern Winkel bilden, als z. B. die violetten Axen, aber der Winkel zwischen einer rothen und einer violetten Axe ist doch derselbe, wie der zwischen einer andern rothen und einer andern violetten Axe. In einigen wenigen Fällen kann dieses bis auf zehn Grade gehn. Die Folge davon ist, dafs die Farben in verschiedenen Theilen der Ringe von derselben Ordnung auch verschieden sind. Bei dem Salpeter z. B. sind die rothen Axen weniger geneigt, als die violetten. Da nun die rothen Ringe breiter sind, als die violetten, so werden wir, wenn wir die aufserhalb von A und B liegenden Puncte betrachten, solche Lagen finden, wo entweder alle Farben unter einander gemischt, oder keine einzige derselben da ist, d. h. wo alle Ringe nahe weifs oder alle schwarz sind. Aber bei denselben Ringen zwischen den Puncten A und B werden die rothen die andern violetten stark überwiegen und so werden verschieden gefärbte Ringe sichtbar werden.

Bisher wurde stillschweigend vorausgesetzt, dafs die Axen der verschiedenen Farben alle in derselben Ebene liegen. Aber Herschel hat gefunden, dafs dieses bei einigen Krystallen, dem Borax z. B., nicht der Fall ist, obschon, so viel man bis jetzt weifs, doch alle Ebenen durch die Linie gehn, welche den Winkel der zwei Axen halbirt.

71) Bestimmung der Bilder eines zweiaxigen Kystalls, wenn Fresnel's Rhombus zwischen die beiden Spiegel gelegt wird.

Legen wir nun den Rhombus von Fresnel (§. 57. III.) zwischen die polarisirende Ebene C des Polarisationsinstruments und zwischen die in §. 70. erwähnte zweiaxige Krystallplatte und suchen wir auch hier die Gestalt des Bildes, so hat man nach §. 69. für die Intensität des Lichts in irgend einem Puncte desselben

$$(I) = \tfrac{1}{2} a^2 \left[1 - \text{Sin.}\, 2(\varphi + \Theta)\, \text{Sin.}\, \frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right].$$

Dieses giebt demnach einen die Ringe unterbrechenden Streifen für

$$\text{Sin.}\,2(\varphi+\Theta)=0,$$

ıd dieses ist dieselbe Gleichung, die oben (§. 70. II.) die veiten Hyperbeln bestimmte, welche für $\beta=\Theta$ oder $=90^0+\Theta$ in ein Kreuz übergehn. Ist nun $\text{Sin.}\,2(\varphi+\Theta)$ ›sitiv, so wird die Intensität ein Maximum für

$$\varDelta=\frac{3\lambda}{4},\ \frac{7\lambda}{4},\ \frac{11\lambda}{4}\ \ldots$$

ıd ein Minimum für

$$\varDelta=\frac{\lambda}{4},\ \frac{5\lambda}{4},\ \frac{9\lambda}{4}\ \ldots,$$

nd das Gegentheil tritt ein, wenn $\text{Sin.}\,2(\varphi+\Theta)$ negativ ist. liese Räume sind durch jene Streifen getrennt, so dafs daer die hellen Ringe auf der einen Seite des Streifens den unklen Ringen auf der andern Seite entsprechen. Die Gestalt er Ringe aber ist ganz dieselbe wie in §. 70. V.

72) Gestalt der Bilder für willkürlich geschnittene Krystallplatten.

Nehmen wir den allgemeinen Fall, wo die Krystallplatte us einem ein- oder zweiaxigen Krystalle auf eine ganz willürliche (von den besondern in §. 50. und §. 62. angeführten Arten erschiedene) Art geschnitten und dann zwischen die beiden benen C und K des Polarisationsinstruments gelegt wird. Der llgemeine Ausdruck der Intensität wurde oben (§. 65.) gleich

$$(I)=\tfrac{1}{2}a^2\left[1+\text{Cos.}2\varphi\,\text{Cos.}2(\varphi+\Theta)+\text{Sin.}2\varphi\,\text{Sin.}2(\varphi+\Theta)\,\text{Cos.}\frac{2\pi\varDelta}{\lambda}\right]$$

efunden. Betrachten wir von diesem Ausdruck nur die vorüglichsten Fälle und setzen wir $\Theta=90°$, wodurch man erält

$$(I)=\tfrac{1}{2}a^2\,\text{Sin.}^2\,2\varphi\left[1-\text{Cos.}\frac{2\pi\varDelta}{\lambda}\right],$$

vo hier durch $\varDelta$ der Raum verstanden wird, um welchen der ine, z. B. der gewöhnliche Strahl, mehr retardirt wird, als ler aufsergewöhnliche, und auf welchen daher der Ausdruck on §. 70. noch anzuwenden ist, wenn man nur bemerkt, lafs in demselben R den Winkel des Strahls mit der Axe bezeichnet.

I. Ist die Platte des ein- oder zweiaxigen Krystalls von beträchtlicher Dicke, so werden alle Spuren von Farbe gänzlich verschwinden, wie wir auch schon oben (§. 63. IV.) bemerkt haben. Ist nämlich Δ eine schon beträchtliche Gröfse, so wird schon eine sehr kleine Aenderung von λ die Gröfse $\frac{2\pi\Delta}{\lambda}$ um 2π ändern können, und so würde dann in jedem kleinen Theile des Bildes die Gröfse Cos. $\frac{2\pi\Delta}{\lambda}$ alle ihre verschiedenen Werthe haben, die positiven so wie die negativen, und die Intensität würde daher gleich $\frac{1}{2}a^2 \text{Sin.}^2 2\varphi$ seyn, ein Ausdruck, der für alle Farben derselbe bleibt. Wenn die Platte in ihrer Ebene rundum gedreht wird, so variirt φ von 0 bis 360° und das Licht wird viermal gänzlich verschwinden, so wie es wieder für $\varphi = 45°$, 135°, 225° und 315° am hellsten erscheint.

II. Jedoch wird man auch mit dickeren Platten noch farbige Bilder erzeugen können, wenn man nämlich zwei sehr nahe gleichdicke Platten, die beide aus demselben Krystall und auf dieselbe Weise geschnitten sind, so über einander legt, dafs sie sich kreuzen. Denn ist Δ die Retardation des gewöhnlichen Strahls über den aufsergewöhnlichen in der ersten und Δ' in der zweiten Platte, so wird also die Gröfse $\Delta - \Delta'$ nahe gleich Null seyn. Werden nun die Platten unter rechten Winkeln auf einander gelegt, so wird der gewöhnliche Strahl der ersten Platte für die zweite der aufsergewöhnliche seyn oder Δ' wird die Beschleunigung in der zweiten Platte für dieselbe Vibration seyn, für welche Δ die Retardation in der ersten Platte ist, so dafs daher die ganze Retardation gleich $\Delta - \Delta'$ und die eigentliche Intensität

$$(I) = \frac{1}{2}a^2 \text{Sin.}^2 2\varphi \left[1 - \text{Cos.}^2 \frac{\pi(\Delta - \Delta')}{\lambda}\right]$$

oder auch

$$(I) = a^2 \text{Sin.}^2 2\varphi . \text{Sin.}^2 \frac{\pi(\Delta - \Delta')}{\lambda}$$

seyn wird, und dieser Werth von $\frac{\pi(\Delta - \Delta')}{\lambda}$ kann allerdings so klein seyn, dafs er für die verschiedenen Farben nur um einen Bruch von π oder doch um ein geringes Multiplum von

rschieden ist wo demnach wieder lebhafte Farben zum
chein kommen.

III. Auch wird man durch Platten von bloſs einaxigen
tallen farbige Bilder erzeugen können, wenn man zwei
n von Krystallen über einander legt, von denen der eine
ositiven, der andere zur negativen Classe gehört, wie
Quarz und Beryll. Denn in dem einen dieser Krystalle
ler gewöhnliche, in dem andern der auſsergewöhn-
Strahl am meisten retardirt, und da der gewöhnliche
l des einen Krystalls auch den gewöhnlichen des andern
t, so ist der in dem ersten Krystalle am meisten retar-
Strahl zugleich derjenige, der in dem andern am wenig-
retardirt wird; sonach kann denn auch hier wieder
Differenz der Retardation so klein, als man will, gemacht
en.

IV. Doch werden in allen hier erwähnten Fällen die Bil-
nicht mehr aus kleinen regelmäſsig angeordneten Ringen,
rn aus scheinbar unordentlich durch einander laufenden
ren und dunkleren Streifen bestehn.

V. Die obige Gleichung

$$a^2\left[1+\text{Cos.}2\varphi\,\text{Cos.}2(\varphi+\Theta)+\text{Sin.}2\varphi\,\text{Sin.}2(\varphi+\Theta)\,\text{Cos.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right]$$

wenn man in ihr $90^\circ+\Theta$ statt Θ setzt, in die folgen-
er

$$a^2\left[1-\text{Cos.}2\varphi\,\text{Cos.}2(\varphi+\Theta)-\text{Sin.}2\varphi\,\text{Sin.}2(\varphi+\Theta)\,\text{Cos.}\frac{2\pi\Delta}{\lambda}\right].$$

man also bei solchen Krystallen, die das Licht in zwei
rechten Winkeln getrennte Strahlen auflösen, die ana-
de Platte K des Polarisationsinstruments um 90° dreht,
die Intensität des Bildes für jeden Punct die comple-
e zu derjenigen, die vor der Drehung statt hatte, weil
mme der beiden letzten Ausdrücke gleich a^2 ist. Ist
n Punct des Bildes in der einen Lage schwarz, so wird
der andern weiſs seyn, und sieht man in der einen
inen Ueberschuſs von Roth und einen Mangel an Blau,
l in der andern das Roth fehlen und das Blau über-
u. s. w.



73) Allgemeine Bemerkungen.

Aus dem Vorhergehenden ist klar, dafs man alle Kör- in Beziehung auf die von ihnen ausgehenden Lichterschei- gen in zwei wesentlich von einander verschiedene Clas- eintheilen kann. Die einen brechen den Lichtstrahl auf ein sehr einfache Weise so, dafs die Sinus der Incidenz- und Re- fractionswinkel ein constantes Verhältnifs unter sich beh-, während die andern Körper den auf sie fallenden und durch sie gehenden Lichtstrahl in zwei Theile spalten, von der eine (gewöhnliche) Strahl auf die eben erwähnte che Weise, der andere (aufsergewöhnliche) Strahl aber nach ganz andern Gesetzen gebrochen wird. Man glaubt, dafs die Kör- per der ersten Classe in ihrem Innern homogen gebildet und dafs ihre Elemente nach allen Richtungen dieselbe E- sticität besitzen, während dieses bei den Körpern der zweiten Classe, in welche die meisten unserer krystallinischen Kör- gehören, nicht der Fall seyn soll. In einer krystallinisch- Masse sind die kleinsten Theile derselben wahrscheinlich durch regelmäfsige Spaltungen oder Klüftungen getrennt, so daher diese Massen von andern flüssigen und feinen Stoffen der einen Richtung leichter, als in anderen durchdrungen wer- den können und dafs auch wohl die Elasticität in dieser Massen von einem ihrer Puncte zum andern Richtung derselben veränderlich seyn mag.

Bemerken wir zuerst, dafs nicht alle Krystalle in die zweite Classe gehören. Alle diejenigen müssen nämlich zur ersten Classe gezählt werden, bei denen die pri- Form des Krystalls ein *regelmäfsiges Polyeder* ist, d. h. Würfel, dessen Seiten alle Quadrate sind, oder ein Ok- dessen Seiten alle aus gleichseitigen Dreiecken bestehn; zweiten Classe aber gehören alle die Krystalle, deren pri- tive Form ein Rhomboid (wie der isländische Kalk-) oder ein rechtwinkliges Parallelepipedum mit zwei gle- Seiten ist. Es giebt aber auch Krystalle, deren pri- Form ein ganz unregelmäfsiges Polyeder ist, und durch wird gleichfalls ein Lichtstrahl in zwei andere gespalten, welchen keiner die gewöhnliche Refraction erleidet, wo *beide* nach ganz andern Gesetzen gebrochen werden. Die letzten fallen hier ganz aufser Betrachtung.

Allein diese Körper der zweiten Classe, d. h. also die
regelmäfsigen Polyedern bestehenden Krystalle, werden
ist wieder in zwei Gattungen geschieden. Die erste Gat-
; hat immer nur eine solche Seite, für welche ein auf
e Seite normal einfallender Lichtstrahl *ohne alle Spaltung*
:hgeht, und die zweite Gattung hat zwei solcher Seiten.
› wurden daher oben einaxige und diese zweiaxige Kry-
e genannt, indem man unter der Benennung *Axe* die Rich-
; des erwähnten nicht gespaltenen Strahls versteht. Man
t dabei voraus, dafs schon in den kleinsten Elementen,
welchen diese ganzen Krystallmassen gebildet werden,
he Axen vorhanden sind, deren Richtungen alle unter sich
llel laufen, so dafs also die erwähnte Axe des ganzen
stalls nur eine imaginäre Linie von bestimmter Richtung
die nämlich mit der Axe jener Elemente parallel läuft.
Ueberhaupt scheinen alle ponderablen Körper, feste, flüs-
und luftförmige, aus Elementen oder Molecülen (klein-
Theilchen) zu bestehn, die durch anziehende und ab-
sende Kräfte von einander in bestimmten Entfernungen ge-
en werden. Wenn der statische Zustand des Gleichge-
its dieser Elemente durch irgend eine äufsere Einwirkung,
durch einen Stofs oder Druck, durch Erwärmung u. s. w.,
irt wird, so tritt sofort eine Reihe von dynamischen Er-
nungen (von Bewegungen dieser Elemente) hervor, die
inge dauern, bis der Körper wieder zu seinem vorigen
hgewicht zurückgekommen ist. In Folge dieser äufsern
irkung fangen die Elemente des Körpers an, sich zu nä-
oder sich von einander zu entfernen und dadurch, gleich
ı gestörten Pendel, um den Ort ihres Gleichgewichtes
›chronen Bewegungen auf und ab zu schwingen, deren
itüden immer kleiner werden, bis sie endlich ganz ver-
inden. Von diesen inneren Bewegungen der Körper, von
ı Schwingungen ihrer kleinsten Theile bilden diejeni-
welche durch den Sinn des Gehörs zu unserer Per-
ın gebracht werden, den *Ton*, so wie die, welche auf
en Gesichtssinn wirken, das *Licht* und die *Farben* er-
n. Es ist aber möglich, es ist sogar sehr wahrschein-
dafs es noch andere Gattungen dieser Schwingungen gebe,
ir andere, den Menschen versagte Sinne bestimmt sind,
vir denn auch schon im Vorhergehenden Gelegenheit ge-

(1), (3) der Anmerkung II. und die Integrale der Anmerkung III. des §. 15.) wegen ihrer zu grofsen Allgemeinheit nicht anwenden, sondern mufsten uns mit dem einfachsten aller dieser Integrale, nämlich mit dem Ausdrucke (m. s. §. 15. Anmerk. I. Gleichung (2))

$$A \text{ Sin.} \left[\frac{2\pi}{\lambda}(\alpha t - x) + C\right]$$

begnügen, der zwar auch jenen Differentialgleichungen der zweiten Ordnung genügt, der aber doch nur als ein specieller Fall des wahren und allgemeinen Integrals dieser Gleichungen betrachtet werden mufs, daher denn auch Alles, was in der Folge auf diesem Ausdrucke als auf einer Basis erbaut worden ist, demselben Vorwurfe eines Mangels an Allgemeinheit ausgesetzt bleiben mufs. Mit andern Worten, wir haben die Vibrationen des Aethers von derselben Form wie die eines Pendels angenommen, das zu beiden Seiten seiner Gleichgewichtslage in unendlich kleinen, isochronen Schwingungen auf und nieder geht, aber wodurch ist die Richtigkeit dieser Annahme verbürgt? Die oben erwähnte Uebereinstimmung der Beobachtungen mit der Theorie zeigt nur, dafs jene Annahme als eine Näherung zur Wahrheit und auch nur für diese Beobachtungen als eine Näherung betrachtet werden kann, während sie vielleicht eine grofse Anzahl von Erscheinungen nur sehr unvollständig oder gar nicht darstellt, die wir entweder noch nicht beobachtet haben, oder auch, der Einrichtung unserer Sinne wegen, gar nicht beobachten können. Wir haben durch die Vibrationen des Aethers, die durch den vorhergehenden Ausdruck wenigstens genähert dargestellt werden, die Erscheinungen der Refraction, der Reflexion, der Interferenz, der Diffraction des Lichts u. s. w. mit einer uns genügenden Genauigkeit darstellen können. Allein derselbe Aether kann, wie die erwähnten allgemeinen Integrale der Gleichungen (A) des §. 14. zeigen, ohne Zweifel noch sehr viele andere, von jenen ganz verschiedene Vibrationen annehmen, von deren Existenz wir bisher ebenso wenig wissen, als von den Erscheinungen, welche sie hervorbringen. Auf welche Weise können wir z. B. die Annahme, die im Vorhergehenden zum Grunde liegt, verbürgen, dafs die Farbe blofs von der *Länge* der Lichtwelle abhängt? Können wir

t ebenso gut die Folge irgend einer andern Eigenheit die-
Welle, könnte sie nicht selbst das Resultat von an-
n uns noch gänzlich unbekannten Vibrationen seyn,
vielleicht alle bei jeder Störung des Gleichgewichtes zu
:her Zeit entstehn und von denen bald die eine, bald die
:re vorherrschend ist? Wie es sich aber auch mit diesen
allen übrigen Fragen, die sich dem aufmerksamen Leser
:s Artikels von selbst aufdringen werden, verhalten mag,
wollen uns mit dem Glücke begnügen, in einer Zeit ge-
zu haben, wo man in der Erkenntniſs einer der schön-
Seiten der Natur so weit vorgedrungen ist, unsern spä-
Nachkommen und der künftigen Vervollkommnung der ma-
:atischen Analyse überlassend, das zu vollenden, was wir
:nnen haben. In dieser Erwartung wird es auch erlaubt
, uns der guten Hoffnung hinzugeben, daſs unsere Nach-
er nebst der Erweiterung der Kenntniſs der Natur, die
:n an sich selbst als ein reiner Gewinn zu achten ist, auch
r die uns so lange verborgene innere Construction und Or-
isation der Körper und der Wirkungen ihrer Elemente auf
:nder genügende Aufschlüsse erhalten werden. Nachdem
HAUY's schöne Entdeckungen die regelmäſsige Gestalt die-
Elemente der krystallinischen Körper kennen gelehrt hat und
:dem uns die Phänomene der doppelten Brechung des Lich-
durch dieselben Körper ein Mittel an die Hand gegeben
:n, jene Gestalten und ihre Wirkungen gleichsam im Groſsen
:ehn und durch Hülfe der Analyse mit Sicherheit zu mes-
werden wir uns der Versuchung nicht weiter entziehn
:en, diesen bisher so dunklen und unzugänglichen Weg
: weiter zu verfolgen. Denn welches auch der Werth der
:othese eines Alles durchdringenden Aethers und der auf
:r Basis bereits aufgeführten Theorie seyn mag, die Ei-
:chaft allein, daſs die Erscheinungen der Polarisation nur
krystallinischen Körpern statt haben, und vielleicht noch
r der Umstand, daſs auch solche Körper, welche in ihrem
:rlichen Zustande jene wunderbaren Farbenbilder nicht zei-
, wie Glas und mehrere Metalle, doch durch Compression
: einseitige Erwärmung (nach §. 61. IV. und V.) zur Er-
:ung solcher Bilder, also gleichsam zum Uebergang in die
:tallinische Organisation gezwungen werden können, läſst
:t weiter daran zweifeln, daſs diese und vielleicht alle

Körper der Natur aus einem sehr regelmäfsigen Gewebe be-
stehn, und dafs die Elemente dieses Gewebes einer bestimm-
ten Form, einer bestimmten Anordnung und endlich auch ei-
nem bestimmten Gesetze ihrer gegenseitigen Attraction unter-
worfen sind, deren genaue Erkenntnifs uns in künftigen Zei-
ten für die Körper der Natur im Kleinen ebenso wichtig und
fruchtbringend seyn wird, als es die Entdeckung des Gesetzes
der allgemeinen Gravitation für dieselben Körper im Grofsen
bereits gewesen ist.

L.

Unschattige.

Ascii; Asciens; *Ascii*. So heifsen die Bewohner der heifsen Zone, in welcher alle senkrecht stehende Körper zu der Zeit, wo die Sonne in ihrem Zenithe ist, um Mittag kei-nen Schatten werfen. Die Bewohner des Aequators sind un-schattig an den beiden Tagen der Nachtgleichen; die Bewoh-ner der beiden Wendekreise an dem Tage des Solstitiums, nämlich die Bewohner eines jeden Wendekreises an dem Tage ihres Sommersolstitiums; endlich die Bewohner eines jeden an-deren Orts der heifsen Zone sind dann unschattig, wenn die Declination der Sonne der geographischen Breite ihres Wohn-orts gleich ist, an welchem Tage sie nämlich wieder die Sonne in ihrem Zenithe haben[1]. *L.*

Untergang.

Untergang der Gestirne; *Occasus*; Cou-cher; *Setting*; das Herabsteigen der Gestirne unter den Horizont des Beobachters. Die Berechnung dieses Untergangs ist schon oben[2] gezeigt worden. Kennt man die Zeit T der Culmination und die Zeit D der Dauer der Sichtbarkeit oder den Tagbogen des Gestirns, so ist die Zeit seines

Aufgangs .... $= T - \frac{1}{2} D$ und die seines
Untergangs .... $= T + \frac{1}{2} D$.

1 Vergl. Art. *Umschattige*.
2 S. Art. *Aufgang*. Bd. I. S. 516. und *Tagbogen*. Bd. IX. S.

ie Sonne ist T=12 Uhr, wenn man die Zeit des Auf-
Jntergangs in *wahrer Sonnenzeit* ausdrücken will. Für
estirne überhaupt ist T gleich der Rectascension der-
, wenn man die Zeit des Auf- und Untergangs in
:eit ausdrücken will. Wie man dabei auf die Refraction
uf die eigene Bewegung der Gestirne Rücksicht nehmen
it auch bereits in den zwei angeführten Artikeln gezeigt wor-
vozu man noch den Art. *Strahlenbrechung*[1] nachsehn kann.
ine bloſs mechanische Weise, aber ohne auf Genauig-
nspruch zu machen, kann man den Auf- und Unter-
der Gestirne sehr leicht mit Hülfe eines Himmelsglobus
. Zu diesem Zwecke stellt man den Globus auf die
he des Orts, bringt das Gestirn unter den Meridian
tellt den Stundenzeiger auf zwölf Uhr, wenn das Ge-
die Sonne ist. Dann dreht man den Globus gen Ost,
r Ort der Sonne im Horizonte erscheint, wo sodann die
die wahre Zeit des Aufgangs zeigt. Ebenso erhält man
vahre Zeit des Untergangs der Sonne, wenn man den Glo-
jen West so lange dreht, bis der Ort der Sonne wieder den
ont berührt. Für alle andere Gestirne verfährt man ebenso,
nit dem Unterschiede, daſs man zuerst, nachdem man
estirn unter den Meridian des Globus gestellt hat, die
auf die Zeit bringt, welche den Augenblick der Cul-
on (in mittlerer Zeit) des Gestirns anzeigt, wodurch
lann ebenfalls die *mittlere Zeit* des Auf- und Untergangs
estirns erhält. Einfacher noch ist es, die Rose, nach-
das Gestirn unter den Meridian gebracht worden ist, auf
ige Zeit zu stellen, welche die Rectascension des Ge-
anzeigt, wo man dann durch die Drehung des Globus
Ost und West die *Sternzeit* des Auf- und Untergangs des
ns erhält. Sey p die Distanz des Gestirns vom Pole des
itors und φ die Polhöhe oder die geographische Breite
eobachters. Ist p kleiner als φ, so geht das Gestirn für
Beobachter nicht mehr auf und unter, sondern es bleibt
r über seinem Horizonte sichtbar. Ist aber p gröſser als
$-\varphi$, so geht der Stern für den Beobachter nicht mehr
oder er ist für diesen Ort der Erde oder eigentlich für
ganzen Parallelkreis des Beobachters immer unsichtbar.

---

[1] Bd. VIII. S. 1146.

Um die Zeit zu finden, während welcher für jeden Ort in den beiden kalten Zonen der Erde die Sonne nicht unter- oder nicht mehr aufgeht, so hat man für den Anfang und das Ende dieser Zeit die einfache Gleichung:

$$p = \varphi \quad . \; . \; . \quad (I)$$

Auch ist allgemein, wenn L die Länge der Sonne und e die Schiefe der Ekliptik bezeichnet,

$$\text{Sin. } L = \frac{\text{Cos. } p}{\text{Sin. } e},$$

also ist auch für den Anfang oder das Ende der erwähnten Zeit

$$\text{Sin. } L = \frac{\text{Cos. } \varphi}{\text{Sin. } e} \quad . \; . \; . \quad (II)$$

Ist also z. B. durch die Ephemeriden die Poldistanz p oder die Länge L der Sonne für jeden Tag des Jahres gegeben, so kann man mittelst der Gleichung (I) oder (II) jene Zeit bestimmen. Für den Parallelkreis von $\varphi = 80^0$ z. B. ist auch $p = 80^0$, diese Poldistanz aber erreicht die Sonne nach den Ephemeriden am 16. April und am 27. August, um die Zeit zwischen diesen beiden Tagen geht daher die Sonne in der nördlichen kalten Zone nicht unter und in der südlichen nicht auf. Für $\varphi = 66^0\ 32'$ oder $p = 66^0\ 32'$ findet man in den Ephemeriden blofs den einzigen Tag des 21. Juni oder den Tag des Solstitiums. Für diesen Tag allein geht also die Sonne am Rande der nördlichen kalten Zone nicht unter und am Rande der südlichen kalten Zone nicht auf. Kleinere Werthe von φ oder p als $66^\circ\ 32'$ finden sich nicht mehr in den Ephemeriden, daher giebt es auch für solche Polhöhen, d. h. für alle Orte der gemäfsigten und heifsen Zone der Erde, keine Tage mehr, an welchen die Sonne nicht auf- und untergeht. Auch zeigt die Gleichung (II), dafs für diesen Fall Sin. L gröfser als die Einheit, also der Winkel L unmöglich oder imaginär ist. Endlich geben diese beiden Gleichungen für $\varphi = 90^\circ$ auch $p = 90^0$ und $L = 0$ oder $L = 180^0$, das heifst, für die Bewohner der Pole fallen die beiden Grenzen jener Periode, wo die Sonne nicht auf- oder nicht mehr untergeht, in die Zeiten der Frühlings- oder der Herbstnachtgleiche, also auf den 21. März und 21. September, so dafs daher für diese zwei Orte der Erde immer ein halbes Jahr Tag und ein halbes Jahr Nacht ist, wie bekannt, wenn

die Refraction und den Halbmesser der Sonne unberück-
igt läfst[1].

Es ist oben[2] bereits des kosmischen, helischen und akro-
schen Auf- und Untergangs Erwähnung geschehn. Diese
Alten wichtigen und auch uns noch zur Erklärung ihrer
ften nothwendigen Erscheinungen fordern auch die Kennt-
ihrer Berechnung, die dort nicht gegeben wurde. Wir
n zu diesem Zwecke den *helischen* Auf- und Untergang
Sterns suchen, da sich aus ihm die beiden andern leicht
en lassen. Der helische Aufgang eines Sterns hat dann
wenn er kurz vor der Sonne aufgeht. Wenn er näm-
einige Zeit zuvor mit der Sonne zugleich auf derselben
des Himmels steht, so ist er, da sein Licht von dem
nahen Sonne verdunkelt wird, für uns unsichtbar. Allein
darauf geht die Sonne in ihrer jährlichen Bewegung wei-
stwärts von dem Sterne, und der Stern geht daher bereits
iel früher als die Sonne auf, dafs man ihn in der Mor-
lämmerung, kurz vor dem Aufgange der Sonne, am öst-
n Himmel wieder erblicken kann. Der Tag, wo man
n Stern, der früher wegen der Nähe der Sonne län-
Zeit unsichtbar war, wieder zum ersten Male erblickt,
er *Tag des helischen Aufgangs*. Nehmen wir an, dafs
f diese Weise wieder zuerst sichtbar wird zu einer Zeit,
die Sonne vor ihrem Aufgange noch die Tiefe von h
en unter dem Horizonte hat. Gewöhnlich setzt man für
Tiefe h zehn oder auch wohl zwölf Grade. Man suche
die Länge L der Sonne (und damit den Jahrestag), für
e diese Erscheinung statt hat.

Sey S der eben aufgehende Stern und S' die Sonne un- Fig. 239.
em Horizonte SB. Man ziehe $SA = \delta$ senkrecht auf
Aequator ΥQA und $S'B = h$ senkrecht auf den Hori-
Sey noch Υ der Frühlingspunct und ΥC die Ekliptik.
s vorausgesetzt ist also

$\Upsilon A = \alpha$ die Rectascension,

$AS = \delta$ die Declination des Sterns,

$\Upsilon S' = L$ die gesuchte Länge der Sonne,

$AQS = 90^0 - \varphi$ die Aequatorhöhe, also φ die Pol-

---

[1] Vergl. *Refraction*. Bd. VIII. S. 1146. und *Tagbogen* S. 80.

[2] S. Art. *Aufgang*. Bd. I. S. 517.

höhe oder die geographische Breite des Beobachtungsortes auf der Erde, und

$C\Upsilon Q = e$ die Schiefe der Ekliptik.

Nennen wir noch die Gröſsen AQ, ΥC und CS' in denselben Ordnung x, y und z.

Dieses vorausgesetzt hat man im sphärischen Dreiecke QAS

$$\text{Sin.}\, x = \text{Tang.}\, \delta \,.\, \text{Tang.}\, \varphi$$

und im Dreieck $Q\Upsilon C$

$$\text{Cotg.}\, y = \frac{\text{Tang.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, e + \text{Cos.}\, e \,\text{Cos.}\, (\alpha - x)}{\text{Sin.}\, (\alpha - x)}$$

und

$$\text{Sin.}\, \Upsilon CQ = \frac{\text{Cos.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, (\alpha - x)}{\text{Sin.}\, y},$$

endlich im Dreieck CBS'

$$\text{Sin.}\, z = \frac{\text{Sin.}\, h}{\text{Sin.}\, \Upsilon CQ}.$$

Wir erhalten daher zur Auflösung unserer Aufgabe folgende Ausdrücke:

$$\text{Sin.}\, x = \text{Tang.}\, \delta \,.\, \text{Tang.}\, \varphi,$$

$$\text{Cotg.}\, y = \frac{\text{Tang.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, e + \text{Cos.}\, e \,\text{Cos.}\, (\alpha - x)}{\text{Sin.}\, (\alpha - x)},$$

$$\text{Sin.}\, z = \frac{\text{Sin.}\, h \,\text{Sin.}\, y}{\text{Cos.}\, \varphi \,\text{Sin.}\, (\alpha - x)}.$$

Kennt man aber auf diese Weise die Gröſsen y und z, so ist die gesuchte Länge der Sonne für den Tag des helischen Aufgangs des Sterns

$$L = y - z.$$

Zur bequemern Uebersicht stellen wir die sechs hier in Rede stehenden Erscheinungen mit ihren kurzen Erklärungen tabellarisch zusammen, wie sie in der Zeitordnung auf einander folgen.

I. Der *kosmische Aufgang* hat statt, wenn der Stern gerade bei dem Aufgange der Sonne aufgeht, wenn also beide Gestirne, falls der Stern nahe bei der Ekliptik steht, in Conjunction sind.

II. Der *helische Aufgang*, wenn der Stern kurz vor dem Aufgange der Sonne aufgeht, nahe 12 Tage nach I.

III. Der *kosmische Untergang*, wenn der Stern genau beim Aufgange der Sonne untergeht, wenn also beide Gestirne in Opposition sind, nahe ein halbes Jahr nach I.

IV. Der *akronyktische Aufgang*, wenn der Stern genau bei dem Untergange der Sonne aufgeht, um dieselbe Zeit, wie III.

V. Der *helische Untergang*, wenn der Stern kurz nach dem Untergange der Sonne untergeht, nahe 5 Monate nach III. oder IV. oder kurz vor der Conjunction beider Gestirne.

VI. Der *akronyktische Untergang* endlich hat statt, wenn der Stern genau beim Untergange der Sonne untergeht, wenn also beide Gestirne in Conjunction sind, nahe 12 Tage nach V.

Für Sterne, die nahe bei der Ekliptik stehn, ist daher die ›it des kosmischen Aufgangs gleich der Zeit des akronyktischen ntergangs, bei der Conjunction beider Gestirne, und ebenso t für diese Sterne die Zeit des akronyktischen Aufgangs gleich er des kosmischen Untergangs, bei der Opposition beider ›estirne.

L.

U r a n.

Uranium; Urane; *Uranium*. Dieser von Klaproth ›tdeckte Körper findet sich als Oxydul und als mit Wasser ›ler Säuren verbundenes Oxyd. Grau, metallglänzend, von 9,0 ›ec. Gewicht, spröde, sehr strengflüssig, läfst sich in regel›äfsigen Oktaedern erhalten, die an den Kanten das Licht ›it rothbrauner Farbe durchlassen und ein rothbraunes Pulver ›eben.

Das *Uranoxydul* (217 Uran auf 8 Sauerstoff) findet sich ›s *Pechblende* und bildet sich beim Erhitzen des Urans an ›er Luft, wobei es unter Erglimmen zu einem schmuzig grü›en Pulver verbrennt. Das *Uranoxydulhydrat* ist graugrün, ›ie Uranoxydulsalze sind grün und werden durch reine Alka›en graugrün, durch hydrothionsaure schwarz, durch blau›ures Eisenoxydulkali braunroth gefällt. Das *Uranoxyd* (217 ›ran auf 12 Sauerstoff) ist nicht für sich bekannt. Sein Hy-

drat, der Uranocher der Mineralogen, und seine Verbindungen mit Säuren haben eine citrongelbe Farbe; letztere geben mit ätzenden Alkalien einen pomeranzengelben Niederschlag, welcher eine Verbindung des Uranoxyds mit Alkali ist, mit kohlensauren Alkalien einen blafsgelben, welcher sich im Ueberschusse derselben mit gleicher Farbe löst, mit hydrothionsauren Alkalien einen schwarzen und mit blausaurem Eisenoxydulkali, so wie mit Galläpfeltinctur einen braunrothen. Der *Uranglimmer* ist phosphorsaures Uranoxyd in Verbindung entweder mit phosphorsaurem Kalk oder mit phosphorsaurem Kupferoxyd.

G.

Uranus.

Uranus ist der entfernteste Planet unsers Sonnensystems. Seine Umlaufszeit um die Sonne in Beziehung auf die Fixsterne oder seine *siderische Revolution*[1] beträgt nach den neuesten Bestimmungen 30686,82083 Tage oder nahe 84 Jahre und 6 Tage, das Jahr zu 365,25 Tagen gezählt. Die mittlere Entfernung dieses Planeten von der Sonne oder die halbe grofse Axe seiner elliptischen Bahn ist 19,18239 Halbmesser der Erdbahn. Die Excentricität dieser elliptischen Bahn beträgt 0,0466 der halben grofsen Axe. Die Länge seines Periheliums[2] war im Anfang dieses Jahrhunderts oder am 0 Januar 1801 gleich 167° 32′ 6″, und für dieselbe Zeit war die Länge des aufsteigenden Knotens seiner Bahn mit der Ekliptik 72° 59′ 35″ und die Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik 0° 46′ 28″. Die säcularen Aenderungen dieser Elemente sind:

der Excentricität	. . . . .	— 0,000025
der Neigung	. . . .	+ 0° 0′ 3″,13
der Knoten	. . . .	+ 0 23 43,2
der Länge des Periheliums		+ 1 27 40,5.

Der Durchmesser dieses Planeten ist gleich 4,33 Erddurchmessern, und seine Masse, so viel uns dieselbe bisher

1 S. Art. *Umlaufszeit.*

2 S. Art. *Sonnennähe.* Bd. VIII. S. 872.

nt geworden ist, gleich 0,000056 der Sonnenmasse. llich ist noch die sogenannte *Epoche* oder die mittlere ge dieses Planeten für den 0ten Januar 1801 (oder 31. Deber 1800) im mittleren Pariser Mittag gleich 177° 46′ 56″, wie seine tägliche tropische Bewegung 42,367981 Secun-. Dieses sind die sogenannten *Elemente* dieses Planeten, lurch er von allen andern Planeten unseres Sonnensystems rakteristisch unterschieden wird und wodurch zugleich nach bekannten astronomischen Vorschriften sein wahrer Ort, er von der Sonne sowohl als auch von der Erde aus gesehn d, für jeden gegebenen Augenblick bestimmt werden kann.

Wenn die mittlere *Entfernung* der Erde von der Sonne ch 20879000 geogr. Meilen genommen wird, so folgt aus so eben angegebenen Elementen, dafs die mittlere Entferg des Uranus von der Sonne über 400 Millionen Meilen rägt. Wegen der Excentricität der Bahn kann diese Entnung bis 382 Mill. Meilen ab- und bis 419 Mill. Meilen nehmen. Von der Erde aber steht Uranus in seiner

grölsten Entfernung . . . 424,
kleinsten 348,
mittleren . . . . 386 Mill. Meilen ab,

em nämlich die Excentricität seiner Bahn nahe 18693000 len beträgt.

Der wahre *Durchmesser* dieses Planeten beträgt 7500 Mei-, während der der Erde 1720 beträgt. Wenn also Uranus so weit wie unsere Erde von der Sonne entfernt wäre, würde man ihn aus der Sonne unter dem scheinbaren Durchser von 74½ Secunden sehn, während unsere Erde daselbst den scheinbaren Durchmesser von 17 Secunden hat. In er gegenwärtigen Entfernung aber erscheint Uranus der in seinem Durchmesser nur zwischen 3 und 4 Secunden. Sonne selbst endlich, die uns unter einem Durchmesser 32 Min. erscheint, hat auf dem Uranus nur 1⅔ Min. im chmesser, ist also nahe 19mal kleiner im Durchmesser 360mal kleiner in der Oberfläche. Uranus selbst aber eine Oberfläche von 166 Mill. Quadratmeilen oder 18mal r, als die Oberfläche der Erde, und einen körperlichen Invon 201230 Millionen Kubikmeilen oder 76mal so viel, ler körperliche Inhalt der Erde beträgt. Die mittlere Geindigkeit, mit welcher dieser Planet um die Sonne geht,

beträgt in jeder Secunde nahe eine deutsche Meile, während die Erde in derselben Zeit 4,4 Meilen zurücklegt. Die Rotation des Uranus um seine Axe ist noch nicht genau bekannt. Nach Herschel's Beobachtungen kann man sie auf die sehr kurze Zeit von 7,1 unserer Stunden schätzen, so dafs also dieser so viel gröfsere Himmelskörper nahe 3,4mal schneller als unsere Erde sich um seine Axe dreht. Aus der oben angegebenen Masse, die man vorzüglich aus den Perturbationen abgeleitet hat, welche Uranus auf Saturn ausübt, und aus dem körperlichen Volumen dieses Planeten hat man die *Dichte* seiner Masse nahe gleich dem fünften Theil der Dichte der Erdmasse gefunden, so dafs demnach die Dichte der Uranusmasse nahe gleich der Dichte unseres Wassers seyn würde, und daraus folgt endlich, dafs die Körper durch die Wirkung der Schwere auf der Oberfläche dieses Planeten in der ersten Secunde durch 14,6 Par. Fufs fallen, nahe ebenso viel, wie auf der Oberfläche der Erde, wo dieser Fall bekanntlich 15,09295 Par. Fufs beträgt. Da die Sonne dem Uranus nach dem Vorhergehenden unter einer 360mal kleineren Oberfläche als der Erde erscheint, so wird auch im Allgemeinen *die Beleuchtung* der Sonne auf dem Uranus 360mal kleiner seyn, als bei uns. Die hellsten Mittage auf diesem Planeten mögen also kaum noch mit unseren mondhellen Nächten zu vergleichen seyn. Ebenso würde auch die Erwärmung, die Uranus von der Sonne erhält, nur der 360ste Theil derjenigen Wärme seyn, welche unsere Erde der Sonne verdankt, wenn anders die Beschaffenheit der Oberfläche und der Atmosphäre des Uranus von der der Erde nicht sehr verschieden seyn sollte.

Da Uranus so ungemein weit von uns entfernt ist, so wissen wir von seiner Oberfläche wenig mehr, als dafs sie uns wie eine kleine, runde, matt, aber durchaus gleichförmig beleuchtete Scheibe erscheint, auf der wir keine Streifen und Flecken mehr zu erkennen im Stande sind. Daher hat man auch die Rotation dieses Planeten um seine Axe, die man blofs aus diesen Flecken erkennt, nicht genau bestimmen können. Da indefs Herschel mit seinen starken Teleskopen eine sehr bedeutende Abplattung an seinen Polen bemerkt hat, so schlofs man daraus die oben angeführte sehr kurze Rotationszeit. Wir mögen uns übrigens bei unsern geringen Kennt-

en von diesem entferntesten aller Planeten damit trösten, daſs
Astronomen desselben, wenn sie überhaupt existiren, wahr-
inlich nicht einmal von dem Daseyn unserer Erde eine
ntniſs haben. Unsere Erde erscheint ihnen, wie gesagt,
unter dem Winkel von einer Secunde im Durchmesser
sie entfernt sich überdieſs für die Bewohner des Uranus
über drei Grade von der Sonne, so daſs sie also noch viel
r, als uns Mercur, immer in den Strahlen der Sonne
immen und selbst für die stärksten Fernröhre gänzlich un-
bar seyn wird. Haben wir doch auch lange genug von
Existenz des Uranus nichts gewuſst und würden wahr-
inlich auch jetzt noch nichts davon wissen, wenn Her-
l nicht mit einem von ihm selbst verfertigten, ausge-
neten Fernrohre ihn zufällig aufmerksamer beobachtet und
zwar kleine, aber doch unverkennbare Scheibe an
bemerkt hätte, während alle andere ihn umgebende Fix-
e nur als lichte Puncte sich darstellten. Das Fernrohr,
welchem er diesen Planeten entdeckte, war ein Spiegelte-
op von nur sieben Fuſs Focallänge, mit einer 227maligen
gröſserung. Mehr die Ahnung, als die wirkliche Beob-
ung einer Scheibe an diesem Gestirn veranlaſste ihn, so-
h stärkere Vergröſserungen von 460 und 930 anzuwenden,
sein Teleskop noch sehr gut vertrug, und nun erst war
on der scheibenartigen Gestalt des Gestirns überzeugt.
e Gestalt gab ihm die erste Veranlassung, seine Aufmerk-
eit auf diesen Gegenstand zu richten, und als er, schon
zweiten Tage nach seiner Entdeckung, auch noch das re-
äſsige Fortrücken des neuen Gestirns unter den Fixsternen
rkte, durfte er es wagen, dasselbe als einen neuen Pla-
auzukündigen, eine Voraussagung, die bald darauf voll-
nen bestätigt wurde. Erst sechs Jahre nach dieser merk-
ligen Entdeckung gelang es demselben vortrefflichen Be-
hter, mit einem seitdem verfertigten, noch viel bessern
rohre auch zwei *Satelliten* oder Monde dieses Planeten
finden [1]. Er bestimmte die Umlaufszeit derselben um ih-
Hauptplaneten bei dem innersten zu 8 Tagen 17^h 1′ 19″,3
lem Abstande von 33″,1 und bei dem äuſseren zu 13 Tagen
′ 1″,5 mit dem Abstande 44″,2. Den Planeten entdeckte

1 S. Philos. Trans. T. LXXVIII. P. II.

Herschel am 13. März 1781 und diese zwei Satelliten am 11. Januar 1787. Diese zwei Monde hat auch Schröter[1] und später, im J. 1828, der jüngere Herschel, aber sonst wohl niemand gesehn, da sie, so wie die zwei innersten Monde Saturns, zu den lichtschwächsten Gegenständen des Himmels gehören. Der jüngere Herschel[2] sagt von den letztern: *they have never been discerned but with the most powerful telescopes, which human art has yet constructed, and this only under peculiar circumstances.* Der ältere Herschel[3] will auch noch vier andere Monde des Uranus gesehn haben, allein sie waren so schwach an Licht, daſs er an eine auch nur beiläufige Bestimmung ihrer Bahn nicht denken konnte, indem er sie nur zuweilen an Stellen matt schimmern sah, wo er kurz vorher oder einige Stunden darauf nichts mehr erblicken konnte[4]. Von diesen Satelliten sagt daher der jüngere Herschel, *two undoubtedly exist, and four more have been suspected.* Aber auch die zwei ersten schon sind uns auſserordentlich merkwürdig geworden durch eine Eigenthümlichkeit, die ganz allein und ohne Beispiel in unserem Sonnensysteme dasteht. Alle Planeten dieses Systems und alle Satelliten dieser Planeten ohne Ausnahme bewegen sich nach derselben Seite, von West nach Ost, und diese Bewegungen gehn durchaus in Bahnen vor sich, die nur sehr wenig gegen die Ebene der Ekliptik geneigt sind. Jene zwei Monde des Uranus aber machen von dieser allgemeinen Regel eine merkwürdige Ausnahme. Ihre Bahnen stehn nahe senkrecht auf der Ebene der Ekliptik und sie bewegen sich in diesen Bahnen rückwärts von Ost gen West. Ihre Bahnen sind überdieſs nahe kreisförmig und die Knoten derselben mit der Ekliptik scheinen sich, seit den funfzig Jahren, die man sie kennt, nicht verändert zu haben, während doch z. B. die Knoten unserer Mondbahn alle 19 Jahre um den ganzen Himmel herumgehn. Scheint es doch, setzt Herschel hinzu, als ob diese sonderbaren Anomalieen an der äuſsersten Grenze unseres Sonnensystems uns gleichsam vorbereiten sollten auf ganz andere, die

---

1 Beiträge Th. II. Anhang 50.
2 Treatise on Astron. Lond. 1833. p. 298.
3 Philos. Trans. for 1798. p. 47.
4 Vergl. Art. *Nebenplaneten*. Bd. VII. S. 79.

ır bekannten ganz entgegengesetzte Erscheinungen, die
ən andern Fixsternsystemen statt haben mögen und zu de-
näherer Kenntniſs wir uns allmälig anschicken werden, da
re Fernröhre einen so hohen und ganz unerwarteten Grad
Vollkommenheit erreicht haben. Bemerken wir noch,
diese Uranusmonde wahrscheinlich sehr beträchtliche Kör-
seyn müssen, weil sie sonst auch Herschel mit seinen
starken Teleskopen nicht hätte zu Gesicht bringen kön-
Unser Mond z. B. würde, in die Entfernung des Uranus
der Erde versetzt, uns nur unter einem Durchmesser von
Secunde erscheinen, und da sein Licht nach dem Vor-
ehenden 360mal schwächer seyn würde, als es jetzt ist,
ürden wir auch mit unsern besten Fernröhren wohl keine
von ihm bemerken können.

Der ältere Herschel glaubte auch einmal die *Spuren*
Ringes um Uranus zu erkennen, und zuweilen schien es
sogar, als wäre er von zwei sich unter rechten Winkeln
eidenden Ringen umgeben. Später konnte er mit seinen
en Teleskopen wieder nichts von diesen Erscheinungen er-
ken und der vorsichtige Mann wollte selbst seine frühe-
Wahrnehmungen für optische Täuschungen ausgeben. Wie
es immer seyn mag, schon die erwähnte gegen die Ekliptik
senkrechte Lage jener zwei Satellitenbahnen führt uns
len höchst wahrscheinlichen Schluſs, daſs auch der Ae-
or des Uranus nahe senkrecht auf der Ebene seiner Bahn
und daſs daher die *Schiefe seiner Ekliptik*, die bei
nur 23,5 Grad beträgt, dort nahe einem rechten Winkel
ı ist. Sollte sich in der Folge die Vermuthung Herschel's
dem Ringe dieses Planeten bestätigen, dessen Ebene
ener der Monde zusammenfällt, so würde dadurch jener
ſs an Wahrscheinlichkeit ungemein gewinnen, da sich
ing nicht wohl anders, als in der Ebene des Aequators
Planeten denken läſst. Daſs aber Uranus einen Aequa-
der mit andern Worten eine Rotation um seine Axe
folgt schon aus der Analogie mit allen andern Planeten
us der an zwei entgegengesetzten Stellen seines Umfangs
kten starken Abplattung. Eine so groſse Schiefe der
ik muſs aber auf die Tages- und Jahreszeiten jenes Pla-
einen ganz andern Einfluſs äuſsern, als der ist, den wir bei
r Erde bemerken. Die heiſse, gemäſsigte und kalte Zone, das

Wort in der für die Erde gewöhnlichen Bedeutung genommen, wird nämlich auf dem Uranus nicht mehr auf einen bestimmten Theil seiner Oberfläche beschränkt seyn, sondern jede dieser drei Zonen würde zu verschiedenen Zeiten des Jahres alle Puncte dieser Oberfläche durchwandern. Zur Zeit des Sommeranfangs in der nördlichen Hemisphäre wird nämlich die Sonne senkrecht über dem Nordpol stehn, während der andere Pol eine längere Zeit hindurch in Nacht begraben liegt. Dann wird nämlich die Lichtgrenze mit dem Aequator des Uranus zusammenfallen und die Pole werden der eine in der Mitte der heifsen, der andere in der Mitte der kalten Zone liegen. Nach einem Vierteljahre des Uranus (d. h. nach 21 unserer Erdenjahre) aber, im Anfange des Herbstes, wird diese Lichtgrenze, die den Aequator immer halbirt, auf die eine Seite gegen den Nordpol sich erhebend und auf die andere ebenso viel gegen den Südpol herabsinkend, jetzt durch die beiden Pole gehn, und die Sonne wird für die Bewohner des Aequators im Zenith stehn. Nach neuen 21 unserer Jahre wird der Südpol in der Mitte der heifsen Zone liegen und die Sonne in seinem Scheitel erblicken, so dafs jetzt, im Sommer der südlichen Hemisphäre, die ganze südliche Halbkugel immerwährenden Tag und die ganze nördliche lange Zeit durch stets Nacht haben wird u. s. w. So lange es sich also blofs um Temperatur, um Beleuchtung oder um den Fortgang der Vegetation handelt, wird es den Bewohnern des Uranus nahe gleich seyn, ob sie unter dem Aequator oder in den beiden Polen ihres Planeten wohnen, da sie alle bald die höchste, bald wieder die niedrigste Temperatur, bald sehr langes und bald wieder sehr kurzes oder auch gar kein Tageslicht haben werden. Aber dafür wird demjenigen, der seinen fixen Wohnort nicht verlassen kann, daran gelegen seyn, ob er eben seinen Sommer oder seinen Winter hat, da dort die Jahreszeiten und ihre Temperatur wegen der grofsen Schiefe der Ekliptik viel mehr von einander verschieden, viel schroffer von einander getrennt und endlich auch von einer beinahe 84mal längeren Dauer sind, als bei uns.

Da wir uns aber um die Schicksale so entfernter Nachbarn nicht sehr zu bekümmern brauchen, so wollen wir dafür eine andere interessante Frage zu beantworten suchen. Is

ahrscheinlich, dafs unsere Nachfolger, wenn sie einmal
ıoch viel besseren Fernröhren versehn seyn werden, noch
entfernteren Planeten auffinden können, oder ist Uranus
als der letzte Planet unseres Sonnensystems anzunehmen?
ıerühmte Olbers hat es versucht, diese Frage, auf die
n der That nicht sobald eine genügende Antwort hoffen
e, wenigstens aus sehr sinnreichen Wahrscheinlichkeits-
en zu entscheiden. Wir werden weiter unten[1] sehn,
ıei allen Planeten und selbst bei den Satelliten unseres
nsystems die Bahnen derselben im Allgemeinen nur sehr
gegen die Ebene der Ekliptik geneigt sind und dafs
ewegungen dieser Körper in ihren Bahnen sämmtlich
einer und derselben Richtung, von West nach Ost, vor
ehn. Die Ursache dieser so allgemeinen Erscheinungen
nur in einer uns immerhin unbekannten Kraft liegen,
Wirksamkeit aber zur Zeit der Entstehung des Plane-
tems von seinem Mittelpuncte, der Sonne, bis zu den
sten Grenzen dieses Systems ausgedehnt seyn mufste,
cht in dem durch ursprüngliche Hitze so weit ausgedehn-
onnenkörper selbst oder seiner Atmosphäre, die anfäng-
en ganzen kugelförmigen Raum erfüllte, an dessen äu-
r Grenze später durch Folge der Rotation und Ablage-
er Sonnenmasse in der Nähe ihres Aequators der ent-
te Planet entstanden ist. Dieses vorausgesetzt, und wir
ı weiter unten sehn, dafs diese Voraussetzung sehr viel
cheinlichkeit für sich hat, folgt sofort, dafs innerhalb
rkungssphäre jener Kraft oder jenes Agens keine solchen
entstehn und fortdauern konnten, die entweder eine
ofse Neigung gegen die Ekliptik haben, oder in wel-
er Himmelskörper in einer der vorhin erwähnten ent-
esetzten Richtung, von Ost nach West, fortgeht. Wenn
er noch einen unbekannten Planeten jenseit der Ura-
ı annehmen wollten, in welche Distanz von der Sonne
wir ihn setzen? Zur Beantwortung dieser Frage ha-
r die bekannte schöne Reihe, die sich über sämmtliche
bekannte Planeten mit einer immer auffallenden Ge-
it erstreckt und auf die man auch bereits früher die
ıung gebaut hat, dafs zwischen Mars und Jupiter noch

[1] . Art. *Weltsystem.*

ein uns bisher unbekannter Planet sich befinden müsse, eine Vermuthung, die im Anfange unsers Jahrhunderts durch die Entdeckung der vier neuen Planeten, Ceres, Pallas, Juno und Vesta, so schön bestätigt worden ist. Nimmt man nämlich die mittlere Entfernung Mercurs von der Sonne, die nahe 8 Millionen geogr. Meilen beträgt, gleich 4 an, so erhält man folgende kleine Tafel:

Mercur	4	4	oder	8 Mill. Meilen
Venus	$4+2^0.3$ ..	7	—	14
Erde	$4+2^1.3$ ..	10	—	20
Mars	$4+2^2.3$ ..	16	—	32
Ceres, Pallas, Juno, Vesta	$4+2^3.3$ ..	28	—	56
Jupiter	$4+2^4.3$ ..	52	—	104
Saturn	$4+2^5.3$ ..	100	—	200
Uranus	$4+2^6.3$ ..	196	—	392

Sollte daher über dem Uranus noch ein neuer Planet seyn, so müſste derselbe nach der vorhergehenden Tafel in der mittleren Entfernung von der Sonne von

$$4+2^7.3 = 388 \text{ oder } 776 \text{ Millionen Meilen}$$

seine Bahn um die Sonne beschreiben.

Nun kennen wir aber bereits zwei Kometen, welche beide die Aphelien ihrer elliptischen Bahnen weit auſserhalb der Uranusbahn liegen haben. Der Komet nämlich, welchen Olbers am 6. März 1815 entdeckte und dessen Umlaufszeit nahe 75 Jahre beträgt, hat zur halben groſsen Axe seiner elliptischen Bahn 17,6 und zur Excentricität 16,4 Halbmesser der Erdbahn. Dieser Komet ist daher in seinem Aphelium oder in seiner gröſsten Distanz von der Sonne volle 34 Halbmesser der Erdbahn oder 680 Millionen Meilen von der Sonne entfernt. Der bekannte *Halley'sche Komet* aber hat die halbe groſse Axe seiner Bahn gleich 372 und ihre Excentricität gleich 360 Millionen Meilen oder seine gröſste Distanz von der Sonne ist gleich 732 Millionen Meilen. Demnach reicht die Bahn des Olbers'schen Kometen noch 288 und die des Halley'schen sogar 340 Millionen Meilen über die Uranusbahn hinaus, aber ihre gröſsten Entfernungen von der Sonne sind bei dem ersten um 96 und bei dem zweiten um 44 Millionen

len kleiner, als die mittlere Entfernung von 776 Mill.
en jenes vorausgesetzten neuen äufsersten Planeten, so
also diese zwei Kometen zur Zeit ihrer gröfsten Entfer-
; von der Sonne zwischen der Bahn des Uranus und
dieses neuen Planeten, aber dem letzten viel näher als
n stehn würden. Die Existenz dieses neuen unbekannten
eten vorausgesetzt müfsten also jene zwei Kometen zur
des Ursprungs des Sonnensystems sich innerhalb der
ıungssphäre jenes grofsen Agens befunden haben und sie
ten daher auch jene beiden, allen Körpern dieser Sphäre
ıthümlichen Eigenschaften, eine geringe Neigung ihrer
ı und eine directe Bewegung in dieser Bahn, an sich
n. Allein dieses ist keineswegs der Fall. Denn der von
ens entdeckte Komet ist zwar direct oder er geht in sei-
Bahn von West nach Ost, wie alle übrige Planeten, aber
Neigung seiner Bahn gegen die Ekliptik beträgt volle 44
e, also weit mehr, als selbst die gröfste Neigung der al-
Planeten, die nur 7 Grade beträgt. Bei dem Halley'schen
ıeten aber ist zwar die Neigung von 17,5 Graden noch klein
g, aber seine Bewegung ist retrograd oder von Ost nach
it, und beide Kometen müssen daher zur Zeit des Ur-
ıgs unseres Sonnensystems aufserhalb der Uranusbahn in
Nähe ihres Apheliums oder sie müssen ganz aufser der
ungssphäre jenes Agens gewesen seyn, welches den Pla-
jene beiden ihnen charakteristischen Merkmale aufdrückte,
endlich, mit andern Worten, jenseit der Uranusbahn
die Grenze des Raumes, in welchem allein noch Plane-
ntstehn konnten, und Uranus ist daher höchst wahr-
ılich der äufserste Planet unseres Sonnensystems.

Noch ist uns übrig, das Vorzüglichste aus der Geschichte
merkwürdigen Entdeckung kurz zusammenzustellen, da
sie die Ausdehnung, welche unser Planetensystem im
aume einnimmt, nahe um das Doppelte erweitert wor-
st. Die erste verläfsliche Nachricht, die über die Ent-
ng dieses Planeten in Deutschland verbreitet wurde, fin-
an in dem Berliner astron. Jahrbuche[1]. Es heifst da-
, dafs ein Freund der Astronomie zu Bath in England am
l des 13. März 1781 den gestirnten Himmel mit einem

[1] Für d. Jahr 1784. Berlin 1781. S. 210.

siebenschuhigen Spiegelteleskope untersucht und zwischen den Hörnern des Stiers und den Füſsen der Zwillinge einen Stern von einem deutlich bemerkbaren Durchmesser aufgefunden habe, während doch die eigentlichen Fixsterne durch gute Fernröhre nur als einfache Puncte, ohne alle scheibenförmige Gestalt, erscheinen. Noch auffallender unterschied sich jener fremdartige Himmelskörper von den Fixsternen durch seine eigene Bewegung, die an dem ersten Tage nur 45 Secunden betrug, in den nächstfolgenden aber schon bis auf 3 Min. 30 Sec. täglich angewachsen war. Der Körper zeigte nichts Nebliges um sich, so daſs man ihn nicht wohl für einen Kometen halten konnte. „Dieser Freund der Astronomie," wird in einer Note hinzugefügt, „wird in der Gazette littéraire vom Jun. 1781 Mersthel, im Journal Encyclopédique vom Juli Hertschel, in einem Schreiben des Astronomen Maskelyne an Messier aber Herthel und endlich von Darquier in Toulouse Hermstel genannt, und er soll, heiſst es, ein geborner Deutscher seyn. Welches ist nun der eigentliche Name dieses wackeren Mannes?" Dieses war die erste Ankündigung eines damals bereits dreiundvierzigjährigen und doch der wissenschaftlichen Welt noch ganz unbekannten Mannes, dessen wahrer Name bald darauf von dem Munde aller Gebildeten wiederhallte. Es sey uns, des Contrastes wegen, erlaubt, auch die Stelle hier anzuführen, in welcher Brewster funfzig Jahre später in seinem Life of Newton von seinem groſsen Landsmanne spricht, eine Stelle, die hier um so mehr angeführt werden darf, da Goldberg in seiner sonst so schönen Uebersetzung dieses Werks einige sehr bedeutende Perioden, man sieht nicht recht, aus welchen Gründen, gänzlich weggelassen hat. „So stieg Herschel in wenig Jahren von den untersten Stufen des Lebens, von einer militärischen Musikbande, deren Mitglied er war, bis zu der staunenswürdigen Höhe, auf welcher er uns ganz ebenso ruhmbekränzt erscheint, wie die gepriesenen Helden des Alterthums, und so unsterblich, wie die ewigen Gegenstände des Himmels selbst, welche er uns bekannt gemacht und auf denen er das Denkmal seines unvergänglichen Namens mit eigener Hand in Flammenzügen eingegraben hat. Obschon der groſse Mann bereits die Mitte seiner Lebensbahn erreicht hatte, als er die Bahn seiner Entdeckungen betrat, so lief er doch auf dieser Bahn

ı seinen Zeitgenossen, allen seinen Vorgängern weit zu- sein Ruhm wuchs fortan mit jedem neuen Tage, und am Abend seines Lebens war es, wo er die glänzend- Entdeckungen machte und eine reichere Ernte sam- e, als alle Schnitter, die vor und mit ihm auf demselben e gearbeitet hatten. Die hohe Fluth der Wissenschaft der Erkenntnifs, die sich in der glücklichen Zeit, wo der e Mann erschien, über unsern ganzen Welttheil ergofs, noch manche Jahre nach seinem Hintritte ihre Wogen dahin, bis sie endlich in England wenigstens wieder zu früheren Ebbe herabsank. Mit ihr schwand die Macht der Ruhm Britanniens, und nur eine einzige Barke wird noch auf dem verlassenen Strande gefunden, die des al- Deukalion der Sternkunde, dessen Geist so lange und so eich über den Wassern geschwebt hatte. Zwar findet man nd dort noch manchen Einzelnen, der Kraft und Muth ch fühlt, den Kampf mit dem Verhängnifs einzugehn und Verfall der Kunst und Wissenschaft aufzuhalten: *but t avails the enthousiasm and the efforts of individual ls in the intellectual rivalry of nations? When the d science of England pines in obscurity, blighted by bsence of the royal favour and of nation's sympathy; its chivalry fall unwept and unhonoured, how can it in the conflict against the honoured and marshalled s of foreign lands?*"

Dieses merkwürdige neue Gestirn, um wieder zu der Ge- nte seiner Entdeckung zurückzukehren, wurde zuerst von Königl. Astronomen MASKELYNE zu Greenwich am 17ten 1781 auf eine streng wissenschaftliche Weise beobach- nd sein Ort am Himmel genau angegeben. Bald dar- wurden solche Beobachtungen auch von MESSIER und AIN in Paris und von DARQUIER in Toulouse ange- HERSCHEL selbst hatte wohl die besten Fernröhre, um zu sehn, was den meisten Andern verborgen blieb, aber liche genaue Mefsinstrumente besafs er weder damals, auch in spätern Zeiten. Alle übrige Sternwarten Euro- ndlich standen jener zu Greenwich bei London zu weit um von ihnen bedeutende Beiträge zu der neuen Ent- ng zu erwarten. Auch kam das Gestirn im Monat Mai der Sonne zu nahe, wo es mit gewöhnlichen Fernröh-

ren nicht mehr gesehn werden konnte. Erst am 18. Julius sah man dasselbe in Paris wieder, und nun mehrten sich die Beobachtungen desselben mit jedem Tage, so daſs man allmälig auch daran denken muſste, die *Elemente*[1] dieses neuen Planeten, denn dafür muſste man ihn gleich in den ersten Wochen nach seiner Entdeckung erkennen, zu bestimmen. Allein dieses Geschäft war damals, wo die mathematische Analysis in dieser Beziehung noch nicht sehr ausgebildet war, mit vielen Schwierigkeiten verbunden, wie man aus den häufigen miſslungnen Versuchen schlieſsen muſs, die zu jener Zeit von den verschiedenen Astronomen zu Tage gefördert wurden. Und doch muſs man gestehn, daſs das im Allgemeinen wohl allerdings sehr schwere Problem in dem gegenwärtigen Falle durch zwei besondere Umstände, die offenbar sehr geringe Excentricität der elliptischen Bahn und die sehr kleine Neigung derselben gegen die Ekliptik, ungemein erleichtert wurde. Bei Lexell in Petersburg war einer der Ersten, der diese Elemente des neuen Planeten durch Rechnung zu bestimmen suchte. Allein obschon er diese Rechnungen schon nach mehr als einem Jahre nach der Entdeckung vorgenommen hatte, er fand er doch, daſs die ungefähr 30 ihm vorliegenden Beobachtungen sich ebenso wohl durch einen Kreis als auch durch eine Parabel darstellen lieſsen, zum Beweise, wie unvollkommen seine Methode gewesen seyn muſs, wenn er gleich am Ende sich gezwungen sah, die Parabel als die unwahrscheinlichere Bahn zu betrachten[2]. Hennert[3], Prof. der Mathematik zu Utrecht, giebt eine andere und zwar indirecte Methode, diese Bahn zu berechnen, indem er sonderbarer Weise die directen als zweckwidrig ausschlieſst. Er findet die halbe grosse Axe gleich 18,835 (statt 19,182), die Knotenlänge 74° 30′ (statt der wahren 72° 46′) und die Neigung 0° 46′, die allein der Wahrheit sehr nahe liegt. Später wandte er sich endlich auch zu den directen Methoden[4], es scheint aber, als habe er sie nicht gehörig zu behandeln gewuſst. Er fand die halbe Axe $= 19{,}028$, die Knotenlänge $= 71^\circ\, 11'$ und die Neigung $=$ [illegible]

---

1 S. Art. *Elemente der Bahnen.* Bd. III. S. 785.
2 Astronomisches Jahrbuch f. 1785. S. 202.
3 Ebendaselbst S. 206.
4 Ebend. 1786. S. 224.

r versuchte selbst eine elliptische Bahn, wobei er die
e des Perihels = 177° 44′ (statt der wahren 167° 4′)
die Excentricität nahe genug gleich 0,043 fand. La-
ie[1] beschäftigte sich auch mit dieser Bahnbestimmung,
nt aber zu keinem genügenden Resultate gekommen zu
, obschon er bei der Kreishypothese stehn blieb. Er giebt
n Fund nur in ganzen Graden an. So ist nach ihm
Knotenlänge = 73° und die halbe grofse Axe = 18,931.
hain fand aus seinen Calcüls die halbe grofse Axe oder
Halbmesser der kreisförmigen Bahn = 19,079, die Kno-
nge = 71° 49′,5 und die Neigung 0° 43′,6. Prosperin[2]
psala berechnete die bisher gesammelten Beobachtungen des
ıus nach der elliptischen Hypothese, die er aber nicht selbst,
lern nur seine Resultate, und auch diese nur unvollkommen
der Zeit nach sehr spät mittheilte. Er fand: Länge des
teigenden Knotens = 72° 10′,2, Neigung = 0° 45′,4, Län-
les Perihels 173° 51′,4, halbe grofse Axe 18,944, Excen-
ität 0,023, wo die letzte um die Hälfte zu klein und die
ıge des Perihels gegen 7 Grade zu grofs ist. Endlich be-
hnete auch Laplace die Elemente des neuen Planeten, in-
ı er noch einige ältere Beobachtungen desselben zu Hülfe
m, nach der elliptischen Hypothese, und diese wurden sofort
sehr gut anerkannt, da sie alle bis dahin angestellte Be-
chtungen des neuen Gestirns sehr gut darstellten. Von
em Geometer wurden folgende Bestimmungen gefunden[3].

Halbe grofse Axe	19,082
Excentricität	0°,0476
Länge des Perihels	173° 23′,0
Länge des aufsteigenden Knotens	73 1,0
Neigung der Bahn	0 46,2.

1 Astronomisches Jahrbuch 1785. S. 226.
2 Ebendaselbst 1787. S. 215.
3 Diese Elemente Laplace's wurden zuerst in der Connoissance
tems für d. J. 1786 und die darauf gegründeten, von Méchain
ertigten Tafeln ebendaselbst für d. J. 1787 bekannt gemacht. Vgl.
. Jahrbuch für d. J. 1787. S. 139, wo auch Bode S. 185 die von
nach denselben Elementen von Laplace berechneten Tafeln des
:n Gestirns mittheilt. Die erste, nach diesen Tafeln construirte
ɔnomiche Ephemeride des Uranus aber findet man in demselben
. Jahrb. für d. J. 1788. S. 129.

Diese Elemente stellten die sämmtlichen neuen Beobachtungen seit dem Entdeckungstage und selbst die von T. Mayer von dem Jahre 1756, von welcher wir später reden werden, genau dar, aber nicht die noch ältere Beobachtung d. J. 1690 von Flamstead. Der Astronom Fixmillner[1] zu Kremsmünster unternahm es, auch diese letzte und älteste Beobachtung in seine Bestimmung der Elemente aufzunehmen, die er, wie folgt, fand:

Länge des Perihels . . .	167° 31′,6
Länge des Knotens . . .	72 50,8
Neigung	0 46,3
Excentricität	0,04612
Halbe grofse Axe	19,16525.

Es ist Schade, dafs Fixmillner die Methode nicht angiebt, durch welche er diese Resultate gefunden hat. So viel ist klar, dafs er darauf viel Mühe verwendet zu haben scheint, und dafs diese Elemente nicht nur die neuern, sondern auch die zwei wichtigen ältern Beobachtungen von T. Mayer und Flamstead sehr gut darstellten.

Um eine dieser Methoden näher anzuführen, wollen wir diejenige etwas näher betrachten, die Klügel[2] für die kreisförmige Bahn mitgetheilt hat. Er nimmt dabei an, dafs erstens der Planet sehr weit von der Sonne entfernt ist und dafs zweitens seine kreisförmige Bahn in der Ebene der Ekliptik liegt, wodurch allerdings die Auflösung sehr erleichtert wird. Ist λ die geocentrische Länge des Planeten, und l, so wie L die heliocentrische Länge des Planeten und der Erde in der ersten Beobachtung, und bezeichnet man dieselben Gröfsen für eine zweite Beobachtung durch λ', l′ und L′, so hat man, wenn r der Halbmesser der kreisförmigen Planetenbahn ist, und der Halbmesser der ebenfalls kreisförmigen Erdbahn gleich der Einheit vorausgesetzt, nach dem dritten Kepler'schen Gesetze

$$l' - l = \frac{L' - L}{r^{\frac{3}{2}}}.$$

In dem Dreiecke zwischen Sonne, Planet und Erde aber hat man

1 Astronom. Jahrb. 1787. S. 249.

2 Ebend. 1785. S. 193. 1786. S. 238.

$$\text{Sin.}(\lambda - L) = \frac{1}{r}.\text{Sin.}(\lambda - L)$$

er da, nach der erwähnten Voraussetzung, der Planet sehr
eit von der Sonne entfernt, also der Winkel $\lambda - l$ an
m Planeten sehr klein seyn soll,

$$\lambda - l = \frac{1}{r}.\text{Sin.}(\lambda - L)$$

d ebenso für die zweite Beobachtung

$$\lambda' - l' = \frac{1}{r}.\text{Sin.}(\lambda' - L').$$

ider Gleichungen Differenz ist

$$l' - l = \lambda' - \lambda + \frac{1}{r}.[\text{Sin.}(\lambda - L) - \text{Sin.}(\lambda' - L')],$$

er, wenn man darin den vorhergehenden Werth von $l' - l$
bstituirt und der Kürze wegen

$$A = \text{Sin.}(\lambda - L) - \text{Sin.}(\lambda' - L')$$

tzt,

$$L' - L = A.\sqrt{r} + (\lambda' - \lambda).r\sqrt{r},$$

er endlich, wenn $r = \varrho^2$ gesetzt wird,

$$(\lambda' - \lambda).\varrho^3 + A.\varrho - (L' - L) = 0.$$

s dieser kubischen Gleichung findet man den Werth von
also auch $r = \varrho^2$, und daraus die Umlaufszeit T des Pla-
en um die Sonne

$$T = \frac{2\pi}{\mu}.r^{\frac{3}{2}} \text{ Tage},$$

π die bekannte Ludolph'sche Zahl 3,14159 und wo
= 0,017202 die Charakteristik unseres Sonnensystems[1] be-
chnet. Diese einfache, aber durch ihre vielen Voraus-
zungen auch zugleich sehr beschränkte Auflösung galt zur
t der Entdeckung des Uranus für sehr schön und sinnreich.
tztutage, wo durch die Arbeiten unseres Gauss das schwere
blem der Bahnbestimmung der Himmelskörper so ungemein
rdert worden ist, würde man wohl Anstand nehmen, sich
viele Beschränkungen zu erlauben. In der That ist die
aussetzung, dafs die Bahn ein Kreis sey, in dessen Mit-

1 S. Art. *Weltsystem.*

telpuncte die Sonne sich befinde, schon von der Art, dafs das Problem keiner weitern Bedingung unterworfen zu seyn braucht, um doch ohne Mühe aufgelöst zu werden.

Behalten wir für die obigen Zeichen l, λ und L die alte Bestimmung bei und setzen wir überdiefs

R den Radius Vector der Erde,

ϱ die Entfernung des Planeten von der Erde

und

β die geocentrische Breite des Planeten

in der ersten Beobachtung, wo wir wieder für die zweite Beobachtung dieselben Gröfsen mit einem Striche bezeichnen wollen. Sind dann x, y, z die rechtwinkligen Coordinaten, welche die Lage des Planeten gegen die Sonne bestimmen, so dafs x in der Linie der Nachtgleichen und x, y in der Ebene der Ekliptik liegt, so hat man

$$x = \varrho \,\text{Cos.}\,\beta\,\text{Cos.}\,\lambda + R\,\text{Cos.}\,L,$$
$$y = \varrho \,\text{Cos.}\,\beta\,\text{Sin.}\,\lambda + R\,\text{Sin.}\,L;$$

und

$$z = \varrho\,\text{Sin.}\,\beta.$$

Ist ferner a der gesuchte Halbmesser der kreisförmigen Planetenbahn, so ist auch

$$x^2 + y^2 + z^2 = a^2.$$

Substituirt man in dieser Gleichung die vorhergehenden Werthe von x, y, z und setzt man der Kürze wegen

$$A = R\,\text{Cos.}\,\beta\,\text{Cos.}\,(L - \lambda),$$

so erhält man

$$\varrho = -A + \sqrt{a^2 - (R^2 - A^2)}.$$

Ganz ebenso giebt auch die zweite Beobachtung

$$\varrho = -A' + \sqrt{a^2 - (R'^2 - A'^2)},$$

wenn wieder $A' = R'\,\text{Cos.}\,\beta'\,\text{Cos.}\,(L' - \lambda')$ ist.

Dieses vorausgesetzt sey k die geradlinige Sehne, welche die Endpuncte der beiden Radien des Planeten verbindet, so dafs man hat

$$k^2 = (x' - x)^2 + (y' - y)^2 + (z' - z)^2.$$

Substituirt man in dieser Gleichung die vorigen Werthe der Coordinaten, so erhält man

$$k^2 = 2a^2 - 2\varrho\varrho' [\text{Cos.}\beta\,\text{Cos.}\beta'\,\text{Cos.}(\lambda - \lambda') + \text{Sin.}\beta\,\text{Sin.}\beta']$$
$$- 2\varrho R'\,\text{Cos.}\beta\,\text{Cos.}(L' - \lambda)$$
$$- 2\varrho' R\,\text{Cos.}\beta'\,\text{Cos.}(L - \lambda')$$
$$- 2RR'\,\text{Cos.}(L - L').$$

Endlich hat man noch für die Fläche s des Kreissectors, der zwischen den beiden Beobachtungen enthalten ist,

$$s = a^2 . \text{Arc. Sin.} \frac{k}{2a}$$

und, wenn wieder

$$\mu = \frac{0{,}017202}{\text{Sin. } 1''} = 3548'',187$$

die Charakteristik des Sonnensystems bezeichnet,

$$s = \tfrac{1}{2}\mu t . \sqrt{a},$$

wo t die Zwischenzeit der Beobachtungen in Tagen ausgedrückt ist. Beide Werthe von s einander gleich gesetzt geben

$$\frac{k}{2a} - \text{Sin.} \frac{\mu t}{2a^{\frac{3}{2}}} = 0$$

und die vorhergehenden Ausdrücke reichen vollkommen hin, um unsere Aufgabe, ohne eine weitere erleichternde Nebenbedingung zu Hülfe zu nehmen, auf eine sehr einfache Weise aufzulösen. Man wird nämlich so verfahren. Zuerst suche man die Gröfsen A, B und C aus den folgenden Ausdrücken

$$A = R\,\text{Cos.}\beta\,\text{Cos.}(L - \lambda), \qquad B = 2R'\,\text{Cos.}\beta\,\text{Cos.}(L' - \lambda),$$
$$A' = R'\,\text{Cos.}\beta'\,\text{Cos.}(L' - \lambda'), \qquad B' = 2R\,\text{Cos.}\beta'\,\text{Cos.}(L - \lambda'),$$
$$\text{Tang. } C = \text{Cos.}(\lambda - \lambda')\,\text{Cotg.}\beta.$$

Hat man diese beständigen Hülfsgröfsen berechnet, so findet man in einer ersten Hypothese, mit einem angenommenen Werthe von a, die Gröfsen m, m', ϱ, ϱ' und k durch die folgenden Gleichungen

$$\text{Sin. } m = \frac{1}{a}\sqrt{R^2 - A^2}, \qquad \varrho = a\,\text{Cos. } m - A,$$

$$\text{Sin. } m' = \frac{1}{a}\sqrt{R'^2 - A'^2}, \qquad \varrho' = a\,\text{Cos. } m' - A',$$

$$k^2 = 2a^2 - 2\varrho\varrho' \frac{\text{Sin.}\beta\,\text{Sin.}(C - \beta')}{\text{Cos. } C} - B\varrho - B'\varrho' - 2RR'\,\text{Cos.}(L - L').$$

Genügt dann der so gefundene Werth von k der Gleichung

$$\frac{k}{2a} - \text{Sin.}\ \frac{\mu t}{2a^{\frac{3}{2}}} = 0$$

nicht, so wiederholt man mit einem zweiten Werthe von a die Berechnung von m, m', ϱ, ϱ' und k, wodurch man endlich nach dem bekannten Verfahren (von dem wir am Ende des Artikels näher sprechen werden) den *wahren* Werth des Halbmessers a der kreisförmigen Planetenbahn finden wird, womit zugleich die wahren Werthe der Entfernungen ϱ und ϱ' des Planeten von der Erde bekannt sind. Kennt man aber einmal diese Gröfsen, so findet man auch die heliocentrischen Längen l, l' und Breiten b, b' durch folgende Gleichungen:

$$\text{Sin.}\,b = \frac{\varrho}{a}\,\text{Sin.}\,\beta, \qquad \text{Sin.}\,(L - l) = \frac{\varrho\,\text{Cos.}\,\beta}{a\,\text{Cos.}\,b}\,\text{Sin.}\,(L - \lambda),$$

$$\text{Sin.}\,b' = \frac{\varrho'}{a}\,\text{Sin.}\,\beta', \qquad \text{Sin.}\,(L' - l') = \frac{\varrho'\,\text{Cos.}\,\beta'}{a\,\text{Cos.}\,b'}\,\text{Sin.}\,(L' - \lambda'),$$

und daraus endlich die Länge ☊ des aufsteigenden Knotens und die Neigung n der Bahn gegen die Ekliptik mittelst der Ausdrücke

$$\text{Tang.}\,n\,\text{Sin.}\,(l - ☊) = \text{Tang.}\,b \quad \text{und}$$

$$\text{Tang.}\,n\,\text{Cos.}\,(l - ☊) = \frac{\text{Tang.}\,b' - \text{Tang.}\,b\,\text{Cos.}\,(l' - l)}{\text{Sin.}\,(l' - l)}.$$

Es ist bekannt, dafs die Bestimmung der Elemente eines Planeten, besonders die der halben grofsen Axe oder, was dasselbe ist, der Umlaufszeit, desto genauer ist, je weiter die Beobachtungen, die man der Rechnung zum Grunde legt, von einander in der Zeit entfernt sind. Es war also sehr wünschenswerth, solche Beobachtungen der älteren Astronomen aufzufinden, die den Uranus als einen Fixstern angesehen und seine Lage am Himmel genau bestimmt haben. Bode[1], der sich mit dieser Untersuchung vorzüglich fleifsig beschäftigte, fand bald eine solche Beobachtung von Tob. Mayer vom

1 Astronomisches Jahrbuch 1784. S. 219. 1785. S. 189

5. Sept. 1756. MAYER[1] hat diese Beobachtung des Uranus, en er für einen Fixstern hielt, unter Nr. 964. in seinen Stern-atalog eingetragen. Damit hatte man also eine Beobachtung ieses Planeten, die 25 Jahre vor seiner Entdeckung oder Er-ennung vorausging. Allein später fand BODE noch eine an-ere, volle 91 Jahre vor 1781 gemachte Beobachtung die-s Planeten von FLAMSTEAD[2], der ihn am 13. December ten (oder 23. Dec. neuen) Styls 1690 des Abends 10 Uhr ei seiner Culmination beobachtet hatte, wo Uranus unter der ummer des 34sten Sterns im Stier aufgeführt wird. Bald rauf wurden noch zwei andere Beobachtungen desselben estirns von FLAMSTEAD und zwölf von LEMONNIER aufge-nden, welche letzteren aus den Jahren 1763 und 1769 sind. ndlich kam zu diesen älteren Beobachtungen noch eine von RADLEY aus dem Jahre 1753, so dafs man in allen 17 der-eichen gefunden hat, eine von MAYER, eine von BRADLEY, ei von FLAMSTEAD und zwölf von LEMONNIER. BODE[3] ollte noch eine viel ältere Beobachtung dieses Planeten auf-funden haben, indem er glaubte, TYCHO BRAHE habe ihn 587 als einen Fixstern zunächst über dem Stern μ im Schweife s Steinbocks beobachtet. Dieses wäre demnach eine Beob-htung des Uranus, die volle 194 Jahre vor der Epoche ner Entdeckung vorausgegangen seyn würde. Allein ob-ıon BODE noch einmal wieder auf dieselbe Idee zurückkam d sie nur ungern aufgeben wollte, so hat man sie doch :ht angenommen, und man blieb bei den erwähnten 17 Be-ıchtungen stehn, um sie für die Bestimmung der Elemente das Beste zu benutzen. Jedoch geschah dieses nicht mit n gewünschten Erfolge. Denn die neuesten Untersuchun-ı haben gezeigt, dafs sich diese alten Beobachtungen mit ıjenigen, die seit 1781 angestellt worden sind, nicht ver-igen lassen und dafs daher die meisten von jenen nicht der gehörigen Genauigkeit angestellt worden sind, wie h schon der Zustand der Instrumente und der Beobach-gskunst in jenen frühern Zeiten vermuthen lassen konnte.

1 Opera inedita. T. I. p. 72.

2 Histoire céleste. T. II. p. 86.

3 Astronomisches Jahrbuch 1786. S. 219 u. 223.

Bouvard[1] hat in seinen neuesten Tafeln der drei äufsersten Planeten unseres Sonnensystems diese älteren Beobachtungen mit den neueren durch eine sehr sorgfältige Rechnung zu verbinden gesucht, aber die auf diese Weise erhaltenen Elemente oder Tafeln gaben für die neuern Beobachtungen so grofse Fehler, dafs sie dem gegenwärtigen Zustande der Astronomie durchaus unangemessen erscheinen mufsten. Es blieb ihm daher nichts übrig, als auf diese älteren Beobachtungen, von denen man sich so viel versprochen hatte, gänzlich zu verzichten und sich blofs an die seit 1781 angestellten zu halten.

Dem Vorhergehenden mögen noch einige Worte über die Benennung und Bezeichnung dieses Planeten hinzugefügt werden. Bode[2] schlug vor, ihn *Uranus* zu nennen. Er hielt dieses vorzüglich deshalb für schicklich, weil in der Mythologie Uranus als der Vater des Saturn und Saturn als der Vater des Jupiter angeführt wird. Sein Vorschlag hat Beifall gefunden und ist mit Ausnahme einiger englischen und französischen Astronomen allgemein angenommen worden. Der Entdecker des Planeten, der das erste Recht auf seine Benennung haben sollte, wollte ihn *Georgium Sidus*, seinem König zu Ehren, genannt wissen; diese Benennung fand aber selbst in England wenig Beifall, und die meisten Astronomen dieses Landes, so wie auch die von Frankreich, nennen ihn *Herschel*, um dadurch den Entdecker selbst zu ehren und seinen Namen auf den Himmel zu versetzen. Lichtenberg wollte den neuen Planeten *Asträa* genannt wissen, was aber nicht beachtet wurde.

Auch von den verschiedenen Zeichen, die man für diesen Planeten vorgeschlagen hat, wurde das von Bode empfohlene ♅ vorzugsweise angenommen, obschon einige noch ein dem H ähnliches Zeichen, als den Anfangsbuchstaben von Herschel, geltend machen wollen. Der Astronom Hell in Wien hat eine Denkmünze von Platin, welches Metall in der Mineralogie dasselbe Zeichen erhalten hat, auf den neuen Planeten schlagen lassen und ihn überdiefs in mehreren lateinischen Gedichten besungen[3].

---

1 Tables astronomiques de Jupiter, Saturne et Uranus. Par.

2 Astronomisches Jahrbuch 1785. S. 191.

3 S. Wiener Ephemeriden 1784.

Noch ist uns übrig, der obigen Zusage gemäſs das Ver-
ren anzuzeigen, mittelst dessen man jede numerische Glei-
ıng mit einer unbekannten Gröſse auf eine zwar indirecte,
:r ebenso sichere als bequeme Weise auflösen kann. Da
ses Verfahren in der Astronomie und selbst in der Physik
oft mit Nutzen angewendet wird, so wird eine kurze Dar-
llung desselben hier nicht unangemessen erscheinen.

Wenn eine Gleichung $X = 0$ als Function von gegebe-
ı Zahlen und von der unbekannten Gröſse x aufgestellt
rd, oder auch, wenn man, wie in dem oben erwähnten
:le, diese unbekannte Gröſse x aus mehrern gegebenen Glei-
ıngen, in welchen sie enthalten ist, bestimmen soll, so ist
durch die gegebenen Verhältnisse der Aufgabe beinahe
mer sehr leicht, durch einige einfache Versuche einen er-
n, wenn auch nur noch wenig genäherten, Werth dieser
öſse x oder der Wurzel der gegebenen Gleichung zu fin-
n. Sey demnach $x = a$ ein solcher genäherter Werth von
Substituirt man ihn in der gegebenen Gleichung $X = 0$,
wird er diese Gröſse X nicht genau auf Null bringen, da nur
: wahre Werth von x dieses thun kann. Nehmen wir al-
an, daſs wir durch diese Substitution von $x = a$ in der
eichung statt $X = 0$ den Ausdruck erhalten

$$X = \omega,$$

ω eine von Null desto weniger verschiedene oder eine
to kleinere Zahl seyn wird, je näher man bereits die Gröſse
em wahren Werthe von x gewählt hat. Sey ebenso a'
e von a nur wenig verschiedene Gröſse, die demnach
nfalls als ein zweiter genäherter Werth von x betrachtet
:den kann. Substituirt man diesen Werth $x = a'$ in der
ebenen Gleichung, so soll diese dadurch in

$$X = \omega'$$

rgehn. Wir haben demnach zwei Hypothesen für den
ıren Werth von x aufgestellt, nämlich $x = a$ und $x = a'$,
wir haben auch zugleich die Fehler dieser zwei Hypo-
sen, nämlich die beiden Gröſsen ω und ω' erhalten. Wir
en nämlich

	Fehler der Hypothese	Fehler des Resultats
in der ersten Voraussetzung	$a-x$	ω
in der zweiten Voraussetzung	$a'-x$	ω'

Je näher aber die beiden Hypothesen der gesuchten Wahrheit liegen, oder je kleiner die beiden Fehler $a-x$ und $a'-x$ dieser Hypothese sind, desto näher wird auch das Verhältniſs

$$\frac{a-x}{a'-x}$$

dem Verhältniſs der Fehler der Resultate oder der Gröſse

$$\frac{\omega}{\omega'}$$

liegen, so daſs man daher, da es sich hier doch nur um eine erste Näherung handelt, die Gleichung annehmen kann

$$\frac{a-x}{a'-x}=\frac{\omega}{\omega'},$$

woraus dann sofort folgt

$$x=\frac{a'\omega-a\omega'}{\omega-\omega'}$$

oder auch

$$x=a-\frac{a-a'}{\omega-\omega'}.\omega \quad \text{oder} \quad x=a'-\frac{a-a'}{\omega-\omega'}.\omega'$$

und jede dieser drei letzten Gleichungen wird einen anderen dritten Werth von x geben, welcher der Wahrheit näher liegt, als die beiden vorhergehenden $x=a$ und $x=a'$, so daſs man daher mit dieser neuen Hypothese, in Verbindung mit einer der vorhergehenden oder mit einer anderen der Wahrheit, die man jetzt schon besser kennt, näher liegenden Hypothese, dieselbe Rechnung wiederholen und so, durch eine, so weit man will, fortgesetzte Operation sich der gesuchten Wahrheit immer mehr nähern kann. In der That, um zu zeigen, daſs der letztgefundene Werth von x der Wahrheit desto näher kommt, je kleiner die Fehler der beiden Hypothesen sind, so kann man die gegebene Gleichung $X=0$ als eine Function von x ansehn, die für den gesuchten Werth von x gleich Null ist, so daſs man daher hat

$$X=f(x)=0.$$

›t man in diesem Ausdrucke die Gröſse x in $x + (a - x)$, heiſst, in a übergehn, so hat man nach dem Taylor'schen rsatze

$$X' = X + (a - x) . \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{(a - x)^2}{1.2} . \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + . .$$

ebenso erhält man auch, wenn man x in $x + (a' - x)$ r in a' übergehn läſst,

$$X'' = X + (a' - x) . \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{(a' - x)^2}{1.2} . \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + . .$$

kleiner aber die Gröſsen $(a - x)$ und $(a' - x)$ sind, das 'st, je näher die beiden Hypothesen $x = a$ und $x = a'$ der hrheit liegen, desto mehr wird man auch in den beiden hergehenden Ausdrücken die zweiten und höhern Potenzen ıer Gröſsen $a - x$ und $a' - x$ gegen die erste Potenz ıachlässigen können, so daſs dann jene beiden Ausdrücke ι bloſs auf ihre ersten Glieder oder, da $X' - X = \omega$ l $X'' - X = \omega'$ ist, auf die beiden einfachen Gleichungen uciren:

$$\omega = (a - x) . \frac{\partial X}{\partial x}$$

$$\omega' = (a' - x) . \frac{\partial X}{\partial x},$$

›n Division giebt

$$\frac{a - x}{a' - x} = \frac{\omega}{\omega'},$$

zuvor.

Um das Vorhergehende durch ein Exempel deutlich zu hen, sey die kubische Gleichung gegeben

$$X = x^3 - 2x + 1 = 0.$$

die eine Wurzel derselben zu finden, hat man, wenn $= a = 0{,}5$ gesetzt wird, $X = 0{,}125$, und wenn ebenso $= a' = 0{,}7$ gesetzt wird, $X = - 0{,}057$. Setzt man da-

$$a = 0{,}5 \text{ und } a' = 0{,}7,$$

ist

$$\omega = 0{,}125 \text{ und } \omega' = - 0{,}057$$

und mit diesen Werthen giebt die obige Gleichung

$$x = a - \frac{(a - a')}{\omega - \omega'} . \omega = 0{,}5 + 0{,}137 = 0{,}637 .$$

Wir wollen demnach in einer zweiten Berechnung $a = 0{,}637$ setzen, wodurch man erhält $X = \omega = -0{,}01552$. Da aber wegen dieses negativen Werthes von ω das letzte $a = 0{,}637$ noch etwas zu groſs ist, so kann man $a' = 0{,}620$ annehmen, wodurch man erhält $X = \omega' = -0{,}00176$. Wir haben demnach als zweites Hypothesenpaar

$$a = 0{,}637 \text{ und } a' = 0{,}620,$$
$$\text{daher } \omega = -0{,}01552 \text{ und } \omega' = -0{,}00176,$$

und damit giebt unsere Gleichung für das verbesserte x den Werth

$$x = 0{,}637 - 0{,}01905 = 0{,}61795 .$$

Nimmt man noch in einer dritten Rechnung

$$a = 0{,}6180 \text{ und } a' = 0{,}6181,$$
$$\omega = 0{,}00002903 \text{ und } \omega' = -0{,}00005637,$$

so giebt unsere Gleichung

$$x = 0{,}6180 + 0{,}0000340 = 0{,}6180340,$$

und dieser letzte Werth von x ist noch in der letzten Decimalstelle genau, da die wahren Wurzeln der gegebenen Gleichung sind

$$1$$
$$\text{und } \tfrac{1}{2}(-1 + \sqrt{5}) = 0{,}6180340$$
$$\text{und } \tfrac{1}{2}(-1 - \sqrt{5}) = -1{,}6180340.$$

Daſs man nach diesem Verfahren jede, auch selbst transcendente Gleichungen auflösen kann, ist für sich klar. Ist z. B. die Gleichung gegeben

$$\frac{e^x - 1}{x} = 3{,}828,$$

wo $e = 2{,}7182818$ die bekannte Basis der natürlichen Logarithmen ist, so hat man auch, wenn man die Briggischen Logarithmen nimmt,

$$0{,}43429448\,x - \text{Log. Brig. } (3{,}828\,x + 1) = 0.$$

Setzt man nun $x = 2{,}2$, so erhält man $\omega = -0{,}0188$[illegible] ebenso wird man für $x = 2{,}3$ erhalten $\omega' = + 0{,}00741$

en Gröfsen giebt aber unsere Gleichung den verbesserten
rth von

$$x = 2{,}2715.$$

:t man wieder in einer zweiten Rechnung

$x = a = 2{,}2715$, so findet man $\omega = -\ 0{,}0000615$

$x = a' = 2{,}3$ - - - $\omega' = +\ 0{,}00744$

damit giebt unsere Gleichung

$$x = 2{,}2715 + 0{,}0002337 = 2{,}2717337.$$

e dritte Rechnung endlich giebt

$x = a = 2{,}2717337$ . . . $\omega = -\ 0{,}0000001$

$x = a' = 2{,}2715$ . . . . $\omega' = -\ 0{,}0000615$

damit erhält man durch unsere Gleichung

$$x = 2{,}2717337 + 0{,}00000038 = 2{,}27173408$$

dafs man daher

$$x = 2{,}271734$$

den wahren und in der letzten Ziffer noch richtigen Werth gesuchten Gröfse x annehmen kann. Oft kann, selbst bei /sikalischen Untersuchungen, der Fall eintreten, dafs man ei Gleichungen mit zwei unbekannten Gröfsen hat, die so er einander verwickelt sind, dafs man sie durch die ge-ınlichen Mittel der Elimination nicht trennen kann. Wenn 3. die beiden Gleichungen gegeben sind,

$$\left.\begin{aligned} X = x^3 y + y^3 x - 0{,}0078 = 0 \\ Y = x^2 y^3 + y^2 x^3 - 0{,}0018 = 0 \end{aligned}\right\} \ldots \text{(A)}$$

läfst sich daraus nicht leicht eine einzige Gleichung bil-, die blofs x oder blofs y enthält, daher man auch die hergehende Methode nicht unmittelbar auf sie anwenden n. In solchen Fällen kann man, wie Gauss[1] gelehrt hat, folgende Weise verfahren. Wenn man, wie zuvor, die ıchten Werthe von x und y nur einigermafsen genähert nt und wenn man diese genäherten Werthe

$$x = a \text{ und } y = b$$

t, so berechne man damit aus den beiden gegebenen Glei-ngen die Werthe von $X = \alpha$ und von $Y = \beta$, wo also - a und y — b die Hypothesen, α und β die Fehler die-Hypothesen sind, da eigentlich, wenn die Hypothesen erfrei gewesen wären, α und β gleich Null seyn müfsten. en ebenso für eine zweite Annahme

1 Theoria Motus corpor. coelest.

$x = a'$, $y = b'$ die Hypothesen und
$X = \alpha'$, $Y = \beta'$ die Fehler derselben.

Für eine dritte Voraussetzung endlich seyen
$x = a''$, $y = b''$ die Hypothesen und
$X = \alpha''$, $Y = \beta''$ die Fehler derselben.

Dieses vorausgesetzt findet man die gesuchten genäherten Werthe von x und y durch folgende Ausdrücke

$$\left.\begin{array}{l} x = a + \frac{\gamma}{\varepsilon}(a' - a) + \frac{\delta}{\varepsilon}(a'' - a) \\ y = b + \frac{\gamma}{\varepsilon}(b' - b) + \frac{\delta}{\varepsilon}(b'' - b) \end{array}\right\}$$

wo der Kürze wegen gesetzt wurde

$$\gamma = \alpha''\beta - \alpha\beta'',$$
$$\delta = \alpha\beta' - \alpha'\beta,$$
$$\varepsilon = \gamma + \delta + \alpha'\beta'' - \alpha''\beta'.$$

Mit diesem Verfahren findet man, dafs den beiden vorhergehenden Gleichungen (A) die Werthe $x = 0{,}2$ und $y = 0{,}3$ entsprechen.

L.

In demselben Verlage sind auch nachstehende Werke erschienen und durch alle Buchhandlungen zu haben.

Klügel, *G. S.*, mathematisches Wörterbuch, oder Erklärung der Begriffe, Lehrsätze, Aufgaben und Methoden der Mathematik, mit den nöthigen Beweisen und literarischen Nachrichten begleitet, in alphabet. Ordnung. 1ste Abtheil.: die reine Mathematik. 1r, 2r, 3r Theil mit 24 Kupfertafeln. gr. 8. 1803 — 8. herabgesetzter Preis 7 Thlr. 6 Gr.

— — 1ste Abtheilung: die reine Mathematik. 4r Theil. Mit 7 Kupfertafeln; herausgegeben von C. B. Mollweide. gr. 8. 1823. herabges. Preis 2 Thlr. 18 Gr.

— — 1ste Abtheilung: die reine Mathematik. 5r Theil. Mit 8 Kupfertafeln; herausgegeben von J. A. Grunert. gr. 8. 1831. 6 Thlr.

Grunert, *J. A.*, Supplemente zu Georg Simon Klügel's Wörterbuche der reinen Mathematik. 2 Theile. Mit 6 Kupfertafeln. gr. 8. 1833 u. 36. 8 Thlr. 16 Gr.

— — Elemente der Differential- und Integralrechnung zum Gebrauche bei Vorlesungen. 1r Theil. Differentialrechnung. Mit 2 Figurentafeln. gr. 8. 1837. 1 Rthlr. 10 Gr.

— — 2r Theil. Integralrechnung. Mit 1 Figurentafel. gr. 8. 1837. 1 Rthlr. 4 gr.

— — Elemente der ebenen, sphärischen und sphäroidischen Trigonometrie, in analytischer Darstellung, mit Anwendungen auf Geodäsie und Astronomie, zum Gebrauche bei Vorlesungen; mit 3 Figurentafeln. gr. 8. 1837. 1 Rthlr. 18 Gr.

— — Leitfaden für den ersten Unterricht in der höhern Analysis. Mit 1 Kupfertafel. gr. 8. 1838. 1 Rthlr. 6 Gr.

— — Elemente der analytischen Geometrie zum Gebrauche bei Vorlesungen. 2 Theile. Mit 5 Figurentafeln. gr. 8. 1839. 2 Thlr. 16 Gr.

...hn, *G. A.*, die Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf das wissenschaftliche und praktische Leben. Mit 1 Figurentafel. gr. 8. 1839. 1 Thlr.

...iadecki, *J. v.*, sphärische Trigonometrie in analytischer Darstellung mit Anwendung auf die Ausmessung der Erde und auf die sphärische Astronomie, zum Gebrauche öffentlicher Vorlesungen. Aus d. Poln. nach der zweiten stark vermehrt. Original-Ausgabe übersetzt und mit einer tabellarischen Uebersicht d. vorzüglichsten u. am häufigsten vorkommenden Formeln begleitet, von L. Feldt. Mit 2 Kupfert. gr. 8. 1828. 1 Thlr. 8 Gr.

...under, *C. G.*, Versuch einer heuristischen Entwickelung der Grundlehren der reinen Mathematik, zum Gebrauche auf gelehrten Schulen. Mit 3 Kupfertafeln. 8. 1823. 1 Thlr. 6 Gr.

...ams, *Georg*, Versuch über die Elektricität, worin Theorie und Ausübung dieser Wissenschaft durch eine Menge methodisch geordneter

Experimente erläutert wird, nebst einem Versuch über den Magn[illegible]
Aus d. Engl. mit 6 Kupfertafeln. gr. 8. 1785. 1 Th[illegible]

Bailly, Geschichte der Sternkunde des Alterthums bis auf die Errichtung der Schule zu Alexandrien. Aus dem Franz. 2 Bde. mit Kupfern. gr. 8. 1777. 1 Thlr. [illegible]

— — Geschichte der neuern Astronomie. 1r Bd., von der Stiftung der Alexandrinischen Schule bis zu ihrem Untergange. Mit 13 Kupf. gr. 8. 1796. 1 Thlr. [illegible]

— — zweiter Band, v. Untergange der Alexandrinischen Schule [illegible] Kepler. gr. 8. 1797. 1 Th[illegible]

Barneveld, Wilhelm van, medicinische Elektricität. Aus dem Holländischen mit 3 Kupfertafeln. gr. 8. 1787. [illegible]

Bertholon de St. Lazare, Hr. Abt, über die Elektricität, in Beziehung auf die Pflanzen; die Mittel, die Elektricität zum Nutzen der Pflanzen anzuwenden u. s. w. Nebst der Erfindung eines Elektrovegetometers mit 3 Kupfert. gr. 8. 1785. 1 Th[illegible]

Bicquilley, C. F. von, die Rechnung des Wahrscheinlichen. Aus dem Franz. übersetzt und mit Anmerkungen versehen von C. F. [illegible] gr. 8. 1788. 1 Th[illegible]

Cavallo, Tiberius, Abhandlung über die Eigenschaften der Luft und übrigen beständig elastischen Materien, nebst einer Einleitung in die Chemie. Aus dem Engl. übersetzt mit 3 Kupfertafeln. gr. 8. 1783. 1 Th[illegible]

— — Geschichte und Praxis der Aerostatik. Aus dem Englischen. Mit 2 Kupfertaf. gr. 8. 1786. [illegible]

— — Theoretische und praktische Abhandlung der Lehre vom Magnet mit eignen Versuchen. Aus dem Engl. übersetzt. Mit 2 Kupfern. gr. 8. 1788. [illegible]

Cuthbertson's, J., Abhandlung von der Elektricität, nebst einer genauen Beschr. der dahin gehörigen Werkzeuge und Versuche. Aus dem Holl. mit 11 Kupfert. gr. 8. 1786. 1 Thlr. [illegible]

— — Dritte Fortsetzung mit einigen Zusätzen. gr. 8. 1796. [illegible]

Fabers Versuch über die vortheilhafte Bauart hydraulischer Maschinen, und insbesondre der Getreidemühlen. Aus d. Franz. übers. mit Anmerk. versehen v. M. A. F. Lüdicke, mit einer Vorrede [illegible] J. J. Ebert, nebst 6 Kupfert. gr. 8. 1786. 1 Thlr.

Habermalz, H. B. C., Anfangsgründe der Geometrie für Anfänger. [illegible] 6 Kupfertafeln. 8. 1786. [illegible]

Hindenburg, C. Fr., über Combinatorische Analysis und Derivations-Calcul, einige Fragmente, gesammelt und zum Druck befördert. gr. 8. 1803. [illegible]

Kramp Analyse des Réfractions Astronomiques et Terrestres. [illegible] 1799. [illegible]

Druck von C. P. Melzer.





